

Họ và tên thí sinh:.....

MÃ ĐỀ 301

Số báo danh:

Câu 1. Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $P = a^{\frac{2}{5}}$. B. $P = a^{\frac{1}{15}}$. C. $P = a^{\frac{1}{15}}$. D. $P = a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 2. Cho số $a > 0, a \neq 1$ thỏa mãn $a^x = b$ khi đó đẳng thức nào sau đây ĐÚNG.

- A. $a = \log_x b$ B. $a = \log_b x$ C. $x = \log_a b$ D. $x = \log_b a$

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 13$. B. $x = 3$. C. $x = 11$. D. $x = 21$.

Câu 4. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

- A. $V = 12\pi$. B. $V = 8\pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 16\pi$.

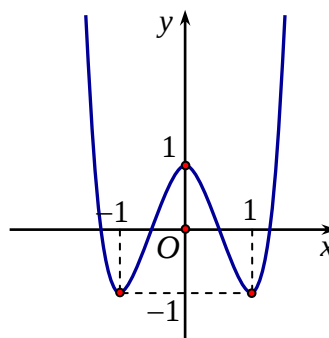
Câu 5. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ và $\int_a^b f(x)dx = m$

khi đó đẳng thức nào sau luôn đúng.

- A. $f(a) - f(b) = m$ B. $F(a) - F(b) = m$ C. $F(b) - F(a) = m$ D. $f(b) - f(a) = m$

Câu 6. Biết hình bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các đáp án. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào

- A. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. B. $y = -2x^4 + 4x^2$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.



Câu 7. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = 1$. B. $u_5 = 8$. C. $u_5 = -7$. D. $u_5 = -5$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là:

- A. $(2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+2}$ trên đoạn $[1; 4]$.

- A. $\max_{[1;4]} f(x) = 4$. B. $\max_{[1;4]} f(x) = 1$. C. $\max_{[1;4]} f(x) = \frac{1}{3}$. D. $\max_{[1;4]} f(x) = \frac{2}{3}$.

Câu 10. Cho khối chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BC = 3, BA = 4$. Cạnh bên $SA = 5$ vuông góc với đáy khi đó thể tích V khối chóp đó bằng.

- A. $V = 60$ B. $V = 20$ C. $V = 30$ D. $V = 10$

Câu 11. Cho tam giác ABC cân tại A và không vuông. Khi cho tam giác và các điểm bên trong tam giác đó xoay quanh trục chứa đoạn thẳng nào sau đây để thu được một khối nón tròn xoay

- A. BC B. AB
C. Đường cao đỉnh A . D. CA

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Hỏi bảng biến thiên đó là của hàm số nào trong các hàm số sau

A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

C. $y = \frac{2x}{x-1}$

D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$.

B. $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$.

C. $I(3; -2; 4)$, $R = 5$.

D. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$.

Câu 14. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 15. Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_a a$ bằng

A. -3 .

B. 3 .

C. $\frac{-1}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Khi đó điểm đối xứng với điểm M qua mặt phẳng yOz có tọa độ.

A. $M_1(3; 0; 0)$.

B. $M_2(3; -2; 1)$.

C. $M_4(0; 2; -1)$.

D. $M_3(-3; 2; -1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		-1		$+\infty$
	$-\infty$						

Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG** ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 18. Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A. $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$.

B. $V = 800\pi \text{ cm}^3$.

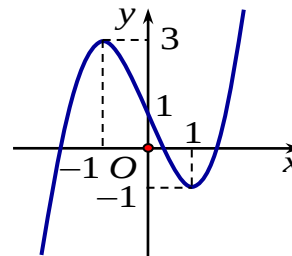
C. $V = 1600\pi \text{ cm}^3$.

D. $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$ là

- A. 3. B. 0.
C. 1. D. 2.



Câu 20. Bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$ có nghiệm.

- A. $x < 10$. B. $x \geq 10$. C. $x > 10$. D. $0 < x < 10$.

Câu 21. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

- A. A_{10}^8 . B. 10^2 . C. C_{10}^2 . D. A_{10}^2 .

Câu 22. Mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$. Cắt trục Oz tại điểm có tọa độ

- A. $(3;5;0)$. B. $(0;0;2)$. C. $(0;0;-2)$. D. $(3;5;-1)$.

Câu 23. Tổng các nghiệm phương trình $2^{x^2} = 4^{2x}$ là.

- A. 0 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $(1;2;3)$. B. $(1;2;-3)$. C. $(1;-2;3)$. D. $(-1;2;-3)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $R \setminus \{2\}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 2$
B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$
C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 0$
D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 0$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(1;-2;3)$. B. $(-1;2;-3)$. C. $(3;-4;-5)$. D. $(-3;4;5)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R có điểm x_0 là điểm **CỰC ĐẠI**. Phát biểu nào sau đây **ĐÚNG**.

- A. Giá trị của đạo hàm cấp hai tại $x = x_0$ có dấu âm.
B. Dấu của $f'(x)$ đổi từ âm qua dương tại $x = x_0$ theo chiều tăng của biến x
C. Dấu của $f'(x)$ đổi từ dương qua âm tại $x = x_0$ theo chiều tăng của biến x
D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x = x_0$ trên tập số thực

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x}$ bằng.

- A. $y' = 2^{2x} \ln 2$. B. $y' = \frac{2^{2x+1}}{\ln 2}$. C. $y' = 4^x \ln 4$. D. $y' = \frac{2^{2x}}{\ln 2}$.

Câu 29. Gọi V là thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B , chiều cao h khi đó đẳng thức nào đúng:

A. $V = 3Bh$.

B. $h = \frac{V}{B}$.

C. $V = \frac{1}{3}Bh$.

D. $B = \frac{1}{3}V.h$.

Câu 30. : Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$.

B. $\ln \frac{5}{3}$.

C. $\log \frac{5}{3}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Câu 31. Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và đi qua $A(-1; -1; 2)$ là.

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 36$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 6$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 81$

Câu 32. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là.

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

A. $(-4; 2]$.

B. $(-4; 2)$.

C. $[-4; 2)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Câu 34. Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.

A. $\frac{8}{15}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 35. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ bằng

A. $2\sin 2x + C$

B. $-\frac{\sin 2x}{2} + C$

C. $-2\sin 2x + C$

D. $\frac{\sin 2x}{2} + C$

Câu 36. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là:

A. 2 và 1

B. 1 và 2.

C. 1 và $2i$.

D. 1 và i .

Câu 37. Cho $\int_1^3 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_1^2 f(2x-1)dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = 4$.

C. $I = \frac{5}{2}$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 38. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tính giá trị của

$$S = a + b.$$

A. $S = \frac{11}{2}$.

B. $S = \frac{7}{2}$.

C. $S = \frac{13}{2}$.

D. $S = \frac{9}{2}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác có $AC = 3a$, góc $ABC = 150^\circ$. Các cạnh bên $SA = 8a$ vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

A. $5a$.

B. $3a$.

C. $3a\sqrt{2}$.

D. $4a$.

Câu 40. Biết $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$ với a, b, c là các số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 64$

B. $T = 68$

C. $T = 60$

D. $T = 70$

Câu 41. Tìm nguyên hàm $F(t) = \int t x dt$.

A. $F(t) = x + t + C$.

B. $F(t) = \frac{x^2 t}{2} + C$.

C. $F(t) = \frac{xt^2}{2} + C$.

D. $F(t) = \frac{(tx)^2}{2} + C$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{3x^5}{5} + mx - \frac{2}{x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 0.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh SB và SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại Q . Tìm giá trị của k để thể tích khối chóp $S.AMQN$ bằng $\frac{2}{3}$.

A. $k = \frac{2}{3}$.

B. $k = \frac{1}{8}$.

C. $k = \frac{1}{4}$.

D. $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 44. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{x} \right) + 2^{\frac{x+1}{2x}} = 6$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là:

A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 46. Cho hai số thực x và y thỏa mãn $x - 2y = \log_3(\log_3 5)$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3^x + \frac{1}{25^y}$ là $a + \log_b c$ trong đó a, b, c là các số tự nhiên, b, c là số nguyên tố. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$.

A. $T = 22$

B. $T = 23$.

C. $T = 17$

D. $T = 8$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh đáy $AB = 5$. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của A_1B_1 và AA_1 . Biết rằng hình chiếu của BM lên đường thẳng C_1N là đoạn thẳng có độ

dài bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$ và chiều $AA_1 > 3$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. $\frac{125\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{125\sqrt{3}}{2}$.

C. $25\sqrt{3}$.

D. $\frac{125\sqrt{3}}{4}$.

Câu 48. hàm số $f(x) = 10^x + x$ và $g(x) = x^3 - mx^2 + (m^2 + 1)x - 2$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x + f(x))$ trên đoạn $[0; 1]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của m bằng?

A. $\frac{21}{2}$

B. 6

C. 21

D. 5

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 1]$ và thỏa mãn $f(x) + 2 = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 (x+t) f(t) dt$. với

$\forall x \in [-1; 1]$. Khi đó $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng

A. $I = 3$

B. $I = 4$

C. $I = 2$

D. $I = 1$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng tọa độ (xOy) với mặt cầu $(S): (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z+3)^2 = 41$. Gọi d là đường thẳng đi qua các điểm $A(0; 0; 12)$, $B(0; 4; 8)$. Với M, N là các điểm thay đổi thứ tự trên (C) và d . Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN là.

A. $2 + \sqrt{17}$.

B. $\frac{\sqrt{34}}{3}$

C. $1 + 2\sqrt{5}$.

D. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ
- A. $P = a^{\frac{2}{5}}$. B. $P = a^{-\frac{1}{15}}$. C. $P = a^{\frac{1}{15}}$. **D. $P = a^{\frac{19}{15}}$.**

Lời giải

Chọn D.

Với $a > 0$ ta có $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{3}{5} + \frac{2}{3}} = a^{\frac{19}{15}}$.

- Câu 2:** Cho số $a > 0$, $a \neq 1$ thỏa mãn $a^x = b$ khi đó đẳng thức nào sau đây **ĐÚNG**
- A. $a = \log_x b$. B. $a = \log_b x$. **C. $x = \log_a b$.** D. $x = \log_b a$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$.

- Câu 3:** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$
- A. $x = 13$. B. $x = 3$. C. $x = 11$. **D. $x = 21$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 > 0 \\ x-5 = 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x = 21 \end{cases} \Leftrightarrow x = 21$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{21\}$.

- Câu 4:** Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.
- A. $V = 12\pi$. **B. $V = 8\pi$.** C. $V = 4\pi$. D. $V = 16\pi$.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = 8\pi$.

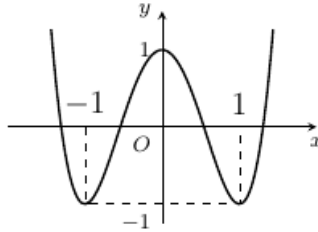
- Câu 5:** Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ và $\int_a^b f(x) dx = m$.
- Khi đó, đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $f(a) - f(b) = m$. B. $F(a) - F(b) = m$. **C. $F(b) - F(a) = m$.** D. $f(b) - f(a) = m$.

Lời giải

Chọn C.

Có $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = m$.

- Câu 6:** Biết hình bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các đáp án. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $-2x^4 + 4x^2 + 1.$

B. $-2x^4 + 4x^2.$

C. $x^3 - 3x^2 + 1.$

D. $2x^4 - 4x^2 + 1.$

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị của hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1.$

Câu 7: Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

A. $u_5 = 1.$

B. $u_5 = 8.$

C. $u_5 = -7.$

D. $u_5 = -5.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-2) = -5$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

A. $(2; -1; -3).$

B. $(-3; 2; -1).$

C. $(2; -3; 1).$

D. $(-1; 2; -3).$

Lời giải

Chọn D.

Câu 9: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+2}$ trên đoạn $[1; 4]$.

A. $\max_{[1;4]} f(x) = 4.$

B. $\max_{[1;4]} f(x) = 1.$

C. $\max_{[1;4]} f(x) = \frac{1}{3}.$

D. $\max_{[1;4]} f(x) = \frac{2}{3}.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $f'(x) = \frac{2}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in [1; 4]$

$$\Rightarrow \max_{[1;4]} f(x) = f(4) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BC = 3, BA = 4$. Cạnh bên $SA = 5$ vuông góc với đáy khi đó thể tích V của khối chóp bằng

A. $V = 60.$

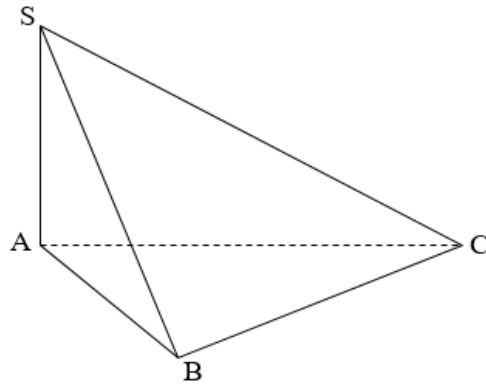
B. $V = 20.$

C. $V = 30.$

D. $V = 10.$

Lời giải

Chọn D.



Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$.

Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 = 10$.

Câu 11: Cho tam giác ABC cân tại A và không vuông. Khi cho tam giác và các điểm bên trong tam giác đó quay quanh trục chứa đoạn thẳng nào sau đây để thu được một khối nón tròn xoay?

A. BC .

B. AB .

C. Đường cao đỉnh A .

D. CA .

Lời giải

Chọn C.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$ nên loại đáp án C, D

Mặt khác, theo bảng biến thiên hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên chọn đáp án B .

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-3; 2; -4), R = 5$.

B. $I(-3; 2; -4), R = 25$.

C. $I(3; -2; 4), R = 5$.

D. $I(3; -2; 4), R = 25$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $a = 3, b = -2, c = 4, d = 4$ nên suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 4)$ và bán kính

$$R = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2 - 4} = 5.$$

Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 15: Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

- A. -3 .
- B. 3 .
- C. $\frac{-1}{3}$.
- D. $\frac{1}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 16: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng yOz có tọa độ.

- A. $M_1(3; 0; 0)$.
- B. $M_2(3; -2; 1)$.
- C. $M_3(0; 2; -1)$.
- D. $M_4(-3; 2; -1)$.**

Lời giải

Chọn D

Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng yOz .

Gọi H là hình chiếu của M trên $yOz \Rightarrow H(0; 2; -1)$ khi đó H là trung điểm của MM' suy ra $M'(-3; 2; -1)$.

Câu 17: Cho hàm số xác định và liên tục trên $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây là **ĐÚNG** ?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.**
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 18: Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm , độ dài đường sinh bằng 26 cm . Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A. $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$. B. $V = 800\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 1600\pi \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$.

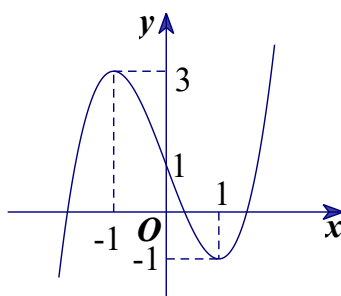
Lời giải

Chọn B

Bán kính đường tròn đáy của hình nón là: $R = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10 \text{ cm}$.

Thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 100 \cdot 24 = 800\pi \text{ cm}^3$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



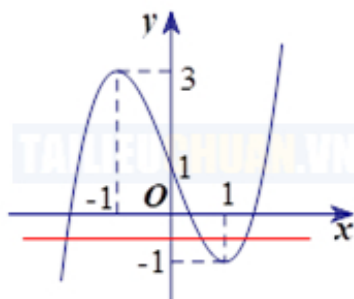
Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$



Ta thấy đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm nên phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 20: Bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$ có nghiệm.

A. $x < 10$.

B. $x \geq 10$.

C. $x > 10$.

D. $0 < x < 10$.

Lời giải

Chọn C.

ĐKXD: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Ta có: $\log_3(x - 1) > 2 \Leftrightarrow x - 1 > 3^2 \Leftrightarrow x - 1 > 9 \Leftrightarrow x > 10$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy bất phương trình có nghiệm $x > 10$.

Câu 21: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8 .

B. 10^2 .

C. C_{10}^2 .

D. A_{10}^2 .

Lời giải

Chọn C.

Số tập con gồm 2 phần tử của 10 phần tử là C_{10}^2 .

Câu 22: Mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ

A. $(3; 5; 0)$.

B. $(0; 0; 2)$.

C. $(0; 0; -2)$.

D. $(3; 5; -1)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $M = (P) \cap Oz \Rightarrow M(0; 0; -2)$.

Câu 23: Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2} = 4^{2x}$ là

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $D = \mathbb{R}$.

Khi đó: $2^{x^2} = 4^{2x} \Leftrightarrow 2^{x^2} = 2^{4x} \Leftrightarrow x^2 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình bằng 4.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $(1; 2; 3)$.

B. $(1; 2; -3)$.

C. $(1; -2; 3)$.

D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 2$.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$.

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 0$.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ nên hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(1; -2; 3)$.

B. $(-1; 2; -3)$.

C. $(3; -4; -5)$.

D. $(-3; 4; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{1-1}{3} = \frac{-2+2}{-4} = \frac{3-3}{-5} = 0$ nên d qua điểm $(1; -2; 3)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có x_0 là điểm **CỰC ĐẠI**. Phát biểu nào sau đây là **ĐÚNG**.

A. Giá trị của đạo hàm tại $x = x_0$ có dấu âm.

B. Dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ âm qua dương tại $x = x_0$ theo chiều tăng của biến x .

C. Dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ dương qua âm tại $x = x_0$ theo chiều tăng của biến x .

D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = x_0$ trên tập số thực.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có x_0 là điểm cực đại nên dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ âm qua dương tại $x = x_0$ theo chiều tăng của biến x .

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x}$.

A. $y' = 2^{2x} \ln 2$.

B. $y' = \frac{2^{2x+1}}{\ln 2}$.

C. $y' = 4^x \ln 4$.

D. $y' = \frac{2^{2x}}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y = 2^{2x} \Rightarrow y' = 2 \cdot 2^{2x} \ln 2 = 4^x \ln 4$.

Câu 29: Gọi V là thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B chiều cao là h . Khi đó đẳng thức nào đúng?

A. $V = 3Bh$.

B. $h = \frac{V}{B}$.

C. $V = \frac{1}{3}Bh$.

D. $B = \frac{1}{3}Vh$.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = Bh \Rightarrow h = \frac{V}{B}$.

Câu 30: Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$.

B. $\ln \frac{5}{3}$.

C. $\log \frac{5}{3}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln \frac{5}{3}$.

Câu 31: Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và đi qua $A(-1; -1; 2)$ là.

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 36$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 6$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 81$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và đi qua $A(-1; -1; 2)$ nên $R = IA = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$.

Câu 32: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là.

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng d .

Khi đó $\vec{u}_{\Delta} \perp \vec{u}_d = (3; 4; 1) \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = (2; -1; -2)$.

Δ là đường thẳng đi qua $A(1; -2; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = (2; -1; -2)$.

Suy ra: $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'		+	-	0	+
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

A. $(-4; 2]$.

B. $(-4; 2)$.

C. $[-4; 2)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn B

Xét đồ thị hàm số $y = m$ là đường thẳng song song với trục hoành.

Khi đó, số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của chúng.

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt thì $-4 < m < 2$.

Câu 34: Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ

A. $\frac{8}{15}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn BTa có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.Gọi A là biến cố “hai người được chọn đều là nữ”, suy ra $n(A) = C_4^2 = 6$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

Câu 35: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ bằng.

A. $2\sin 2x + C$.

B. $-\frac{\sin 2x}{2} + C$.

C. $-2\sin 2x + C$.

D. $\frac{\sin 2x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + C$.

Câu 36: Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là:

A. 2 và 1.

B. 1 và 2.

C. 1 và $2i$.

D. 1 và i .

Lời giải

Chọn BTa có phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là 1 và 2.**Câu 37:** Cho $\int_1^3 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_1^2 f(2x-1) dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = 4$.

C. $I = \frac{5}{2}$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2x - 1 \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$. Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=1 \\ x=2 \Rightarrow t=3 \end{cases} \Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx = 2$.

Câu 38: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tính giá trị $S = a + b$.

A. $S = \frac{11}{2}$.

B. $S = \frac{7}{2}$.

C. $S = \frac{13}{2}$.

D. $S = \frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có điều kiện $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 5-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$.

Khi đó $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x) \Leftrightarrow 2x-3 > 5-2x \Leftrightarrow 4x > 8 \Leftrightarrow x > 2$.

Kết hợp với điều kiện tập nghiệm của bất phương trình $2 < x < \frac{5}{2} \Rightarrow a = 2; b = \frac{5}{2} \Rightarrow a + b = \frac{9}{2}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác có $AC = 3a$, góc $\widehat{ABC} = 150^\circ$. Các cạnh bên $SA = 8a$ và vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $5a$.

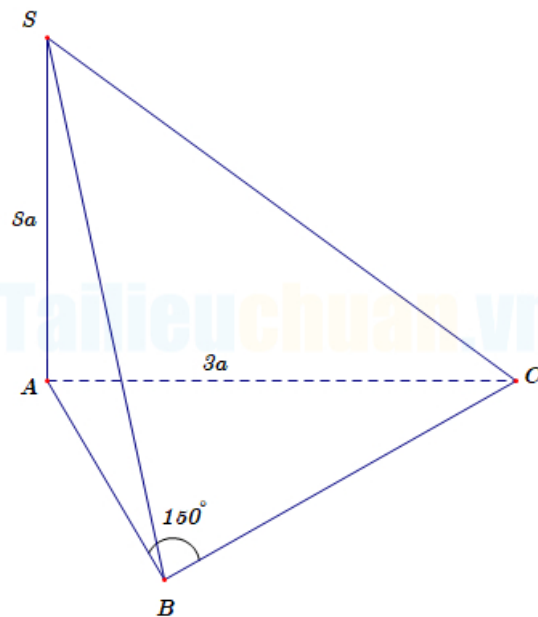
B. $3a$.

C. $3a\sqrt{2}$.

D. $4a$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\frac{AC}{\sin B} = 2R_d \Rightarrow R_d = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{3a}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 3a \Rightarrow R_c = \sqrt{R_d^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a$.

Câu 40: Biết $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$ với a, b, c là các số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 64$.

B. $T = 68$.

C. $T = 60$.

D. $T = 70$

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi; w = a + bi$

Đặt $\begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

$$I = \frac{x^2}{2} \cdot \ln(2x+1) \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{x^2}{2x+1} dx$$

$$= 16 \ln 3 - \int_0^4 \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4(2x+1)} \right) dx = 16 \ln 3 - \left(\frac{x^2}{4} - \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \ln |8x+4| \right) \Big|_0^4$$

$$= 16 \ln 3 - \left(3 + \frac{1}{4} \ln 6 - \frac{1}{4} \ln 2 \right) = 16 \ln 3 - 3 - \frac{1}{4} \ln 3 = \frac{63}{4} \ln 3 - 3$$

Vậy $a + b + c = 63 + 4 + 3 = 70$

Câu 41: Cho Tìm nguyên hàm $F(t) = \int t x dt$

A. $F(t) = x + t + C$. **B.** $F(t) = \frac{x^2 t}{2} + C$. **C.** $F(t) = \frac{x t^2}{2} + C$. **D.** $F(t) = \frac{(tx)^2}{2} + C$

Lời giải

Chọn C

$$F(t) = \int t x dt = \frac{x t^2}{2} + C.$$

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{3x^5}{5} + mx - \frac{2}{x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 7. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

$$y' = 3x^4 + m + \frac{4}{x^3}$$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \geq -3x^4 - \frac{4}{x^3}$$

$$* \text{ Đặt } g(x) = -3x^4 - \frac{4}{x^3}$$

$$g'(x) = -12x^3 + \frac{12}{x^4}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -12x^3 + \frac{12}{x^4} = 0 \Leftrightarrow 21(1 - x^7) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	-7	$-\infty$

Theo bảng biến thiên, ta có: $\Leftrightarrow m \geq -7$

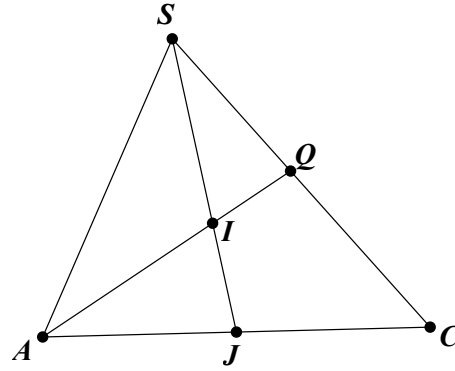
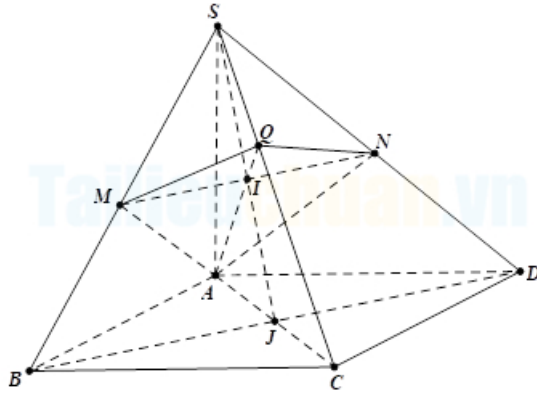
$$\Rightarrow m \in \{-7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}.$$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh SB và SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại Q . Tìm giá trị của k để thể tích khối chóp $S.AMQN$ bằng $\frac{2}{3}$.

A. $k = \frac{2}{3}$. **B.** $k = \frac{1}{8}$. **C.** $k = \frac{1}{4}$. **D.** $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Điều kiện $0 < k < 1$.

Gọi $J = AC \cap BD$ và $I = SJ \cap MN \Rightarrow Q = AI \cap SC$.

Khi đó $\frac{SI}{SJ} = \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k \Rightarrow \frac{SI}{IJ} = \frac{k}{1-k}$.

Xét tam giác SJC , theo định lý Menelaus ta có $\frac{SI}{IJ} \cdot \frac{AJ}{AC} \cdot \frac{QC}{QS} = 1 \Leftrightarrow \frac{k}{1-k} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{QC}{QS} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{QC}{QS} = \frac{2-2k}{k} \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{k}{2-k}.$$

Ta có $\frac{V_{S.AMQN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow V_{S.AMQN} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}$.

Mà $V_{S.AMQN} = V_{S.AMQ} + V_{S.AQN}$; $V_{S.ABCD} = V_{S.ABC} + V_{S.ACD} = 2V_{S.ABC}$ (vì $V_{S.ABC} = V_{S.ACD}$, do $ABCD$ là hình thoi)

Lại có $\frac{V_{S.AMQ}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SQ}{SC} = 1 \cdot k \cdot \frac{k}{2-k} = \frac{k^2}{2-k} \Rightarrow V_{S.AMQ} = \frac{k^2}{2-k} V_{S.ABC} = \frac{k^2}{2(2-k)} V_{S.ABCD}$.

Tương tự có $\frac{V_{S.AQN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SQ}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = 1 \cdot \frac{k}{2-k} \cdot k = \frac{k^2}{2-k} \Rightarrow V_{S.AQN} = \frac{k^2}{2-k} V_{S.ACD} = \frac{k^2}{2(2-k)} V_{S.ABCD}$.

Suy ra $V_{S.AMQN} = V_{S.AMQ} + V_{S.AQN} = \frac{k^2}{2(2-k)} V_{S.ABCD} + \frac{k^2}{2(2-k)} V_{S.ABCD} = \frac{k^2}{2-k} V_{S.ABCD}$.

Do đó $\frac{k^2}{2-k} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3k^2 = 2-k \Leftrightarrow 3k^2 + k - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Với điều kiện $0 < k < 1$ suy ra $k = \frac{2}{3}$.

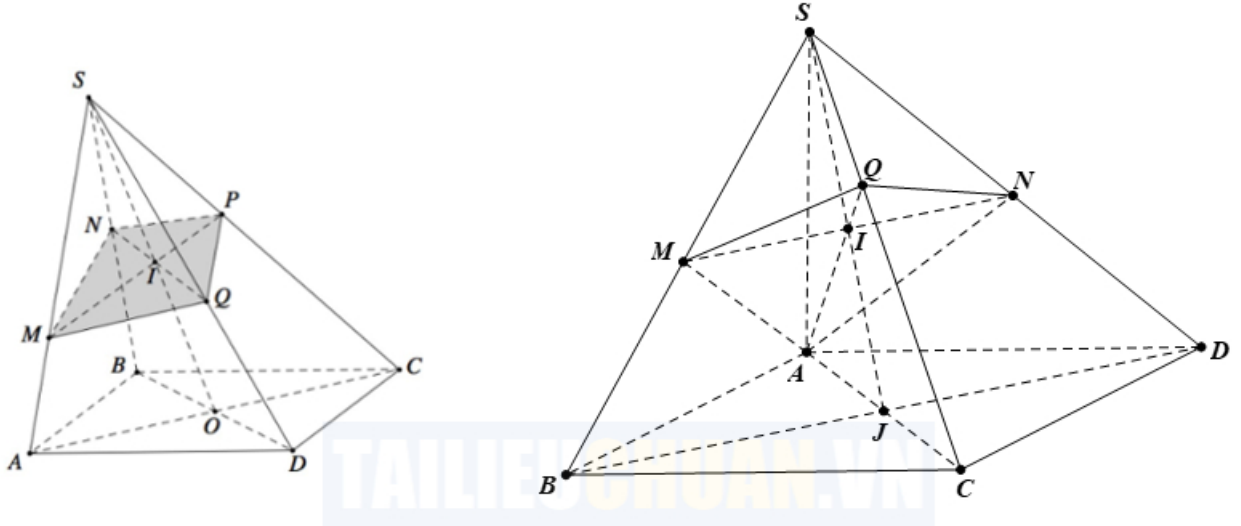
Cách 2:

Áp dụng:

Mặt phẳng cắt các cạnh của khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành lần lượt tại

M, N, P, Q sao cho $\frac{SA}{SM} = x, \frac{SB}{SN} = y, \frac{SC}{SP} = z, \frac{SD}{SQ} = t$. Ta có

$$\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{x+y+z+t}{4xyzt} \text{ và } x+z = y+t.$$



Điều kiện $0 < k < 1$.

$$\text{Ta có: } \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} = \frac{SC}{SQ} + \frac{SA}{SA} \Leftrightarrow \frac{1}{k} + \frac{1}{k} = \frac{SC}{SQ} + 1 \Rightarrow \frac{SC}{SQ} = \frac{2}{k} - 1 = \frac{2-k}{k}.$$

$$\text{Ta cũng có: } \frac{V_{S.AMQN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{1}{k} + \frac{1}{k} + 1 + \frac{2-k}{k}}{4 \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{2-k}{k}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{4}{k}}{4 \cdot \frac{1}{k^3}} = \frac{k^2}{2-k} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{k^2}{2-k} \Leftrightarrow 3k^2 + k - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Với điều kiện $0 < k < 1$ suy ra $k = \frac{2}{3}$.

Câu 44: Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 \left(\frac{2x^2+1}{x} \right) + 2^{x+\frac{1}{2x}} = 6$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Ta có } \log_2 \left(\frac{2x^2+1}{x} \right) + 2^{x+\frac{1}{2x}} = 6 \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{2x^2+1}{x} \right) + 2^{x+\frac{1}{2x}} - 1 = 5 \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{2x^2+1}{2x} \right) + 2^{\frac{2x^2+1}{2x}} = 5.$$

Đặt $t = \frac{2x^2+1}{2x}$, ta được phương trình $\log_2 t + 2^t = 5$ (1).

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2^t$ với $t > 0$ có $f'(t) = \frac{1}{t \cdot \ln 2} + 2^t \cdot \ln 2 > 0, \forall t > 0$ nên hàm số

$f(t) = \log_2 t + 2^t$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Mà (1) $\Leftrightarrow f(t) = f(2) \Leftrightarrow t = 2$.

Suy ra $\frac{2x^2+1}{2x} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 1 = 4x \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

Câu 45: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là

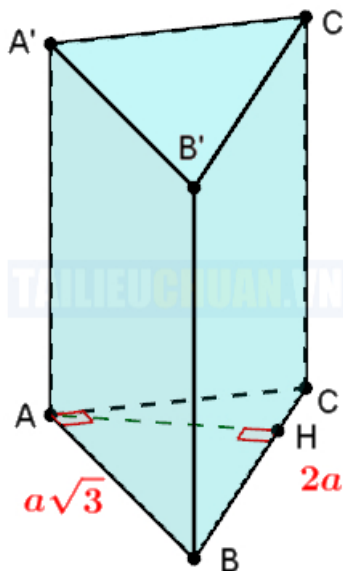
A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



Chọn C

+ Do $AA' \parallel (BCC'B') \Rightarrow d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B'))$

+ Kẻ $AH \perp BC$, ($H \in BC$)

Do $(ABC) \perp (BCC'B') \Rightarrow AH \perp (BCC'B') \Rightarrow AH = d(A, (BCC'B'))$

+ Do tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3} \Rightarrow AC = a$.

+ Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(A, (BCC'B')) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 46: Cho hai số thực x và y thỏa mãn $x - 2y = \log_3(\log_3 5)$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 3^x + \frac{1}{25^y}$ là $a + \log_b c$ trong đó a, b, c là các số tự nhiên, b, c là số nguyên tố. Tính giá trị

của biểu thức $T = a + 2b + 3c$

A. $T = 22$.

B. $T = 23$.

C. $T = 17$.

D. $T = 8$.

Lời giải

$$+ \text{Ta có } x - 2y = \log_3 (\log_3 5) \Leftrightarrow x = 2y + \log_3 (\log_3 5)$$

$$\Rightarrow P = 3^x + \frac{1}{25^y} = 3^{2y + \log_3 (\log_3 5)} + \frac{1}{25^y} = (\log_3 5) \cdot 9^y + \frac{1}{25^y}$$

Xét hàm số $f(y) = (\log_3 5) \cdot 9^y + \frac{1}{25^y}$ trên tập $\mathbb{R}$

$$f'(y) = (\log_3 5) \cdot (\ln 9) \cdot 9^y - \frac{\ln 25}{25^y} = 2 \cdot (\ln 5) \cdot 9^y - \frac{2 \cdot \ln 5}{25^y}$$

$$\Rightarrow f'(y) = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (\ln 5) \cdot 9^y - \frac{2 \ln 5}{25^y} = 0 \Leftrightarrow 9^y - \frac{1}{25^y} = 0 \Leftrightarrow \frac{225^y - 1}{25^y} = 0 \Leftrightarrow y = 0.$$

Bảng biến thiên

y	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(y)$	$-$	0	$+$
$f(y)$	$+\infty$	$1 + \log_3 5$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(y) = (\log_3 5) \cdot 9^y + \frac{1}{25^y}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $1 + \log_3 5$ khi

$$y = 0 \Rightarrow P = 3^x + \frac{1}{25^y} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } 1 + \log_3 5 \text{ khi } x = \log_3 (\log_3 5); y = 0.$$

$$\Rightarrow a = 1; b = 3; c = 5 \Rightarrow a + 2b + 3c = 22. \text{ Chọn A}$$

Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh đáy $AB = 5$. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của A_1B_1 và AA_1 . Biết rằng hình chiếu của BM lên đường thẳng C_1N là đoạn thẳng có độ dài bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$ và chiều $AA_1 > 3$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. $\frac{125\sqrt{3}}{8}$.

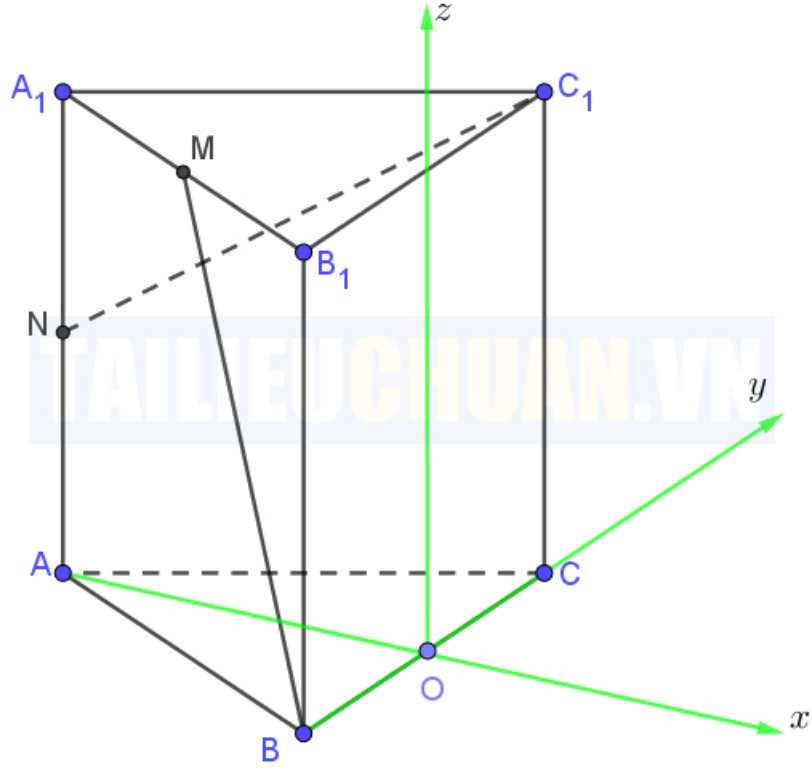
B. $\frac{125\sqrt{3}}{2}$.

C. $25\sqrt{3}$.

D. $\frac{125\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AA_1 = a > 3$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ. Khi đó, ta có

$$A\left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right); A_1\left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; 0; a\right); B\left(0; -\frac{5}{2}; 0\right); B_1\left(0; -\frac{5}{2}; a\right); C\left(0; \frac{5}{2}; 0\right); C_1\left(0; \frac{5}{2}; a\right).$$

$$\text{Suy ra } M\left(-\frac{5\sqrt{3}}{4}; -\frac{5}{4}; a\right); N\left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; 0; \frac{a}{2}\right).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{C_1N} = \left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; -\frac{5}{2}; -\frac{a}{2}\right) = -\frac{1}{2}(5\sqrt{3}; 5; a).$$

$$\text{Nên phương trình đường thẳng } C_1N: \begin{cases} x = 5\sqrt{3}t \\ y = \frac{5}{2} + 5t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = a + at \end{cases}$$

Gọi (α) là mặt phẳng qua B và vuông góc với $C_1N: (\alpha): 5\sqrt{3}x + 5y + az + \frac{25}{2} = 0$.

$$\text{Gọi } P = C_1N \cap (\alpha) \Rightarrow P\left(-5\sqrt{3} \cdot \frac{a^2 + 25}{a^2 + 100}; \frac{5}{2} - 5 \cdot \frac{a^2 + 25}{a^2 + 100}; a - a \cdot \frac{a^2 + 25}{a^2 + 100}\right).$$

Gọi (β) là mặt phẳng qua M và vuông góc với $C_1N: (\beta): 5\sqrt{3}x + 5y + az + 25 - a^2 = 0$.

$$\text{Gọi } Q = C_1N \cap (\beta) \Rightarrow Q\left(-5\sqrt{3} \cdot \frac{25}{a^2 + 100}; \frac{5}{2} - 5 \cdot \frac{25}{a^2 + 100}; a - a \cdot \frac{25}{a^2 + 100}\right).$$

$$\text{Theo đề ta có } PQ = \frac{\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow PQ^2 = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(5\sqrt{3} \cdot \left(\frac{a^2 - \frac{25}{2}}{a^2 + 100} \right) \right)^2 + \left(5 \cdot \left(\frac{a^2 - \frac{25}{2}}{a^2 + 100} \right) \right)^2 + \left(a \cdot \left(\frac{a^2 - \frac{25}{2}}{a^2 + 100} \right) \right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow (100 + a^2) \cdot \left(\frac{a^2 - \frac{25}{2}}{a^2 + 100} \right)^2 = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \left(a^2 - \frac{25}{2} \right)^2 = \frac{5}{4} (a^2 + 100) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ a^2 = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow a = 5 \text{ (do } a > 3).$$

Vậy $AA_1 = 5$.

Khi đó thể tích của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ là $V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot 5 = \frac{125\sqrt{3}}{4}$.

Câu 48: Hàm số $f(x) = 10^x + x$ và $g(x) = x^3 - mx^2 + (m^2 + 1)x - 2$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x + f(x))$ trên đoạn $[0; 1]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của m bằng?

A. $\frac{21}{2}$.

B. 6.

C. 21.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 10^x \ln 10 + 1 > 0, \forall x$

$$g'(x) = 3x^2 - 2mx + (m^2 + 1) > 0, \forall x \text{ do } \Delta' = -2m^2 - 3 < 0.$$

$$y = g(x + f(x)) = g(10^x + 2x).$$

$$y' = [g(10^x + 2x)]' = (10^x \ln 10 + 2) \cdot g'(10^x + 2x) > 0, \forall x \in [0; 1].$$

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ khi đó

$$M = \max_{[0; 1]} y = y(1) = g(12) = 12^3 - m \cdot 12^2 + (m^2 + 1) \cdot 12 - 2$$

$$= 12m^2 - 144m + 1738 = 12 \cdot (m - 6)^2 + 1306 \geq 1306$$

M đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = 6$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 1]$ và thỏa mãn $f(x) + 2 = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 (x+t)f(t)dt$ với

$$\forall x \in [-1; 1] \text{ Tính tích phân } I = \int_{-1}^1 f(x)dx$$

A. $I = 3$

B. $I = 4$

C. $I = 2$

D. $I = 1$

Lời giải

Chọn C

$$\int_{-1}^1 (x+t)f(t)dt = \int_{-1}^1 xf(t)dt + \int_{-1}^1 tf(t)dt = ax+b. \text{ Với } \begin{cases} a = \int_{-1}^1 f(t)dt \\ b = \int_{-1}^1 tf(t)dt \end{cases}$$

$$\text{Do đó } f(x)+2 = \frac{3}{2}(ax+b) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}(ax+b)-2.$$

$$I = \int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^1 \left[\frac{3}{2}(ax+b)-2 \right] dx = \left[\frac{3}{2} \left(\frac{ax^2}{2} + bx \right) - 2x \right] \Big|_{-1}^1 = 3b-4 \Rightarrow a-3b = -4 \quad (1)$$

$$b = \int_{-1}^1 t \left[\frac{3}{2}(at+b)-2 \right] dt = a \Rightarrow a = b(2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ } \begin{cases} a-3b = -4 \\ a = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } I = \int_{-1}^1 f(x)dx = 2$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng tọa độ (xOy) với mặt cầu $(S): (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z+3)^2 = 41$. Gọi d là đường thẳng đi qua các điểm $A(0;0;12)$, $B(0;4;8)$. Với M, N là các điểm thay đổi thứ tự trên (C) và d . Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 3,5.

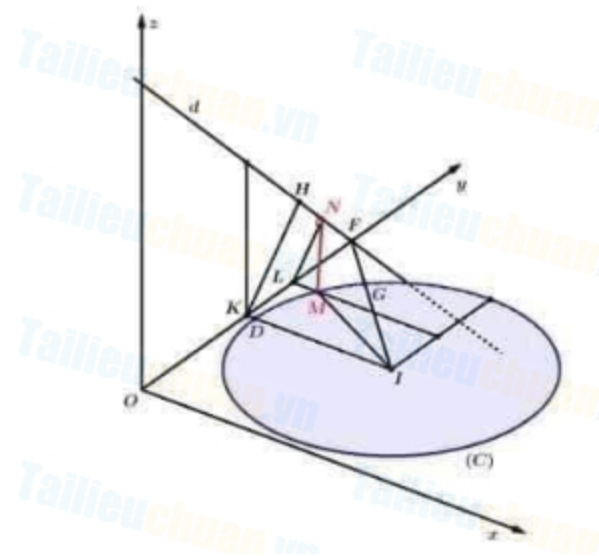
B. 2,35.

C. 1,25.

D. 2,92.

Lời giải

Chọn B



Phương trình $(C): (x-6)^2 + (y-6)^2 = 32$ với tâm $I(6;6)$ và bán kính $R = 4\sqrt{2}$.

Gọi $F = (d) \cap Oy$, $IK \perp Oy$, $D = IK \cap (C)$, $G = IF \cap (C)$, $ML \perp Oy$. Như vậy để MN đạt giá trị nhỏ nhất thì M phải thuộc cung nhỏ $\widehat{DG}$.

$$\text{Kẻ} \begin{cases} KH \perp (d) : NL \perp (d) \\ LK = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{NL}{KH} = \frac{FL}{FK} \\ KH = d(K : (d)) = 3\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow NL = KH \frac{6-x}{6} = \frac{6-x}{\sqrt{2}}$$

$$LM = 6 - \sqrt{R^2 - d^2(I; (ML))} = 6 - \sqrt{32 - KL^2} = 6 - \sqrt{32 - x^2}$$

$$MN = \sqrt{ML^2 + LN^2} = \sqrt{\left(\frac{6-x}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(6 - \sqrt{32 - x^2}\right)^2} = \sqrt{\frac{(6-x)^2}{2} + \left(6 - \sqrt{32 - x^2}\right)^2} = f(x)$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = \sqrt{\frac{(6-x)^2}{2} + \left(6 - \sqrt{32 - x^2}\right)^2}, \quad \forall x \in [-4\sqrt{2}; 4\sqrt{2}].$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x - (x+6)\sqrt{32-x^2} = 0 \Leftrightarrow x = x_0 \approx 3,5145 \in [-4\sqrt{2}; 4\sqrt{2}]$$

$$\Rightarrow \min f(x) = f(3,5145) \approx 2,35488$$