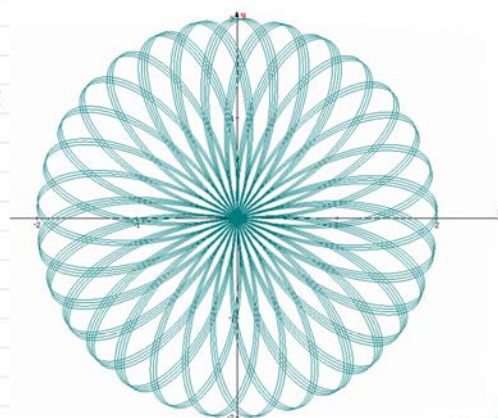
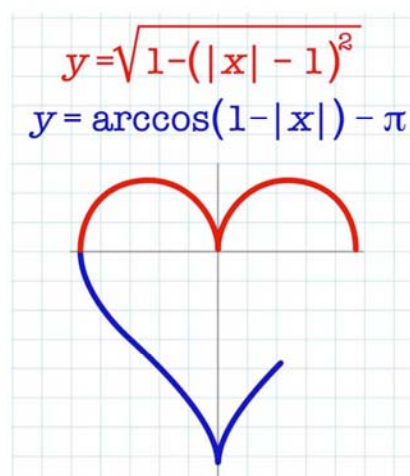


ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

**TUYỂN CHỌN
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

CHUYÊN ĐỀ
HÀM SỐ



ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017

MỤC LỤC

SỰ ĐỒNG BIẾN VÀ NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ	3
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT	3
B – BÀI TẬP	3
C – ĐÁP ÁN:	8
CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ	9
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT	9
B – BÀI TẬP	10
C – ĐÁP ÁN:	17
GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ	18
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT	18
B – BÀI TẬP	18
C – ĐÁP ÁN:	25
TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ	26
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT	26
B – BÀI TẬP	26
C – ĐÁP ÁN:	32
BẢNG BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ	33
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT	33
B – BÀI TẬP	35
C – ĐÁP ÁN:	43
SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ	44
BÀI TOÁN 1: TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM CỦA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ:	44
BÀI TOÁN 2: TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ HÀM BẬC 3	44
BÀI TOÁN 3: TƯƠNG GIAO CỦA HÀM SỐ PHÂN THỨC	51
BÀI TOÁN 4: TƯƠNG GIAO CỦA HÀM SỐ BẬC 4	56
ĐÁP ÁN:	59
TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ	60
A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT	60
B – BÀI TẬP	60
C – ĐÁP ÁN:	64

SỰ ĐỒNG BIẾN VÀ NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

Bài toán 1: Tìm khoảng đồng biến – nghịch biến của hàm số:

Cho hàm số $y = f(x)$

- +) $f'(x) > 0$ ở đâu thì hàm số đồng biến ở đấy.
- +) $f'(x) < 0$ ở đâu thì hàm số nghịch biến ở đấy.

Quy tắc:

- +) Tính $f'(x)$, giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm nghiệm.
- +) Lập bảng xét dấu $f'(x)$.
- +) Dựa vào bảng xét dấu và kết luận.

Bài toán 2: Tìm m để hàm số $y = f(x, m)$ đơn điệu trên khoảng (a, b)

- +) Để hàm số đồng biến trên khoảng (a, b) thì $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a, b)$.
- +) Để hàm số nghịch biến trên khoảng (a, b) thì $f'(x) \leq 0 \forall x \in (a, b)$

***) Riêng hàm số:** $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Có TXĐ là tập D. Điều kiện như sau:

- +) Để hàm số đồng biến trên TXĐ thì $y' > 0 \forall x \in D$
- +) Để hàm số nghịch biến trên TXĐ thì $y' < 0 \forall x \in D$
- +) Để hàm số đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì $\begin{cases} y' > 0 \forall x \in (a, b) \\ x \neq -\frac{d}{c} \end{cases}$
- +) Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ thì $\begin{cases} y' < 0 \forall x \in (a, b) \\ x \neq -\frac{d}{c} \end{cases}$

***) Tìm m để hàm số bậc 3** $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đơn điệu trên $\mathbb{R}$

- +) Tính $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ là tam thức bậc 2 có biệt thức Δ .
- +) Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$
- +) Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Chú ý: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

- +) Khi $a > 0$ để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng k $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = k$.
- +) Khi $a < 0$ để hàm số đồng biến trên một đoạn có độ dài bằng k $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = k$.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2016$

- A. Nghịch biến trên tập xác định
- B. đồng biến trên $(-5; +\infty)$
- C. đồng biến trên $(1; +\infty)$
- D. Đồng biến trên TXĐ

Câu 2: Khoảng đồng biến của $y = -x^4 + 2x^2 + 4$ là:

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(3; 4)$ C. $(0; 1)$ D. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 3: Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là

- A. $(0; 3)$ B. $(2; 4)$ C. $(0; 2)$ D. Đáp án khác

Câu 4: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng ?

- A. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
 B. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$
 D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$. Hãy chọn mệnh đề **sai** trong bốn phát biểu sau:

- A. Trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến
 B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$
 C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$
 D. Trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến

Câu 6: Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$

- A. Nghịch biến trên $(2; 4)$ B. Nghịch biến trên $(3; 5)$
 C. Nghịch biến $x \in [2; 4]$. D. Cả A, C đều đúng

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $(1, 3)$?

- A. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ B. $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 9$
 C. $y = \frac{2x-5}{x-1}$ D. $y = \frac{x^2+x-1}{x-1}$

Câu 8: Chọn câu trả lời đúng nhất về hàm số $y = \frac{x^2-1}{x}$.

- A. Đồng biến $(-\infty; 0)$ B. Đồng biến $(0; +\infty)$
 C. Đồng biến trên $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ D. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$, $(0; +\infty)$

Câu 9: Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (x^2 - 1)^2 - 3x + 2$ B. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$
 C. $y = \frac{x}{x+1}$ D. $y = \tan x$

Câu 10: Cho bảng biến thiên

Bảng biến thiên trên là của hàm số nào sau đây

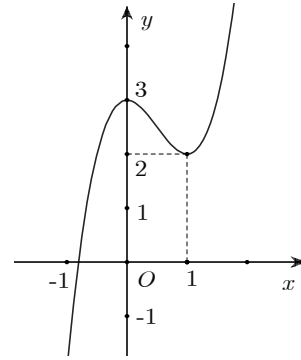
- A. $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 2016$
 B. $y = x^4 - 3x^2 + 2x + 2016$
 C. $y = x^4 - 4x^2 + x + 2016$
 D. $y = x^4 - 4x^2 + 2000$

x	$+\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	0 - 0 +		
$f(x)$					

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Nhận xét nào sau đây là sai:

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$
- B. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0$ và $x = 1$
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; +\infty)$



Câu 12: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào ?

- A. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0, b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0, b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a > 0, b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

Câu 13: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có tối thiểu là bao nhiêu cực trị:

- A. 0 cực trị
- B. 1 cực trị
- C. 2 cực trị
- D. 3 cực trị

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$:

- A. $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 9$
- B. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$
- C. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$
- D. $y = \frac{2x - 5}{x - 1}$

Câu 15: Hàm số $y = |x - 1|(x^2 - 2x - 2)$ có bao nhiêu khoảng đồng biến

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Câu 16: Hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - x}}$ nghịch biến trên khoảng nào

- A. $(-1; +\infty)$.
- B. $(-\infty; 0)$.
- C. $[1; +\infty)$.
- D. $(1; +\infty)$.

Câu 17: Hàm số $y = \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 1}$ đồng biến trên khoảng nào (chọn phương án đúng nhất)

- A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$
- B. $(2; +\infty)$
- C. $(-2; -\frac{1}{2})$
- D. $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(2; +\infty)$

Câu 18: Hàm số $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$ nghịch biến trên các khoảng sau

- A. $(-\infty; 0)$
- B. $(-\infty; \frac{1}{2})$
- C. $(-\infty; 1)$
- D. $(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{2}})$

Câu 19: Cho hàm số $y = 2x + \ln(x + 2)$. Trong các phát biểu sau đây, phát biểu nào sai ?

- A. Hàm số có miền xác định $D = (-2, +\infty)$
- B. $x = -\frac{5}{2}$ là một điểm tới hạn của hàm số.
- C. Hàm số tăng trên miền xác định.
- D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

Câu 20: Hàm số $y = \sin x - x$

- A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$
- B. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$
- C. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- D. Nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$

Câu 21: Cho hàm số $y = x^2 + 2x - 3$ (C) Phát biểu nào sau đây sai

A. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $M(0; -3)$

B. Tọa độ điểm cực đại là $I(-1; -4)$

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên $(-1; +\infty)$

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x_0 = -1$

Câu 22: Hàm số $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3 - 22$

A. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$

B. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$

C. Đồng biến trên $\mathbb{R}$

D. Nghịch biến trên $(0; 1)$

Câu 23: Phát biểu nào sau đây là sai:

A. $y = x^2 - \sqrt{4 - x^2}$ đồng biến trên $(0; 2)$

B. $y = x^3 + 6x^2 + 3x - 3$ đồng biến trên tập xác định

C. $y = x^2 - \sqrt{4 - x^2}$ nghịch biến trên $(-2; 0)$

D. $y = x^3 + x^2 + 3x - 3$ đồng biến trên tập xác định

Câu 24: Hàm số $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ nghịch biến trên:

A. $[3; 4)$

B. $(2; 3)$

C. $(\sqrt{2}; 3)$

D. $(2; 4)$

Câu 25: Tập nghiệm của phương trình $8x^3 - \sqrt{x+5} = (x+5)^3 - \sqrt{2x}$ là:

A. $S = \{4\}$

B. $S = \{6\}$

C. $S = \{5\}$

D. $S = \emptyset$

Câu 26: Tập nghiệm của phương trình $x^3 + 3 = \frac{1}{\sqrt{x+2}} - x$ là:

A. $S = \{1\}$

B. $S = \{-1; 1\}$

C. $S = \{-1\}$

D. $S = \{-1; 0\}$

Câu 27: Cho hàm số $y = -x^3 - 3(2m+1)x^2 - (12m+5)x - 2$. Chọn câu trả lời đúng:

A. Với $m=1$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Với $m=-1$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Với $m = \frac{1}{2}$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Với $m = \frac{1}{4}$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 28: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên tập xác định của nó khi:

A. $m > 4$

B. $-2 \leq m \leq -1$

C. $m < 2$

D. $m < 4$

Câu 29: Cho hàm số $y = mx^3 - (2m-1)x^2 + (m-2)x - 2$. Tìm m để hàm số luôn đồng biến

A. $m < 1$

B. $m > 3$

C. Không có m

D. Đáp án khác

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + mx^2 - x$. Tìm m để hàm số đã cho luôn nghịch biến

A. $m < -2$

B. $m > 0$

C. $m > -1$

D. Cả A, B, C đều sai

Câu 31: Định m để hàm số $y = \frac{1-m}{3}x^3 - 2(2-m)x^2 + 2(2-m)x + 5$ luôn luôn giảm

A. $2 \leq m \leq 3$

B. $2 < m < 5$

C. $m > -2$

D. $m = 1$

Câu 32: Hàm số $y = \frac{x+m}{mx+1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định khi

A. $-1 < m < 1$

B. $-1 \leq m \leq 1$

C. Không có m

D. Đáp án khác

Câu 33: Câu trả lời nào sau đây là đúng nhất

A. Hàm số $y = -x^3 - x^2 + 3mx - 1$ luôn nghịch biến khi $m < -3$

- B. Hàm số $y = \frac{mx+m}{mx+1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định khi $m > -3$
- C. Hàm số $y = \frac{mx+m}{-mx+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định khi $m < -1$ hoặc $m > 0$
- D. Hàm số $y = -x^3 - 3(2m+1)x^2 - (12m+5)x - 2$, với $m=1$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 34: Hàm số $y = \frac{mx-1}{x+m}$

- A. luôn luôn đồng biến với mọi m .
 B. luôn luôn đồng biến nếu $m \neq 0$
 C. luôn luôn đồng biến nếu $|m| > 1$
 D. cả A, B, C đều sai

Câu 35: Hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi

- A. $m > 1$ hoặc $m < -1$ B. $m < -1$ C. $m > -1$ D. $m > 1$

Câu 36: Hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi:

- A. $m > 0$ B. $-1 < m \leq 0$ C. $m < -1$ D. $m > 2$

Câu 37: Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$

- A. $2 \leq m < 3$ B. $-3 < m < 3$ C. $-3 \leq m \leq 3$ D. $m \geq 2$

Câu 38: Hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m}{x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó khi:

- A. $m \leq 1$ B. $m \geq 1$ C. $m \neq 1$ D. $m \geq -1$

Câu 39: Với giá trị nào của m , hàm số $y = \frac{x^2 + (m+1)x - 1}{2-x}$ nghịch biến trên TXĐ của nó ?

- A. $m = -1$ B. $m > 1$ C. $m \in (-1; 1)$ D. $m \leq \frac{-5}{2}$

Câu 40: Tìm m để hàm số $y = \frac{2x^2 + (m+1)x + 2m-1}{x+1}$ luôn đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$

- A. $m \leq 2$ B. $m < 2$ C. $m \leq \frac{1}{2}$ D. $m < \frac{1}{2}$

Câu 41: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$. Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

- A. $m < 3$ B. $m > -1$ C. $-1 < m < 5$ D. $m \leq -3$

Câu 42: Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$ đồng biến trên $(0; 3)$

- A. $m > 12/7$ B. $m < -3$ C. $m \geq \frac{23}{7}$ D. đáp án khác

Câu 43: Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$ đồng biến trên $(2; +\infty)$ thì m thuộc tập nào sau đây:

- A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$ B. $m \in \left(-\infty; \frac{-2-\sqrt{6}}{2}\right)$ C. $m \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$ D. $m \in (-\infty; -1)$

Câu 44: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m \leq 1$ D. $m \leq -1$

Câu 45: Tìm m để hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + mx + 5$ đồng biến trên một khoảng có chiều dài bằng 1.

- A. $m = -\frac{45}{4}$ B. $m = -\frac{25}{4}$ C. $m = -12$ D. $m = \frac{2}{5}$

Câu 46: Giá trị m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ giảm trên đoạn có độ dài bằng 1 là:

- A. $m = -\frac{9}{4}$ B. $m = 3$ C. $m \leq 3$ D. $m = \frac{9}{4}$

Câu 47: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(3m-1)x^2 + 6(2m^2 - m)x + 3$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4

- A. $m = -5$ hoặc $m = -3$ B. $m = -5$ hoặc $m = 3$ C. $m = 5$ hoặc $m = -3$ D. $m = 5$ hoặc $m = 3$

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x + m(\sin x + \cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $m \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $|m| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $|m| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 49: Tìm m để hàm số $y = \sin x - mx$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

- A. $m \geq -1$ B. $m \leq -1$ C. $-1 \leq m \leq 1$ D. $m \geq 1$

Câu 50: Tìm m để hàm số $y = (2m+1)\sin x + (3-m)x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

- A. $-4 \leq m \leq \frac{2}{3}$ B. $m \leq \frac{2}{3}$ C. $m \geq -4$ D. $-4 < m < \frac{2}{3}$

Câu 51: Hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài 2 đơn vị khi:

- A. $m = 2$ B. $m \geq 2$ C. $m = 0$ D. $m \geq 0$

Câu 52: Hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx + 2m$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài 1 đơn vị khi:

- A. $m = 1$ B. $m \leq 1$ C. $m = -\frac{15}{4}$ D. $m \leq -\frac{15}{4}$

Câu 53: Hàm số: $y = -x^3 - 2x^2 + mx + 1$ đồng biến trên một đoạn có độ dài 1 đơn vị khi:

- A. $m > \frac{3}{4}$ B. $m < -\frac{3}{4}$ C. $m = -\frac{3}{4}$ D. $m = -\frac{7}{12}$

Câu 54: Hàm số: $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (m+6)x + 1$ đồng biến trên một đoạn có độ dài $\sqrt{24}$ đơn vị khi:

- A. $m = -3$ B. $m = 4$ C. $-3 \leq m \leq 4$ D. $m = -3, m = 4$

C – ĐÁP ÁN:

1D, 2D, 3C, 4D, 5C, 6A, 7B, 8D, 9B, 10D, 11D, 12A, 13A, 14A, 15B, 16D, 17D, 18D, 19B, 20C, 21D, 22C, 23B, 24A, 25C, 26C, 27D, 28B, 29C, 30D, 31D, 32D, 33A, 34C, 35D, 36B, 37D, 38B, 39D, 40A, 41D, 42C, 43C, 44D, 45A, 46D, 47C, 48D, 49D, 50D, 51C, 52C, 53D, 54D.

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

Bài toán 1: tìm điểm cực đại – cực tiểu của hàm số

Dấu hiệu 1:

+) nếu $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định tại x_0 và nó đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

+) nếu $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định tại x_0 và nó đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

*) Quy tắc 1:

+) tính y'

+) tìm các điểm tới hạn của hàm số. (tại đó $y' = 0$ hoặc y' không xác định)

+) lập bảng xét dấu y' . dựa vào bảng xét dấu và kết luận.

Dấu hiệu 2:

cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm đến cấp 2 tại x_0 .

+) x_0 là điểm cđ $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$

+) x_0 là điểm cđ $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

*) Quy tắc 2:

+) tính $f'(x), f''(x)$.

+) giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm nghiệm.

+) thay nghiệm vừa tìm vào $f''(x)$ và kiểm tra. từ đó suy kết luận.

Bài toán 2: Cực trị của hàm bậc 3

Cho hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

1. Để hàm số có cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$

2. Để hàm số có không cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ hoặc vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta \leq 0$

3. Đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu.

+) Cách 1: Tìm tọa độ các điểm cực đại và cực tiểu A, B. Viết phương trình đường thẳng qua A, B.

+) Cách 2: Lấy y chia y' ta được: $y = (mx + n)y' + (Ax + B)$. Phần dư trong phép chia này là $y = Ax + B$ chính là phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu.

Bài toán 3: Cực trị của hàm số bậc 4 trùng phương

Cho hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đạo hàm $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$

1. Hàm số có đúng 1 cực trị khi $ab \geq 0$.

+) Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực tiểu và không có cực đại.

+) nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và không có cực tiểu.

2. hàm số có 3 cực trị khi $ab < 0$ (a và b trái dấu).

+) nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu.

+) Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$ hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

3. Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số và $A \in Oy$,

$A(0; c), B(x_B, y_B), C(x_C, y_C), H(0; y_B)$.

+) Tam giác ABC luôn cân tại A

+) B, C đối xứng nhau qua Oy và $x_B = -x_C, y_B = y_C = y_H$

+) Để tam giác ABC vuông tại A: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

+) Tam giác ABC đều: $AB = BC$

+) Tam giác ABC có diện tích S: $S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} |x_B - x_C| \cdot |y_A - y_B|$

4. Trường hợp thường gặp: Cho hàm số $y = x^4 - 2bx^2 + c$

+) Hàm số có 3 cực trị khi $b > 0$

+) A, B, C là các điểm cực trị

$A(0; c), B(\sqrt{b}, c - b^2), C(-\sqrt{b}, c - b^2)$

+) Tam giác ABC vuông tại A khi $b = 1$

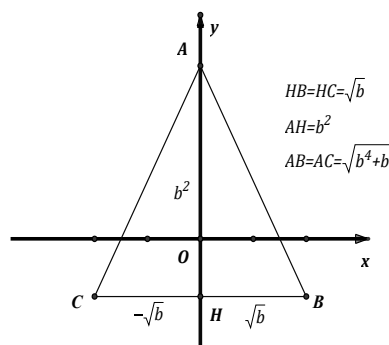
+) Tam giác ABC đều khi $b = \sqrt[3]{3}$

+) Tam giác ABC có $\hat{A} = 120^\circ$ khi $b = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

+) Tam giác ABC có diện tích S_0 khi $S_0 = b^2 \sqrt{b}$

+) Tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp R_0 khi $2R_0 = \frac{b^3 + 1}{b}$

+) Tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp r_0 khi $r_0 = \frac{b^2}{\sqrt{b^3 + 1} + 1}$



B – BÀI TẬP

Câu 1: Hàm số: $y = -x^3 + 3x + 4$ đạt cực tiểu tại $x =$

A. -1

B. 1

C. -3

D. 3

Câu 2: Hàm số: $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$ đạt cực đại tại $x =$

A. 0

B. $\pm\sqrt{2}$

C. $-\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}$

Câu 3: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ là:

A. (1; 0)

B. (0; 1)

C. $\left(\frac{7}{3}, \frac{-32}{27}\right)$

D. $\left(\frac{7}{3}, \frac{32}{27}\right)$

Câu 4: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 3x - 4x^3$ là:

A. $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$

B. $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

Câu 5: Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ đạt cực trị tại điểm có hoành độ là

A. 0

B. 1

C. -1

D. 2

Câu 6: Hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ đạt cực trị tại điểm

A. A(2; 2)

B. B(0; -2)

C. C(0; 2)

D. D(2; -2)

Câu 7: Hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ đạt cực trị tại điểm có hoành độ là:

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -1;1

Câu 8: Tìm các điểm cực trị của hàm số $y = x^2\sqrt{x^2 + 2}$

- A. $x_{CT} = 1$ B. $x_{CD} = -1$ C. $x_{CT} = 0$ D. $x_{CD} = 2$

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 6$. Giá trị cực đại của hàm số là:

- A. $f_{CD} = 6$ B. $f_{CD} = 2$ C. $f_{CD} = 20$ D. $f_{CD} = -6$

Câu 10: Số cực trị của hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x - 5}{3x + 1}$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 11: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị:

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$ B. $y = x^4 + 2x^2 - 1$ C. $y = 2x^4 + 4x^2 + 1$ D. $y = -2x^4 - 4x^2 + 1$

Câu 12: Tìm điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |x - 2|$?

- A. (2;0) B. (1;2) C. (0;2) D. (-1;1)

Câu 13: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^2 - 5|x| + 6$?

- A. $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right); \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ B. $(0;6); \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right)$
C. $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right); (0;6)$ D. $(0;6)$

Câu 14: Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = x\sqrt{16 - x^2}$?

- A. $x = -2\sqrt{2}$ B. $x = 2\sqrt{2}$ C. $(-2\sqrt{2}; -8)$ D. $(2\sqrt{2}; 8)$

Câu 15: Số điểm tới hạn của hàm số $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 - 3$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 16: Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 2$?

- A. $\left(-1; \frac{32}{15}\right)$ B. $\left(1; \frac{28}{15}\right)$ C. $\left(-1; \frac{28}{15}\right)$ D. $(0;2)$

Câu 17: Cho hàm số $y = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$. Chọn phương án **Đúng**.

- A. Hàm số luôn luôn nghịch biến $\forall x \in \mathbb{R}$ B. Hàm số có ít nhất một điểm cực trị
C. Cả 3 phương án kia đều sai D. Hàm số luôn luôn đồng biến $\forall x \in \mathbb{R}$

Câu 18: Cho hàm số $y = |x|$. Chọn phương án **Đúng**

- A. Cả hai phương án kia đều đúng B. Cả ba phương án kia đều sai
C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ tại $x = 0$ D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$

Câu 19: Hàm số $y = -\sqrt[3]{x^4}$ có bao nhiêu điểm cực đại ?

- A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

Câu 20: Cho hàm số $y = x^n + (c - x)^n$, $c > 0$, $n \geq 2$. Hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là:

- A. $c+1$ B. $2c$ C. $\frac{2c}{3}$ D. $\frac{c}{2}$

Câu 21: Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 22: Số cực trị của hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 8x + 1$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 23: Số điểm cực trị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ là:

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 24: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tích các giá trị cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số bằng:

- A. -6 B. -3 C. 0 D. 3

Câu 25: Cho hàm số: $y = \frac{-1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $x_1.x_2$

=

- A. 5 B. 8 C. -5 D. -8

Câu 26: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$, mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số luôn nghịch biến; B. Hàm số luôn đồng biến;
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$; D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 27: Trong các khẳng định sau về hàm số $y = \frac{2x - 4}{x - 1}$, hãy tìm khẳng định đúng ?

- A. Hàm số có một điểm cực trị;
B. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu;
C. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định;
D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 28: Trong các khẳng định sau về hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 3$, khẳng định nào là đúng ?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$;
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$; D. Cả 3 câu trên đều đúng.

Câu 29: Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{1}{2}$. Khi đó:

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(0) = 0$
B. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = \pm 1$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(\pm 1) = 1$
C. Hàm số đạt cực đại tại các điểm $x = \pm 1$, giá trị cực đại của hàm số là $y(\pm 1) = 1$
D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$, giá trị cực đại của hàm số là $y(0) = \frac{1}{2}$

Câu 30: Hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$ Khẳng định nào đúng ?

- A. Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực tiểu B. Nhận điểm $x = -1$ làm điểm cực tiểu
C. Nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực đại D. Nhận điểm $x = 1$ làm điểm cực đại

Câu 31: Hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 5$. Khẳng định nào đúng ?

- A. Nhận điểm $x = \pm 2$ làm điểm cực tiểu B. Nhận điểm $x = -5$ làm điểm cực đại
C. Nhận điểm $x = \pm 2$ làm điểm cực đại D. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Hàm số có

- A. Một cực đại và hai cực tiểu B. Một cực tiểu và hai cực đại
C. Một cực đại và không có cực tiểu D. Một cực tiểu và một cực đại

Câu 33: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng

- A. 6 B. -3 C. 0 D. 3

Câu 34: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ (C). Tiếp tuyến của (C) tại điểm cực đại có phương trình là:

- A. $x = 0$ B. $y = 0$ C. $y = 1$ D. $y = -2$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$. Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành B. Hàm số luôn có cực trị
C. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ D. Đồ thị hàm số luôn có tâm đối xứng.

Câu 36: Khẳng định nào sau đây là đúng về hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 2$:

- A. Đạt cực tiểu tại $x = 0$ B. Có cực đại và cực tiểu
C. Có cực đại và không có cực tiểu D. Không có cực trị.

Câu 37: Cho hàm số f có tập xác định trên D . Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. Hàm số đạt cực trị tại x_0 , thì $f'(x_0) = 0$.
B. Giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của một hàm số nói chung không phải là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số.

- C. Hàm số f có thể đạt cực đại, cực tiểu tại nhiều điểm trên
D. Nếu hàm số f đồng biến hoặc nghịch biến hoặc không đổi trên D thì nó không có cực trị.

Câu 38: Cho hàm số f có đạo hàm trên tập xác định D và đồ thị (C). Chọn câu sai trong các câu sau:

- A. Giá trị cực đại của hàm số f luôn lớn hơn giá trị cực tiểu của hàm số f .
B. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 , thì $f'(x_0) = 0$.
C. Tiếp tuyến của (C) tại các điểm cực trị song song hoặc trùng với trục hoành
D. Tiếp tuyến của (C) tại các điểm cực trị có hệ số góc bằng 0.

Câu 39: Cho hàm số f có đạo hàm trên $(a; b)$ chứa x_0 và $f'(x_0) = 0$. Khẳng định nào sai ?

- A. Nếu $f''(x_0) = 0$ thì hàm số f không đạt cực trị tại x_0 .
B. Nếu $f''(x_0) > 0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại x_0 .
C. Nếu $f''(x_0) \neq 0$ thì hàm số f đạt cực trị tại x_0 .
D. Nếu $f''(x_0) < 0$ thì hàm số f đạt cực đại tại x_0 .

Câu 40: Cho hàm số f có đạo hàm trên $(a; b)$ chứa x_0 và $f'(x_0) = 0$. Khẳng định nào sai ?

- A. Nếu hàm số f đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) \neq 0$.
B. Nếu $f''(x_0) \neq 0$ thì hàm số f đạt cực trị tại x_0 .
C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 theo chiều tăng của biến x thì hàm số f đạt cực tiểu tại x_0 .
D. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua x_0 theo chiều tăng của biến x thì hàm số f đạt cực đại tại x_0 .

Câu 41: Chọn câu đúng

- A. Khi đi qua x_0 đạo hàm của hàm số f đổi dấu thì x_0 là điểm cực trị của hàm số f .
B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và $f'(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số f .
C. Nếu hàm số f đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
D. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số f thì $f'(x_0) = 0$ hoặc hàm số f không có đạo hàm tại x_0 .

Câu 42: Khẳng định nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x - 1}$:

- A. $y_{CD} + y_{CT} = 0$ B. $y_{CT} = -4$ C. $x_{CD} = -1$ D. $x_{CD} + x_{CT} = 3$

Câu 43: Đồ thị hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x - 17$ có tích hoành độ các điểm cực trị bằng

- A. 5 B. 8 C. -5 D. -8

Câu 44: Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ là:

- A. $2\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $6\sqrt{5}$ D. $8\sqrt{5}$

Câu 45: Trong các mệnh đề sau hãy tìm mệnh đề sai:

- A. Hàm số $y = x^3 + 3x + 2$ có cực trị
 B. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có cực đại và cực tiểu.
 C. Hàm số $y = -2x + 1 + \frac{1}{x+2}$ không có cực trị
 D. Hàm số $y = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ có hai cực trị

Câu 46: Hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{vôùi } x \geq 0 \\ 2x & \text{vôùi } -1 \leq x < 0 \\ -3x - 5 & \text{vôùi } x < -1 \end{cases}$

- A. Có ba điểm cực trị B. Không có cực trị C. Có một điểm cực trị D. Có hai điểm cực trị

Câu 47: Cho hàm số $y = m \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$. Với giá trị nào của m thì hàm số đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{3}$.

- A. $m = 1$ B. $m = 7$ C. $m = \frac{1}{2}$ D. $m = 2$

Câu 48: Cho hàm số $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$. Với giá trị nào của m thì hàm số không có cực trị:

- A. $m < 6$ B. $m > \sqrt{6}$ C. $m \geq \frac{-1}{\sqrt{6}}$ D. $\frac{-1}{\sqrt{6}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{6}}$

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là sai ?

- A. $\forall m \neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu; B. $\forall m < 1$ thì hàm số có hai điểm cực trị;
 C. $\forall m > 1$ thì hàm số có cực trị; D. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.

Câu 50: Hàm số $y = x^3 - mx + 1$ có 2 cực trị khi:

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m = 0$ D. $m \neq 0$

Câu 51: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

- A. $m = 0$ B. $m \neq 0$ C. $m > 0$ D. $m < 0$

Câu 52: Tìm m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$

- A. $m = -1$ B. $m = 3$ C. $m = 1$ D. $m = -3$

Câu 53: Hàm số $y = x^3 - mx^2 + 3(m+1)x - 1$ đạt cực đại tại $x = 1$ với m bằng:

- A. $m = -1$ B. $m > -3$ C. $m < -3$ D. $m = -6$

Câu 54: Hàm số $y = x^3 - mx + 1$ có 2 cực trị khi

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m = 0$ D. $m \neq 0$

Câu 55: Số cực trị của hàm số $y = x^4 + 3x^2 - 3$ là:

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

Câu 56: Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x - 2m - 3$ không có cực đại, cực tiểu với m

- A. $m \leq 1$ B. $m \geq 1$ C. $-1 \leq m \leq 1$ D. $m \leq -1 \vee m \geq 1$

Câu 57: Hàm số $y = mx^4 + (m+3)x^2 + 2m - 1$ chỉ có cực đại mà không có cực tiểu với m:

- A. $m > 3$ B. $m \leq 0$ C. $-3 < m < 0$ D. $m \leq -3$

Câu 58: Hàm số $y = mx^4 + (m+3)x^2 + 2m - 1$ chỉ đạt cực đại mà không có cực tiểu với m:

- A. $m > 3$ B. $m \leq 0$ C. $\begin{cases} m > 3 \\ m \leq 0 \end{cases}$ D. $-3 < m < 0$

Câu 59: Giá trị của m để hàm số $y = mx^4 + 2x^2 - 1$ có ba điểm cực trị là:

- A. $m < 0$ B. $m \neq 0$ C. $m > 0$ D. $m \leq 0$

Câu 60: Giá trị của m để hàm số $y = x^3 - x^2 + mx - 5$ có cực trị là. Chọn 1 câu đúng.

- A. $m < \frac{1}{3}$ B. $m \leq \frac{1}{3}$ C. $m > \frac{1}{3}$ D. $m \geq \frac{1}{3}$

Câu 61: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 5$. Tìm m để hàm số có hai điểm cực trị

- A. $\begin{cases} m \neq 1 \\ -1 < m < 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \neq 0 \\ -2 < m < 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m \neq -1 \\ -2 < m < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \neq \pm 1 \\ -2 < m < 2 \end{cases}$

Câu 62: Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$. Tìm m để hàm số có 3 điểm cực trị

- A. $\begin{cases} m < -3 \\ 0 < m < 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < 0 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < 3 \\ -1 < m < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < -1 \\ 0 < m < 2 \end{cases}$

Câu 63: Giá trị của m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 2m - 1}{x}$ có cực trị là:

- A. $m > \frac{1}{2}$ B. $m \leq \frac{1}{2}$ C. $m < \frac{1}{2}$ D. $m \geq \frac{1}{2}$

Câu 64: Giá trị của m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có một điểm cực trị là:

- A. $m \leq 0$ B. $m \neq 0$
D. $m < 0$ C. $m > 0$

Câu 65: Giả sử đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+6)x + 1$ có hai cực trị. Khi đó đường thẳng qua hai điểm cực trị có phương trình là:

- A. $y = 2(-m^2 + m + 6)x + m^2 + 6m + 1$ B. $y = 2x + m^2 + 6m + 1$
C. $y = -2x + m^2 + 6m + 1$ D. Tất cả đều sai

Câu 66: Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có 2 cực trị A và B sao cho đường thẳng AB song song với đường thẳng d: $y = -4x + 1$

- A. $m = 0$ B. $m = -1$ C. $m = 3$ D. $m = 2$

Câu 67: Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số đã cho có cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng d: $x + 8y - 74 = 0$.

- A. $m = 1$ B. $m = -2$ C. $m = 2$ D. $m = -1$

Câu 68: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có ba cực trị tạo thành tam giác vuông cân

- A. $m = \pm 1$ B. $m = 1$ C. $m = 0$ D. $m = \pm 2$

Câu 69: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ có cực đại, cực tiểu thỏa mãn $|x_{CD} + x_{CT}| = 2$

- A. $m = -1$ B. $m = 2$ C. $m = 1$ D. $m = -2$

Câu 70: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$. Tìm m để hàm số đã cho có hai điểm cực trị. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị đó. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

- A. $m = \pm \frac{1}{2}$ B. $m = \pm \frac{9}{2}$ C. $m = 0$ D. $m = \pm 2$

Câu 71: Tìm m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$

- A. $m = 1$ B. $m = -2$ C. $m = \frac{3}{2}$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 72: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m-2)x^2 + (4m-8)x + m + 1$. Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < -2 < x_2$ thì

- A. $2 < m < 6$ B. $\frac{3}{2} < m < 2$ C. $m < 2$ hoặc $m > 6$ D. $m < \frac{3}{2}$

Câu 73: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có điểm cực đại là $A(-2; 2)$, Cực tiểu là $B(0; -2)$ thì phương

trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có hai nghiệm phân biệt khi:

- A. $m = 2$ hoặc $m = -2$ B. $m < -2$ C. $m > 2$ D. $-2 < m < 2$

Câu 74: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1). Cho $A(2; 3)$, tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A là:

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = \frac{3}{2}$ C. $m = \frac{-3}{2}$ D. $m = \frac{-1}{2}$

Câu 75: Cho hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$, có đồ thị (C_m) . Giá trị m để (C_m) có các điểm cực đại, cực tiểu nằm về cùng một phía đối với trục tung là:

- A. $m \neq 1 \vee m = \frac{1}{2}$ B. $m \neq 1 \wedge m > \frac{1}{2}$ C. $m < \frac{1}{2} \vee m > 1$ D. $m \neq 1 \wedge m < \frac{1}{2}$

Câu 76: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu nằm 2 phía trục hoành

- A. $m < 3$ B. $m > 3$ C. $m = 3$ D. $m \neq 3$

Câu 77: Cho hàm số $y = -x^3 + (2m+1)x^2 - (m^2 - 3m + 2)x - 4$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu nằm 2 phía trục tung:

- A. $m \in (1; 2)$ B. $m \in [1; 2]$
C. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ D. $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$

Câu 78: Cho hàm số $y = x^3 + (m-2)x^2 - 3mx + m$. Hàm số có cực đại, cực tiểu tại các điểm có hoành độ đều lớn hơn 2 khi:

- A. $m \in [-8; -5]$ B. $m \in (-8; -5)$

C. $m \in (-\infty; -8) \cup (-5; +\infty)$

D. $m \in \left(-8; \frac{-7-3\sqrt{5}}{2}\right)$

Câu 79: Cho hàm số $y = x^3 + (m-2)x^2 - 3mx + m$. Tìm m để hoành độ của điểm cực đại của hàm số nhỏ hơn 1 là:

A. $m \in [-8; -5]$

B. $m \in (-8; -5)$

C. $m \in (-\infty; -8) \cup (-5; +\infty)$

D. $m \in \left(-8; \frac{-7-3\sqrt{5}}{2}\right)$

Câu 80: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - mx^2 + 1 (m > 0)$ có đồ thị (C_m) . Tập hợp các điểm cực tiểu của (C_m) là:

A. $y = -\frac{x^3}{2}$

B. $y = -\frac{x^3}{2} + 1$

C. $y = x^3$

D. $y = x^2 + 1$

C – ĐÁP ÁN

1A, 2A, 3A, 4C, 5A, 6A, 7D, 8C, 9A, 10A, 11A, 12A, 13A, 14C, 15D, 16A, 17B, 18A, 19C, 20D, 21B, 22C, 23A, 24B, 25B, 26A, 27C, 28D, 29C, 30A, 31A, 32A, 33B, 34C, 35B, 36A, 37B, 38A, 39C, 40B, 41C, 42A, 43C, 44A, 45A, 46D, 47D, 48D, 49D, 50A, 51A, 52D, 53D, 54A, 55D, 56C, 57D, 58D, 59A, 60A, 61A, 62A, 63A, 64A, 65A, 66C, 67C, 68A, 69A, 70D, 71C, 72D, 73A, 74D, 75B, 76, 77C, 78, 80B.

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D .

+) M là GTLN của hàm số trên D nếu: $\begin{cases} M \geq f(x) \quad \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = M \end{cases}$. Kí hiệu: $M = \max_D f(x)$

+) m là GTNN của hàm số trên D nếu: $\begin{cases} m \leq f(x) \quad \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = m \end{cases}$. Kí hiệu: $m = \min_D f(x)$

+) **Nhận xét:** Nếu M, N là GTLN và GTNN của hàm số trên D thì phương trình $f(x) - m = 0$ & $f(x) - M = 0$ có nghiệm trên D .

2. Quy tắc tìm GTLN – GTNN của hàm số:

***) Quy tắc chung:** (Thường dùng cho D là một khoảng)

- Tính $f'(x)$, giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm nghiệm trên D .
- Lập BBT cho hàm số trên D .
- Dựa vào BBT và định nghĩa từ đó suy ra GTLN, GTNN.

***) Quy tắc riêng:** (Dùng cho $[a; b]$). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[a; b]$.

- Tính $f'(x)$, giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm nghiệm trên $[a, b]$.
- Giả sử phương trình có 2 nghiệm $x_1, x_2 \in [a, b]$.
- Tính 4 giá trị $f(a), f(b), f(x_1), f(x_2)$. So sánh chúng và kết luận.

3. Chú ý:

1. GTLN, GTNN của hàm số là một số hữu hạn.
2. Hàm số liên tục trên đoạn $[a, b]$ thì luôn đạt GTLN, NN trên đoạn này.
3. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[a, b]$ thì $\max f(x) = f(b), \min f(x) = f(a)$
4. Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[a, b]$ thì $\max f(x) = f(a), \min f(x) = f(b)$
5. Cho phương trình $f(x) = m$ với $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên D thì phương trình có nghiệm khi $\min_D f(x) \leq m \leq \max_D f(x)$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. 6 B. 10 C. 15 D. 11

Câu 2: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ trên $[1; 3]$ là:

- A. $y_{\max} = 0; y_{\min} = -\frac{2}{7}$ B. $y_{\max} = \frac{2}{7}; y_{\min} = 0$ C. $y_{\max} = 3; y_{\min} = 1$ D. $y_{\max} = 1; y_{\min} = 0$

Câu 3: Tìm M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$.

- A. $M = 40; m = -41$ B. $M = 15; m = -41$ C. $M = 40; m = 8$ D. $M = 40; m = -8$.

Câu 4: GTLN của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 1$ trên $[0; 2]$.

- A. $y = \frac{13}{4}$ B. $y = 1$ C. $y = 29$ D. $y = -3$

Câu 5: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-2; 4]$ lần lượt là

- A. -1 ; -19 ; B. 6 ; -26 ; C. 4 ; -19 ; D. 10; -26.

Câu 6: Cho hàm số $y = x + \frac{1}{x+2}$, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 2]$ là

- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 0

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$, chọn phương án đúng trong các phương án sau

- A. $\max y = -\frac{16}{3}$, $\min y = -6$ B. $\max y = -6$, $\min y = -5$
 $[-4; -2]$ $[-4; -2]$ $[-4; -2]$ $[-4; -2]$
 C. $\max y = -5$, $\min y = -6$ D. $\max y = -4$, $\min y = -6$
 $[-4; -2]$ $[-4; -2]$ $[-4; -2]$ $[-4; -2]$

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$ là:

- A. 2 B. 6 C. 9 D. $-3 + 2\sqrt{2}$

Câu 9: Kết luận nào là đúng về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x - x^2}$?

- A. Có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất;
 B. Có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất;
 C. Có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất;
 D. Không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 10: Trên khoảng $(0; +\infty)$ thì hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$:

- A. Có giá trị nhỏ nhất là $\min y = -1$; B. Có giá trị lớn nhất là $\max y = 3$;
 C. Có giá trị nhỏ nhất là $\min y = 3$; D. Có giá trị lớn nhất là $\max y = -1$.

Câu 11: Cho hàm số $y = 3\sin x - 4\sin^3 x$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. -1 B. 1 C. 3 D. 7

Câu 12: Cho hàm số $y = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0; +\infty)$ bằng

- A. 0 B. 1 C. 2 D. $\sqrt{2}$

Câu 13: Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng

- A. 0 B. 1 C. 2 D. $\sqrt{3}$

Câu 14: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3\sqrt{1-x}$ là

- A. -3 B. 1 C. -1 D. 0

Câu 15: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin x - 4\cos x$ là

- A. 3 B. -5 C. -4 D. -3

Câu 16: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 - 2x + 3}$ là

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 0 D. 3

Câu 17: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ là:

- A. 3 B. 1 C. $\frac{1}{3}$ D. -1

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là:

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. 0 C. $\frac{\pi}{4}$ D. π

Câu 19: Hàm số $f(x) = 2\cos^2 x + x$, với $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ đạt GTLN tại x bằng:

- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{5\pi}{12}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Câu 20: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 18x$ trên $[0; +\infty)$ là:

- A. 1 B. 0 C. 2 D. -1

Câu 21: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x - \cos x$ lần lượt là:

- A. 1; -1 B. $\sqrt{2}; -\sqrt{2}$ C. 2; -2 D. -3; 3

Câu 22: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - \ln x + 3$

- A. 4 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 23: GTNN và GTLN của hàm số $y = 4(\sin^6 x + \cos^6 x) + \sin 2x$ là:

- A. $\min y = -1, \max y = 0$ B. $\min y = \sqrt{2}, \max y = 2$
C. $\min y = 1, \max y = 2\sqrt{2}$ D. $\min y = 0, \max y = \frac{49}{12}$

Câu 24: Tìm câu sai trong các mệnh đề sau về GTLN và GTNN của hàm số $y = |x^3 - 3x + 1|, x \in [0; 3]$

- A. $\min y = 1$ B. $\max y = 19$
C. Hàm số có GTLN và GTNN D. Hàm số đạt GTLN khi $x = 3$

Câu 25: GTNN của hàm số $y = |x^2 - 3x + 2| + 3x + 4$ là:

- A. 5 B. 8 C. 6 D. 3

Câu 26: GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$ lần lượt là

- A. $2\sqrt{2}$ và 2 B. $2\sqrt{2}$ và -2 C. 2 và -2 D. $\sqrt{2}$ và -2

Câu 27: GTNN và GTLN của hàm số $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}$ với $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là:

- A. $\min y = -1, \max y = 5$ B. $\min y = 1, \max y = \sqrt[4]{8}$
C. $\min y = 1, \max y = 2\sqrt{2}$ D. $\min y = 0, \max y = 2$

Câu 28: GTNN và GTLN của hàm số $y = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(3+x)(6-x)}$ là:

- A. $\min y = 3, \max y = 3\sqrt{2}$ B. $\min y = -\frac{9}{2}, \max y = 3$
C. $\min y = 3\sqrt{2} - \frac{9}{2}, \max y = 3$ D. $\min y = 0, \max y = 3\sqrt{2}$

Câu 29: Hàm số $y = 4\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - x^2$ đạt GTLN tại hai giá trị x_1, x_2 . Ta có $x_1.x_2$ bằng:

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + \frac{3}{x+1}$ trên $[0; +\infty)$ đạt được khi x thuộc khoảng nào dưới đây ?

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Câu 31: Hàm số $y = \frac{2x-m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 1 khi

- A. $m=1$ B. $m=0$ C. $m=-1$ D. $m=2$

Câu 32: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6$, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;3]$ bằng 2 khi

- A. $m = \frac{31}{27}$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m > \frac{3}{2}$

Câu 33: Với giá trị nào của m thì trên $[0; 2]$ hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ có giá trị nhỏ nhất bằng -4

- A. $m = -8$ B. $m = -4$ C. $m = 0$ D. $m = 4$

Câu 34: Trên khoảng $(0; +\infty)$. Kết luận nào đúng cho hàm số $y = x + \frac{1}{x}$. Chọn 1 câu đúng.

- A. Có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
B. Có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.
C. Có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.
D. Không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 35: Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{1 - \frac{x^2}{9}}$ là:

- A. 1; -1 B. 2; 1 C. $\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}$ D. 2; -2

Câu 36: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{7-x}$ bằng:

- A. 4 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 6

Câu 37: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^6 + 4(1 - x^2)^3$ trên $[-1; 1]$ là:

- A. $\sqrt{2}; \frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}; \sqrt{2}$ C. $3; \frac{12}{27}$ D. $4; \frac{4}{9}$

Câu 38: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (1 - \sin x)^4 + \sin^4 x$

- A. 17 B. 15 C. 16 D. 14

Câu 39: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}$ là:

- A. 2 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2\sqrt{2}}$

Câu 40: Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x - \cos x + 1$. Hỏi giá trị của tích M.m là:

- A. 0 B. $\frac{25}{8}$ C. $\frac{25}{4}$ D. 2

Câu 41: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{(x+2)^2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

- A. 2 B. $-\infty$ C. 8 D. Đáp án khác

Câu 42: Gọi A, B là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+x+1}$. Khi đó A - 3B có giá trị:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 43: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \tan^3 x - \frac{1}{\cos^2 x} + 2, \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ là một phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Ta

có $a + b$ bằng:

- A. 30 B. 40 C. 50 D. 20

Câu 44: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^3 x - \cos 2x + \sin x + 2$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng.

- A. $\frac{23}{27}$ B. $\frac{1}{27}$ C. 5 D. 1

Câu 45: Giá trị lớn nhất của hàm số $\frac{6-8x}{x^2+1}$ trên $(-\infty; 1)$ là:

- A. -2 B. $\frac{2}{3}$ C. 8 D. 10

Câu 46: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = e^{\ln x + 1}$ trên $[e; e + 1]$ là:

- A. 2 B. e^2 C. e^3 D. $e^2 + e$

Câu 47: Hàm số $y = 2\ln(x+1) - x^2 + x$ đạt giá trị lớn nhất tại x bằng:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. Một đáp số khác

Câu 48: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-x+1}}$ trên $\mathbb{R}$ là:

- A. 2 B. $\frac{2}{3}$ C. -2 D. $-\frac{2}{3}$

Câu 49: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2+x^2}{1+\sqrt{x^2+3}}$ trên $[-3; -1]$ là:

- A. 1 B. $\frac{11}{1+2\sqrt{3}}$ C. 2 D. $\frac{2}{1+\sqrt{3}}$

Câu 50: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln^2 x + \frac{1}{\ln^2 x + 2}$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

Câu 51: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x + \frac{1}{2x}}$ trên $(0; +\infty)$ bằng:

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt[4]{2}$ C. 2 D. $\sqrt[3]{2}$

Câu 52: Xét lập luận sau: Cho hàm số $f(x) = e^x(\cos x - \sin x + 2)$ với $0 \leq x \leq \pi$

(I) Ta có $f'(x) = 2e^x(1 - \sin x)$

(II) $f(x) = 0$ khi và chỉ khi $x = \frac{\pi}{2}$

(III) Hàm số đạt GTLN tại $x = \frac{\pi}{2}$

(IV) Suy ra $f(x) \leq e^{\frac{\pi}{2}}, \forall x \in (0; \pi)$

Lập luận trên sai từ đoạn nào:

- A. (IV) B. (II)
C. (III) D. Các bước trên không sai

Câu 53: Hàm số $y = x^3 + \frac{1}{x^3} - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2\left(x + \frac{1}{x}\right)$, $x > 0$ có GTLN là:

- A. -2 B. -4 C. 5 D. -1

Câu 54: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 2$. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) - 3xy$ theo thứ tự là:

- A. $\frac{15}{2}; -3$ B. $\frac{11}{2}; -4$ C. $\frac{17}{2}; -5$ D. $\frac{13}{2}; -7$

Câu 55: Trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích S , chu vi của hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu:

- A. $2\sqrt{S}$ B. $2S$ C. $4S$ D. $4\sqrt{S}$

Câu 56: Trong số các hình chữ nhật có chu vi 24cm. Hình chữ nhật có diện tích lớn nhất là hình có diện tích bằng.

- A. $S = 36 \text{ cm}^2$ B. $S = 24 \text{ cm}^2$ C. $S = 49 \text{ cm}^2$ D. $S = 40 \text{ cm}^2$

Câu 57: Trong hệ toạ độ Oxy cho parabol (P): $y = 1 - x^2$. Một tiếp tuyến của (P) đi động có hoành độ dương cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại A và B. Diện tích tam giác OAB nhỏ nhất khi hoành độ của điểm M gần nhất với số nào dưới đây:

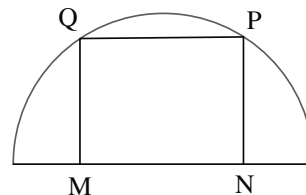
- A. 0,9 B. 0,7 C. 0,6 D. 0,8

Câu 58: Cho tam giác đều cạnh a ; Người ta dựng một hình chữ nhật MNPQ có cạnh MN nằm trên cạnh BC, hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AB và AC. Xác định vị trí điểm M sao cho hình chữ nhật có diện tích lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó

- A. $BM = \frac{a}{2}$ và $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$ B. $BM = \frac{a}{4}$ và $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$
C. $BM = \frac{3a}{4}$ và $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ D. Một kết quả khác

Câu 59: Cho hình chữ nhật MNPQ nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính R. Chu vi hình chữ nhật lớn nhất khi tỉ số $\frac{MN}{MQ}$ bằng:

- A. 2 B. 4
C. 1 D. 0,5

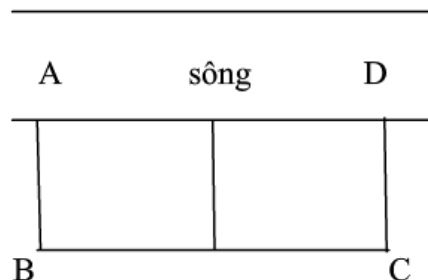


Câu 60: Một người thợ mộc cần xây một căn phòng hình chữ nhật bằng gỗ với chu vi là 54m. Các cạnh của căn phòng là bao nhiêu để diện tích của căn phòng là lớn nhất ?

- A. $\frac{21}{4}$ B. $\frac{27}{2}$ C. $\frac{25}{2}$ D. $\frac{27}{4}$

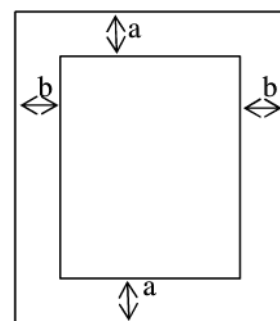
Câu 61: Một chủ trang trại nuôi gia súc muốn rào thành hai chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng cho cừu, một chuồng cho gia súc. Đã có sẵn 240m hàng rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh là bao nhiêu ?

- A. 4000 m^2 B. 8400 m^2
C. 4800 m^2 D. 2400 m^2



Câu 62: Một cơ sở in sách xác định rằng: Diện tích của toàn bộ trang sách là S (cm²). Do yêu cầu kỹ thuật nên dòng đầu và dòng cuối phải cách mép (trên và dưới) trang sách là a (cm). Lề bên trái và lề bên phải cũng cách mép là b (cm). Các kích thước của trang sách là bao nhiêu để cho diện tích phần in các chữ có giá trị lớn nhất.

- A. $\sqrt{\frac{b}{a}}, \sqrt{\frac{aS}{b}}$ B. $\sqrt{\frac{bS}{a}}, \sqrt{\frac{a}{b}}$
 C. $\sqrt{\frac{bS}{a}}, \sqrt{\frac{S}{b}}$ D. $\sqrt{\frac{bS}{a}}, \sqrt{\frac{aS}{b}}$



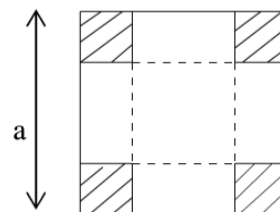
Câu 63: Giám đốc của nhà hát A đang phân vân trong việc xác định giá vé xem các chương trình được chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng, nó sẽ quyết định nhà hát thu được lợi nhuận hay bị tổn thất. Theo những cuốn sổ ghi chép, ông ta xác định rằng: Nếu giá vé vào cửa là 20\$ thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng tiền vé lên 1\$ mỗi người thì sẽ mất 100 khách hàng trong số trung bình. Trung bình mỗi khách hàng dành 1,8\$ cho việc uống nước trong nhà hát. Hãy giúp giám đốc nhà máy này xác định xem cần tính giá vé vào cửa bao nhiêu để tổng thu nhập lớn nhất.

- A. giá vé là 14,1 \$ B. giá vé là 14 \$ C. giá vé là 12,1 \$ D. giá vé là 15 \$

Câu 64:

Từ một tấm bìa cứng hình vuông cạnh a , người ta cắt bốn góc bốn hình vuông bằng nhau rồi gấp lại tạo thành một hình hộp không nắp. Tìm cạnh của hình vuông bị cắt để thể tích hình hộp lớn nhất.

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{8}$
 C. $\frac{a}{3}$ D. $\frac{a}{6}$

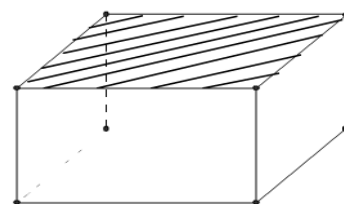


Câu 65: Một cửa hàng bán lẻ bán 2500 cái tivi mỗi năm. Chi phí gửi trong kho là 10\$ một cái trong một năm. Để đặt hàng, chi phí cố định là 20\$, cộng thêm 9\$ mỗi cái. Cửa hàng nên đặt bao nhiêu lần mỗi năm và mỗi năm bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là nhỏ nhất?

- A. 25 lần và 100 cái mỗi năm B. 20 lần và 100 cái mỗi năm
 C. 35 lần và 110 cái mỗi năm D. 25 lần và 120 cái mỗi năm

Câu 66: Một công ty Container cần thiết kế cái thùng hình hộp chữ nhật, không nắp, có đáy hình vuông, thể tích 108 m³. Các cạnh hình hộp và đáy là bao nhiêu để tổng diện tích xung quanh và diện tích tích của một mặt đáy là nhỏ nhất.

- A. Cạnh đáy hình hộp là 3 m, chiều cao là 3 m
 B. Cạnh đáy hình hộp là 3 m, chiều cao là 6 m
 C. Cạnh đáy hình hộp là 9 m, chiều cao là 3 m
 D. Cạnh đáy hình hộp là 6 m, chiều cao là 3 m



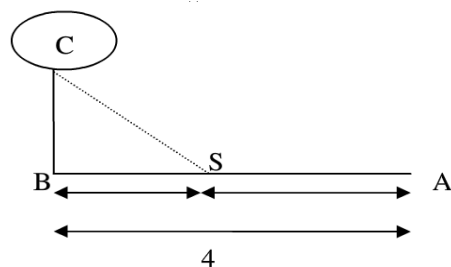
Câu 67: Một cửa hàng bán thú kiềng cần làm một chuồng thú hình chữ nhật sao cho phần cần làm hàng rào là 20 m. Chú ý rằng, hình chữ nhật này có hai cạnh trùng với mép của hai bức tường trong góc nhà nên không cần rào. Các cạnh cần rào của hình chữ nhật là bao nhiêu để diện tích của nó là lớn nhất?

- A. Mỗi cạnh là 10 m B. Mỗi cạnh là 9 m
 C. Mỗi cạnh là 12 m D. Mỗi cạnh là 5 m



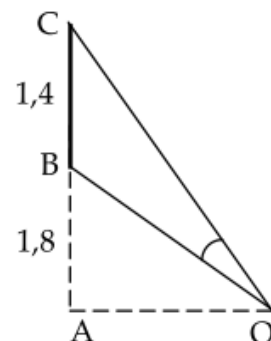
Câu 68: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C. khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, trên mặt đất là 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất.

- A. $\frac{15}{4}$ km B. $\frac{13}{4}$ km
C. $\frac{10}{4}$ D. $\frac{19}{4}$



Câu 69: Một chiếc ti vi hiệu Sony màn hình hình chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm nhìn của bạn AN (tính đầu mép dưới của màn hình ti vi). Để nhìn rõ nhất AN phải đứng ở vị trí sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó ? ($\widehat{BOC}$ gọi là góc nhìn).

- A. 2,4m B. 3,2m
C. 3m D. 2m



Câu 70: Một giáo viên đang đau đầu về việc lương thấp và phân vân xem có nên tạm dừng niềm đam mê với con chữ để chuyển hẳn sang kinh doanh đồ uống trà sữa hay không. Ước tính nếu giá 1 ly trà sữa là **20** (ngàn đồng) thì trung bình hàng tháng có khoảng **1000** lượt khách tới uống nước tại quán, trung bình mỗi khách lại trả thêm **10**(ngàn đồng) tiền bánh rącz trộn để ăn kèm. Nay người giáo viên muốn tăng thêm mỗi ly trà sữa 5(ngàn đồng) thì sẽ mất khoảng 100 khách rong tổng số trung bình. Hỏi giá 1 ly trà sữa nên là bao nhiêu để tổng thu nhập lớn nhất (giả sử tổng thu chưa trừ vốn)

- A. Giảm 15 ngàn đồng B. Tăng 5 ngàn đồng
C. Giữ nguyên không tăng giá D. Tăng thêm 2,5 ngàn đồng

Câu 71: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế' luôn đặt mục tiêu sao cho nguyên liệu vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất ?

- A. 0,7 B. 0,6 C. 0,8 D. 0,5

C – ĐÁP ÁN:

1C, 2B, 3A, 4A, 5B, 6D, 7C, 8D, 9A, 10B, 11B, 12D, 13B, 14D, 15B, 16A, 17A, 18A, 19B, 20B, 21B, 22A, 23D, 24A, 25C, 26B, 27B, 28C, 29A, 30B, 31B, 32B, 33B, 34B, 35C, 36A, 37D, 38 , 39D, 40A, 41D, 42B, 43C , 44A, 45C, 46B, 47B, 48A, 49A, 50C, 51A, 52B, 53B, 54D, 55D, 56A, 57C, 58B, 59B, 60B, 61C, 62D, 63A, 64D, 65A, 66D, 67A, 68B, 69A, 70B, 71A.

TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa:

+) Đường thẳng $x = a$ là TCĐ của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu có một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} y = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow a^+} y = -\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow a^-} y = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow a^-} y = -\infty$$

+) Đường thẳng $y = b$ là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu có một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = b \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = b$$

2. Dấu hiệu:

+) Hàm phân thức mà nghiệm của mẫu không là nghiệm của tử có tiệm cận đứng.

+) Hàm phân thức mà bậc của tử $\leq$ bậc của mẫu có TCN.

+) Hàm căn thức dạng: $y = \sqrt{x} - \sqrt{a}$, $y = \sqrt{x} - bt$, $y = bt - \sqrt{x}$ có TCN. (Dùng liên hợp)

+) Hàm $y = a^x$, ($0 < a \neq 1$) có TCN $y = 0$

+) Hàm số $y = \log_a x$, ($0 < a \neq 1$) có TCĐ $x = 0$

3. Cách tìm:

+) TCĐ: Tìm nghiệm của mẫu không là nghiệm của tử.

+) TCN: Tính 2 giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$

4. Chú ý:

+) Nếu $x \rightarrow +\infty \Rightarrow x > 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} = |x| = x$

+) Nếu $x \rightarrow -\infty \Rightarrow x < 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} = |x| = -x$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $x = 3$

D. $x = -3$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$. Trong các câu sau, câu nào sai.

A. $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$

B. $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$

C. Tiệm cận đứng $x = 2$

D. Tiệm cận ngang $y = 1$

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $y = -1$

B. $y = 1$

C. $y = -2$

D. $y = 2$

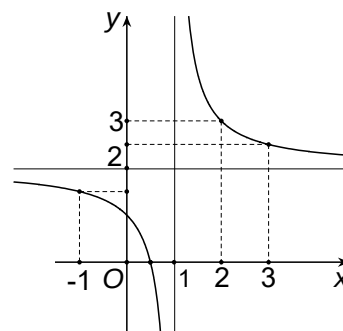
Câu 4: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. Tiệm cận đứng : $x = 1$; TCN: $y = 2$

B. Tiệm cận đứng : $x = 2$; TCN: $y = 1$

C. Tiệm cận đứng : $y = 2$; TCN: $x = 1$

D. Tiệm cận đứng : $y = 1$; TCN: $x = 2$



Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$ B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y = 3$
C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$

Câu 6: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x}$ là:

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 3

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{-2x+3}{x+5}$ có tâm đối xứng là:

- A. $I(-5; -2)$ B. $I(-2; -5)$ C. $I(-2; 1)$ D. $I(1; -2)$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2x-7}{3-x}$. Hàm số có tiệm ngang và tiệm cận đứng là:

- A. $y = \frac{2}{3}; x = 3$ B. $y = 2; x = 3$ C. $y = -2; x = 3$ D. $y = 3; x = -2$

Câu 9: Trong các hàm số sau, hàm số nào có tiệm cận đứng $x = -3$

- A. $y = \frac{-3x+3}{x-5}$ B. $y = \frac{2x-1}{3+x}$ C. $y = \frac{-3x^2+2x}{x^2+3}$ D. $y = \frac{-3x+3}{x+2}$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Hàm số $y = f(x)$ có tính chất:

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
B. $I(-1; 2)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số
C. $x = 2$ là phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số
D. $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$	$\parallel$	$-$
y	2	$\parallel$	2

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C). Trong các câu sau, câu nào đúng.

- A. Hàm số có tiệm cận ngang $x = 1$ B. Hàm số đi qua $M(3; 1)$
C. Hàm số có tâm đối xứng $I(1; 1)$ D. Hàm số có tiệm cận ngang $x = -2$

Câu 12: Số đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x-2}$ là. Chọn 1 câu đúng.

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 13: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là

- A. $y = 3$ B. $y = 2$ C. $y = 1$ D. $y = 1; y = -1$

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

- A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài. B. $m < 0$
C. $m = 0$ D. $m > 0$

Câu 15: Cho đường cong (C): $y = \frac{\sqrt{x^2-5x+6}}{x}$. Tìm phương án đúng:

- A. (C) chỉ có tiệm cận đứng B. (C) không có tiệm cận ngang
C. (C) có hai tiệm cận D. (C) có ba tiệm cận

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-9}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 17: Cho đường cong $y = \frac{2x+3}{x-1}$ (C) và 3 điểm A, B, C nằm trên (C) có hoành độ tương ứng là 1,35; -0,28; 3,12. Giả sử d_1, d_2, d_3 tương ứng là tích các khoảng cách từ A, B, C đến hai tiệm cận của (C). Lựa chọn đáp án đúng.

- A. $d_2 = 3$ B. $d_1 = 4$
C. Cả ba phương án kia đều sai D. $d_3 = 5$

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) có hai điểm phân biệt P, Q tổng khoảng cách từ P hoặc Q tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó PQ^2 bằng:

- A. 32 B. 50 C. 16 D. 18

Câu 19: Tìm M có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến 2 tiệm cận của nó nhỏ nhất

- A. M(1;-3) B. M(2;2) C. M(4;3) D. M(0;-1)

Câu 20: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Tìm các điểm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ điểm đó đến 2 tiệm cận là nhỏ nhất

- A. (1;1) B. $(1+\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$
C. $(1-\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$ D. $(2+\sqrt{3}; 1+\sqrt{3})$ và $(2-\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$

Câu 21: Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tìm các điểm trên (C) có tổng khoảng cách của 2 tiệm cận đến (C) bằng 4

- A. (2;5), (0;-1), (4;3), (-2;1) B. (2;5), (0;-1)
C. (4;3), (-2;1) D. (2;5), (4;3)

Câu 22: Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x+2}{-5x^2-2x+3}$

- A. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của (C).
B. Đường thẳng $y = x - 1$ là tiệm cận xiên của (C).
C. Đường thẳng $y = -\frac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của (C).
D. Đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của (C).

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}$ có bao nhiêu tiệm cận:

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 24: Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau đây:

- A. Hàm số $y = \frac{1}{2x+1}$ không có tiệm cận ngang
B. Hàm số $y = x^4 - x^2$ không có giao điểm với đường thẳng $y = -1$

C. Hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

D. Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x$ cắt trục tung tại 2 điểm

Câu 25: Chọn đáp án sai

A. Đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ nhận giao điểm của hai tiệm cận làm tâm đối xứng

B. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $d: y = g(x)$ là số nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$

C. Bất kỳ đồ thị hàm số nào cũng đều phải cắt trục tung và trục hoành

D. Số cực trị tối đa của hàm trùng phương là ba

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$. Trong các câu sau, câu nào sai:

A. $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$

B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty$

C. Tiệm cận đứng $x = 2$

D. Tiệm cận ngang $y = 1$

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{3}{x-2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng

A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 28: Đồ thị hàm số $y = \frac{9(x^2 + 1)(x + 1)}{3x^2 - 7x + 2}$

A. Nhận đường thẳng $x = 3$ làm tiệm cận đứng

B. Nhận đường thẳng $x = -2$ làm tiệm cận đứng

C. Nhận đường thẳng $y = 0$ làm tiệm cận ngang

D. Nhận đường thẳng $y = 3x + 10$ làm tiệm cận xiên.

Câu 29: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 3}$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 30: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x^2}$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 31: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ nhận trục hoành và trục tung làm 2 tiệm cận thì giá trị $m + n =$

A. 9

B. 6

C. 2

D. -6

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{-2x + 3}$, phương trình tiệm cận xiên của hàm số là:

A. $y = x - 2$

B. $y = 2 - x$

C. $y = 2x - 4$

D. Đáp án khác

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x - 3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x = 2$

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = -1; x = 3$

Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{2x+2m-1}{x+m}$. Xác định m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm

$M(3; 1)$

- A. $m = 3$ B. $m = -3$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{m-2x}{x+1}$. Với giá trị nào của m thì $x = -1$ tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

- A. $m \neq 2$ B. $m \neq -2$ C. m tùy ý D. Không có m

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x+m}$. Với giá trị nào của m thì các đường tiệm cận tạo với các trục tọa độ một hình vuông

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. A và B sai D. A và B đều đúng

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{x+1}$. Với giá trị nào của m thì khoảng cách giao điểm 2 tiệm cận tới tâm

O bằng $\sqrt{5}$

- A. $m = \pm 4$ B. $m = \pm 2$ C. A và B sai D. A và B đều đúng

Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{2-3x}{3x-m}$. Với giá trị nào của m thì tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung ?

- A. $m > 0$ B. $m = 0$ C. m tùy ý D. Không có giá trị m

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

- A. $m = 2$ B. $m = \pm \frac{1}{2}$ C. $m = 4$ D. $m \neq \pm 4$

Câu 40: (Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-2x+m}$). Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m = 1$ D. $m \leq 1$

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{mx-1}{2x+m}$

Với giá trị nào của m thì tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $E(-1; \sqrt{2})$

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = -1$ D. $m = \sqrt{2}$

Câu 42: Cho hàm số $y = \frac{mx-1}{2x+m}$

Với giá trị nào của m thì tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 5)$

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = -1$ D. $m = 1$

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$. Chọn phát biểu đúng ?

- A. Đồ thị hàm số có $y = 3$ là tiệm cận đứng
B. Giao điểm hai tiệm cận là $(3; -1)$
C. Đồ thị có 6 tọa độ nguyên
D. Hai tiệm cận tạo với 2 trục tọa độ của đồ thị một hình vuông có diện tích là 3

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi $M(x; y)$ là tọa độ trên (C) thỏa mãn khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng gấp 4 lần khoảng cách M tới tiệm cận ngang. Kết quả x là ?

- A. $x = 3$ hoặc $x = -5$ B. $x = \pm 4$ C. $x = 4$ D. Đáp án khác

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Gọi $M(x; y)$ là tọa độ trên (C) thỏa mãn khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng bằng khoảng cách M tới tiệm cận ngang. Đáp án nào có y thỏa ?

- A. $y = 1$ hoặc $y = 2$ B. $y = 1$ hay $y = 3$ C. $y = 2$ hay $y = 3$ D. Đáp án khác

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi $M(x; y)$ là tọa độ trên (C) thỏa mãn tổng khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng và khoảng cách M tới tiệm cận ngang là 4. Tìm M ?

- A. $M(2; 0)$ hoặc $M(0; 2)$ B. $M(2; 0)$
C. $M(0; 2)$ D. Đáp án khác

Câu 47: Cho hàm số $y = \frac{2x+7}{-x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi $M(x; y)$ là tọa độ trên (C) thỏa mãn tổng khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng và khoảng cách M tới tiệm cận ngang đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm x ?

- A. $x = 3$ hoặc $x = -5$ B. $x = \pm 4$ C. $x = \pm 2$ D. $x = 4$ và $x = -2$

Câu 48: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây ?

- A. $y = \frac{1+x}{1-2x}$ B. $y = \frac{2x-2}{x+2}$ C. $y = \frac{x^2+2x+2}{1+x}$ D. $y = \frac{2x^2+3}{2-x}$

Câu 49: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2+3x-6}{x+1}$ là

- A. $y = 3x + 1$ B. $y = 3x - 1$ C. $y = 3x$ D. $y = 2x + 1$

Câu 50: Để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3mx+1}{x-m}$ có tiệm cận xiên thì m phải thỏa mãn:

- A. $m \neq \pm 2$ B. $m \neq 0$ C. $m \neq \pm 1$ D. $m \neq \pm 4$

Câu 51: Cho hàm số $y = \frac{2x^2-3x+m}{x-m}$. Xác định m để đồ thị không có tiệm cận đứng

- A. $m = 0 \vee m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Câu 52: Cho hàm số $y = 2x + \sqrt{x^2+1}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là:

- A. $y = -x$ B. $y = 2x$ C. $y = 3x$ D. $y = 3x; y = x$

Câu 53: Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3x+4}{2x+1}$

- A. Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của (C).
B. Đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của (C).
C. Đường thẳng $y = x + 1$ là TC xiên của (C)
D. Đường thẳng $y = x - 2$ là tiệm cận xiên của (C).

Câu 54: Cho hàm số $y = \frac{x^2-3x+1}{x-2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 55: Cho hàm số $y = \frac{x^2-2x-11}{12x}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 56: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-mx+m}{x-1}$ nhận điểm I (1 ; 3) là tâm đối xứng khi $m =$

- A. 3 B. 5 C. 1 D. -1

Câu 57: Tìm phương trình các tiệm cận của đồ thị hàm số $y = 5x + 1 + \frac{3}{2x - 3}$

A. $y = 5x + 1$ và $y = \frac{3}{2}$

B. $y = 2x - 3$ và $y = \frac{3}{2}$

C. $y = \frac{3}{2}$ và $2x - 3 = 0$

D. $y = 5x + 1$ và $2x - 3 = 0$

Câu 58: Cho hàm số $y = 5x + 3 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên bên trái là:

A. $y = 5x + 8$

B. $y = 4x + 8$

C. $y = 4x + 5$

D. $y = 4x$

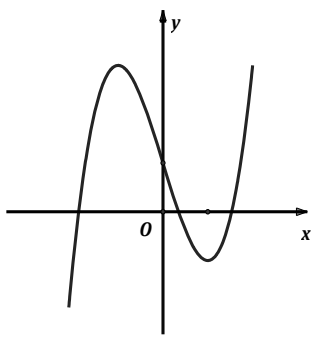
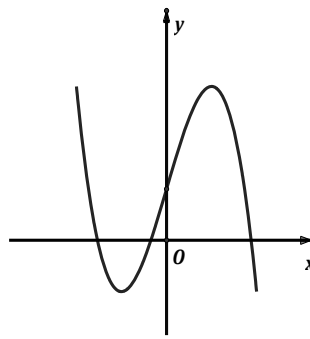
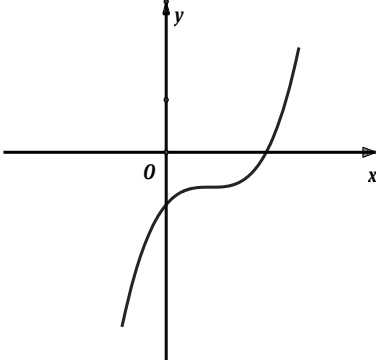
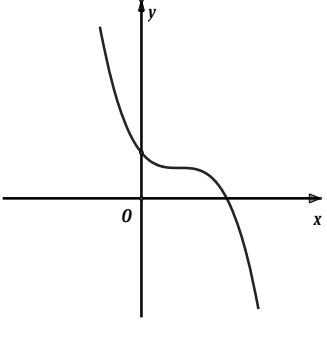
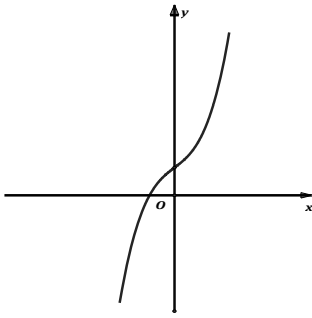
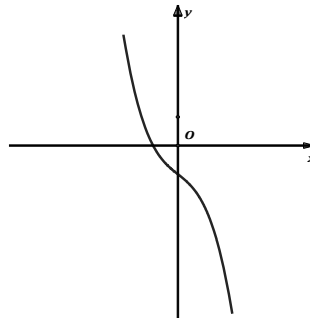
C - ĐÁP ÁN:

1B, 2C, 3D, 4A, 5D, 6A, 7A, 8C, 9B, 10B, 11C, 12D, 13D, 14D, 15D, 16C, 17D, 18A, 19B, 20A, 21A, 22C, 23B, 24B, 25C, 26D, 27C, 28D, 29A, 30C, 31A, 32D, 33D, 34B, 35B, 36D, 37B, 38A, 39C, 40A, 41A, 42A, 43C, 44A, 45B, 46D, 47D, 48B, 49C, 50C, 51A, 52D, 53D, 54B, 55B, 56D, 57D, 58C

BẢNG BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định hình hàm số bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt hay $\Delta_{y'} > 0$		
$y' = 0$ có hai nghiệm kép hay $\Delta_{y'} = 0$		
$y' = 0$ vô nghiệm hay $\Delta_{y'} < 0$		

1. Định hình hàm số bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + c$

+) Đạo hàm: $y' = 4ax^2 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{cases}$

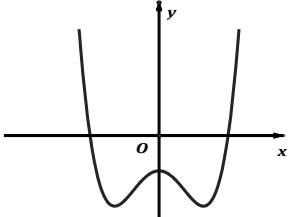
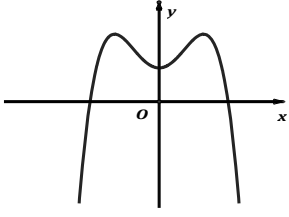
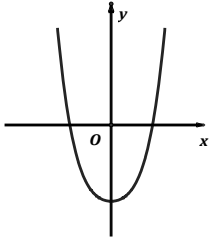
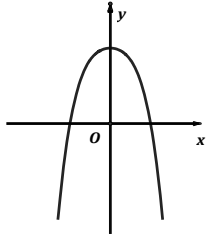
+) Để hàm số có 3 cực trị: $ab < 0$

- Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu

- Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$ hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu

+) Để hàm số có 1 cực trị $ab \geq 0$

- Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực tiểu và không có cực đại
- Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và không có cực tiểu

	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt hay $ab < 0$		
$y' = 0$ có đúng 1 nghiệm hay $ab \geq 0$		

3. Định hình hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

+) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$

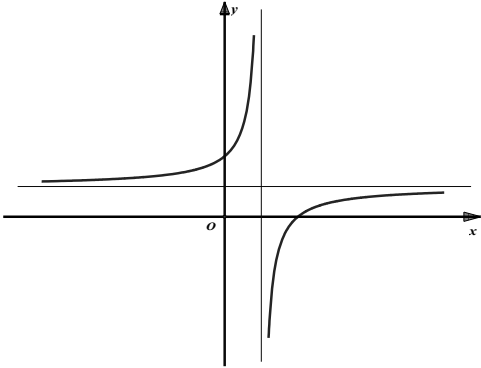
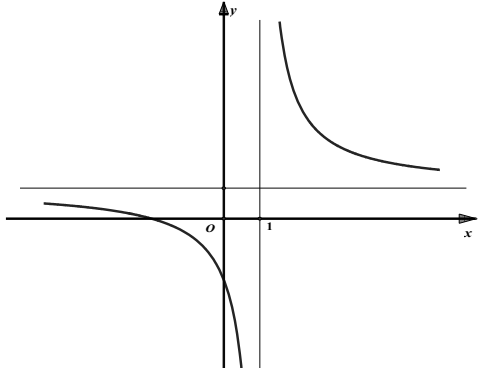
+) Đạo hàm: $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

- Nếu $ad - bc > 0$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 2 và 4.
- Nếu $ad - bc < 0$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 1 và 3.

3.

+) Đồ thị hàm số có: TCD: $x = -\frac{d}{c}$ và TCN: $y = \frac{a}{c}$

+) Đồ thị có tâm đối xứng: $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$

$ad - bc > 0$	$ad - bc < 0$
	

B – BÀI TẬP

Câu 1: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x$
 B. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$
 C. $y = x^3 + 3x^2 - 3x$
 D. $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	+
y		1	$+\infty$

$-\infty$

Câu 2: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^4 - 3x^2 - 3$ B. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$
 C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$
 D. $y = x^4 + 2x^2 - 3$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

Câu 3: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$
 B. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$
 C. $y = x^4 + 3x^2 - 1$
 D. $y = -x^4 - 3x^2 + 1$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

Câu 4: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$
 B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$
 C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$
 D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	--	0	+	0	--
y	$+\infty$				

Diagram showing the flow of the solution curve y(x) based on the sign of y' and the values of y at critical points x=0 and x=2.

The horizontal axis is x, with critical points at $-\infty$, 0, 2, and $+\infty$. The vertical axis is y, with values $+\infty$, -1, 3, and $-\infty$.

The sign of y' is negative for $x < 0$ and $x > 2$, and positive for $0 < x < 2$.

The solution curve y(x) starts at $+\infty$ for $x \rightarrow -\infty$, decreases to a local minimum at $x=0$ (y=-1), increases to a local maximum at $x=2$ (y=3), and then decreases to $-\infty$ for $x \rightarrow +\infty$.

Câu 5: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = -x^4 - 3x^2 - 3$
 B. $y = x^4 - x^2 - 3$
 C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$
 D. $y = x^4 + 2x^2 - 3$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

Câu 6: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$ B. $y = \frac{x-1}{2x+1}$
 C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ D. $y = \frac{x+2}{1+x}$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+	 	+
y	2	$+\infty$ $-\infty$	2

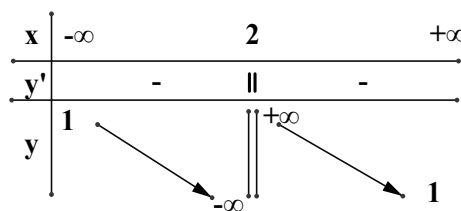
Câu 7: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$

B. $y = \frac{x-1}{2x+1}$

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$

D. $y = \frac{x+3}{2+x}$



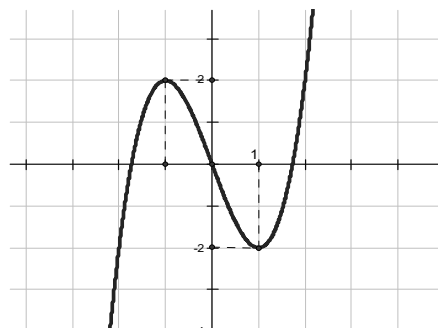
Câu 8: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = x^3 + 3x$

B. $y = x^3 - 3x$

C. $y = -x^3 + 2x$

D. $y = -x^3 - 2x$



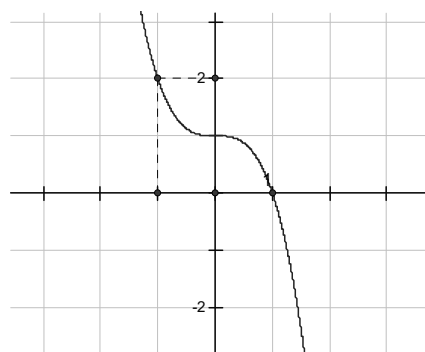
Câu 9: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = -x^3 + 1$

B. $y = -2x^3 + x^2$

C. $y = 3x^2 + 1$

D. $y = -4x^3 + 1$



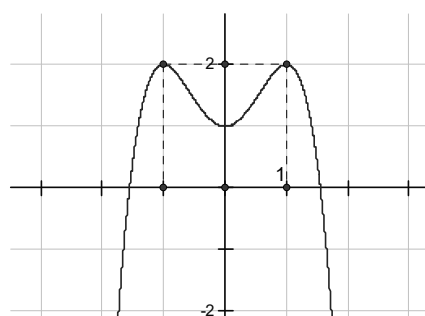
Câu 10: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

D. $y = x^4 + 3x^2 + 1$



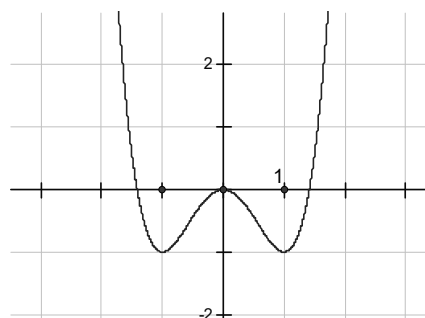
Câu 11: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = x^4 + 2x^2$

B. $y = x^4 - 2x^2$

C. $y = -x^4 + 2x^2$

D. $y = x^4 - 2x^2$



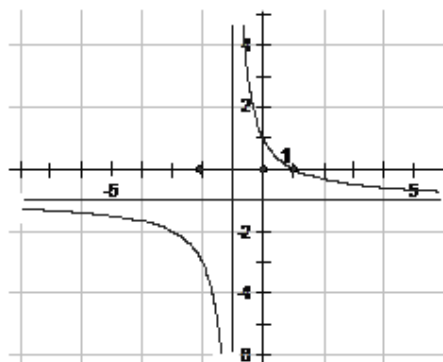
Câu 12: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$

B. $y = \frac{-x}{x+1}$

C. $y = \frac{-x+1}{x+1}$

D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$



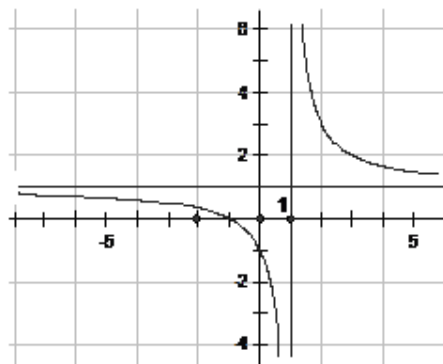
Câu 13: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$

C. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$

D. $y = \frac{-x}{1-x}$



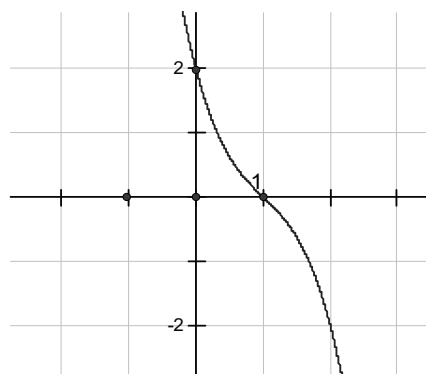
Câu 14: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = -x^3 - 3x^2 - 4x + 2$

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 4x + 2$

D. $y = x^3 + 3x^2 + 2$



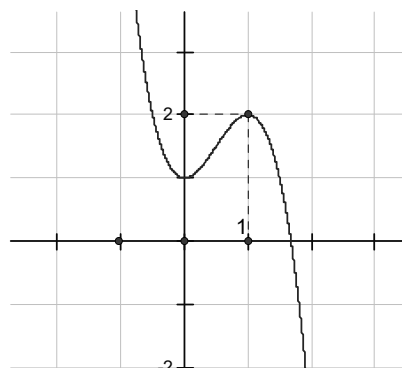
Câu 15: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$

B. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$

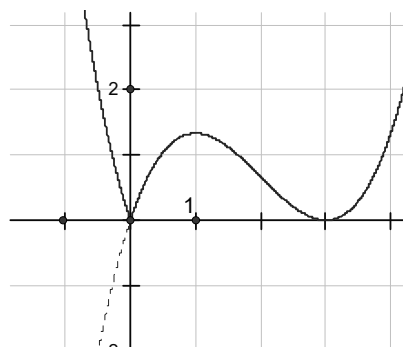
C. $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$

D. $y = -2x^2 + 3x^2 + 1$



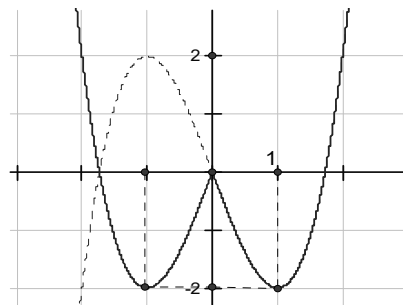
Câu 16: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = |x^3 - 2x^2 + 3x|$
- B. $y = |x|^3 - 2x^2 + 3|x|$
- C. $y = \left| \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right|$
- D. $y = \frac{1}{3}|x|^3 - 2x^2 + 3|x|$



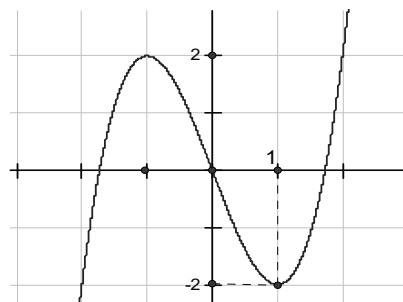
Câu 17: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = |x|^3 + 3|x|$
- B. $y = |x^3 + 3x|$
- C. $y = |x^3| - 3|x|$
- D. $y = |x^3 - 3x|$



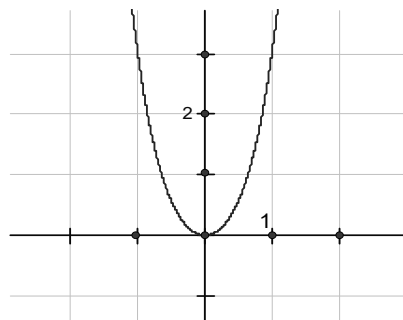
Câu 18: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^3 - 3x$
- B. $y = x^3 + 3x$
- C. $y = -x^3 + 3x + 1$
- D. $y = x^3 - 3x + 1$



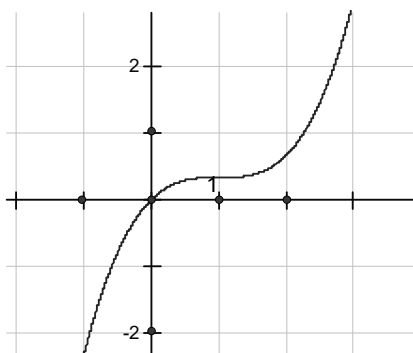
Câu 19: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^4 - 2x^2$
- B. $y = x^4 + 2x^2$
- C. $y = -x^4 - 2x^2$
- D. $y = x^4 + 3x^2$



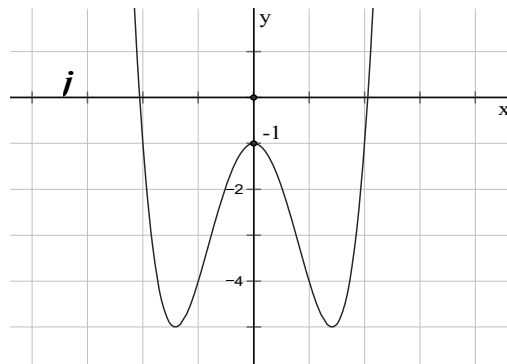
Câu 20: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$
 B. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 1$
 C. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$
 D. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$



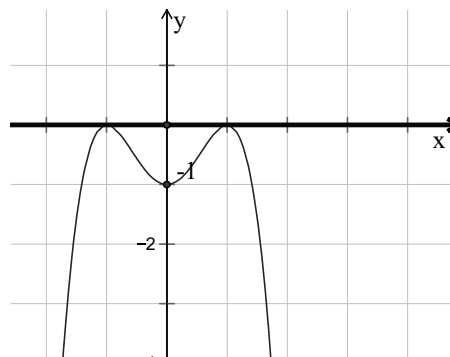
Câu 21: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = -x^4 + 4x^2 - 1$
 B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$
 C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$
 D. Đáp án khác



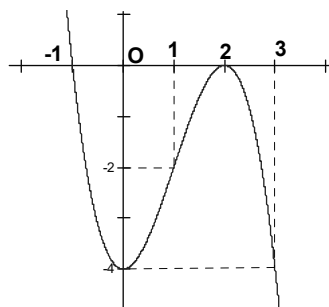
Câu 22: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$
 B. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$
 C. $y = x^4 + 2x^2 + 1$
 D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$



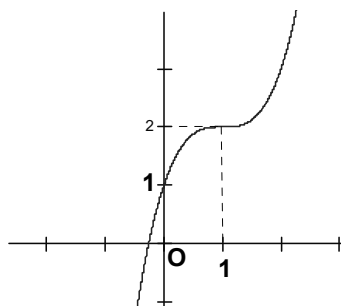
Câu 23: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^3 - 3x - 4$
 B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$
 C. $y = x^3 - 3x - 4$
 D. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$



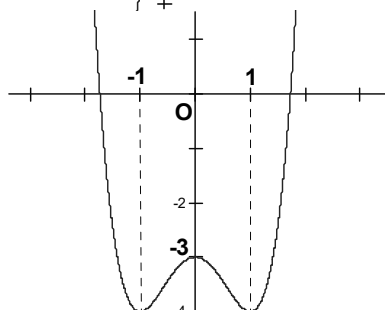
Câu 24: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$
 B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
 C. $y = x^3 - 3x + 1$
 D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$



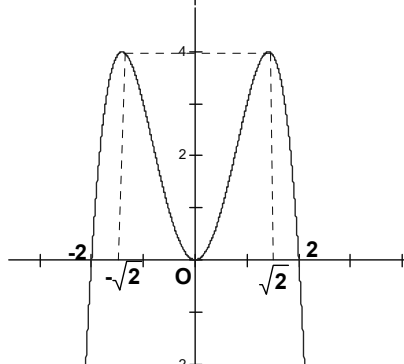
Câu 25: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^4 - 3x^2 - 3$
 B. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$
 C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$
 D. $y = x^4 + 2x^2 - 3$



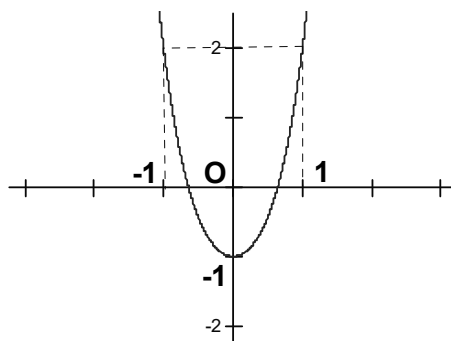
Câu 26: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^4 - 3x^2$
 B. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2$
 C. $y = -x^4 - 2x^2$
 D. $y = -x^4 + 4x^2$



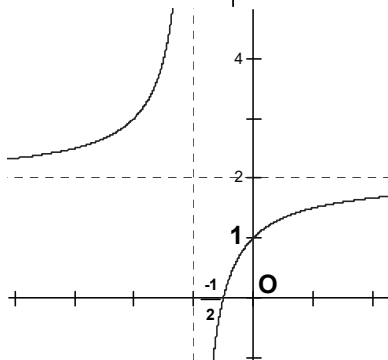
Câu 27: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$
 B. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 1$
 C. $y = x^4 + 2x^2 - 1$
 D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$



Câu 28: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$ B. $y = \frac{x-1}{x+1}$
 C. $y = \frac{x+2}{x+1}$ D. $y = \frac{x+3}{1-x}$



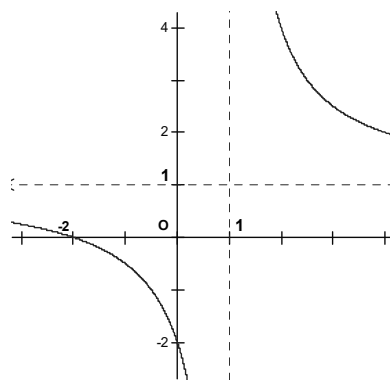
Câu 29: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$

D. $y = \frac{x+2}{1-x}$



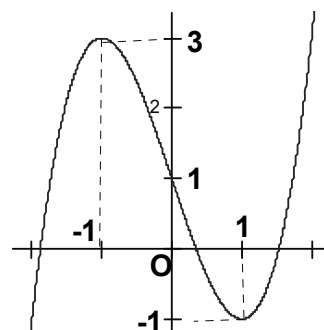
Câu 30: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = x^3 - 3x - 1$

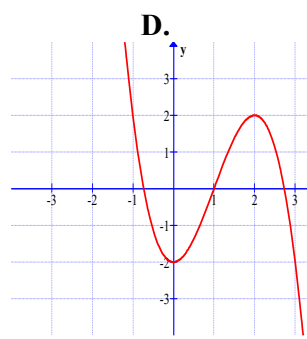
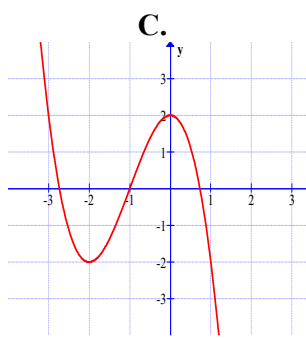
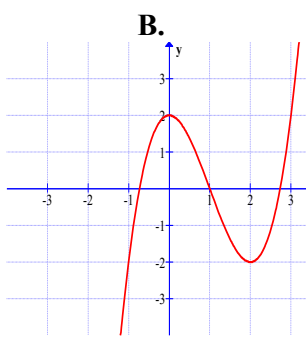
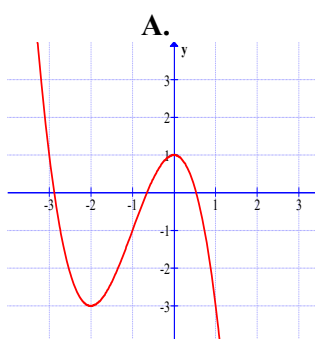
B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

C. $y = x^3 - 3x + 1$

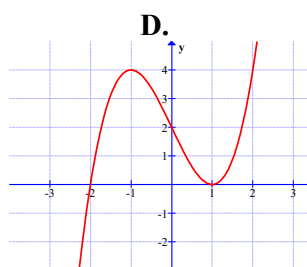
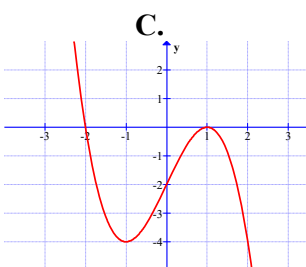
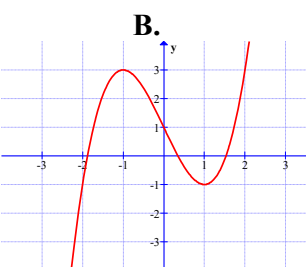
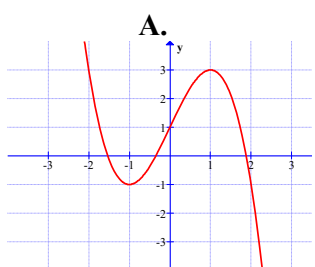
D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$



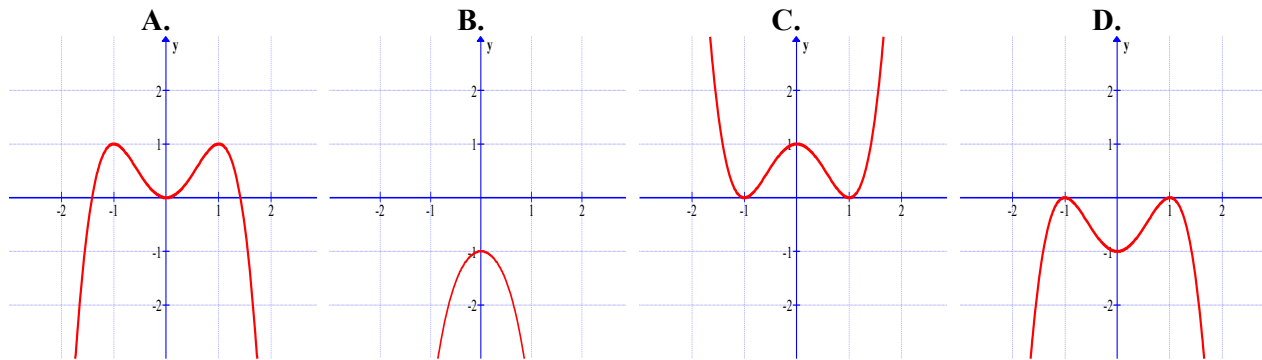
Câu 31: Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ có dạng:



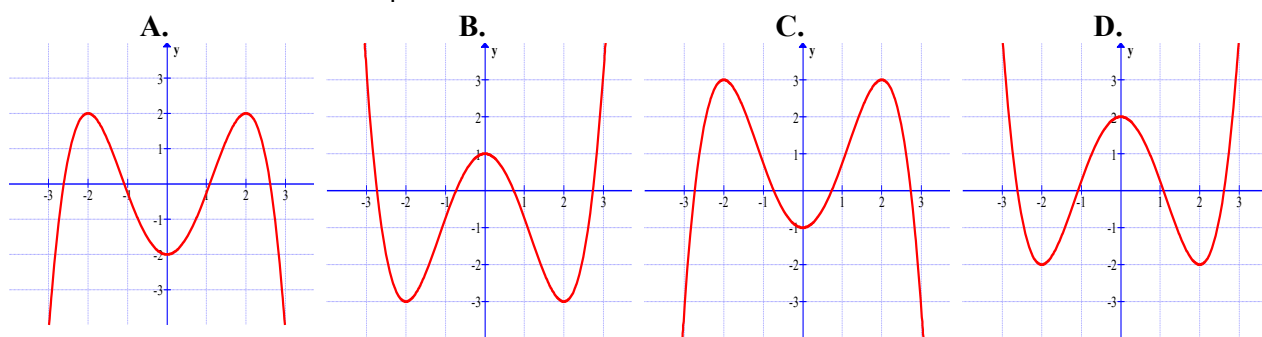
Câu 32: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có dạng:



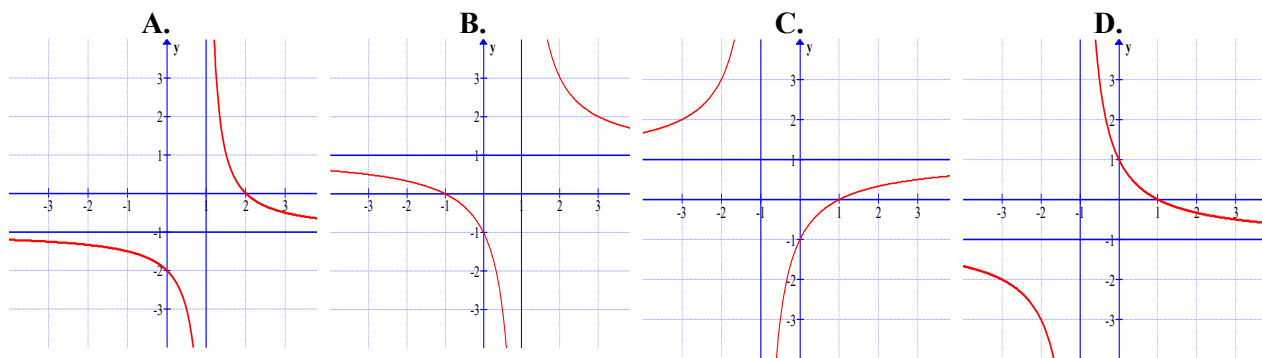
Câu 33: Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ có dạng:



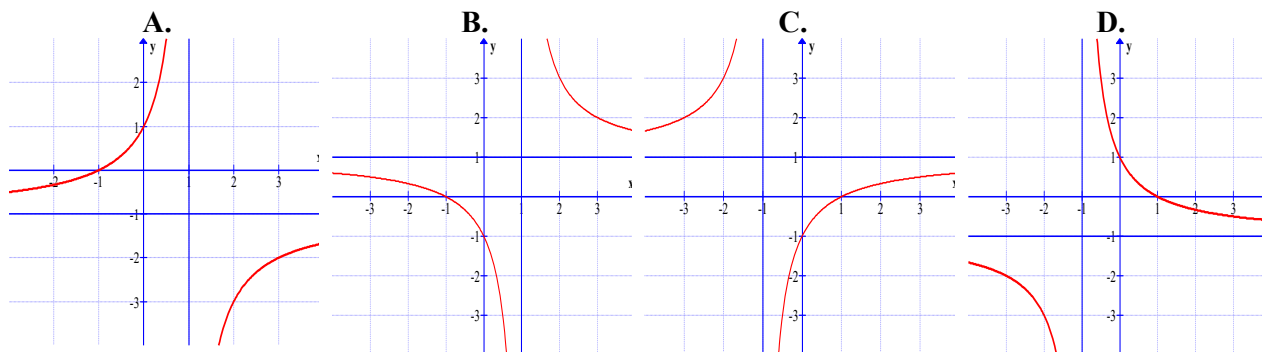
Câu 34: Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 1$ có dạng:



Câu 35: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ có dạng:



Câu 36: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có dạng:



C - ĐÁP ÁN:

**1A, 2C, 3C, 4B, 5C, 6A, 7C, 8B, 9A, 10C, 11B, 12C, 13A, 14B, 15D, 16C, 17C, 18A, 19B,
20A, 21D, 22D, 23B, 24A, 25C, 26D, 27C, 28A, 29B, 30B, 31C, 32D, 33D, 34C, 35A, 36A**

SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

BÀI TOÁN 1: TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM CỦA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ:

Phương pháp:

Cho 2 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị lần lượt là (C) và (C').

- +) Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (C'): $f(x) = g(x)$
- +) Giải phương trình tìm x từ đó suy ra y và tọa độ giao điểm.
- +) Số nghiệm của (*) là số giao điểm của (C) và (C').

Câu 1: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ với đường thẳng $y = x+2$ là:

- A. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \& (1; 3)$ B. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \& (1; 3)$ C. $(0; 2) \& \left(2; \frac{5}{3}\right)$ D. $(-1; 1) \& \left(2; \frac{5}{3}\right)$

Câu 2: Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ với đường thẳng $y = x-2$. Độ dài AB bằng:

- A. $AB = 1$ B. $AB = 4\sqrt{2}$ C. $AB = \sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

Câu 3: Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x+1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm của đoạn MN bằng:

- A. 1 B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. $-\frac{5}{2}$

Câu 4: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ với đường thẳng $y = 4x+1$ cắt nhau tại 3 điểm $A(0;1), B, C$. Độ dài đoạn thẳng BC là:

- A. 15 B. $5\sqrt{17}$ C. 20 D. $5\sqrt{33}$

Câu 5: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ với đường thẳng $y = x+1$ cắt nhau tại 3 điểm $A(0;1), B, C$. Tính diện tích tam giác MBC biết $M(2;-1)$.

- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. 8 D. 16

Câu 6: Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x-3}{x+1}$ với đường thẳng $y = x-1$ Tính độ dài OA:

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{13}$

Câu 7: Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ với đường thẳng $y = 3$ cắt nhau tại 3 điểm $A(0;3), B, C$. Tính diện tích tam giác OBC .

- A. 1 (đvdt) B. 2 (đvdt) C. 4 (đvdt) D. 6 (đvdt)

BÀI TOÁN 2: TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ HÀM BẬC 3

Phương pháp 1: Bảng biến thiên (PP đồ thị)

- +) Lập phương trình hoành độ giao điểm dạng $F(x, m) = 0$ (phương trình ẩn x tham số m)
- +) Cô lập m đưa phương trình về dạng $m = f(x)$
- +) Lập BBT cho hàm số $y = f(x)$.

+) Dựa và giả thiết và BBT từ đó suy ra m.

***) Dấu hiệu:** Sử dụng PP bảng biến thiên khi m độc lập với x.

Câu 1: Phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x + 2m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi:

- A. $-\frac{19}{2} < m < 4$ B. $-\frac{7}{2} < m < 5$ C. $-10 < m < \frac{8}{3}$ D. $-1 < m < \frac{11}{2}$

Câu 2: Phương trình $2x^3 - 3x^2 + 2 - 2^{1-2m} = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi:

- A. $\frac{1}{3} < m < 4$ B. $1 < m < \frac{3}{2}$ C. $0 < m < \frac{1}{2}$ D. $-1 < m < \frac{3}{4}$

Câu 3: Phương trình $x^4 - 4x^2 + 3 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt khi:

- A. $1 < m < 2$ B. $-1 < m < 2$ C. $-3 < m < 1$ D. $1 < m < 3$

Câu 4: Giá trị m để phương trình $\left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1 \right| = 3^m$ có 6 nghiệm phân biệt.

- A. $1 < m < 2$ B. $1 < m < 3$ C. $2 < m < 3$ D. $0 < m < 1$

Câu 5: Giá trị m để phương trình $\left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1 \right| = m$ có 8 nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 1$ B. $1 < m < 2$ C. $2 < m < 3$ D. $0 < m < 3$

Câu 6: Giá trị m để phương trình $|x^3 - 3x + 1| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 1$ B. $1 < m < 2$ C. $2 < m < 3$ D. $0 < m < 3$

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|x|^3 - 6x^2 + 9|x| - m + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

- A. $1 < m < 4$ B. $1 < m < 5$ C. $1 < m < 3$ D. $1 < m < 2$

Phương pháp 2: Nhẩm nghiệm – tam thức bậc 2.

+) Lập phương trình hoành độ giao điểm $F(x, m) = 0$

+) Nhẩm nghiệm: (Khử tham số). Giả sử $x = x_0$ là 1 nghiệm của phương trình.

+) Phân tích: $F(x, m) = 0 \Leftrightarrow (x - x_0) \cdot g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$ (là $g(x) = 0$ là phương trình bậc

2 ẩn x tham số m).

+) Dựa vào yêu cầu bài toán đi xử lý phương trình bậc 2 $g(x) = 0$.

Câu 1: Đồ thị của $y = x^3 + 2(m-1)x^2 - 3(m-2)x - 2m - 12$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi:

- A. $m > -3$ B. $m > 1$ C. $m < -3$ D. $m < 1$

Câu 2: Đồ thị hàm số: $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$ cắt đường thẳng $y = 1 - x$ tại 3 điểm phân biệt khi:

- A. $m = 0$ B. $m > \frac{9}{8}$ C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{9}{8} \end{cases}$ D.

$0 < m < \frac{9}{8}$

Câu 3: Đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + (m+2)x - 2m$ cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ dương khi:

- A. $m < 0$ B. $0 < m < \frac{1}{4}$ C. $0 < m < 4$ D. $m > \frac{1}{4}$

Câu 4: Cho hàm số: $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ (C_m). (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ C. $m > -\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4} < m < 1$

Câu 5: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C). Gọi (d) là đường thẳng qua $A(1;0)$ và có hệ số góc k. Đường thẳng (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$ khi:

- A. $k = 1$ B. $k = -1$ C. $k = 2$ D. $k = -2$

Câu 6: Đường thẳng $\Delta: y = -x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;2), B, C$ sao cho $S_{\Delta MBC} = 2\sqrt{2}$ biết $M(3;1)$ là:

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

Câu 7: Cho hàm số: $y = x^3 - 3x + 2$ (C). Gọi (d) là đường thẳng qua $A(2;4)$ và có hệ số góc k. Các giá trị của k để (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho ΔOBC cân tại O là:

- A. $k = \frac{1}{3}$ B. $k = 1$ C. $k = 1, k = \frac{1}{3}$ D. $k = -1$

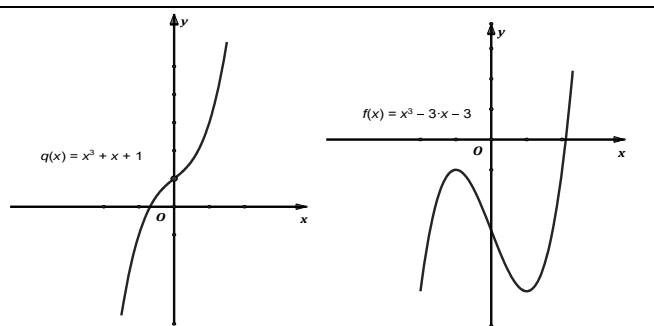
Phương pháp 3: Cực trị

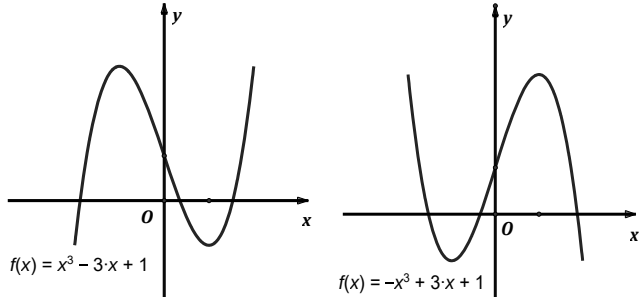
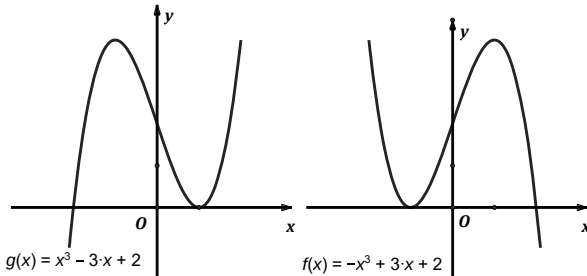
*) **Nhận dạng:** Khi bài toán không cô lập được m và cũng không nhầm được nghiệm.

*) **Quy tắc:**

+) Lập phương trình hoành độ giao điểm $F(x, m) = 0$ (1). Xét hàm số $y = F(x, m)$

+) Để (1) có đúng 1 nghiệm thì đồ thị $y = F(x, m)$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm. (2TH)
 - Hoặc hàm số luôn đơn điệu trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ hoặc vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta_{y'} \leq 0$
 - Hoặc hàm số có CĐ, CT và $y_{\text{cd}} \cdot y_{\text{ct}} > 0$ (hình vẽ)



+) Để (1) có đúng 3 nghiệm thì đồ thị $y = F(x, m)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{cd} \cdot y_{ct} < 0$	
+) Để (1) có đúng 2 nghiệm thì đồ thị $y = F(x, m)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{cd} \cdot y_{ct} = 0$	

Câu 1: Tìm m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3mx - m$ cắt trục hoành tại đúng một điểm.

- A. $m > \frac{1}{4}$ B. $m \geq \frac{1}{4}$ C. $m = \frac{1}{4}$ D. $m < \frac{1}{4}$

Câu 2: Tìm m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3mx + m^2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

- A. $m > 0$ B. $m > \frac{1}{4}$ C. $0 < m < 4$ D. $m > 4$

Câu 3: Tìm m để đồ thị (C) của hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 - m + 2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

- A. $m < 1$ B. $1 < m < 2$ C. $0 < m < 2$ D. $m > 2$

Câu 4: Tìm m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3 - m - 3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

- A. $1 < m < 3$ B. $-3 < m < 1$ C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$

Bài toán: Tìm m để đồ thị hàm bậc 3 cắt trục hoành tại 3 điểm lập thành 1 cấp số cộng:

1. Định lý vi ét:

*) Cho bậc 2: Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thì ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

*) Cho bậc 3: Cho phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 thì ta có:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = \frac{c}{a}, x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}$$

2. Tính chất của cấp số cộng:

+) Cho 3 số a, b, c theo thứ tự đó lập thành 1 cấp số cộng thì: $a + c = 2b$

3. Phương pháp giải toán:

+) Điều kiện cần: $x_0 = -\frac{b}{3a}$ là 1 nghiệm của phương trình. Từ đó thay vào phương trình để tìm m .

+) Điều kiện đủ: Thay m tìm được vào phương trình và kiểm tra.

Câu 1: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 6$ với trục hoành là:

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Câu 2: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (2x - 3)(x^2 - 2x + 2)$ với trục hoành là:

- A. 1 B. 0 C. 3 D. 2

Câu 3: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x + 1)(x^2 - 4x + 4)$ với trục hoành là:

- A. 1 B. 0 C. 3 D. 2

Câu 4: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x - 1)(x^2 - 3x + 2)$ với trục hoành là:

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Câu 5: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ với trục hoành là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 6: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2$ với trục hoành là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 3$ với đường thẳng $y = x + 1$ là:

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 8: Tọa độ của các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ với đường thẳng $y = x - 2$ là:

- A. $(1; -2)$ & $(0; -2)$ B. $(-1; -3)$ & $(3; 1)$ C. $(-1; -3)$ & $(0; -2)$ D. $(1; -1)$ & $(3; 1)$

Câu 9: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ với đường thẳng $y = x - 1$ là:

- A. $(0; -1)$ B. $(1; 0)$ C. $(2; 1)$ D. $(-2; -3)$

Câu 10: Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó tọa độ trung điểm của đoạn MN là:

- A. $(1; 2)$ B. $(2; 3)$ C. $\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$ D. $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi:

- A. $m > 3$ B. $m < -1$ C. $-1 < m < 3$ D. $-1 < m < 1$

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ cắt trục hoành tại đúng 1 khi:

- A. $m > 2$ B. $m < -2$ C. $0 < m < 2$ D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

Câu 13: Phương trình $4x^3 - 3x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khi:

- A. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$ B. $m = \pm 1$ C. $-1 < m < 1$ D. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$

Câu 14: Đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 - m - 1$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi:

- A. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; 3)$ B. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$
C. $m \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

Câu 15: Đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3mx^2 - m - 6$ cắt trục hoành tại đúng một điểm khi giá trị của m là:

- A. $m = 0$ B. $-6 < m < 2$ C. $0 \leq m < 2$ D. $-6 < m \leq 0$

Câu 16: Phương trình $2x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi:

- A. $1 < m < 2$ B. $0 < m < 1$ C. $-1 < m < 2$ D. $1 < m < 3$

Câu 17: Phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi m thuộc tập:

- A. $(-1; 3) \setminus \{0; 2\}$ B. $(-1; 2) \setminus \{0; 1\}$ C. $(1; 3) \setminus \{2\}$ D. $(-1; 2) \setminus \{0\}$

Câu 18: Phương trình $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt trong đó có đúng 2 nghiệm lớn hơn 1 khi:

- A. $\frac{1}{3} < m < 3$ B. $-1 < m < \frac{5}{2}$ C. $2 < m < \frac{7}{3}$ D. $-2 < m < \frac{4}{3}$

Câu 19: Đường thẳng hàm số $y = x^3 - (3 - m)x$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi:

- A. $m < 3$ B. $m > 3$ C. $m < 1$ D. $m > 1$

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = x^3 - (3 - m)x$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi:

- A. $m < 3$ B. $m > 3$ C. $m < 1$ D. $m > 1$

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = mx$ tại 3 điểm phân biệt khi giá trị của m là:

- A. $\left(-\frac{9}{4}; +\infty\right) \setminus \{1\}$ B. $\left(-\frac{9}{4}; +\infty\right) \setminus \{0\}$ C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \setminus \{1\}$ D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \setminus \{0\}$

Câu 22: Phương trình $x^2(x^2 - 2) + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khi:

- A. $\begin{cases} m > 3 \\ m = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > 4 \\ m = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m > 2 \\ m = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m > 3 \\ m = 1 \end{cases}$

Câu 23: Đồ thị của $y = x^3 + 2(m - 1)x^2 - 3(m - 2)x - 2m - 12$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi:

- A. $m > -3$ B. $m > 1$ C. $m < -3$ D. $m < 1$

Câu 24: Tìm m để đường thẳng $(d): y = mx - 2m - 4$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 6$ tại 3 điểm phân biệt:

- A. $m > -3$ B. $m > 1$ C. $m < -3$ D. Đáp án khác

Câu 25: Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ cắt đường thẳng $y = mx - 2m - 3$ tại 3 điểm phân biệt khi:

- A. $m < 0$ B. $m > 0$ C. $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -9 \end{cases}$

Câu 26: Cho hàm số: $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ (C_m). (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$. (2010A)

- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ C. $m > -\frac{1}{4}$ D.

$$-\frac{1}{4} < m < 1$$

Câu 27: Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lần

lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15$ khi:

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = \pm 1$

Câu 28: Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + mx$ (C_m). Đường thẳng $d: y = x$ cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt O, A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$ khi: (Với O là gốc tọa độ).

A. $m = \frac{14}{3}$

B. $m = 1, m = 3$

C. $m = 3$

D. $m = 5$

Câu 29: Đường thẳng $\Delta: y = -x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;2), B, C$ sao cho $S_{\Delta MBC} = 2\sqrt{2}$ biết $M(3;1)$ là:

A. $m = 0, m = 1$

B. $m = 0, m = 3$

C. $m = 1, m = 3$

D. $m = 0, m = 2$

Câu 30: Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 4$ (C). Gọi d là đường thẳng đi qua $A(-1;0)$ và có hệ số góc k . Giá trị của k để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho $S_{\Delta OBC} = 1$ là:

A. $k = 1$

B. $k = -1$

C. $k = \pm 1$

D. $k = 2$

Câu 31: Cho hàm số: $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ (C_m) và (d): $y = 1 - x$. Giá trị của m để (d) cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt $A(0;1), B, C$ sao cho $S_{\Delta KBC} = \sqrt{5}$ với $K(1;2)$ là:

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$

Câu 32: Cho hàm số: $y = (2-m)x^3 - 6mx^2 + 9(2-m)x - 2$ (C_m) và đường thẳng $d: y = -2$. Giá trị của m để (d) cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt $A(0;-2), B, C$ sao cho $S_{\Delta OBC} = \sqrt{13}$ là:

A. $\begin{cases} m = 13 \\ m = 14 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 14 \\ m = \frac{13}{14} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 14 \\ m = \frac{14}{13} \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 13 \\ m = \frac{14}{13} \end{cases}$

Câu 33: Cho hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$ (C) và đường thẳng (d): $y = mx - \frac{1}{3}$. Giá trị của m để

(d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A\left(0, -\frac{1}{3}\right), B, C$ sao cho $S_{\Delta OBC} = 2S_{\Delta OAB}$ Là:

A. $m = \frac{3}{4}$

B. $m = \frac{4}{3}$

C. $m = \frac{1}{4}$

D. $m = \frac{1}{3}$

Câu 34: Cho $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m+1)x + 1$ (C_m), (d): $y = x - 2$. Giá trị của m để (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(-1;-3), B, C$ thỏa mãn: $AB = BC$ là:

A. $m = \frac{2}{3}, m = -1$

B. $m = \frac{3}{2}, m = -1$

C. $m = \frac{3}{2}, m = 1$

D. $m = -\frac{3}{2}, m = -1$

Câu 35: Cho hàm số: $y = x^3 - (m+2)x^2 + 4m - 3$ (C_m) và $d: y = 2x - 7$. Giá trị của m để (d) cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng hệ số góc của các tiếp tuyến với (C_m) tại ba điểm A, B, C bằng 28.

A. $m = 0, m = 1$

B. $m = 0, m = -16$

C. $m = -16$

D. $m = -16, m = 1$

Câu 36: Cho hàm số: $y = -2x^3 + 6x + 2$ (C) và (d_m): $y = 2mx - 2m + 6$. Giá trị của m để (d_m) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại ba điểm A, B, C bằng -6 .

A. $m = -3$

B. $m = -1$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

Câu 37: Cho hàm số: $y = x^3 - (m+1)x^2 + x + 2m + 1$ (C_m) và (d_m): $y = x + m + 1$. Giá trị của m để (d_m) cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng hệ số góc của các tiếp tuyến với (C_m) tại ba điểm A, B, C bằng 12 là:

A. $m = 2$

B. $m = 1$

C. $m = 1, m = 2$

D. $m = -1, m = -2$

Câu 38: Cho hàm số: $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$ (C). Phương trình đường thẳng (d) đi qua $A(-1; 0)$ và cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho $G(2; 2)$ là trọng tâm của tam giác OBC là:

A. $y = x + 1$

B. $y = \frac{3}{4}x + \frac{4}{3}$

C. $y = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$

D. $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$

Câu 39: Cho hàm số: $y = f(x) = x^3 - 3x$ (C) và đường thẳng (Δ_m): $y = m(x+1) + 2$. Giá trị của m để (Δ_m) cắt (C) tại 3 điểm A, B, C phân biệt và tiếp tuyến với (C) tại B, C vuông góc với nhau là:

A. $m = \pm 1$

B. $m = \frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{3}$

C. $m = \frac{3 \pm 2\sqrt{2}}{3}$

D. $m = \frac{-3 \pm \sqrt{2}}{3}$

Câu 40: Cho hàm số: $y = x^3 + mx^2 + 1$ (C) và (d): $y = 1 - x$. Giá trị của m để (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A(0;1), B, D sao cho tiếp tuyến với (C) tại B, D vuông góc với nhau.

A. $m = \pm 1$

B. $m = \pm 2$

C. $m = \pm\sqrt{3}$

D. $m = \pm\sqrt{5}$

Câu 41: Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1$ (C_m) và (d): $y = x + 1$. Giá trị của m để (d) cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt $P(0;1), M, N$ sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔOMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ là:

A. $m = 0$

B. $m = 3$

C. $m = -3$

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$

Câu 42: Giá trị m để phương trình $|x^3 - 3x + 1| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$

B. $1 < m < 2$

C. $2 < m < 3$

D. $0 < m < 3$

Câu 43: Giá trị m nguyên để phương trình $|x^3 - 3x^2 + 2| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $m = 1$

B. $m = 0, m = 1$

C. $m = 2$

D.

$m = 1, m = 2$

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|x|^3 - 6x^2 + 9|x| - m + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $1 < m < 4$

B. $1 < m < 5$

C. $1 < m < 3$

D. $1 < m < 2$

Câu 45: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng khi:

A. $m = -1$

B. $m = 1$

C. $m = 2$

D. $m = -2$

BÀI TOÁN 3: TƯƠNG GIAO CỦA HÀM SỐ PHÂN THỨC

Phương pháp

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (C) và đường thẳng $d: y = px + q$. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$$\frac{ax+b}{cx+d} = px+q \Leftrightarrow F(x,m)=0 \text{ (phương trình bậc 2 ẩn } x \text{ tham số } m).$$

*) Các câu hỏi thường gặp:

1. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-\frac{d}{c}$.
2. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt cùng thuộc nhánh phải của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn: $-\frac{d}{c} < x_1 < x_2$.
3. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt cùng thuộc nhánh trái của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1 < x_2 < -\frac{d}{c}$.
4. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt thuộc 2 nhánh của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1 < -\frac{d}{c} < x_2$.
5. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A và B thỏa mãn điều kiện hình học cho trước:
 - +) Đoạn thẳng $AB = k$
 - +) Tam giác ABC vuông.
 - +) Tam giác ABC có diện tích S_0

* Quy tắc:

- +) Tìm điều kiện tồn tại A, B $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt.
- +) Xác định tọa độ của A và B (chú ý Vi ét)
- +) Dựa vào giả thiết xác lập phương trình ẩn m. Từ đó suy ra m.

*) **Chú ý:** Công thức khoảng cách:

$$\begin{aligned} &+) A(x_A; y_A), B(x_B; y_B): AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &+) \begin{cases} M(x_0; y_0) \\ \Delta: Ax_0 + By_0 + C = 0 \end{cases} \Rightarrow d(M, \Delta) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \end{aligned}$$

BÀI TẬP:

Câu 1: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ cắt đường thẳng $y = x - m$ tại hai điểm phân biệt khi:

- A. $m \neq 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $\forall m$

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt khi:

- A. $m > -2$ B. $m > 6$ C. $-2 < m < 6$ D. $m < -2$

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ cắt đường thẳng $y = -x + 2m$ tại hai điểm phân biệt A, B và đoạn thẳng AB ngắn nhất khi:

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = \frac{3}{2}$ C. $m = \frac{5}{2}$ D. $m = \frac{7}{2}$

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{1-2x}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho

$AB = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$ khi:

A. $m = -1$

B. $m = -2$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$

Câu 5: Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến tại A và B với (C) song song với nhau khi:

A. $m = 2$

B. $m = 1$

C. $m = -2$

D. $m = -3$

Câu 6: Đồ thị hàm số: $y = \frac{2x-1}{x+1}$ cắt đường thẳng $d: y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$ khi:

A. $m = -1$

B. $m = 7$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 7 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$

Câu 7: Đồ thị hàm số: $y = \frac{x-1}{x+m}$ cắt đường thẳng $d: y = x + 2$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

A. $m = -1$

B. $m = 7$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 7 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$

Câu 8: Đồ thị hàm số: $y = \frac{x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = 2x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB nhỏ nhất khi:

A. $m = -1$

B. $m = 1$

C. $m = -2$

D. $m = 2$

Câu 9: Cho $y = \frac{x-1}{x+1}$ (C) và (d): $y = x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại 2 điểm A, B: $OA^2 + OB^2 = 2$.

A. $m = 1, m = 2$

B. $m = 1$

C. $m = 1, m = 3$

D.

$1 < m < 3$

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ cắt $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = 1$ khi:

A. $m = 0$

B. $m = 2$

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

D. Đáp số khác

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O khi:

A. $m = 1$

B. $m = 6$

C. $m = 2$

D. Đáp số khác

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $d: y = x + m$ tại hai điểm pb M, N sao cho $S_{IMN} = 4$ biết $I(1; 2)$ khi m nhận các giá trị:

A. $m = -1$

B. $m = 3$

C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$

Câu 13: Đồ thị hàm số: $y = \frac{2x+3}{x-2}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $2\sqrt{3}$. (O là gốc tọa độ) khi:
A. $m = 2$ **B.** $m = -2$ **C.** $m = \pm 2$ **D.** $m = 4$

Câu 14: Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho. Các giá trị của m để bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB bằng $2\sqrt{2}$ là:
A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 6 \end{cases}$ **B.** $m = 6$ **C.** $m = -2$ **D.** $m = 1$

Câu 15: Đồ thị hàm số: $y = \frac{x+3}{x+2}$ cắt đường thẳng $d: y = 2x + 3m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$. Với O là gốc tọa độ khi:
A. $m = 1$ **B.** $m = \frac{3}{5}$ **C.** $m = \frac{5}{7}$ **D.** $m = \frac{7}{5}$

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $d: y = -3x + m$ tại hai điểm pb A, B sao cho trọng tâm của tam giác OAB thuộc $(\Delta): x - 2y - 2 = 0$
A. $m = \frac{1}{3}$ **B.** $m = \frac{1}{9}$ **C.** $m = \frac{11}{5}$ **D.** $m = -\frac{11}{5}$

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ cắt đường thẳng $d: y = 2x + m$ tại 2 điểm M, N sao cho độ dài MN nhỏ nhất khi:
A. $m = 1$ **B.** $m = 2$ **C.** $m = 3$ **D.** $m = -1$

Câu 18: Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O khi:
A. $m \neq 0$ **B.** $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ **C.** $m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ **D.** kết quả khác

Câu 19: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ có điểm chung với đường thẳng $y = mx + 2$ khi:
A. $m \in (-\infty; -3]$ **B.** $m \in (-\infty; -3] \cup (1; +\infty)$ **C.** $m \in (-3; 1]$ **D.** $m \in (-3; 1)$

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$ cắt đường thẳng $d: y = m$ tại 2 điểm phân biệt khi:
A. $\begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases}$ **B.** $m < 3$ **C.** $m > 7$ **D.** $\begin{cases} m < 3 \\ m > 7 \end{cases}$

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1}$ có mấy điểm chung với trục Ox
A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 22: Đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x-1}$. Chọn đáp án đúng.

- A. Cắt đường thẳng $y = 1$ tại hai điểm
 B. cắt đường thẳng $y = 4$ tại hai điểm
 C. Tiếp xúc với đường thẳng $y = 0$
 D. không cắt đường thẳng $y = -2$

Câu 23: Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm ?

- A. $y = \frac{-2x+3}{x+1}$
 B. $y = \frac{3x+4}{x-1}$
 C. $y = \frac{4x+1}{x+2}$
 D. $y = \frac{2x-3}{3x-1}$

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Với giá trị m để đường thẳng (d): $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt.

- A. $m < 0 \vee m > 4$
 B. $m < 0 \vee m > 2$
 C. $1 < m < 4$
 D. $m < 1 \vee m > 4$

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x-2}$ có đồ thị (H) và (d): $y = kx + 1$. Để đường thẳng (d) cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn AB nhận $M(1,4)$ làm trung điểm, thì giá trị thích hợp của k là:

- A. $k = -4$
 B. $k = -3$
 C. $k = 3$
 D. $k = 4$

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x + m$ khi

- A. $m = \sqrt{8}$
 B. $m \neq 1$
 C. $m = \pm 2\sqrt{2}$
 D. $\forall m \in R$

Câu 27: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: 2x - y + m = 0$ tiếp xúc với đồ thị (C): $y = \frac{-2x-4}{x+1}$

- A. $m = 2$
 B. $m = -2$
 C. $m = \pm 4$
 D. $m = \pm 2$

Câu 28: Cho hàm số: $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng (d): $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A. $m = 4 \pm \sqrt{10}$
 B. $m = 2 \pm \sqrt{10}$
 C. $m = 4 \pm \sqrt{3}$
 D. $m = 2 \pm \sqrt{3}$

Câu 29: Xác định a để đường thẳng (d): $y = ax + 3$ không cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{3x+4}{x-1}$

- A. $-28 < a \leq 0$
 B. $-28 < a < 0$
 C. $-28 \leq a \leq 0$
 D. $0 < a \leq 28$

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và (d): $y = -3x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc nhánh phải của (C).

- A. $m < -1$
 B. $m > 11$
 C. $m < -1 \vee m > 11$
 D. Kết quả khác.

Câu 31: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và (d): $y = -3x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc nhánh trái của (C).

- A. $m < -1$
 B. $m > 11$
 C. $m < -1 \vee m > 11$
 D. Kết quả khác.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và (d): $y = -3x + m$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc cùng một nhánh của (C).

A. $m < -1$ B. $m > 11$ C. $m < -1 \vee m > 11$ D. Kết quả khác.

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và (d): $y = -3x + m$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh khác nhau của (C).

A. $m < -1$ B. $m > 11$ C. $m < -1 \vee m > 11$ D. Kết quả khác.

Câu 34: Đồ thị (C_m) của hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x + m}$ luôn cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm m để hai tiếp tuyến của (C_m) tại A và B vuông góc nhau ?

A. $m \in \emptyset$ B. $m = 3, m = -1$ C. $m = -3, m = 1$ D. $m = \pm 2$

BÀI TOÁN 4: TƯƠNG GIAO CỦA HÀM SỐ BẬC 4

NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC 4 TRÙNG PHƯƠNG: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ (1)

1. Nhắm nghiệm:

- Nhắm nghiệm: Giả sử $x = x_0$ là một nghiệm của phương trình.

- Khi đó ta phân tích: $f(x, m) = (x^2 - x_0^2)g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm x_0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$

- Dựa vào giả thiết xử lý phương trình bậc 2 $g(x) = 0$

2. Ân phụ - tam thức bậc 2:

- Đặt $t = x^2, (t \geq 0)$. Phương trình: $at^2 + bt + c = 0$ (2).

- Để (1) có đúng 1 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $\begin{cases} t_1 < 0 = t_2 \\ t_1 = t_2 = 0 \end{cases}$

- Để (1) có đúng 2 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $\begin{cases} t_1 < 0 < t_2 \\ 0 < t_1 = t_2 \end{cases}$

- Để (1) có đúng 3 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $0 = t_1 < t_2$

- Để (1) có đúng 4 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $0 < t_1 < t_2$

3. Bài toán: Tìm m để (C): $y = ax^4 + bx^2 + c$ (1) cắt (Ox) tại 4 điểm có hoành độ lập thành cấp số cộng.

- Đặt $t = x^2, (t \geq 0)$. Phương trình: $at^2 + bt + c = 0$ (2).

- Để (1) cắt (Ox) tại 4 điểm phân biệt thì (2) phải có 2 nghiệm dương t_1, t_2 ($t_1 < t_2$) thỏa mãn $t_2 = 9t_1$.

- Kết hợp $t_2 = 9t_1$ với định lý Vi-ét tìm được m.

BÀI TẬP:

Câu 1: Phương trình $x^4 - 4x^2 + 3 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt khi:

A. $1 < m < 2$ B. $-1 < m < 2$ C. $-3 < m < 1$ D. $1 < m < 3$

Câu 2: Phương trình $x^2(x^2 - 2) + 3 = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khi:

A. $\begin{cases} m > 3 \\ m = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m > 4 \\ m = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m > 2 \\ m = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m > 3 \\ m = 1 \end{cases}$

Câu 3: Cho $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 + 4m^2$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt:

A. $-\frac{1}{4} < m < 0$

B. $0 < m < \frac{3}{2}$

C. $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 0 \\ m > 0 \end{cases}$

D. $m > 0$

Câu 4: Phương trình $x^4 - (3m+2)x^2 + 3m+1 = 0$ có 4 điểm phân biệt cùng lớn hơn -3 khi:

A. $\begin{cases} -\frac{1}{3} < m < \frac{8}{3} \\ m \neq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} \frac{1}{3} < m < \frac{8}{3} \\ m \neq 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} -\frac{1}{3} < m < 3 \\ m \neq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 1 \end{cases}$

Câu 5: Cho hàm số $y = x^4 - (m-1)x^2 + 2m-3$ (C_m) và đường thẳng (Δ): $y=3$. Giá trị của m để (C_m) $\cap$ (Δ) tại 4 điểm phân biệt có hoành độ cùng nhỏ hơn 2 là:

A. $\begin{cases} 3 < m < 7 \\ m \neq 5 \end{cases}$

B. $m > 3$

C. $\begin{cases} 2 < m < 7 \\ m \neq 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m < 7 \\ m \neq 5 \end{cases}$

Câu 6: Cho hàm số $y = x^4 - (m-1)x^2 + 2m-3$ (C_m) và đường thẳng (Δ): $y=3$. Giá trị của m để (C_m) $\cap$ (Δ) tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 sao cho: $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 10$ là:

A. $m = 4$

B. $m > 4$

C. $3 < m < 7$

D. $m = 6$

Câu 7: (KD – 2009) Cho hàm số: $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$. (C_m). Giá trị của m để đường thẳng $y=-1$ cắt (C_m) tại 4 điểm phân biệt có hoành độ cùng nhỏ hơn 2:

A. $\begin{cases} -1 < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} -\frac{1}{3} < m < \frac{4}{3} \\ m \neq 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} -\frac{1}{3} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$

D.

$$-3 < m < \frac{1}{3}$$

Câu 8: Cho hàm số: $y = -x^4 - 2mx^2 + m^2 + m$. (C_m). Giá trị của m để (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt là:

A. $-1 < m < -\frac{1}{2}$

B. $1 < m < \frac{3}{2}$

C. $-1 < m < \frac{3}{2}$

D.

$$-\frac{1}{2} < m < 0$$

Câu 9: Giá trị m để phương trình $|x^4 - 2x^2 - 1| = m$ có 6 nghiệm phân biệt

A. $1 < m < 2$

B. $0 < m < 2$

C. $-1 < m < 2$

D. $0 < m < 1$

Câu 10: Giá trị m để phương trình $\left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1 \right| = 3^m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $1 < m < 2$

B. $1 < m < 3$

C. $2 < m < 3$

D. $0 < m < 1$

Câu 11: Giá trị m để phương trình $\left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1 \right| = m$ có 8 nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$

B. $1 < m < 2$

C. $2 < m < 3$

D. $0 < m < 3$

Câu 12: Giá trị m để phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

A. $1 < m < \frac{13}{4}$

B. $0 < m < \frac{9}{4}$

C. $-\frac{9}{4} < m < 0$

D.

$$-1 < m < \frac{13}{4}$$

Câu 13: Đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ khi :

A. $m < 4$

B. $0 < m < 4$

C. $m > 0$

D. $m > 4$

Câu 14: Cho $(C_m) y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m + 1$. Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

A. $m \in \left[\frac{2+2\sqrt{10}}{9}; 1 \right)$

B. $m \in \left(\frac{1}{2}; 1 \right) \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

C. $m \in (0; 1) \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

D. $m \in \left(0; \frac{1}{2} \right) \cup \left(\frac{2}{3}; 1 \right)$

Câu 15: Tìm m để đồ thị (C_m) của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - m + 2017$ có 3 giao điểm với trục hoành

A. $m \leq 2017$

B. $m \geq 2017$

C. $2015 \leq m \leq 2016$

D.

$$m = 2017$$

Câu 16: Cho hàm số $y = x^4 + ax^2 + b$ có đồ thị (C) . Tìm điều kiện của a và b để (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

A. $b = 0, a > 0$

B. $b = 0, a < 0$

C. $b = 0 \wedge a \leq 0$

D. Một kết quả

khác.

Câu 17: Cho hàm số $y = x^4 + ax^2 + b$ có đồ thị (C) . Tìm điều kiện của a và b để (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt

A. $b < 0, \forall a \in \mathbb{R}$

B. $b \leq 0, \forall a \in \mathbb{R}$

C. $b > 0, \forall a \in \mathbb{R}$

D. Một kết quả

khác.

Câu 18: Cho đồ thị $(C_m): y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$. Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt ?

A. $1 < m < 2$

B. $1 < m < \frac{5-\sqrt{5}}{2}$

C. $m > \frac{5+\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{5-\sqrt{5}}{2} < m < 2$

Câu 19: Hai đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = mx^2 - 3$ tiếp xúc nhau khi và chỉ khi:

A. $m = 2$

B. $m = -2$

C. $m = \pm\sqrt{2}$

D. $m = 0$

Câu 20: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1$ (C_m) Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 4 điểm lập thành 1 cấp số cộng.

A. $m = \pm 4$

B. $m = 4$

C. $m = -\frac{4}{9}$

D. $m = 4, m = -\frac{4}{9}$

Câu 21: Cho hàm số $y = x^4 + 2(2m+1)x^2 - 3m$ (C_m) Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 4 điểm lập thành 1 cấp số cộng.

A. $m = \frac{1}{12}, m = 3$

B. $m = -\frac{1}{12}, m = -3$

C. $m = -3$

D. $m = -\frac{1}{12}$

Câu 22: Cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 2m - 1$ (C_m) Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 4 điểm lập thành 1 cấp số cộng.

A. $m = -5, m = \frac{5}{9}$

B. $m = \frac{5}{9}, m = 5$

C. $m = -5, m = -\frac{5}{9}$

D. $m = 5, m = -\frac{5}{9}$

ĐÁP ÁN:**1. Tương giao của hàm bậc 3**

1B, 2A, 3D, 4B, 5D, 6A, 7C, 8B, 9B, 10A, 11C, 12D, 13C, 14C, 15B, 16B, 17A, 18C, 19B, 20B, 21B, 22A, 23C, 24D, 25A, 26B, 27D, 28C, 29B, 30A, 31B, 32C, 33A, 34A, 35B, 36C, 37A, 38D, 39B, 40D, 41C, 42A, 43A, 44B, 45B.

2. Tương giao của hàm phân thức

1D, 2C, 3A, 4A, 5B, 6A, 7C, 8A, 9B, 10B, 11D, 12D, 13C, 14B, 15D, 16D, 17C, 18C, 19B, 20D, 21B, 22B, 23B, 24A, 25C, 26C, 27C, 28A, 29A, 30B, 31A, 32C, 33D, 34A

3. Tương giao của hàm bậc 4 trùng phương

1C, 2A, 3C, 4A, 5A, 6D, 7C, 8A, 9A, 10D, 11A, 12B, 13D, 14A, 15A, 16C, 17A, 18B, 19A, 20D, 21C, 22C

TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

Bài toán 1: Tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số:

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ và điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại M .

- Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0)$
- phương trình tiếp tuyến tại điểm M là: $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$

Bài toán 2: Tiếp tuyến có hệ số góc k cho trước

- Gọi (Δ) là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k .
- Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó x_0 thỏa mãn: $f'(x_0) = k (*)$.
- Giải $(*)$ tìm x_0 . Suy ra $y_0 = f(x_0)$.
- Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = k(x - x_0) + y_0$

Bài toán 3: Tiếp tuyến đi qua điểm

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ và điểm $A(a; b)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến đi qua A .

- Gọi (Δ) là đường thẳng qua A và có hệ số góc k . Khi đó $(\Delta): y = k(x - a) + b (*)$
- Để (Δ) là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = k(x - a) + b & (1) \\ f'(x) = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm.
- Thay (2) vào (1) ta có phương trình ẩn x . Tìm x thay vào (2) tìm k thay vào $(*)$ ta có phương trình tiếp tuyến cần tìm.

*** Chú ý:**

1. Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) là: $k = f'(x_0)$

2. Cho đường thẳng $(d): y = k_d x + b$

$$+) (\Delta) // (d) \Rightarrow k_\Delta = k_d \qquad \qquad \qquad +) (\Delta) \perp (d) \Rightarrow k_\Delta \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow k_\Delta = -\frac{1}{k_d}$$

$$+) (\Delta, d) = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{k_\Delta - k_d}{1 + k_\Delta \cdot k_d} \right| \qquad \qquad \qquad +) (\Delta, Ox) = \alpha \Rightarrow k_\Delta = \pm \tan \alpha$$

3. Tiếp tuyến tại các điểm cực trị của đồ thị (C) có phương song song hoặc trùng với trục hoành.

4. Cho hàm số bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$

- $+) \text{ Khi } a > 0$: Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.
- $+) \text{ Khi } a < 0$: Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của (C) có hệ số góc lớn nhất.

B – BÀI TẬP

Câu 60: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có phương trình là:

A. $y = -x - 3$

B. $y = -x + 2$

C. $y = x - 1$

D. $y = x + 2$

Câu 61: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(3; 1)$

A. $y = -9x + 20$

B. $9x + y - 28 = 0$

C. $y = 9x + 20$

D. $9x - y + 28 = 0$

Câu 62: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$. Tiếp tuyến tại điểm uốn của đồ thị hàm số, có phương trình là

- A. $y = -x + \frac{11}{3}$ B. $y = -x - \frac{1}{3}$ C. $y = x + \frac{11}{3}$ D. $y = x + \frac{1}{3}$

Câu 63: Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

- A. song song với đường thẳng $x = 1$ B. song song với trục hoành
C. Có hệ số góc dương D. Có hệ số góc bằng -1

Câu 64: cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x-3}$ có đồ thị là (H), Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của (H) với trục hoành là:

- A. $y = -3x + 1$ B. $y = 2x - 4$ C. $y = -2x + 4$ D. $y = 2x$

Câu 65: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung bằng.

- A. -2 B. 2 C. 1 D. -1

Câu 66: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 1$ có hệ số góc $k = 3$ là

- A. $y = 3x + 1$; $y = 3x - 19$ B. $y = 3x + 1$; $y = 3x - \frac{1}{3}$
C. $y = 3x - 1$; $y = 3x - 19$ D. $y = 3x - 1$; $y = 3x - \frac{19}{3}$

Câu 67: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ bằng:

- A. -2 B. 2 C. 0 D. Đáp số khác

Câu 68: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có hệ số góc $K = -9$, có phương trình là:

- A. $y - 16 = -9(x + 3)$ B. $y - 16 = -9(x - 3)$ C. $y + 16 = -9(x + 3)$ D. $y = -9(x + 3)$

Câu 69: Cho đường cong (C): $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$, tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{1}{2}$ có hệ số góc là:

- A. $k = \frac{2}{29}$ B. $k = \frac{12}{25}$ C. $k = \frac{29}{12}$ D. $k = \frac{12}{29}$

Câu 70: Cho hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P). Nếu tiếp tuyến tại điểm M của (P) có hệ số góc bằng 8 thì hoành độ điểm M là

- A. 12 B. 6 C. -1 D. 5

Câu 71: Cho đường cong (C): $y = 2x - \sqrt{2x^2 + 1}$, PT tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(0; -1)$ là:

- A. $y = x - 1$ B. $y = 2x + 1$ C. $y = -2x - 1$ D. $y = 2x - 1$

Câu 72: Cho đường cong (C): $y = e^{\sin x}$, PT tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ là:

- A. $y = -x + 1$ B. $y = 2x + 1$ C. $y = x - 1$ D. $y = x + 1$

Câu 73: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với (C): $y = |x|x^2$ tại $x = -1$ là ?

- A. 3 B. -3 C. 3 hoặc -3 D. Kết quả khác

Câu 74: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với (C): $y = \ln x^2$ tại $x = -1$ là ?

- A. 2 B. - 2 C. 2 hoặc - 2 D. Không tồn tại

Câu 75: Tìm phương trình tiếp tuyến của (C): $y = \sin 2x$ tại $x = -\frac{\pi}{4}$ là ?

- A. $y = -1$ B. $y = 1$ C. $y = 1$ hoặc $y = -1$ D. Kết quả khác

Câu 76: Số tiếp tuyến của (C): $y = e^{x^3}$ vuông góc với (d): $x - 3y = 0$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 77: Tìm phương trình tiếp tuyến của (C): $y = \sqrt{4x-3}$ tại $x = 1$ là ?

- A. $y = 2x+1$ B. $y = 2x-1$ C. $y = 1-2x$ D. $y = -1-2x$

Câu 78: Cho đồ thị (C) của hàm số: $y = x \ln x$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{x}{3} + 1$. Hoành độ của M gần nhất với số nào dưới đây ?

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 79: Tìm phương trình tiếp tuyến của (P): $y = x^2 - 2x + 3$ song song với (d): $y = 2x$ là ?

- A. $y = 2x+1$ B. $y = 2x-1$ C. $y = 2x + \frac{1}{2}$ D. $y = 2x - \frac{1}{2}$

Câu 80: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 2$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng song song với đường thẳng $y = -2x + 5$. Hai tiếp tuyến đó là:

- A. $y = -2x + \frac{10}{3}$ và $y = -2x + 2$; B. $y = -2x + 4$ và $y = -2x - 2$;
C. $y = -2x - \frac{4}{3}$ và $y = -2x - 2$; D. $y = -2x + 3$ và $y = -2x - 1$.

Câu 81: Cho (H): $y = \frac{x+1}{x-1}$ các tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $2x + y + 8 = 0$ là

- A. $y = -2x \pm 1$ B. $y = 2x \pm 1$
C. $y = -2x - 1$; $y = -2x + 7$ D. $y = -2x + 2$; $y = -2x - 7$

Câu 82: Cho (C): $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + x + 1$ có điểm uốn I. Kết luận nào sau đây sai ?

- A. I là tâm đối xứng của (C) B. (C) cắt trục hoành tại đúng 1 điểm
C. Tiếp tuyến của (C) tại I có hệ số góc bé nhất D. Tiếp tuyến của (C) tại I có hệ số góc lớn nhất

Câu 83: Tìm M trên (H): $y = \frac{x+1}{x-3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với (d): $y = x + 2007$?

- A. (1;- 1) hoặc (2;- 3) B. (5;3) hoặc (2;- 3) C. (5;3) hoặc (1;- 1) D. (1;- 1) hoặc (4;5)

Câu 84: Cho (H): $y = \frac{x+2}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. (H) có tiếp tuyến song song với trục tung
B. (H) có tiếp tuyến song song với trục hoành
C. Không tồn tại tiếp tuyến của (H) có hệ số góc âm
D. Không tồn tại tiếp tuyến của (H) có hệ số góc dương

Câu 85: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x$ (C). Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N

trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2016$. Khi đó $x_1 + x_2$ là:

- A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. -1

Câu 86: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) là gì ? biết khoảng cách từ điểm I(1;2) đến tiếp tuyến bằng $\sqrt{2}$.

- A. $x+y-1=0$ và $x+y-5=0$
 B. $x+\sqrt{7}y+3-2\sqrt{7}=0$ và $x+\sqrt{7}y-3-2\sqrt{7}=0$
 C. $x-y-6=0$ và $x+y-5=0$
 D. $x+y-1=0$ và $x-y+5=0$

Câu 87: Tiếp tuyến của parabol $y=4-x^2$ tại điểm (1;3) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Diện tích tam giác vuông đó là

- A. $\frac{25}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{25}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Câu 88: Gọi $M \in (C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B. Hãy tính diện tích tam giác OAB ?

- A. $\frac{121}{6}$ B. $\frac{119}{6}$ C. $\frac{123}{6}$ D. $\frac{125}{6}$

Câu 89: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm trên (C) những điểm M sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại A, B sao cho AB ngắn nhất.

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right); (1; -1)$ B. $\left(-1; \frac{5}{3}\right); (3; 3)$ C. $(3; 3); (1; 1)$ D. $\left(4; \frac{5}{2}\right); (3; 3)$

Câu 90: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C). Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của (C) và có hệ số góc nhỏ nhất:

- A. $y = -3x + 3$ B. $y = -3x - 3$ C. $y = -3x$ D. $y = 0$

Câu 91: Tiếp tuyến của parabol $y=4-x^2$ tại điểm (1;3) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Diện tích tam giác vuông đó là

- A. $\frac{25}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{25}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Câu 92: Biết tiếp tuyến của (C): $y = \frac{x^2-6x+9}{-x+2}$ vuông góc với (d): $y = \frac{3}{4}x$ thì hoành độ tiếp điểm là ?

- A. 0 và - 2 B. 4 và - 2 C. 0 và 4 D. Đáp án khác

Câu 93: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x$ (C). Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2017$. Khi đó $x_1 + x_2 =$

- A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. -1

Câu 94: Cho $(C_m): y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + 1$. Gọi $A \in (C_m)$ có hoành độ là -1. Tìm m để tiếp tuyến tại A song song với (d): $y = 5x$?

- A. $m = -4$ B. $m = 4$ C. $m = 5$ D. $m = -1$

Câu 95: Đường thẳng $y = 3x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 2$ khi m bằng

- A. 1 hoặc -1 B. 4 hoặc 0 C. 2 hoặc -2 D. 3 hoặc -3

Câu 96: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + m + 1$ tiếp xúc với trục hoành khi:

- A. $m = 1$ B. $m = \pm 1$ C. $m = -1$ D. $m \neq 1$

Câu 97: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng $y=2x+m$ khi

- A. $m = \sqrt{8}$ B. $m \neq 1$ C. $m = \pm 2\sqrt{2}$ D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 98: Cho $(C_m): y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + 1$. Gọi $A \in (C_m)$ có hoành độ là - 1. Tìm m để tiếp tuyến tại A song song với (d): $y = 5x$?

- A. $m = -4$ B. $m = 4$ C. $m = 5$ D. $m = -1$

Câu 99: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ (C). Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó đi qua $A(-1; -2)$

- A. $y = 9x + 7; y = -2$ B. $y = 2x; y = -2x - 4$
C. $y = x - 1; y = 3x + 2$ D. Đáp án khác

Câu 100: Hai tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ đi qua điểm $(2; 3)$ có các hệ số góc là

- A. 2 hoặc 6 B. 1 hoặc 4 C. 0 hoặc 3 D. -1 hoặc 5

Câu 101: Tìm phương trình tiếp tuyến của (C): $y = \ln x$ đi qua gốc tọa độ ?

- A. $y = \frac{x}{e}$ B. $y = -\frac{x}{e}$ C. $y = ex + 1$ D. $y = 1 - ex$

Câu 102: Số tiếp tuyến của (C): $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3$ kẻ từ $A(0; 1)$ là ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 103: Điều kiện để (C): $y = (x^2 - 1)^2$ tiếp xúc với (P): $y = mx^2 - 3$ là ?

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = \pm 2$ D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 104: Điều kiện để (C): $y = x^4 - 5x^2$ tiếp xúc với (P): $y = x^2 + a$ là ?

- A. $a = 0$ B. $a = -9$ C. $a = 0$ hoặc $a = -9$ D. $a \neq 0$

Câu 105: Tìm m để $(C_m)y = \frac{(m+1)x+m}{x+m}$ tiếp xúc với (d): $y = x + 1$?

- A. $m = 0$ B. $m \in \mathbb{R}$ C. $m \neq 0$ D. $m = 1$

Câu 106: Tìm m để hai đường $y = -2mx - m^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$ tiếp xúc nhau ?

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 107: Tìm m để hai đường $y = \frac{2x^2 + mx + 2 - m}{x + m - 1}$ và $y = x - 1$ tiếp xúc nhau ?

- A. $m \neq 2$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 108: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: 2x - y + m = 0$ tiếp xúc với đồ thị (C): $y = \frac{-2x-4}{x+1}$

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = -4$ hay $m = 4$ D. $m = -2$ hay $m = 2$

C - ĐÁP ÁN:

60A, 61B, 62A, 63B, 64C, 65B, 66B, 67A, 68A, 69B, 70B, 71A, 72D, 73C, 74C, 75A, 76C, 77B, 78D, 79A, 80A, 81C, 82D, 83C, 84D, 85A, 86A, 87A, 88A, 89C, 90A, 91A, 92D, 93A, 94B, 95B, 96C, 97C, 98B, 99D, 100A, 101A, 102B, 103A, 104C, 105C, 106D, 107D, 108C