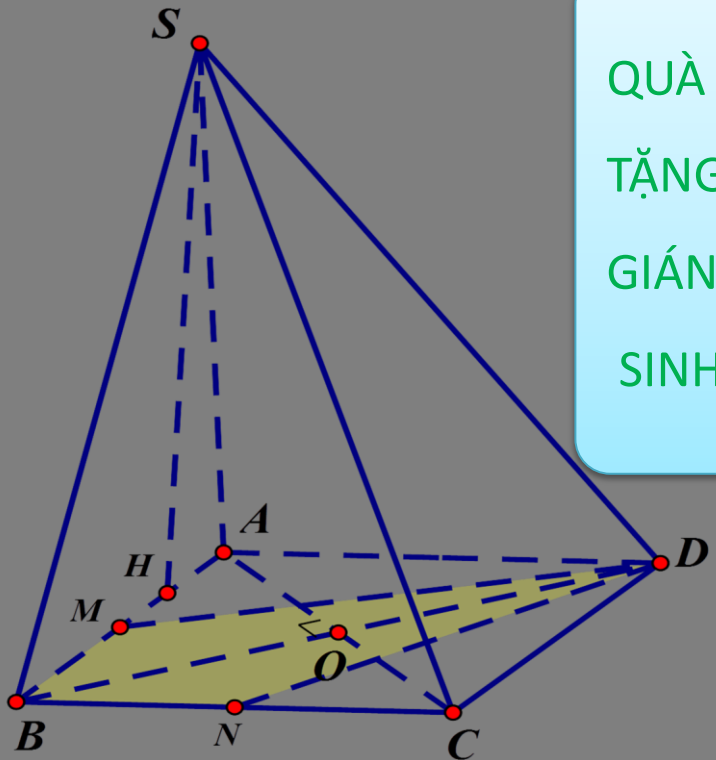


TRẦN ĐÌNH CƯ

THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

QUÀ
TẶNG
GIÁNG
SINH



HUẾ, 24/12/2016

MỤC LỤC

CHUYÊN ĐỀ 2. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP.....	2
DẠNG 1. KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC ĐÁY.....	2
DẠNG 2. KHỐI CHÓP CÓ HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH LÊN MẶT PHẪNG ĐÁY.....	17
DẠNG 3. KHỐI CHÓP CÓ MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY.....	33
DẠNG 4. KHỐI CHÓP ĐỀU.....	45
DẠNG 5. TỈ LỆ THỂ TÍCH.....	54

CHUYÊN ĐỀ 2. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Công thức chung: $V = \frac{1}{3}Bh$

Trong đó: B là diện tích đáy, h là chiều cao

DẠNG 1. KHỐI CHÓP CÓ CẠNH BÊN VUÔNG GÓC ĐÁY

Một số chú ý khi giải toán

- Một hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy thì cạnh bên đó chính là đường cao.
- Một hình chóp có hai mặt bên kề nhau cùng vuông góc với đáy thì cạnh bên là giao tuyến của hai mặt đó vuông góc với đáy.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}$

B. $V = \frac{a^3}{12}$

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{13}}{2}$

D. $V = \frac{5a^3\sqrt{13}}{2}$

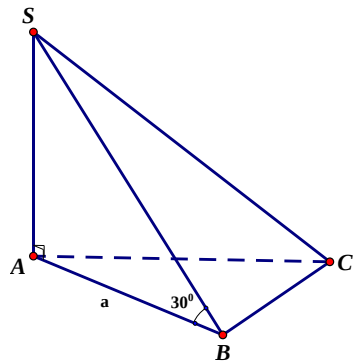
Hướng dẫn giải

Ta có góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là $\angle SBA = 30^\circ$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4};$$

$$SA = \tan \angle SBA \cdot AB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{12}.$$



Vậy chọn đáp án A.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao SA bằng a . Mặt đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\angle ABC$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{\sqrt{21}}{15}a$

B. $\frac{\sqrt{23}}{14}a$

C. $\frac{\sqrt{21}}{14}a$

D. $\frac{\sqrt{21}}{4}a$

Hướng dẫn giải

Tam giác ABC đều cạnh a nên

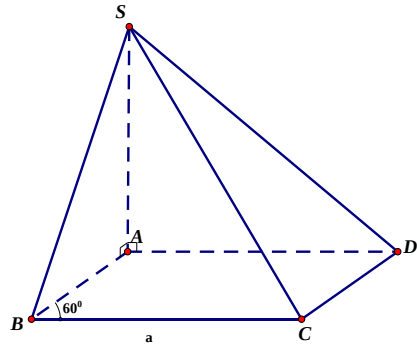
$$S_{ABC} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$\Rightarrow$ Diện tích đáy:

$$S_{ABCD} = 2.S_{ABC} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Thể tích khối chóp:

$$V = a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} . a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$$



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, cạnh bên SB hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$

B. $\frac{3a^3 \sqrt{3}}{24}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$

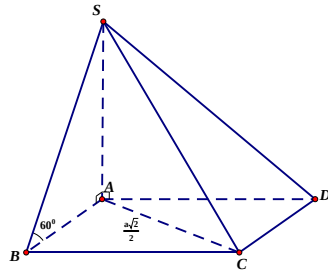
D. $\frac{3a^3 \sqrt{3}}{8}$

Hướng dẫn giải

Ta có: AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ nên

$$(\angle SB, (ABCD)) = \angle SBA = 60^\circ;$$

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$



Tính được $AB = \frac{a}{2}; SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}; S_{ABCD} = \frac{a^2}{4}$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} . SA . S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24} \text{ (đvtt)}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 4. Cho tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O , $OB = a$, $OC = a\sqrt{3}$, $(a > 0)$ và đường cao $OA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối tứ diện theo a .

A. $V = \frac{a^3}{2}$

B. $V = \frac{a^3}{3}$

C. $V = \frac{a^3}{6}$

D. $V = \frac{a^3}{12}$

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC = \frac{1}{2} a(a\sqrt{3}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện } V = \frac{1}{3} S_{OBC} \cdot OA = \frac{1}{3} \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{2} \right) (a\sqrt{3}) = \frac{a^3}{2}.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$ cạnh SA vuông góc với đáy và SC tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$

B. $V = \frac{a^3}{3}$

C. $V = \frac{2a^3}{3}$

D. $V = \frac{a^3}{9}$

Hướng dẫn giải

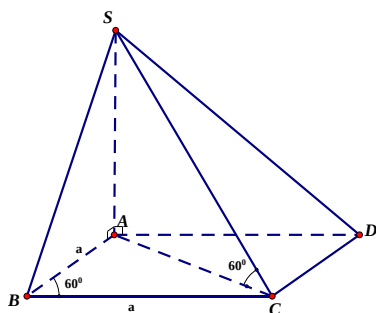
Ta có $\triangle ABC$ đều nên $AC = a$.

Có:

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 120^\circ}$$

$$\Rightarrow BD = a\sqrt{3}$$

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$



$$\text{Mặt khác } SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}. \text{ Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{2}.$$

Vậy ta chọn đáp án A.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $BAD = 120^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết mặt phẳng (SBC) và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $V = \frac{3a^3}{4}$

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{5}$

Hướng dẫn giải

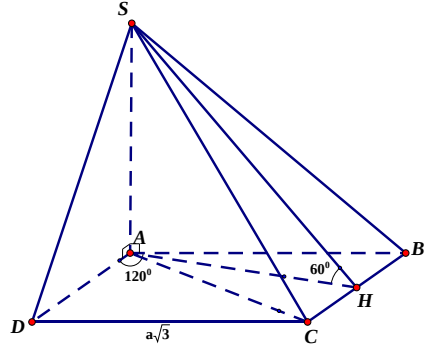
Do đáy $ABCD$ là hình thoi có

$\angle BAD = 120^\circ$ nên các tam giác ABC , ADC đều cạnh $a\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có:

$AH \perp BC$, $SA \perp BC \Rightarrow BC \perp SH$

Do đó: $((SBC); (ABCD)) = (AH; SH)$
 $= \angle SHA = 60^\circ$



Tam giác SAH vuông tại A : $SA = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$

Ta có: $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Suy ra: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{4}$. **Vậy chọn đáp án B.**

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2a$, $\angle BAC = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A.** $V = 2a^3$ **B.** $V = 3a^3$ **C.** $V = a^3$ **D.** $V = 4a^3$

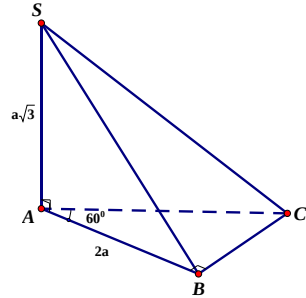
Hướng dẫn giải

Xét tam giác ABC có:

$BC = AB \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = 2a^2 \sqrt{3}$

$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = 2a^3$

Chọn đáp án A



Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có góc $\angle BAC = 30^\circ$, $SA = a$, $\angle SCA = 45^\circ$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{V}{a^3}$ gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau:

- A.** 0,01 **B.** 0,05 **C.** 0,08 **D.** 1

Hướng dẫn giải

Ta có $\angle SCA = 45^\circ$

$$\Rightarrow AC = SA \cdot \tan \angle SCA = a$$

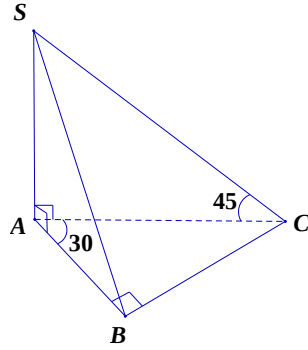
$$AB = AC \cdot \cos \angle BAC = a \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \angle BAC$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}a}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{a^3} \approx 0,072 \Rightarrow \text{Chọn đáp án C}$$



Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a, AD = a$. Hai

mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBD) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V . Tỉ số

$\frac{V}{a^3}$ gần nhất giá trị nào dưới đây:

A. 0,25

B. 0,5

C. 0,75

D. 1,5

Hướng dẫn giải

Ta có: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$

$(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAD) \perp (ABCD)$

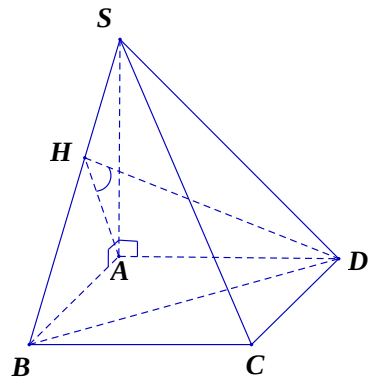
$(SAB) \cap (SAD) = SA \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

Ta có:

$AD \perp AB, AD \perp SA \Rightarrow AD \perp (SAB)$

$\Rightarrow AD \perp SB$. Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow SB \perp (AHD)$

$\Rightarrow SB \perp HD$.



$$\text{Ta có: } \begin{cases} AH \perp SB, HD \perp SB \\ (SAB) \cap (SBD) = SB \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (SBD)) = AHD = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AH = AD = a$$

Xét tam giác SAB vuông tại S có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = \frac{AB \cdot AH}{\sqrt{AB^2 - AH^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 - a^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \frac{V}{a^3} = \frac{4\sqrt{3}}{9} \approx 0,77 \Rightarrow$$

Chọn đáp án C

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy và $AB = a$, $AC = 2a$, $BAC = 120^\circ$. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{14}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{13}$

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{21}}{13}$

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{21}}{14}$

Hướng dẫn giải

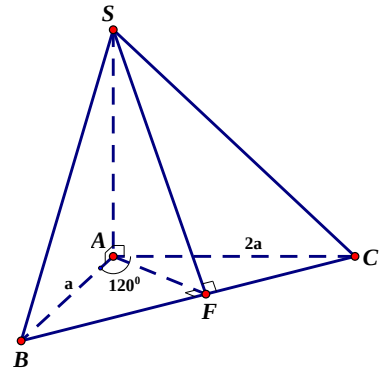
Gọi F là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

Khi đó $SF \perp BC$, suy ra

$$((SBC), (ABC)) = SFA = 60^\circ$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$BC = a\sqrt{7}, AF = \frac{a\sqrt{21}}{7}, SA = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$$



$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{7}}{7} = \frac{a^3\sqrt{21}}{14}.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{5}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$, $S_{ABCD} = a^2$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3} \text{ Chọn đáp án D.}$$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3a$, $AD = 4a$. $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với đáy góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 20a^3$ B. $V = 20a^3\sqrt{2}$ C. $V = 30a^3$ D. $V = 22a^3$

Hướng dẫn giải

Do $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên đáy.

$(SC, (ABCD)) = \angle SCA = 45^\circ$. Suy ra: $SA = AC \cdot \tan 45^\circ = 5a$

Suy ra: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = 20a^3$. **Vậy chọn đáp án A.**

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 3a$, $BC = 4a$, $AC = 5a$. $AD = 6a$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là:

- A. $6a^3$ B. $12a^3$ C. $18a^3$ D. $36a^3$

Hướng dẫn giải

Tam giác ABC có: $AB^2 + BC^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = 25a^2 = AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại B

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} 3a \cdot 4a = 6a^2 \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} AD = \frac{1}{3} \cdot 6a^2 \cdot 6a = 12a^3$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B**

Câu 14. Cho tứ diện $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB = a\sqrt{3}$, $\angle BSC = 45^\circ$,

$\angle ASB = 30^\circ$. Thể tích tứ diện $SABC$ là V . Tỉ số $\frac{a^3}{V}$ là:

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

+ Ta có:

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$$

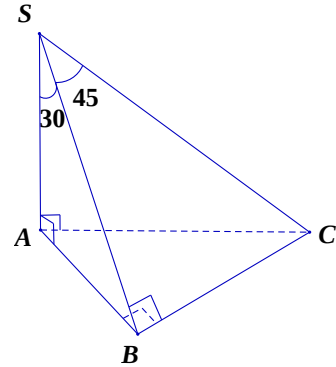
$$\left\{ \begin{array}{l} (SBC) \perp (SAB), (ABC) \perp (SAB) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$\Rightarrow \Delta ABC, \Delta SBC$ là các tam giác vuông tại

B



Xét ΔSAB vuông tại A có :

$$AB = SB \cdot \sin ASB = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad SA = SB \cdot \cos ASB = \frac{3a}{2} \quad \text{Xét } \Delta SBC \text{ vuông tại } B \text{ có :}$$

$$BC = SB \cdot \tan BSC = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^2}{4}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3}{8} \Rightarrow \frac{a^3}{V} = \frac{8}{3} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A}$$

Tổng quát: Cho tứ diện $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $BSC = \alpha$, $ASB = \beta$. Thể tích

$$\text{tứ diện } SABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12}$$

Thật vậy

Xét ΔSAB vuông tại A có : $AB = SB \cdot \sin \alpha$, $SA = SB \cdot \cos \alpha$

Xét ΔSBC vuông tại B có :

$$BC = SB \cdot \tan \beta \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot SB^2 \cdot \sin \alpha \cdot \tan \beta$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot SB^2 \cdot \sin \alpha \cdot \tan \beta \cdot SB \cdot \cos \alpha = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12}$$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , cạnh bên SD vuông góc với đáy, cho $AB = AD = a$, $CD = 3a$, $SA = a\sqrt{3}$.
 Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{2a^3}{3}$

B.

$\frac{4a^3}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$

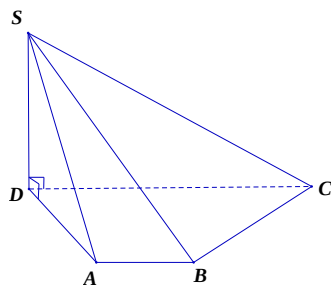
Hướng dẫn giải

$$+ S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(a + 3a) \cdot a}{2} = 2a^2$$

$$+ SD = \sqrt{SA^2 - AD^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$$

Vậy

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$$



$\Rightarrow$ Chọn đáp án D

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V . Tỉ số $\frac{3V}{a^3}$ là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Hướng dẫn giải

$$((SBC), (ABCD)) = SBA = 30^\circ \Rightarrow SA = AB \cdot \tan SBA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \frac{3V}{a^3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Chọn đáp án A

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = \sqrt{3}a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, cạnh SC hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. a^3

B. $2a^3$

C. $\sqrt{3}a^3$

D. $2\sqrt{3}a^3$

Hướng dẫn giải

Ta có: $S_{ABCD} = AB.BC = a^2\sqrt{3}$

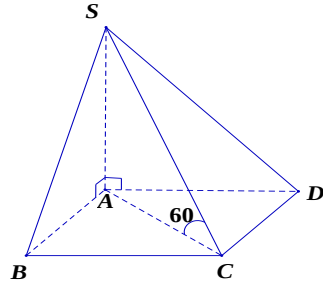
$(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAD) \perp (ABCD)$

$(SAB) \cap (SAD) = SA \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

Xét tam giác SAC vuông tại S có:

$SA = AC.\tan SCA$

$$= \sqrt{AB^2 + BC^2}.\tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a$$



$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}a^2\sqrt{3}.2\sqrt{3} = 2a^3$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB tạo với mặt đáy một góc bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

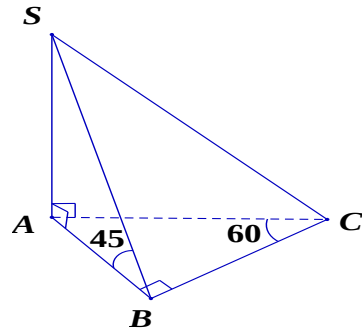
Hướng dẫn giải

* $\triangle ABC$ vuông tại B nên

$$BC = AB.\cot \angle ACB = a.\cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{1}{2}a.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$$

* Ta có AB là hình chiếu vuông góc của SB trên (ABC)



$$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = \angle SBA = 45^\circ$$

$\triangle SAB$ vuông tại A nên $SA = AB.\tan \angle SBA = AB.\tan 45^\circ = a$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{6}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$$

Chọn đáp án B

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều cạnh a , AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa BD và mặt phẳng (DAC) là 30° . Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là V . Tỉ số $\frac{a^3\sqrt{6}}{V}$ là:

A. 1

B. 3

C. 4

D. 12

Hướng dẫn giải

Ta có ABC là tam giác đều $\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

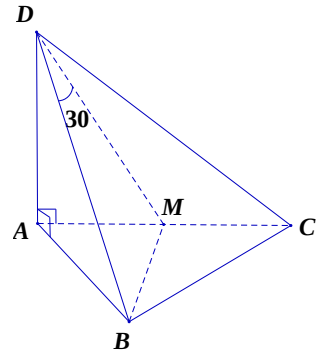
Gọi M là trung điểm AC

Ta có $BM \perp AC, BM \perp DA \Rightarrow BM \perp (DAC)$

$$\Rightarrow (\angle(BD, (DAC))) = \angle BDM = 30^\circ$$

Xét $\triangle BMD$ vuông tại M có :

$$DM = BM \cdot \cot 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$



Xét $\triangle DAM$ vuông tại A có : $DA^2 = \sqrt{DM^2 - AM^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{2}$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot DA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{2}a = \frac{a^3\sqrt{6}}{12} \Rightarrow \frac{a^3\sqrt{6}}{V} = 12$$

Chọn đáp án D

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $20cm$, cạnh $SA = 30cm$ và vuông góc với đáy. Gọi B', D' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' .

Thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ gần nhất giá trị nào dưới đây:

A. $1466cm^3$

B. $1500cm^3$

C. $1400cm^3$

D. $15400cm^3$

Hướng dẫn giải

Do

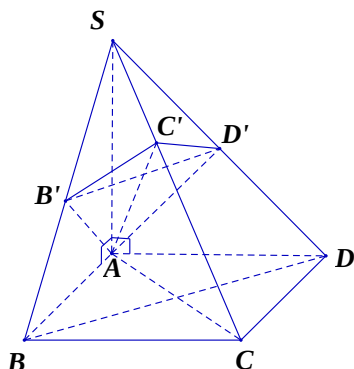
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 20^2 = 4000 \text{ cm}^3$$

$$\frac{SC'}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AC^2}$$

$$= \frac{30^2}{30^2 + 20^2 + 20^2} = \frac{9}{17}$$

$$\frac{SD'}{SD} = \frac{SA^2}{SD^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AD^2} = \frac{30^2}{30^2 + 20^2} = \frac{9}{13}$$



Ta có: $\frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2V_{SAC'D'}}{2V_{SACD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD}$

$$V_{S.AB'C'D'} = \frac{9}{17} \cdot \frac{9}{13} V_{S.ABCD} = \frac{81}{221} \cdot 4000 = \frac{324000}{221} \approx 1466 \text{ cm}^3$$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với mặt đáy một góc bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng V . Giá trị $\frac{6V}{a^3}$ là:

A. 1

B. 3

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

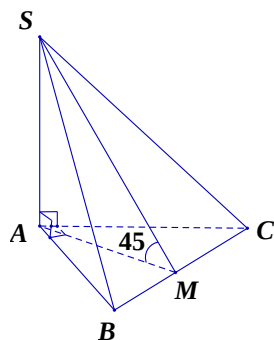
Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm BC

$$\Rightarrow AM = \frac{1}{2} BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{4} BC^2 = \frac{a^2}{2}$$

+ Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ và $BC \perp AM$ nên $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$



$AM \perp BC$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A)

$$\Rightarrow \left((SBC), (ABC) \right) = (SM, AM) = SMA = 45^\circ$$

Ta có ΔSAM vuông tại A $\Rightarrow SA = AM \cdot \tan SMA = AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow$ **Chọn đáp án C**

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $ASB = 90^\circ$, $BSC = 120^\circ$, $ASC = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3}{2}$

B. $\frac{a^3}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

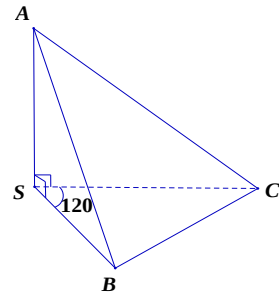
Hướng dẫn giải

Ta có $SA \perp AB, SA \perp AC$

$$\Rightarrow SA \perp (SBC)$$

$$S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot SC \cdot \sin 120^\circ$$

$$= \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$\Rightarrow V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} S_{\Delta SBC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} \Rightarrow$$
 Đáp án D

Câu 22. Cho hình chóp $SABC$ có tam giác SBC đều cạnh a , $CA = a$. Hai mặt (ABC) và (ASC) cùng vuông góc với (SBC) . Thể tích hình chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3}{12}$

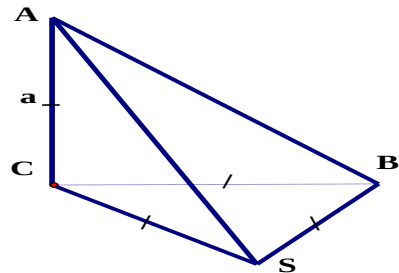
Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} (ABC) \perp (SBC) \\ (ASC) \perp (SBC) \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBC)$$

Do đó

$$V = \frac{1}{3} S_{SBC} \cdot AC = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Vậy chọn đáp án A.



Câu 23. Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích hình chóp là

A. $\frac{a^3}{24}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

D. $\frac{a^3}{12}$

Hướng dẫn giải

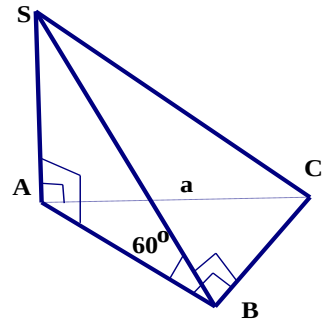
Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB trên (ABC).

Vậy góc $[SB, (ABC)] = \angle SAB = 60^\circ$.

$\triangle ABC$ vuông cân nên $BA = BC = \frac{a}{\sqrt{2}}$;

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{4}$$

$$SA = AB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Vậy $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \frac{a^2}{4} \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. Vậy chọn đáp án B

Câu 24. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a biết SA vuông góc với đáy ABC và (SBC) hợp với (ABC) một góc 60° . Thể tích hình chóp là

A. $\frac{a^3}{8}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

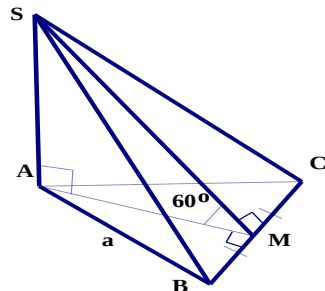
Hướng dẫn giải

M là trung điểm của BC, vì tam giác ABC đều nên $AM \perp BC \Rightarrow SA \perp BC$ (đl3 $\perp$).

Vậy góc $[(SBC); (ABC)] = \angle SMA = 60^\circ$.

Ta có $V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA$

$$\triangle SAM \Rightarrow SA = AM \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$$



Vậy $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Vậy chọn đáp án C.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc đáy $ABCD$ và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° .

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{8}$

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $SA \perp (ABC)$ và

$$CD \perp AD \Rightarrow CD \perp SD \quad (1)$$

Vậy góc

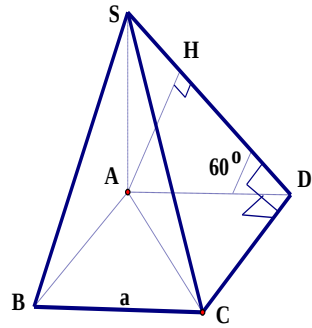
$$[(SCD), (ABCD)] = \angle SDA = 60^\circ.$$

$$\triangle SAD \text{ vuông nên } SA = AD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

Vậy

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3}a^2 a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

Vậy chọn đáp án D.



DẠNG 2. KHỐI CHÓP CÓ HÌNH CHIẾU CỦA ĐỈNH LÊN MẶT PHẪNG ĐÁY

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, H là trung điểm của cạnh AB . Biết hai mặt phẳng (SHC) và (SHD) cùng vuông góc với mặt đáy, đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{3}$ C. $V = \frac{3a^3\sqrt{13}}{2}$ D. $V = \frac{5a^3\sqrt{13}}{2}$

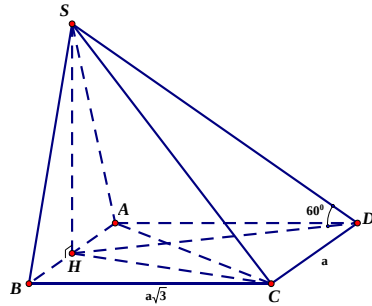
Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SHC) \perp (ABCD) \\ (SHD) \perp (ABCD) \\ (SHC) \cap (SHD) = SH \end{cases}$$

$$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$\Rightarrow SH$ là chiều cao của hình chóp

$S.ABCD$.



Ta có HD là hình chiếu vuông góc của SD lên $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SD, ABCD) = (SD, HD) = \angle SDH = 60^\circ$$

$$\Rightarrow SH = HD \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{39}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} AB \cdot AD \cdot SH = \frac{1}{3} a \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{39}}{2} = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}. \text{ Vậy}$$

chọn đáp án A.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của đoạn AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

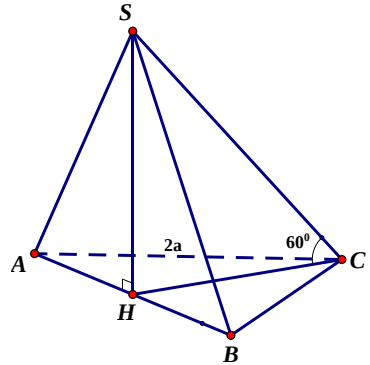
- A. $V = a^3$ B. $V = a^3\sqrt{3}$ C. $V = 2a^3$ D. $V = 3a^3\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $(SC, (ABC)) = SCH = 60^\circ$

$$SH = CH \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = 3a$$

$$S_{ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 \sqrt{3} = a^3 \sqrt{3}$$

Vậy chọn đáp án B.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° , đáy ABC là tam giác vuông tại A có $AB = 2a$, góc $ABC = 60^\circ$ và hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2.a^3 \sqrt{39}}{3}$ **B.** $V = \frac{a^3 \sqrt{39}}{3}$ **C.** $V = \frac{2.a^3 \sqrt{37}}{3}$ **D.** $V = \frac{4.a^3 \sqrt{39}}{3}$

Hướng dẫn giải

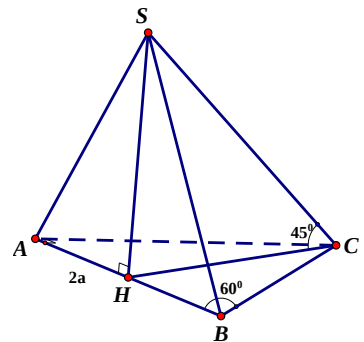
Tam giác ABC vuông tại A :

$$AC = 2a\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 2a^2 \sqrt{3}$$

Tam giác AHC vuông tại H : $HC = a\sqrt{13}$

$$SCH = (SC, (ABC)) = 45^\circ.$$



Xét tam giác SHC vuông tại H : $SH = HC = a\sqrt{13}$.

$$V_{S.ABC} = \frac{2a^3 \sqrt{39}}{3}. \text{ Vậy chọn đáp án A.}$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B ; $AB = 2a$, $AC = 4a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của đoạn AC . Góc giữa cạnh bên SA và mp (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 3a^3$

B. $V = a^3$

C. $V = 4a^3$

D. $V = 3a^3\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $SH \perp (ABC)$

$\Rightarrow$ góc giữa SA và (ABC) là $\angle SAH = 60^\circ$

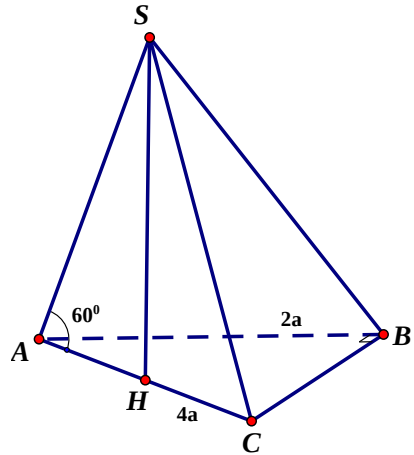
$$\Rightarrow SH = AH \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$$

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 2a^2\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = 4a^3$$

Chọn đáp án C.



Câu 5. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2a$, $AD = a$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$, cạnh AC cắt MD tại H . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.HCD$.

A. $V = \frac{4a^3}{5}$

B. $V = \frac{a^3}{15}$

C. $V = \frac{4a^3}{15}$

D. $V = \frac{2a^3}{15}$

Hướng dẫn giải

Hai tam giác vuông AMD và DAC

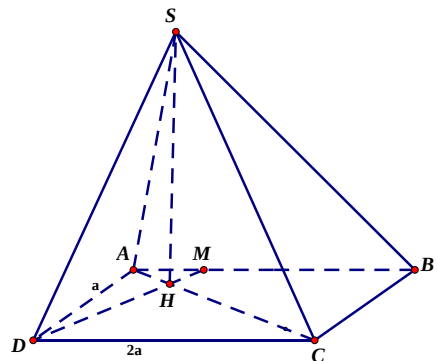
$$\text{có } \frac{AM}{AD} = \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2} \text{ nên đồng dạng,}$$

Suy ra $ADH = DCH$, mà

$$\angle ADH + \angle HDC = 90^\circ \Rightarrow \angle DHC = 90^\circ$$

ΔADC vuông tại D :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}$$



Hệ thức lượng ΔADC : $DH \cdot AC = DA \cdot DC$

$$\text{Suy ra: } DH = \frac{DC \cdot DA}{AC} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

$$\Delta DHC \text{ vuông tại } H: HC = \sqrt{DC^2 - DH^2} = \frac{4a}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Do đó diện tích } \Delta HCD: S_{HCD} = \frac{1}{2} DH \cdot HC = \frac{4a^2}{5}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.HCD: V_{S.HCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{HCD} = \frac{4a^3}{15}$$

Vậy chọn đáp án C.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $ACB = 60^\circ$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC , gọi E là trung điểm AC biết $SE = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{78}}{18}$

B. $V = \frac{5a^3 \cdot \sqrt{78}}{18}$

C. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{77}}{18}$

D. $V = \frac{7a^3 \cdot \sqrt{78}}{18}$

Hướng dẫn giải

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC

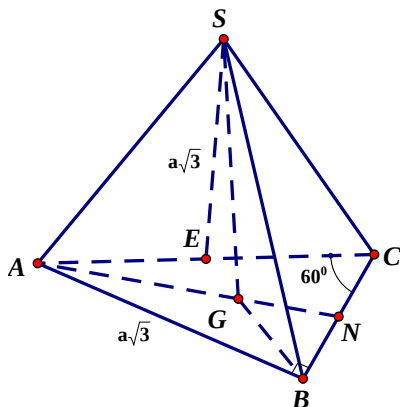
Theo giả thiết có $SG \perp (ABC)$

Xét tam giác ABC vuông tại B

$$\text{Có } AC = \frac{AB}{\sin ACB} = 2a,$$

$$BC = \frac{AB}{\tan BCA} = a, \quad GE = \frac{BE}{3} = \frac{a}{3}$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$



$$\text{Xét tam giác } SGE \text{ vuông tại } G \text{ có } SG = \sqrt{SE^2 - GE^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{26}}{3}$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{26}}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{78}}{18}$$

Chọn đáp án A.

Câu 7. Cho $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, gọi M là trung điểm AB . Qua M dựng đường thẳng vuông góc $(ABCD)$ và trên đó lấy điểm S sao cho

$SM = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ADCM$, khối chóp $S.BCM$ và khối chóp

$S.BCD$ lần lượt là x, y, z . Giá trị $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{2}{z^2} - 150$ là:

A. -17,2

B. -247,6

C. 8,4

D. 5,2

Hướng dẫn giải

+ Ta có:

$$S_{ADCM} = \frac{(AM + CD) \cdot AD}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.ADCM} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{ADCM}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{5}}{12}$$

$$x = \frac{\sqrt{5}}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{5}{144}$$

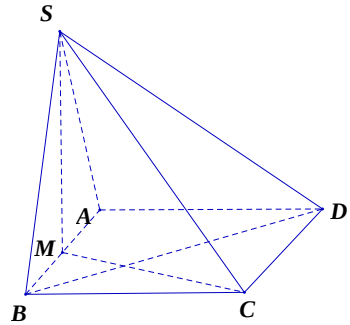
$$S_{BCM} = \frac{BM \cdot BC}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.BCM} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{BCM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{5}}{36} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{5}}{36} \Rightarrow y^2 = \frac{5}{1296}$$

$$+ S_{BCD} = \frac{BC \cdot CD}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{18}$$

$$\Rightarrow z = \frac{\sqrt{5}}{36} \Rightarrow z^2 = \frac{5}{324}$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{2}{z^2} - 150 = \frac{42}{5} = 8,4 \Rightarrow \text{Chọn đáp án C}$$



Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$, $\angle ACB = 60^\circ$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC , gọi E là trung điểm AC , góc giữa SE và mặt phẳng đáy là 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3}{6}$

B. $\frac{a^3}{18}$

C. $\frac{a^3}{9}$

D. $\frac{a^3}{12}$

Hướng dẫn giải

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC

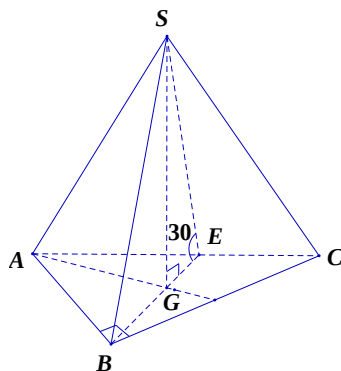
$$\Rightarrow SG \perp (ABC)$$

Xét tam giác ABC vuông tại B có

$$AC = \frac{AB}{\sin ACB} = 2a,$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a,$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$



Do ABC vuông tại B nên: $BE = \frac{AC}{2} = a \Rightarrow GE = \frac{BE}{3} = \frac{a}{3}$

$$(SE, (ABC)) = SEG = 30^\circ \Rightarrow SG = GE \cdot \tan SEG = \frac{a}{3} \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}a}{9}$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{18}$

$\Rightarrow$ **Đáp án B**

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V . Tỉ số $\frac{a^3}{V}$ gần nhất giá trị nào dưới đây:

A. 5

B. 7

C. 8

D. 9

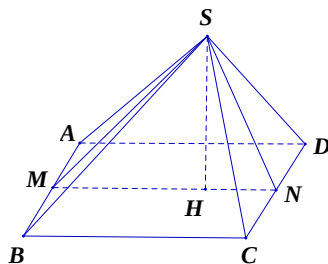
Hướng dẫn giải

$$S_{ABCD} = a^2.$$

Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD.

Kẻ $SH \perp MN$

Ta có: $CD \perp MN, CD \perp SN$



$$\Rightarrow CD \perp (SMN)$$

$$\Rightarrow CD \perp SH \text{ mà } SH \perp MN \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$+ \text{ Ta có } SAB \text{ là tam giác đều, } SCD \text{ là tam giác vuông cân tại } S \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{3}}{2},$$

$$SN = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Tam giác } SMN \text{ có: } SM^2 + SN^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 = MN^2$$

$$\Rightarrow \text{Tam giác } SMN \text{ vuông tại } S \Rightarrow SH = \frac{SM \cdot SN}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Do vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} \Rightarrow \frac{a^3}{V} = 4\sqrt{2} \approx 6,93 \Rightarrow$$

Chọn đáp án B

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BAC = 60^\circ$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (SAC) hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V . Giá trị $\frac{6V}{a^3}$ là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

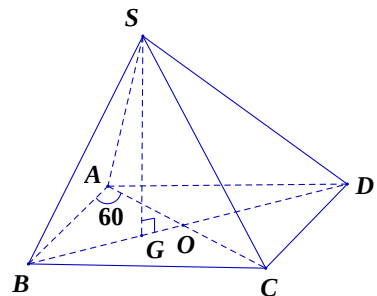
Hướng dẫn giải

Ta có $BAC = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $AC \perp BD, AC \perp SG \Rightarrow AC \perp (SBD)$



$\Rightarrow AC \perp SO$. Mặt khác $OB \perp AC$

$$\Rightarrow ((SAC), (ABCD)) = SOB = 45^0$$

Xét tam giác SOG vuông tại G:

$$SG = OG \cdot \tan SOB = OG \cdot \tan 45^0 = \frac{1}{3} BO = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{12} \Rightarrow \text{Đáp án C}$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . Cạnh SC tạo với đáy một góc bằng 30^0 . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V thì tỉ số $\frac{V}{a^3}$ gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau:

A. 0,5

B. 1

C. 1,5

D. 2

Hướng dẫn giải

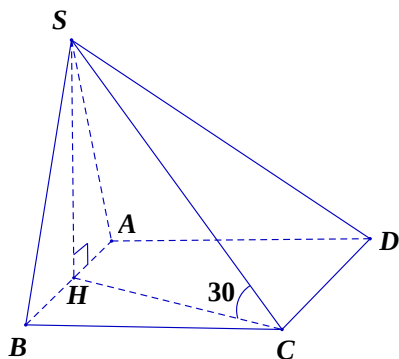
$$\text{Ta có } S_{ABCD} = AD \cdot AB = 2a^2$$

HC là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = SCH = 30^0$$

Xét tam giác BHC vuông tại B có:

$$HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$$



$$\text{-Xét tam giác } SHC \text{ vuông tại } H \text{ có : } SH = HC \cdot \tan SCH = HC \cdot \tan 30^0 = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3} \approx 0,82a^3$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của OA . Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0 . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{3}{2}a^3$

B. $V = \frac{3}{5}a^3$

C. $V = \frac{1}{2}a^3$

D. $V = \frac{3}{2}a^3\sqrt{3}$

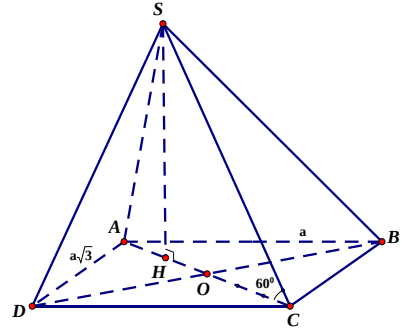
Hướng dẫn giải

Ta có: $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = SCA$

Tính được $AC = 2a; SH = \frac{3\sqrt{3}a}{2}$

$S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2; V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.V_{ABCD} = \frac{3}{2}a^3.$

Chọn đáp án A.



Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HD = 2HA$. Biết góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{30}}{27}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{30}}{7}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$

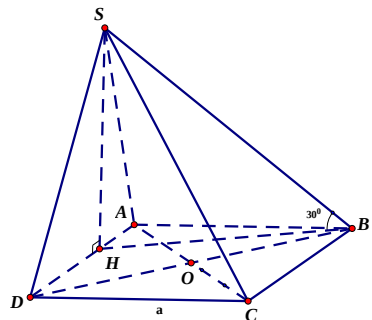
D. $V = \frac{5a^3\sqrt{30}}{27}$

Hướng dẫn giải

Ta có $AH = \frac{a}{3}, DH = \frac{2a}{3}$, do

$SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH$ là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ và góc giữa SB với mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $SBH = 30^\circ$;

$\tan SHB = \tan 30^\circ = \frac{SH}{HB}$



$SH = HB \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{AB^2 + AH^2} \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{9}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{30}}{9}$

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD}$, với $SH = \frac{a\sqrt{30}}{9}$,

$S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{9} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{30}}{27}.$

Chọn đáp án A.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm $I, AB = 2a\sqrt{3}$, $BC = 2a$. Chân đường cao H hạ từ đỉnh S xuống đáy trùng với trung điểm DI . Cạnh bên SB tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

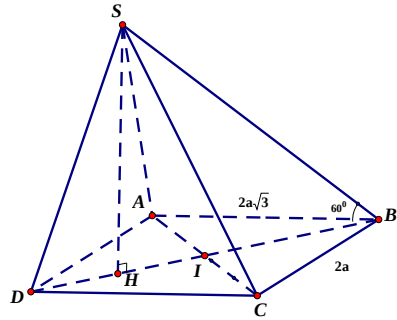
- A. $V = 12a^3$ B. $V = 11a^3$ C. $V = 10a^3$ D. $V = 9a^3$

Hướng dẫn giải

$$SBH = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} V_{SABCD} &= \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} AB \cdot BC \cdot SH \\ &= \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot 3a\sqrt{3} = 12a^3 \end{aligned}$$

Chọn đáp án A.



Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm O của hai đường chéo AC và BD . Biết $SA = a\sqrt{2}$, $AC = 2a$, $SM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, với M là trung điểm cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ B. $V = \frac{a^3}{3}$ C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết

$$SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AC, OA = a,$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a$$

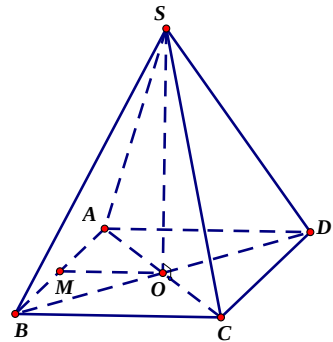
$\triangle OSM$ vuông tại O :

$$OM = \sqrt{SM^2 - SO^2} = \frac{1}{2}a$$

Ta có: $\triangle ABC$ vuông tại B :

$$BC = 2MO = a, AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot BC \cdot SO = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3. \text{ Chọn đáp án D.}$$



Câu 16. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu của S lên mặt phẳng $ABCD$ trùng với trọng tâm của tam giác ABD .

Mặt bên SAB tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp SABCD

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

B. $V = \frac{a^3}{9}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{7}$

Hướng dẫn giải

Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, E

là hình chiếu của G lên AB

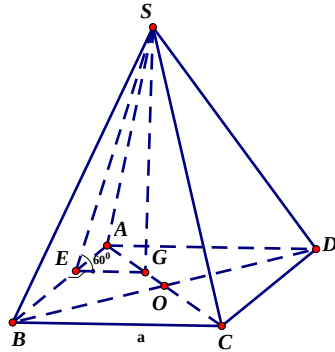
Ta có

$$AB \perp (SGE) \Rightarrow \angle SEG = 60^\circ$$

$$\Rightarrow SG = GE \cdot \tan 60^\circ$$

$$\text{Mà } GE = \frac{1}{3}BC \Rightarrow V_{SABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$$

Chọn đáp án A.



Câu 17. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm H của cạnh BC, mặt phẳng (SAB) tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $V = \frac{a^33\sqrt{3}}{12}$

D.

$$V = \frac{a^3}{12}$$

Hướng dẫn giải

Gọi K là trung điểm của AB

$$\Rightarrow HK \perp AB \quad (1)$$

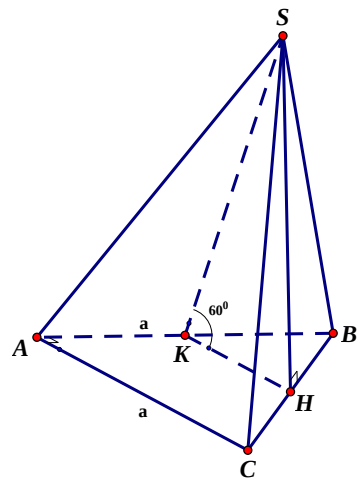
Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB \perp SK$

Do đó góc giữa mp(SAB) với đáy bằng góc

giữa SK và HK và bằng $\angle SKH = 60^\circ$

$$\text{Ta có } HS = HK \cdot \tan \angle SKH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



$$\begin{aligned}\text{Vậy } V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot S_{S.ABC} \cdot SH \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}\end{aligned}$$

Chọn đáp án A.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC = 2HB$, góc giữa SA với mặt đáy (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{21}}{36}$ **B.** $V = \frac{2a^3 \sqrt{21}}{36}$ **C.** $V = \frac{a^3 \sqrt{21}}{6}$ **D.** $V = \frac{a^3 \sqrt{21}}{3}$

Hướng dẫn giải

Áp dụng định lí cosin trong tam giác AHB có:

$$AH^2 = HB^2 + AB^2 - 2HB \cdot AB \cdot \cos 60^\circ = \frac{7a^2}{9} \quad \text{Góc}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

giữa đường thẳng SA và mp (ABC) là góc

$$\angle SAH = 45^\circ.$$

Tam giác SAH vuông

$$\text{cân tại H nên } SH = AH = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

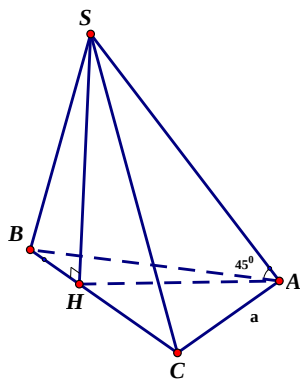
$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot AH = \frac{a^3 \sqrt{21}}{36}$$

Chọn đáp án A.

Bài toán 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, với $AB = 2a$, $BD = a\sqrt{6}$. Hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ trùng với trọng tâm G của tam giác của tam giác BCD , góc tạo bởi SC và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3}{3}$ **B.** $V = \frac{4a^3}{3}$ **C.** $V = \frac{2a^3}{3}$ **D.** $V = \frac{4a^3}{5}$

Hướng dẫn giải

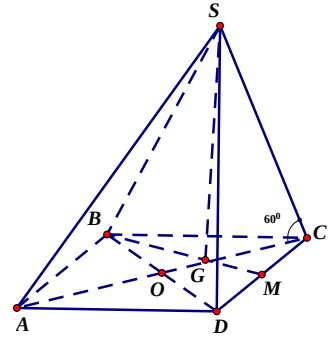


+ Góc tạo bởi SC và (ABCD) là góc SCG bằng 60° .

$$+ AD = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABCD} = 2a \cdot a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a^2$$

$$+ GC = \frac{2}{3} AC = \frac{a\sqrt{6}}{3}; SG = GC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}a^2 = \frac{4a^3}{3}$$



Chọn đáp án B.

Câu 20. Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $AC = a$, $AB = 2a$, $SC = a\sqrt{5}$. Chân đường cao hạ từ S đến mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC

A. $V = \frac{a^3}{3}$

B. $V = \frac{4a^3}{3}$

C. $V = \frac{2a^3}{3}$

D. $V = \frac{4a^3}{5}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của AB

$\Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH$ là chiều cao

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH$$

$$\text{Với } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2 \text{ (đvdt)}$$

Xét tam giác HAC vuông tại A :

$$CH^2 = HA^2 + AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

Xét tam giác SHC vuông tại H:

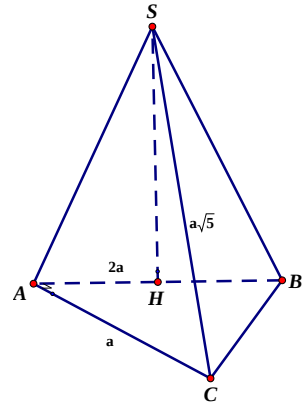
$$SH^2 = SC^2 - CH^2 = 5a^2 - 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow SH = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3} \text{ (đvtt)}$$

Chọn đáp án A.

Câu 21. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = 2a$. H là trung điểm cạnh AB, SH vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên

$$SA = \frac{a\sqrt{5}}{2}. \text{ Tính thể tích hình chóp S.ABCD}$$



A. $V = \frac{a^3}{3}$

B. $V = \frac{2a^3}{3}$

C. $V = \frac{2a^3}{13}$

D. $V = \frac{2a^3}{5}$

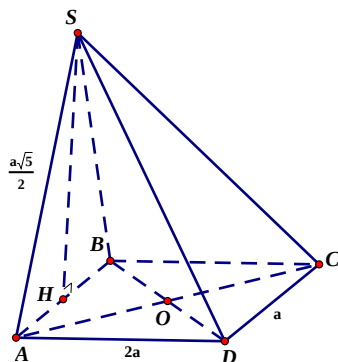
Hướng dẫn giải

$SH \perp (ABCD)$. Tam giác SHA vuông tại H.

$$SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{2a^3}{3} \text{ (đvTT)}.$$

Chọn đáp án B.



Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$.

Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{a^3}{3}$

B. $V = \frac{2a^3}{3}$

C. $V = \frac{2a^3}{13}$

D. $V = \frac{2a^3}{5}$

Hướng dẫn giải

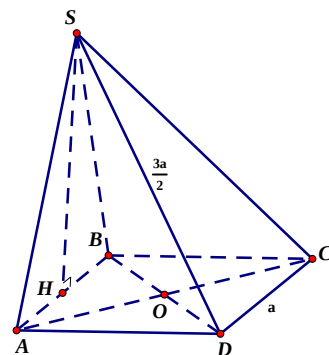
Từ giả thiết ta có SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$ và

$$\begin{aligned} SH &= \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} \\ &= \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 - a^2} = a \end{aligned}$$

Diện tích của hình vuông $ABCD$ là a^2 ,

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$$

Chọn đáp án D.



Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mp $(ABCD)$ trùng với giao điểm O của hai đường chéo AC và BD . Biết $SA = a\sqrt{2}$, $AC = 2a$, $SM = \frac{\sqrt{5}}{2}a$, với M là trung điểm cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{7}$$

$$\text{D. } V = \frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$$

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết

$$SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AC, OA = a,$$

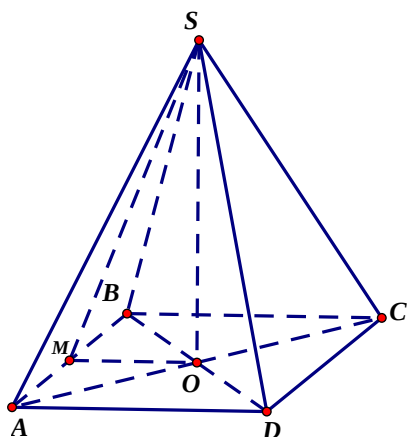
$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a$$

$$\Delta OSM \perp O : OM = \sqrt{SM^2 - SO^2} = \frac{1}{2}a$$

Ta có $\Delta ABC \perp B : BC = 2MO = a,$

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{3}a$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot BC \cdot SO = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$$



Chọn đáp án B.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Có $AD = DC = a$ và $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB và góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ đã cho

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{B. } V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{D. } V = \frac{5a^3\sqrt{6}}{4}$$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của AB , suy ra

$$SH \perp (ABCD). \text{ Dựng } HI \perp BC (I \in BC),$$

khi đó $BC \perp (SHI) \Rightarrow BC \perp SI$. Suy ra góc

tạo bởi (SBC) và $(ABCD)$ là $\angle SIH = 60^\circ$.

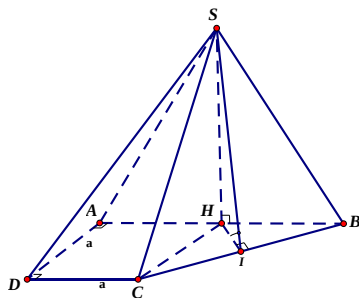
Ta có

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + DC) \cdot AD}{2} = \frac{(2a + a) \cdot a}{2} = \frac{3a^2}{2}$$

Ta có $AH = HB = a$, suy ra $ADCH$ là hình vuông

$$\Rightarrow CH = AH = a \Rightarrow BC = \sqrt{CH^2 + HB^2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow HI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} (\Delta BCH \text{ vuông cân})$$



$$\text{Khi đó } SH = HI \cdot \tan SIH = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^0 = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$$

Chọn đáp án A.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm I của AC và BD . Mặt bên (SAB) hợp với đáy một góc 60^0 . Biết rằng $AB = BC = a$, $AD = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3a^3 \sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Gọi K là hình chiếu của I lên AB .

Suy ra $SKI = 60^0$.

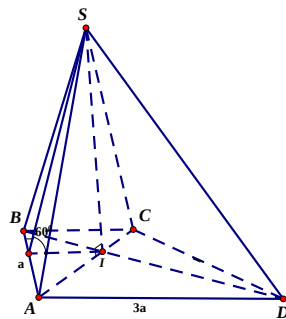
$$\text{Do } IK // AD \Rightarrow \frac{KI}{AD} = \frac{BI}{BD}.$$

$$\text{Mà } \frac{BI}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BI}{BI + ID} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BI}{BD} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Suy ra } \frac{KI}{AD} = \frac{1}{4} \Rightarrow KI = \frac{3a}{4} \Rightarrow SI = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} (a + 3a) \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$$

Vậy chọn đáp án B.



DẠNG 3. KHỐI CHÓP CÓ MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Để xác định đường cao hình chóp ta vận dụng định lí sau

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \perp (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d \\ a \subset (\alpha) \\ a \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta)$$

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA=3a$, $BC=4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB=2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC=30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A.** $V=a^3.\sqrt{3}$ **B.** $V=a^3$ **C.** $V=3a^3.\sqrt{3}$ **D.** $V=2a^3.\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

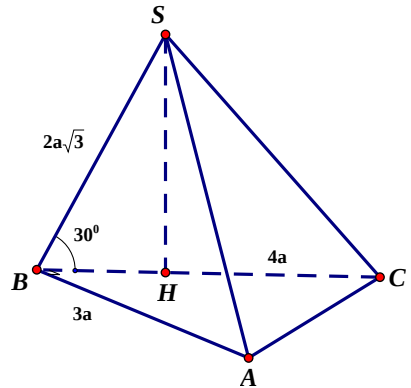
Kẻ SH vuông góc BC suy ra SH vuông góc $mp(ABC)$;

$$SH=SB.\sin SBC=a\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=6a^2;$$

$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH=2a^3\sqrt{3}$$

Vậy chọn đáp án D.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 4, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SD, CD, BC . Thể tích khối chóp $S.ABPN$ là x , thể tích khối tứ diện $CMNP$ là y . Giá trị x, y thỏa mãn bất đẳng thức nào dưới đây:

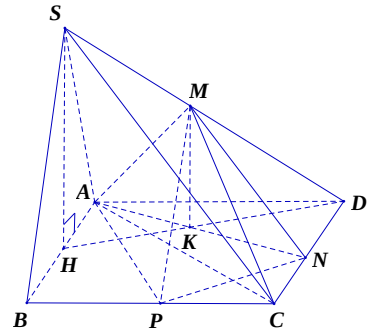
- A.** $x^2+2xy-y^2>160$ **B.** $x^2-2xy+2y^2<109$
C. $x^2+xy-y^4<145$ **D.** $x^2-xy+y^4>125$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm AB . Do $\triangle ABC$ đều và $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ đều: } SH = \frac{\sqrt{3}AB}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S_{ABPN} &= S_{ABCD} - S_{ADN} - S_{CNP} \\ &= AB^2 - \frac{AD \cdot DN}{2} - \frac{CN \cdot CP}{2} \\ &= 4^2 - \frac{4 \cdot 2}{2} - \frac{2 \cdot 2}{2} = 10 \end{aligned}$$



$$\Rightarrow V_{S.ABPN} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABPN} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

Gọi $AN \cap HD = \{K\}$ ta có MK là đường trung bình của $\triangle DHS$

$$\Rightarrow HK = \frac{1}{2}SH$$

$$\Rightarrow V_{CMNP} = \frac{1}{3} \cdot S_{CNP} \cdot MK = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot CN \cdot CP \cdot \frac{1}{2} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Thay vào các đáp án $\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của AB .

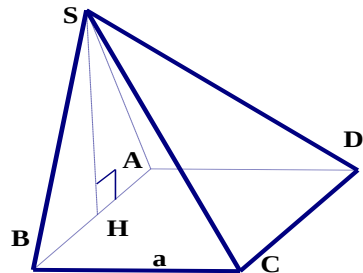
$$\triangle SAB \text{ đều} \Rightarrow SH \perp AB$$

mà

$$(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Vậy H là chân đường cao của khối chóp.

$$\text{Ta có tam giác } SAB \text{ đều nên } SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



Suy ra $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Vậy chọn đáp án B.

Câu 4. Cho tứ diện ABCD có ABC là tam giác đều, BCD là tam giác vuông cân tại D, $(ABC) \perp (BCD)$ và AD hợp với (BCD) một góc 60° , $AD=a$. Thể tích tứ diện ABCD là

- A. $\frac{a^3}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

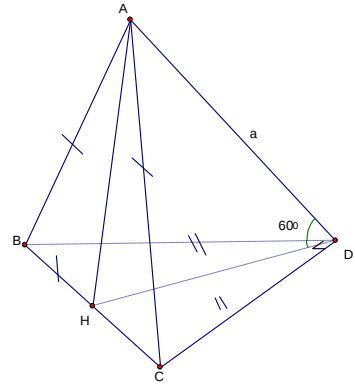
Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của BC. Ta có tam giác ABC

đều nên $AH \perp (BCD)$,

$$\left. \begin{array}{l} (ABC) \perp (BCD) \\ (ABC) \cap (BCD) = BC \\ AH \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (BCD)$$

Suy ra: $(AD, (BCD)) = \angle ADH = 60^\circ$



Ta có $AH \perp HD \Rightarrow AH = AD.\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ & $HD = AD.\cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\triangle BCD \Rightarrow BC = 2HD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Suy ra

$V = \frac{1}{3}S_{BCD}.AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}BC.HD.AH = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. Vậy chọn đáp án C.

Câu 5. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, có $BC = a$. Mặt bên SAC vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp SABC

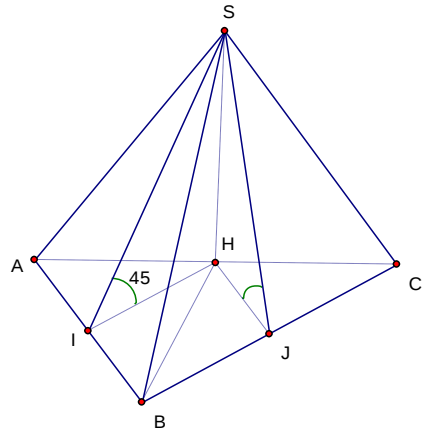
- A. $\frac{a^3}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Kẻ $SH \perp BC$ vì $mp(SAC) \perp mp(ABC)$ nên $SH \perp mp(ABC)$. Gọi I, J là hình chiếu của H trên AB và BC $\Rightarrow SI \perp AB, SJ \perp BC$, theo giả thiết $\angle SIH = \angle SJH = 45^\circ$

Ta có:

$\triangle SHI = \triangle SHJ \Rightarrow HI = HJ$. Tứ giác HIBJ là hình thoi nên BH là đường phân giác của $\triangle ABC$ từ đó suy ra H là trung điểm của AC.



$$HI = HJ = SH = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{12}. \text{ Vậy chọn đáp án A.}$$

Câu 6. Cho hình chóp SABC có đáy ABC đều cạnh a, tam giác SBC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC). Tính thể tích khối chóp SABC.

A. $\frac{a^3}{9}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

D. $\frac{a^3}{16}$

Hướng dẫn giải

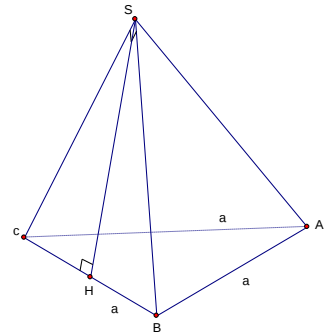
Gọi H là trung điểm của BC.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SH \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

$$SH = \frac{a}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}. \text{ Vậy chọn đáp án C.}$$



Câu 7. Tứ diện ABCD có ABC và BCD là hai tam giác đều lần lượt nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau biết $AD = a$. Tính thể tích tứ diện.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$

Hướng dẫn giải

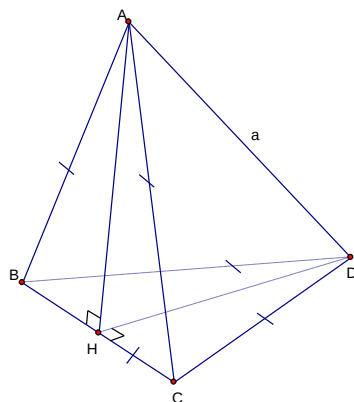
Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (ABC) \perp (BCD) \\ (ABC) \cap (BCD) = BC \\ AH \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (BCD)$$

Ta để ý: $\triangle ABC = \triangle DBC \Rightarrow AH = DH$

Do đó tam giác AHD vuông cân tại H.

Suy ra: $AH = \frac{a}{\sqrt{2}}$ mà



$$AH = \frac{BC\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = \frac{2AH}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Do đó: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. Vậy chọn đáp án C.

Câu 8. Cho hình chóp S.ABC có $BAC = 90^\circ$; $ABC = 30^\circ$; SBC là tam giác đều cạnh a và $(SBC) \perp (ABC)$. Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $\frac{a^3}{6}$

B. $\frac{a^3}{16}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $\frac{a^3}{9}$

Hướng dẫn giải

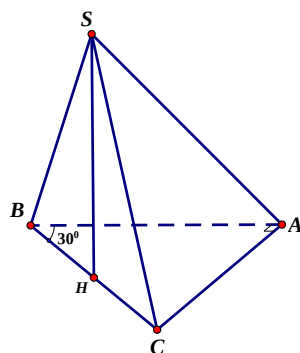
Ta có:

$$BC = a$$

$$AB = BC \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AC = BC \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$



Do đó: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{a^3}{16}$. Vậy chọn đáp án B.

Câu 9. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, gọi M là trung điểm của AB. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABCD), biết $SD = 2a\sqrt{5}$, SC tạo với mặt đáy (ABCD) một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD

- A. $\frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ C. $\frac{4a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

Theo giả thiết ta có $SM \perp (ABCD)$

MC là hình chiếu của SC trên (ABCD) nên góc giữa SC với mặt phẳng (ABCD) là $\angle SCM = 60^\circ$

Trong tam giác vuông SMC và SMD ta có:

$$SM = \sqrt{SD^2 - MD^2} = MC \cdot \tan 60^\circ \text{ mà } ABCD \text{ là hình vuông nên } MC = MD$$

$$\Rightarrow SD^2 - MC^2 = 3MC^2 \Rightarrow MC = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow SM = a\sqrt{15}$$

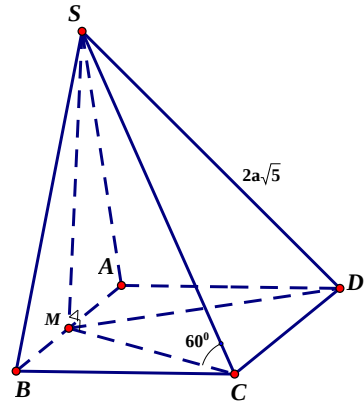
$$\text{Lại có } MC^2 = BC^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{5BC^2}{4} \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow S_{ABCD} = 4a^2$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SM \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}. \text{ Vậy chọn đáp án A.}$$

Câu 10. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a^3}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Hướng dẫn giải



Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow SH \perp AB$

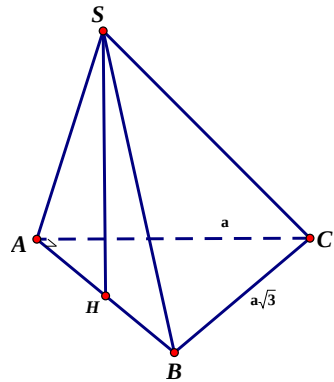
Do $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Do SAB là tam giác đều cạnh a nên

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$$

Thể tích khối chóp S.ABC là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH.S_{ABC} = \frac{1}{6} SH.AB.AC = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$



Vậy chọn đáp án C.

Câu 11. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$.

Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{17}}{9}$

B. $\frac{a^3\sqrt{17}}{\sqrt{3}}$

C. $\frac{a^3\sqrt{17}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{17}}{3}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của AB

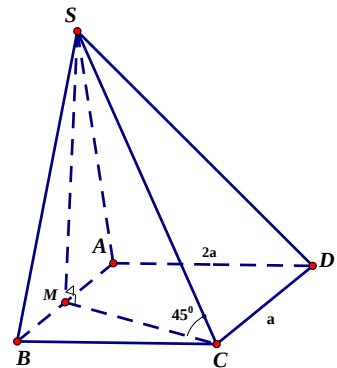
$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$, suy ra HC là hình chiếu

của SC lên (ABCD) $\Rightarrow SCH = 45^\circ$

$$S_{ABCD} = 2a^2$$

$$SH = HC = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{17}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{17}}{3}$$



Vậy chọn đáp án D.

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a. SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° , cạnh $AC = a$. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Hướng dẫn giải

Gọi I là trung điểm của đoạn AB

$$\Rightarrow SI \perp AB, (SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABCD)$$

nên

$$SCI = (SC; (ABCD)) = 60^\circ, CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow SI = CI \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$$

Gọi M là trung điểm của đoạn BC, N là trung điểm của đoạn BM.

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng AB là điểm H thuộc đoạn AB sao cho BH = 2AH. Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

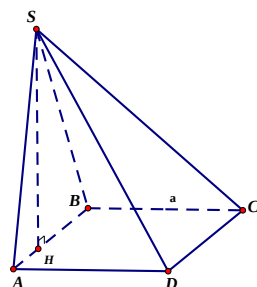
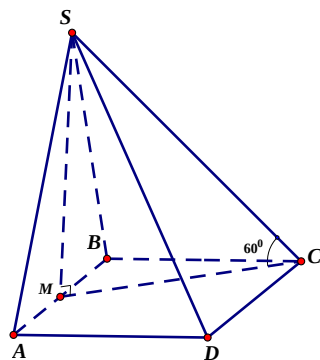
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } SH^2 = HA \cdot HB = \frac{2a^2}{9} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$$

Vậy chọn đáp án C.



Câu 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết $AC=2a$, $BD=4a$, tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

C. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$

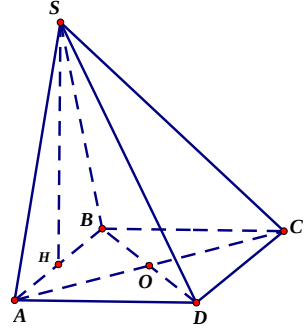
Hướng dẫn giải

Gọi $O=AC \cap BD$, H là trung điểm của AB, suy ra $SH \perp AB$.

Do $AB=(SAB) \cap (ABCD)$ và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$

Ta có: $OA = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a$

$OB = \frac{BD}{2} = \frac{4a}{2} = 2a$



$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$; $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} 2a \cdot 4a = 4a^2$

Thể tích khối chóp S.ABCD là $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot 4a^2 = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

Vậy chọn đáp án C.

Câu 15. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA=3a$, $BC=4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB=2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC=30^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. a^3

B. $a^3\sqrt{3}$

C. $2a^3\sqrt{3}$

D. $2a^3$

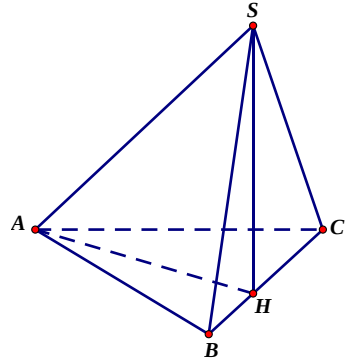
Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu của S trên BC.
 Vì $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Ta có $SH = a\sqrt{3}$

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = 2a^3\sqrt{3}$

Vậy chọn đáp án C



Câu 16. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$

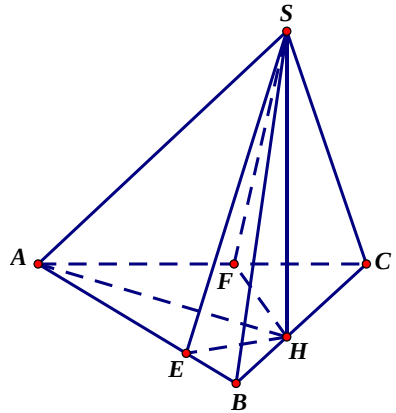
Giải

Gọi H là hình chiếu của S lên BC; E, F lần lượt là hình chiếu của H lên AB, AC suy ra $SH \perp (ABC)$ và $HE = HF$ nên AH là phân giác của góc BAC.

Ta có: $\frac{AB}{HF} = \frac{BC}{HC} = 1 + \frac{BH}{HC} = 1 + \frac{AB}{AC}$

$\Rightarrow HF = \frac{AB.AC}{AB+AC} = \frac{2a}{3}$

Suy ra $SH = HF.tan60^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$



$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = a^2$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **Vậy chọn đáp án B.**

Câu 17. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh bằng a, $SD = a\sqrt{2}$, $SA = SB = a$, và mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

Hướng dẫn giải

Mặt khác

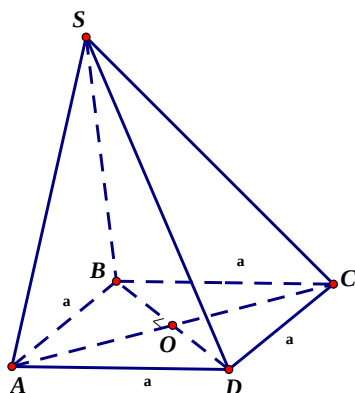
$$AS = AB = AD \Rightarrow OS = OB = OD \text{ hay}$$

$\triangle SBD$ là tam giác vuông tại S.

$$BD = \sqrt{SB^2 + SD^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$$

$$AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}$$

Suy ra thể tích khối chóp S.ABD được tính bởi:



$$V_{S.ABD} = V_{A.SBD} = \frac{1}{3} S_{SBD} \cdot AO = \frac{1}{6} SB \cdot SD \cdot AO = \frac{1}{6} a \cdot a \sqrt{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}. \text{ Vậy chọn đáp án B.}$$

Câu 18. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Tính theo a thể tích của khối chóp S.BMDN

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

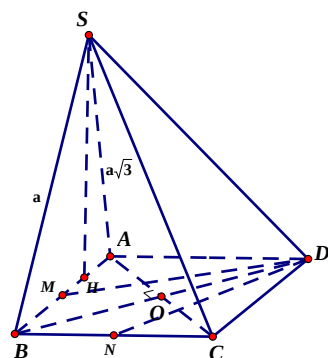
Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu của S trên AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$

Do đó SH là đường cao của hình chóp S.BMDN

Ta có: $SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = AB^2 \Rightarrow \triangle SAB$
vuông tại S $\Rightarrow SM = \frac{AB}{2} = a$

Do tam giác SMA đều, suy ra $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Diện tích tứ giác BMDN là: $S_{BMDN} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = 2a^2$

Thể tích khối chóp S.BMDN: $V = \frac{1}{3} SH.S_{BMDN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

Vậy chọn đáp án A.

Câu 19. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SAC cân tại S, $\angle SBC = 60^\circ$, mặt phẳng (SAC) vuông góc với (ABC). Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABC

A. $\frac{a^3}{8}$

B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của AC thì $SH \perp AC \Rightarrow SH \perp (ABC)$. Đặt $SH = h$.

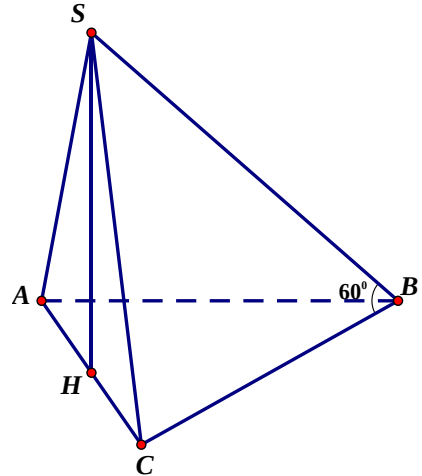
Ta có: $SC^2 = HS^2 + HC^2 = h^2 + \frac{a^2}{4}$,

$$SB^2 = HS^2 + HB^2 = h^2 + \frac{3a^2}{4}$$

Mà $SC^2 = BS^2 + BC^2 - 2BS \cdot BC \cdot \cos 60^\circ$

$$\Rightarrow h^2 + \frac{a^2}{4} = h^2 + \frac{3a^2}{4} + a^2 - 2a\sqrt{h^2 + \frac{3a^2}{4}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow h = a\sqrt{\frac{3}{2}}$$



$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$

Vậy chọn đáp án D.

DẠNG 4. KHỐI CHÓP ĐỀU

1. **Định nghĩa:** Một hình chóp được gọi là hình chóp đều nếu đáy của nó là một đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau
2. **Kết quả:** Trong hình chóp đều
 - Đường cao hình chóp qua tâm của đa giác đáy
 - Các cạnh bên tạo với đáy các góc bằng nhau
 - Các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau

Chú ý:

- ❖ Đề bài cho hình chóp tam giác đều (tứ giác đều) ta hiểu là hình chóp đều
- ❖ Hình chóp tam giác đều khác với hình chóp có đáy là đa giác đều vì hình chóp tam giác đều thì bản thân nó có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau, nói một cách khác, hình chóp tam giác đều thì suy ra hình chóp có đáy là tam giác đều nhưng điều ngược lại là không đúng
- ❖ Hình chóp tứ giác đều là hình chóp đều có đáy là hình vuông

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{5a^3 \cdot \sqrt{3}}{12}$

B. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{12}$

C. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{5}}{12}$

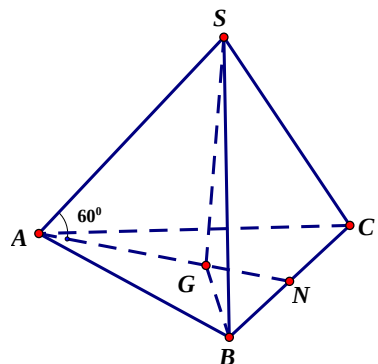
D. $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{10}$

Hướng dẫn giải

Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên ABC là tam giác đều tâm G và $SG \perp (ABC)$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC}$$

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$



Có AG là hình chiếu của AS trên (ABC) nên góc giữa cạnh bên SA với đáy là $(SA, AG) = \angle SAG = 60^\circ$ (vì $SG \perp AG \Rightarrow \angle SAG$ nhọn)

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $AG = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SAG có $SG = AG \cdot \tan 60^\circ = a$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **Chọn đáp án B.**

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có diện tích là 16cm^2 , diện tích một mặt bên là $8\sqrt{3}\text{cm}^2$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

- A.** $\frac{32\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$ **B.** $\frac{32\sqrt{13}}{3}\text{cm}^3$ **C.** $\frac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$ **D.** 4cm^3

Hướng dẫn giải

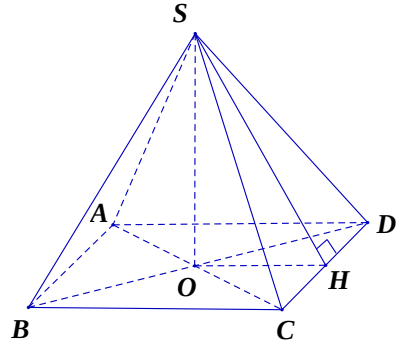
Ta có $S_{ABCD} = 16\text{cm}^2 \Rightarrow CD = 4\text{cm}$

$$S_{\triangle SCD} = 8\sqrt{3}\text{cm}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}SH \cdot CD = 8\sqrt{3}\text{cm}^2$$

$$\Rightarrow SH = 4\sqrt{3}\text{cm}$$

Xét $\triangle SOH$ vuông tại O có:

$$\begin{aligned} SO &= \sqrt{SH^2 - OH^2} \\ &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2}\text{cm} = 2\sqrt{11}\text{cm} \end{aligned}$$



$$\text{Vậy: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 2\sqrt{11}\text{cm}^3 = \frac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$$

Vậy chọn đáp án C.

Câu 3. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng $\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

- A.** $\frac{9\sqrt{3}}{32}$ **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{32}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{32}$ **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{16}$

Hướng dẫn giải

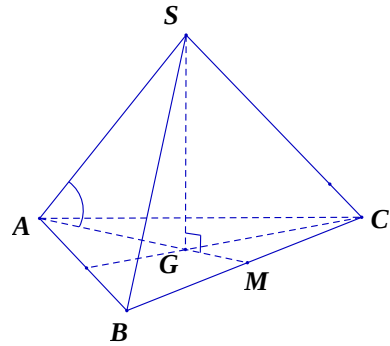
+ Gọi G là trọng tâm ΔABC
 $\Rightarrow SG \perp (ABC)$

Xét ΔSGA vuông tại G có :

$$SG = SA \cdot \sin 60^\circ = \frac{3}{2}$$

$$AG = SA \cdot \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{3}{2} AG = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$



$$\Delta ABC \text{ đều} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2}{\sqrt{3}} AM = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{16}$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SM = \frac{1}{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{16} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{32} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A}$$

Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , góc giữa SG và mặt phẳng (SBC) là 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$

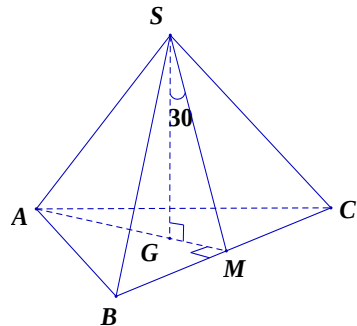
Hướng dẫn giải

- Do ABC đều nên $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

- Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều
 $\Rightarrow SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp BC$, mà

$$BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (SAM)$$

$$\Rightarrow (SBC) \perp (SAM)$$



$$\begin{cases} (SBC) \cap (SAM) = SM \\ (SBC) \perp (SAM), SG \subset (SAD) \end{cases} \text{ nên hình chiếu vuông góc của } SG \text{ lên } (SBC)$$

là SM

$$\Rightarrow (SG, (SBC)) = (SG, SM) = GSM = 30^\circ$$

-Xét tam giác SGM vuông tại M có:

$$SG = GM \cdot \cot GSM = \frac{1}{3} \cdot AM \cdot \cot 30^\circ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Do vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow \text{Chọn đáp án D}$$

Câu 5. Cho chóp tam giác đều SABC cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng 2a. Tính thể tích chóp đều SABC

A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{12}}{11}$ C. $\frac{a^3}{12}$ D. $\frac{a^3}{11}$

Hướng dẫn giải

Dựng $SO \perp (ABC)$ Ta có $SA = SB = SC$ suy ra $OA = OB = OC$

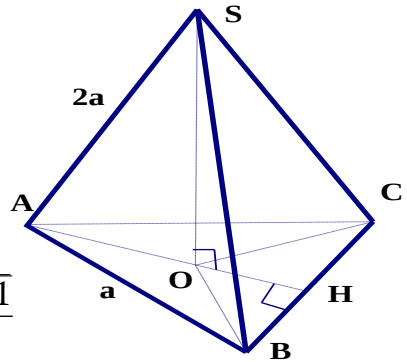
Vậy O là tâm của tam giác đều ABC.

Ta có tam giác ABC đều nên

$$AO = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle SAO \Rightarrow SO^2 = SA^2 - OA^2 = \frac{11a^2}{3}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SO = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$$



Vậy chọn đáp án A.

Câu 6. Cho khối tứ diện đều ABCD cạnh bằng a. Tính thể tích khối tứ diện đều ABCD.

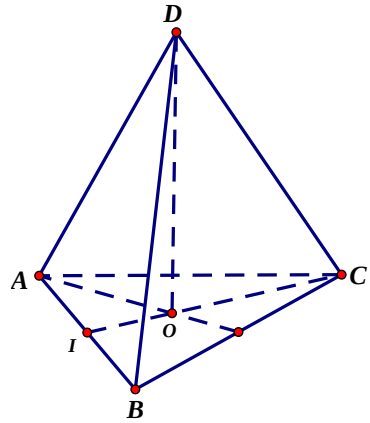
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3}{6}$

Hướng dẫn giải

Gọi O là tâm của ΔABC
 $\Rightarrow DO \perp (ABC)$

$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}, OC = \frac{2}{3} CI = \frac{a \sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta DOC \text{ vuông có : } DO = \sqrt{DC^2 - OC^2} \\ = \frac{a \sqrt{6}}{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a \sqrt{6}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$



Vậy chọn đáp án B.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $\frac{8a^3}{3}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{4a^3}{3}$

D. $\frac{2a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

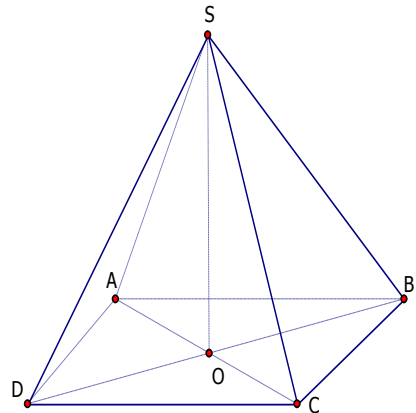
S.ABCD là hình chóp tứ giác đều ABCD là hình vuông cạnh $2a$, tâm O; $SO \perp (ABCD)$;

$$SA=SB=SC=SD= a\sqrt{3}$$

Diện tích hình vuông ABCD

$$\Rightarrow AC = 2a \cdot \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$$



$$\Rightarrow S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2; \Delta SAO \text{ vuông tại O có } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a$$

$$\text{Thể tích khối chóp S.ABCD: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a = \frac{4a^3}{3}.$$

Vậy chọn đáp án C.

Câu 8. Cho khối chóp tứ giác S. ABCD có tất cả các cạnh có độ dài bằng a . Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Hướng dẫn giải

Dựng $SO \perp (ABCD)$. Ta có $SA = SB = SC = SD$ nên $OA = OB = OC = OD \Rightarrow ABCD$

là hình thoi có đường tròn ngoại tiếp nên $ABCD$ là hình vuông .

Ta có: $SO = \sqrt{SD^2 - DO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Vậy chọn đáp án B.

Câu 9. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , các cạnh bên SA, SB, SC đều tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

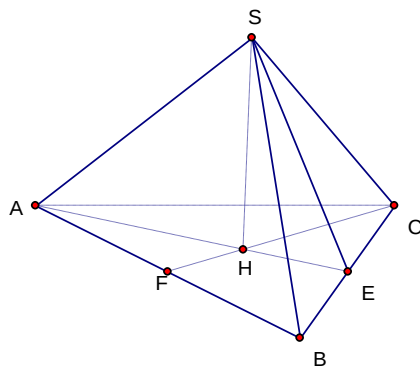
D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu của S lên $mp(ABC)$, ta có H là trọng tâm tam giác ABC , AH là hình chiếu của SA lên $mp(ABC)$ nên $\angle(SAH) = 60^\circ$

Ta có:

$AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}, HE = \frac{a\sqrt{3}}{6}$



$SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$. Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng a hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{3a^3}{32}$

B. $\frac{3a^3}{13}$

C. $\frac{3a^3}{23}$

D. $\frac{a^3}{32}$

Hướng dẫn giải

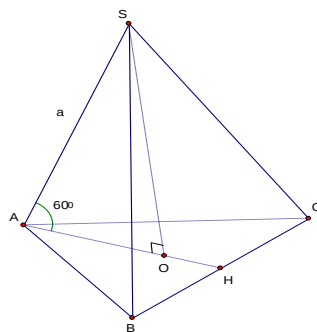
$V = \frac{1}{3} SH.S_{ABC}$ Tính AO. Từ đó suy ra được

AH

$\Rightarrow$ cạnh của tam giác đáy đều.

Đs: $V = \frac{3a^3}{32}$.

Vậy chọn đáp án A.



Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy a và mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp S.ABC.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

D. $\frac{a^3}{24}$

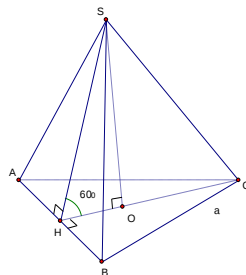
Hướng dẫn giải

$((SAB);(ABC)) = SHC = 60^\circ$

Tính SO thông qua OH.

Đs: $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Vậy chọn đáp án C



Câu 12. Cho chóp tam giác đều có đường cao h hợp với một mặt bên một góc 30° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{h^3}{3}$

B. $\frac{2h^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2h^3}{3}$

D. $\frac{h^3\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

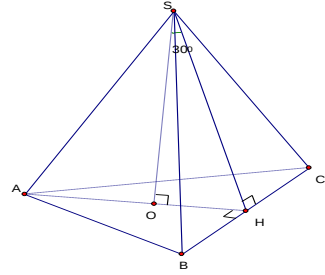
Đường cao hình chóp là SO.

Ta có: $SO \cap (SBC) = S$

$$\left. \begin{array}{l} (SBC) \perp (SAH) = BC \\ AH \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

Do đó: $(SO, (SBC)) = HSO = 30^\circ$.

ĐÁP SỐ: $V = \frac{h^3 \sqrt{3}}{3}$. Vậy chọn đáp án D.



Câu 13. Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có chiều cao h, góc ở đỉnh của mặt bên bằng 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{3h^3}{2}$

B. $\frac{h^3}{3}$

C. $\frac{2h^3}{3}$

D. $\frac{h^3 \sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

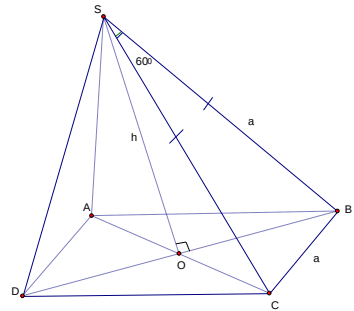
Giả sử hình vuông ABCD có cạnh là a.

$$V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} h \cdot a^2$$

Trong tam giác vuông SOB thì

$$SB^2 = SO^2 + OB^2 \Leftrightarrow a^2 = h^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \Rightarrow a^2 = 2h^2$$

$$V = \frac{2h^3}{3}. \text{ Vậy chọn đáp án C.}$$



Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng a hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp.

A. $a^2 \sqrt{3}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$

C. $\frac{a^3}{12}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

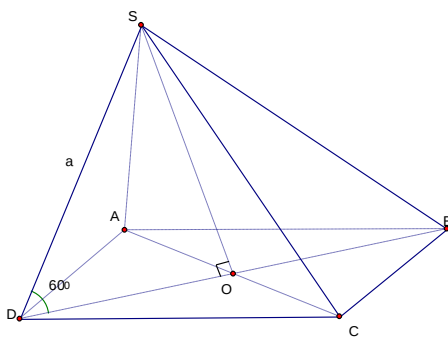
Hướng dẫn giải

$$V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} \text{ Tính } DO \Rightarrow DB.$$

Từ đó suy ra cạnh của hình vuông

$$\text{Đs: } V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

Vậy chọn đáp án D.



DẠNG 5. TỈ LỆ THỂ TÍCH

Việc tính thể tích của một khối chóp thường học sinh giải bị nhiều sai sót, Tuy nhiên trong các đề thi lại yêu cầu học sinh tính thể tích của một khối chóp “nhỏ” của khối chóp đã cho. Khi đó học sinh có thể thực hiện các cách sau:

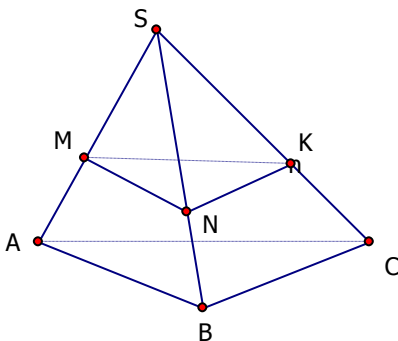
+ Cách 1:

- Xác định đa giác đáy
- Xác định đường cao (phải chứng minh đường cao vuông góc với mặt phẳng đáy)
- Tính thể tích khối chóp theo công thức

+ Cách 2

- Xác định đa giác đáy
- Tìm các tỷ số độ dài của đường cao (nếu cùng đa giác đáy) hoặc diện tích đáy (nếu cùng đường cao) của khối chóp “nhỏ” và khối chóp đã cho và kết luận thể tích khối cần tìm bằng k lần thể tích khối đã cho

+ Cách 3: dùng tỷ số thể tích (Chỉ áp dụng cho khối chóp (tứ diện))



Hai khối chóp S.MNK và S.ABC có chung đỉnh S và góc ở đỉnh S

$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.MNK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SK}{SC}$$

Câu 1. Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC vuông cân ở B, $AC = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy ABC, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SC, SB lần lượt tại M, N. Tính thể tích của khối chóp S.AMN

A. $\frac{2a^3}{27}$

B. $\frac{a^3}{27}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$

Hướng dẫn giải

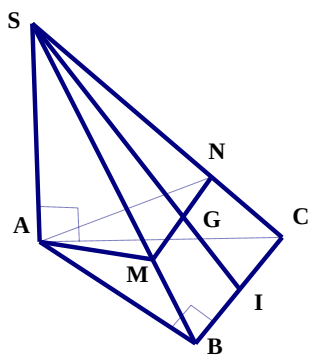
Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} . SA$ và

$$SA = a$$

ΔABC cân có : $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = a$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} a^2$$

Vậy: $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot a = \frac{a^3}{6}$



Gọi I là trung điểm BC. G là trọng tâm, ta có : $\frac{SG}{SI} = \frac{2}{3}$

$\alpha // BC \Rightarrow MN // BC$

$$\Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{SG}{SI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{4}{9}$$

Vậy: $V_{SAMN} = \frac{4}{9} V_{SABC} = \frac{2a^3}{27}$. Vậy chọn đáp án A.

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm D sao cho $CD = a$. Mặt phẳng qua C vuông góc với BD, cắt BD tại F và cắt AD tại E.

Tính thể tích khối tứ diện CDEF.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3}{36}$

C. $\frac{a^3}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

Hướng dẫn

Tính $V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot CD = \frac{a^3}{6}$ Ta có: $AB \perp AC, AB \perp CD$ $\Rightarrow AB \perp (ACD)$ $\Rightarrow AB \perp EC$ Ta có: $DB \perp EC$ $\Rightarrow EC \perp (ABD)$ Tính V_{DCEF}: Ta có: $\frac{V_{DCEF}}{V_{DABC}} = \frac{DE}{DA} \cdot \frac{DF}{DB} (*)$	
---	--

Mà $DE \cdot DA = DC^2$, chia cho $DA^2 \Rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{DC^2}{DA^2} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2}$

Tương tự: $\frac{DF}{DB} = \frac{DC^2}{DB^2} = \frac{a^2}{DC^2 + CB^2} = \frac{1}{3}$

Từ (*) $\Rightarrow \frac{V_{DCEF}}{V_{DABC}} = \frac{1}{6}$. Vậy $V_{DCEF} = \frac{1}{6} V_{DABC} = \frac{a^3}{36}$. Vậy chọn đáp án B.

Câu 3. Cho khối chóp tứ giác đều SABCD. Một mặt phẳng (α) qua A, B và trung điểm M của SC. Tính tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó.

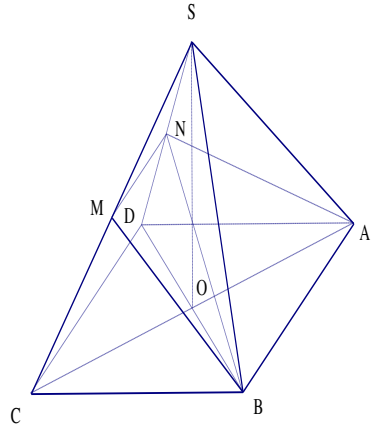
Hướng dẫn giải

Kẻ $MN \parallel CD$ ($N \in SD$) thì hình thang ABMN là thiết diện của khối chóp khi cắt bởi mặt phẳng (ABM).

$$\frac{V_{S.ANB}}{V_{S.ADB}} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ANB} = \frac{1}{2} V_{S.ADB}$$

$$\frac{V_{SBMN}}{V_{SBCD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SBMN} = \frac{1}{4} V_{SBCD} = \frac{1}{8} V_{SABCD}$$

$$\text{Mà } V_{SABMN} = V_{S.ANB} + V_{SBMN} = \frac{3}{8} V_{SABCD}.$$



$$V_{S.ABCD} = V_{S.MNAB} + V_{MNAB.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{MNAB.ABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNAB} = V_{S.ABCD} - \frac{3}{8} V_{S.ABCD} = \frac{5}{8} V_{S.ABCD}$$

$$\text{Do đó: } \frac{V_{SABMN}}{V_{ABMN.ABCD}} = \frac{3}{5} \cdot C$$

Câu 4. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm SC. Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD, cắt SB tại E và cắt SD tại F. Tính thể tích khối chóp S.AEMF

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{9}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{18}$

Hướng dẫn giải

Gọi $I = SO \cap AM$. Ta có (AEMF)

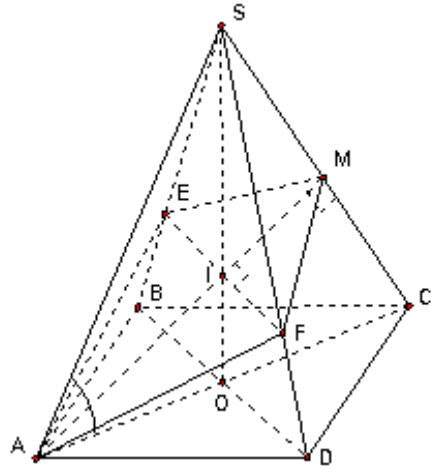
$EF \parallel BD$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO \text{ với}$$

$$S_{ABCD} = a^2 \quad \Delta SOA \text{ có:}$$

$$SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$



Phân chia chóp tứ giác ta có:

$$\frac{V_{S.AMF}}{V_{S.AME}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SM} \cdot \frac{SF}{SE} = \frac{SB}{SD} = 1 \Rightarrow V_{S.AMF} = V_{S.AME}$$

$$\text{Do đó: } V_{S.AEMF} = V_{SAMF} + V_{SAME} = 2V_{SAMF}; \quad V_{S.ABCD} = 2V_{SACD} = 2V_{SABC}$$

Xét khối chóp S.AMF và S.ACD

$$\Rightarrow \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}; \quad \Delta SAC \text{ có trọng tâm } I, EF \parallel BD \text{ nên:}$$

$$\Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SF}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{V_{SAMF}}{V_{SACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SF}{SD} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow V_{SAMF} = \frac{1}{3} V_{SACD} = \frac{1}{6} V_{SACD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$$

$$\Rightarrow V_{S.AEMF} = 2 \frac{a^3\sqrt{6}}{36} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}. \text{ Vậy chọn đáp án D.}$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B' , D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB , SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Hướng dẫn

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$; $SB \perp AB'$.

Suy ra: $AB' \perp (SBC)$ nên $AB' \perp SC$. Tương tự $AD' \perp SC$.

Vậy $SC \perp (AB'D')$

Tính $V_{S.AB'C'D'}$

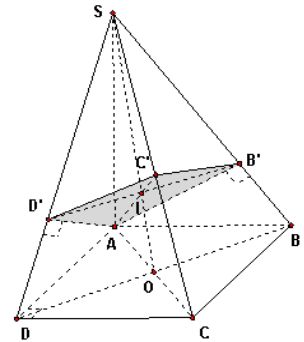
Tính $V_{S.AB'C'}$: Ta có: $\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} (*)$

ΔSAC vuông cân nên $\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}$

Ta có: $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2a^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{2a^2}{3a^2} = \frac{2}{3}$

Từ $(*) \Rightarrow \frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SAB'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

Ta có: $\frac{V_{S.AC'B'}}{V_{S.AC'D'}} = \frac{SB'}{SD'} = \frac{SB}{SD} = 1 (B'D' // BD) \Rightarrow V_{S.AC'B'} = V_{S.AC'D'}$



$$V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{9}. \text{ Vậy chọn đáp án A.}$$

Câu 6. Cho khối chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của SB và SD. Mặt phẳng AB'D' cắt SC tại C'. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp SAB'C'D' và SABCD.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{8}$

Hướng dẫn giải

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $AC', B'D', SO$ đồng quy tại I và I là trung điểm của SO.

Kẻ $OC'' \parallel AC'$. Ta có $SC' = C'C'' = C''C$,

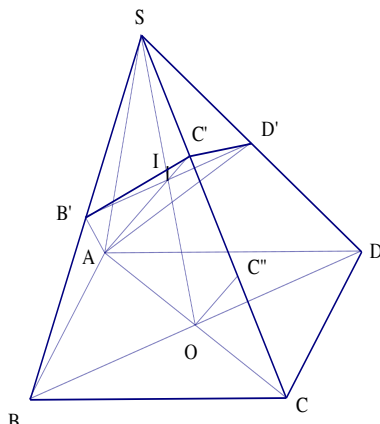
nên $\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$.

Ta có

$$\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{12}$$

Tương tự ta cũng có: $\frac{V_{SAC'D'}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{12}$

Vậy $\frac{V_{SAB'C'D'}}{V_{SABCD}} = \frac{V_{SAB'C'} + V_{SAC'D'}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$. Vậy chọn đáp án C.



Câu 7. Cho khối chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi B', D' lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C'. Tính thể tích khối chóp SAB'C'D'.

A. $\frac{4a^3}{45}$

B. $\frac{8a^3}{45}$

C. $\frac{a^3}{45}$

D. $\frac{16a^3}{45}$

Hướng dẫn giải

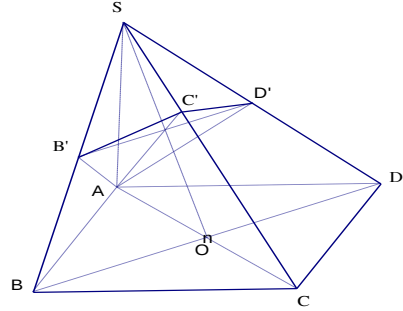
Ta có $AB' \perp SB$, $AB' \perp CB \Rightarrow AB' \perp (SBC)$

$\Rightarrow AB' \perp SC$ (a)

Tương tự $AD' \perp SC$ (b)

Từ (a) và (b) suy ra

$SC \perp (AB'C'D') \Rightarrow SC \perp AC'$



Do tính đối xứng, ta có $V_{SAB'C'D'} = 2V_{SAB'C'}$

$$\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{SB' \cdot SB}{SB^2} \cdot \frac{SC' \cdot SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SB^2} \cdot \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4a^2}{5a^2} \cdot \frac{4a^2}{6a^2} = \frac{8}{15}$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot 2a = \frac{a^3}{3} \Rightarrow V_{SAB'C'} = \frac{8}{15} \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{8a^3}{45}$$

Vậy $V_{SAB'C'D'} = \frac{16a^3}{45}$. **Vậy chọn đáp án D.**

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = a$, $SC = 2a$, $ASB = BSC = 60^\circ$,

$ASC = 90^\circ$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng V . Tỉ số $\frac{6V}{a^3}$ là :

A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$	B. $\sqrt{2}$	C. $\sqrt{3}$	D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
---------------------------------	----------------------	----------------------	--------------------------------

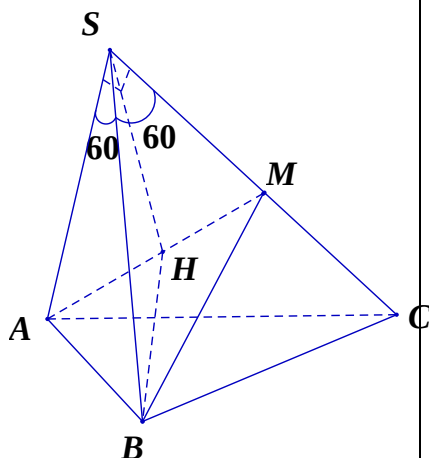
Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm SC , ta có $SM = a$
 $\Rightarrow \triangle SAM$ vuông cân tại S . Gọi H là
 trung điểm của AM . Ta có

$$AM = \sqrt{SA^2 + SM^2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow SH = \frac{1}{2} AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ta có $SM = BM = a$ và $BSC = 60^\circ$
 $\Rightarrow \triangle BSM$ đều $\Rightarrow BM = a \Rightarrow \triangle BSM$
 đều



Ta có $AB = BM = a \Rightarrow \triangle ABM$ cân tại B .

Mặt khác: $AB^2 + BM^2 = 2a^2$ và $AM^2 = 2a^2 \Rightarrow AB^2 + BM^2 = AM^2$

$\Rightarrow \triangle ABM$ vuông cân tại B (định lý pitago đảo) $\Rightarrow BH = \frac{1}{2} AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Ta có } SH^2 + BH^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow SH^2 + BH^2 = SB^2 = a^2$$

$\Rightarrow \triangle SHB$ vuông cân tại H (định lý pitago đảo)

Ta có $SH \perp AM, SH \perp HB \Rightarrow SH \perp (ABM)$

$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot BM = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABM} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{2}}{2} \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.ABM}} = \frac{SC}{SM} = 2 \Rightarrow V_{S.ABC} = 2V_{S.ABM} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \Rightarrow \frac{6V}{a^3} = \sqrt{2}$$

Chọn đáp án B

* **Cách khác:** Sử dụng công thức giải nhanh

Tổng quát: Cho chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$ và
 $ASB = \alpha, BSC = \beta, ASC = \gamma$.

Thể tích	khối	chóp	$S.ABC$	là:
$V_{S.ABC} = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$				

Áp dụng vào bài này ta được:

$$V_{S.ABC} = \frac{a.a.2a}{6} \sqrt{1 - \cos^2 60^\circ - \cos^2 60^\circ - \cos^2 90^\circ + 2 \cos 60^\circ \cos 60^\circ \cos 90^\circ} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{6V}{a^3} = \sqrt{2} \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

Câu 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là α thoả mãn $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng (P) qua AC và vuông góc với mặt phẳng (SAD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tỉ lệ thể tích hai khối đa diện là gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau:

A. 0,11

B. 0,13

C. 0,7

D. 0,9

Hướng dẫn giải

$S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều
 $SO \perp (ABCD)$. Gọi N là trung
điểm CD

$$\Rightarrow \begin{cases} CD \perp SN, CD \perp ON \\ (SCD) \cap (ABCD) = CD \end{cases}$$

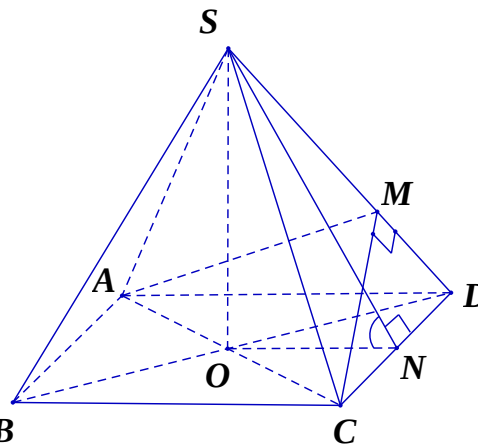
$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = SNO$$

Kẻ $CM \perp SD$. Ta có

$$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SB$$

$$\Rightarrow SD \perp (ACM) \Rightarrow (ACM) \perp (SAD)$$

nên mặt phẳng (P) là (ACM)



Xét tam giác SON vuông tại N có : $SN = \frac{ON}{\cos SNO} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3a}{2}$

$$SO = \sqrt{SN^2 - ON^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}$$

Xét tam giác SOD vuông tại O có :

$$SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$

Ta có $S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2} CM.SD = \frac{1}{2} SN.CD \Rightarrow CM = \frac{SN.CD}{SD} = \frac{\frac{3a}{2}.a}{\frac{a\sqrt{10}}{2}} = \frac{3a\sqrt{10}}{10}$

Xét tam giác MCD vuông tại M có :

$$DM = \sqrt{CD^2 - CM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{3a\sqrt{10}}{10}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{10}$$

Ta có : $\frac{V_{MACD}}{V_{SABCD}} = \frac{V_{MACD}}{2.V_{SACD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DM}{DS} \cdot \frac{DA}{DA} \cdot \frac{DC}{DA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DM}{DS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{a\sqrt{10}}{10}}{\frac{a\sqrt{10}}{2}} = \frac{1}{10}$

$\Rightarrow V_{MACD} = \frac{1}{10} V_{SABCD}$. Mặt phẳng (P) chia khối chóp $S.ABCD$ thành 2 khối $MACD$ và $SABCM$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = V_{MACD} + V_{SABCM} \Rightarrow V_{SABCM} = \frac{9}{10} V_{SABCD}$$

Do đó : $\frac{V_{MACD}}{V_{SABCM}} = \frac{1}{9} \approx 0,11 \Rightarrow \text{Chọn đáp án A}$

Tổng quát: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là α . Mặt phẳng (P)

qua AC và vuông góc với mặt phẳng (SAD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tỷ lệ thể tích hai khối đa diện là $\frac{V_1}{V_2} = \cos^2 \alpha$

Chứng minh:

Ta có:

$$SD = \sqrt{SN^2 + ND^2} = \sqrt{ON^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} + ND^2}$$

$$= \frac{a}{2} \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} = \frac{a}{2 \cdot \cos \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha + 1}$$

Ta có : $S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2} CM \cdot SD = \frac{1}{2} SN \cdot CD$

$$\Rightarrow CM = \frac{SN \cdot CD}{SD} = \frac{\frac{a}{2} \frac{1}{\cos \alpha} \cdot a}{\frac{a}{2 \cdot \cos \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha + 1}} = \frac{a}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}$$

$$\Rightarrow DM = \sqrt{CD^2 - CM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{1 + \cos^2 \alpha}} = \frac{a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}$$

$$\frac{V_{MACD}}{V_{SABCD}} = \frac{V_{MACD}}{2 \cdot V_{SACD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DM}{DS} \cdot \frac{DA}{DA} \cdot \frac{DC}{DA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DM}{DS}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}}{\frac{a}{2 \cdot \cos \alpha} \sqrt{1 + \cos^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow V_{MACD} = \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} V_{SABCD}$$

$$\Rightarrow V_{SABCM} = \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \right) V_{SABCD} = \frac{1}{1 + \cos^2 \alpha} V_{SABCD}$$

Do vậy : $\frac{V_{MACD}}{V_{SABCM}} = \cos^2 \alpha$.

Câu 10. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , góc giữa SG và mặt phẳng (SBC) là 30° . Mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với SA chia khối chóp $S.ABC$ thành hai phần. Tỷ số thể tích hai phần là:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{2}{3}$

Hướng dẫn giải

Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều

$$\Rightarrow SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp BC,$$

$$\text{mà } BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (SAM)$$

$$\Rightarrow (SBC) \perp (SAM)$$

$$\begin{cases} (SBC) \cap (SAM) = SM \\ (SBC) \perp (SAM), SG \subset (SAD) \end{cases} \text{ nên hình}$$

chiếu vuông góc của SG lên (SBC) là

SM

$$\Rightarrow \left(SG, (SBC) \right) = \left(SG, SM \right) = \angle GSM = 30^\circ$$

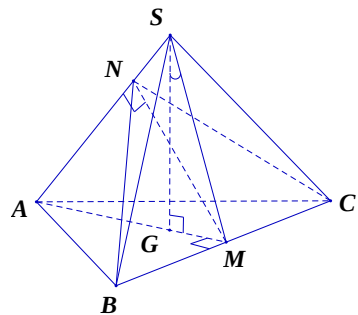
Kẻ $MN \perp SA$, ta có $BC \perp (SAM) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow SA \perp (NBC)$ nên mặt phẳng (P) là (NBC) . Xét tam giác SGM vuông tại M có:

$$SG = GM \cdot \cot \angle GSM = \frac{1}{3} \cdot AM \cdot \cot 30^\circ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow SM = \frac{SG}{\cos \angle GSM} = \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Xét tam giác SGA vuông tại G có:

$$SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$



$$S_{\Delta SAM} = \frac{1}{2} MN \cdot SA = \frac{1}{2} SG \cdot AM \Rightarrow MN = \frac{SG \cdot AM}{SA} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{21}}{6}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$$

Xét tam giác SNM vuông tại N có:

$$SN = \sqrt{SM^2 - MN^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{3a\sqrt{7}}{14}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{42}$$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{SNBC}}{V_{SABC}} = \frac{SN}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{SN}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{21}}{42}}{\frac{a\sqrt{21}}{6}} = \frac{1}{7} \Rightarrow V_{SNBC} = \frac{1}{7} V_{SABC}.$$

Mặt phẳng (P) chia khối chóp thành 2 khối $SNBC$ và $NABC$

$$\Rightarrow V_{SABC} = V_{SNBC} + V_{NABC} \Rightarrow V_{NABC} = \frac{6}{7} V_{SABC}$$

Do vậy $\frac{V_{SNBC}}{V_{NABC}} = \frac{1}{6} \Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**