

Câu 1: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V , thể tích của khối chóp $ABCC'B'$ là

- A. $\frac{2V}{3}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{3V}{4}$.

Câu 2: Hàm số $y = \ln(2x+1)$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{2}{x \ln(2x+1)}$. B. $y' = \frac{1}{2x+1}$. C. $y' = \frac{2}{2x+1}$. D. $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$.

Câu 3: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-2}{2n^2+1} = \frac{b}{a}$ ($a, b \in \mathbb{N}, a \neq 0$) và $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản. Chọn mệnh đề đúng

- A. $2a^2 + b^2 = 9$. B. $2a^2 + b^2 = 6$. C. $2a^2 + b^2 = 12$. D. $2a^2 + b^2 = 19$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-7}$ là

- A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $D = [1; +\infty)$.

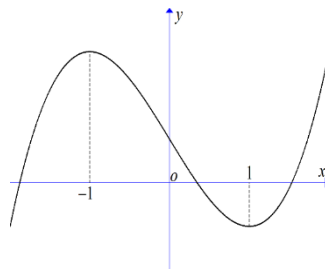
Câu 5: Phương trình $5^{x^2-1} = 25^{x+1}$ có tập nghiệm là

- A. $\{-1; 3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{-3; 1\}$. D. $\{-3; -1\}$.

Câu 6: Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 4$. B. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$.
C. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 32$. D. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 16$.

Câu 7: Hàm số nào trong các hàm số sau mà đồ thị có dạng hình vẽ dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 8: Biết $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$. Tính $\log_2 5$ theo a và b

- A. $\log_2 5 = \frac{a}{b}$. B. $\log_2 5 = \frac{b}{b-a}$. C. $\log_2 5 = ab$. D. $\log_2 5 = \frac{b}{a}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	$2 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 2$

Xét các mệnh đề

(1) $c=1$. (2) $a=2$.

(3) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$. (4) Nếu $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ thì $b=1$.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18: Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$ có đồ thị (C) . Chọn khẳng định đúng

- A.** Hàm số có hai điểm cực trị.
B. Đồ thị hàm số nhận Oy làm tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số nhận Ox làm tiệm cận ngang.
D. $f'(x) = -2\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \ln 3$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung có phương trình là

A. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. **B.** $y = \frac{-1}{2}x - \frac{1}{2}$. **C.** $y = 2x - 1$. **D.** $y = -2x - 1$.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ có đồ thị (C) . Chọn mệnh đề đúng:

- A.** (C) đi qua điểm $M(4;1)$. **B.** Tập giá trị của hàm số là $[0; +\infty)$.
C. Tập xác định của hàm số $D = [0; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = \frac{(\sqrt{x-1}-1)^2}{x^2+2x-8}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$, ta được kết quả là

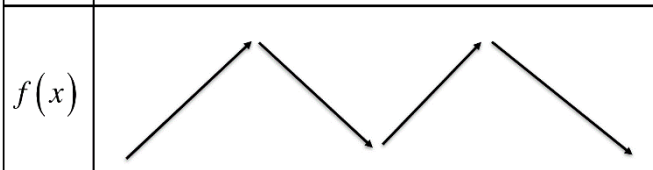
A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{14}}{14}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$					

Hàm số $y = f(-2x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+7}{2x+m}$ nghịch biến trên $(-2; +\infty)$.

A. 10.

B. 9.

C. 11.

D. Vô số.

Câu 25: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao $h = \sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

A. $\frac{25\pi}{3}$.

B. $\frac{100\pi}{3}$.

C. $\frac{100\pi}{27}$.

D. 100π .

Câu 26: Phương trình $\ln\left(x - \frac{2}{3}\right)\ln\left(x + \frac{2}{3}\right)\ln\left(x + \frac{1}{3}\right)\ln\left(x + \frac{1}{6}\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 27: Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức

$T = (x_1)^{\frac{x_2}{4}}$.

A. $T = 4$.

B. $T = 2$.

C. $T = \sqrt{2}$.

D. $T = 8$.

Câu 28: Có bao nhiêu hàm số sau đây mà đồ thị có đúng một tiệm cận ngang

(1) $y = \frac{1}{x}$

(2) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-3x}}$

(3) $y = \frac{2x+1}{x-1}$

(4) $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 29: Biết $\int_0^2 2x \ln(x+1) dx = a \ln b$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $T = a + b$.

A. $T = 6$.

B. $T = 8$.

C. $T = 7$.

D. $T = 5$.

Câu 30: Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau sao cho trong mỗi số có đúng 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ?

A. 72000.

B. 60000.

C. 68400.

D. 64800.

Câu 31: Ông An gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép theo kì hạn năm, với lãi suất là 6,5% một năm và lãi suất không đổi trong thời gian gửi. Sau 6 năm, số tiền lãi (làm tròn đến hàng triệu) của ông là

A. 92 triệu. B. 96 triệu. C. 78 triệu. D. 69 triệu.

Câu 32: Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ tại hai điểm A, B có độ dài

A. $AB = \sqrt{46}$. B. $AB = \sqrt{42}$. C. $AB = 5\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 33: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x \cdot \cos x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

A. 1. B. $\frac{1}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{6}}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{4}}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Gọi h và h_1 lần lượt là khoảng cách từ các điểm cực đại và cực tiểu của (C) đến trục hoành. Tỉ số $\frac{h}{h_1}$ là

A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 35: Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2022\pi)$.

A. 1011. B. 2020. C. 1010. D. 2022.

Câu 36: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right)^2 (x+2)^{3n}$ với n là số tự nhiên thỏa mãn $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$.

A. $2^5 C_{19}^{10}$. B. $2^3 C_{19}^9$. C. $2^7 C_{19}^9$. D. $2^9 C_{19}^{10}$.

Câu 37: Cho một hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh bằng 2, độ dài đường cao bằng 1. Đường kính của mặt cầu chứa S và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho là

A. 2. B. 4. C. 1. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 6 = 0$ có hai nghiệm trái dấu

A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

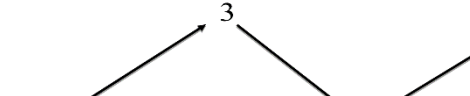
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy (ABC) thỏa mãn $AB = a, AC = 2a, \angle BAC = 120^\circ$; SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của BC , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AM .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Đáy ABC có $BC = a$ và $\angle BAC = 150^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) là

A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

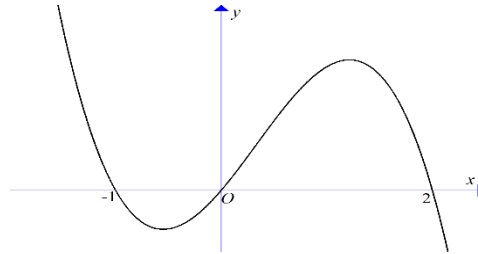
Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$

Đặt $g(x) = |m + f(2022 + x)|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = g(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 7.

Câu 42: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(3 - 2x)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; 5)$. D. $(5; +\infty)$.

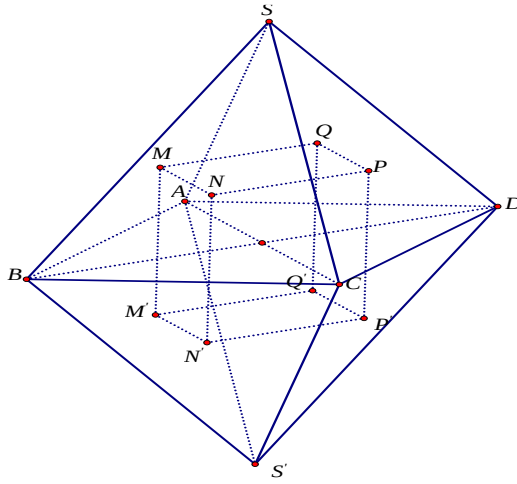
Câu 43: Có 6 viên bi gồm 2 bi xanh, 2 bi đỏ, 2 bi vàng (các viên bi có bán kính khác nhau). Tính xác suất để khi xếp 6 viên bi trên thành một hàng ngang thì có đúng một cặp bi cùng màu xếp cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$. Biết $\min_{[0;2]} y + 3 \max_{[0;2]} y = 10$. Chọn khẳng định đúng

- A. $m \in (1; 3)$. B. $m \in [3; 5)$. C. $m \in (5; 7)$. D. $m \in [7; 9)$.

Câu 45: Cho khối bát diện đều có cạnh a . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA ; gọi M', N', P', Q' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $S'AB, S'BC, S'CD, S'DA$ (như hình vẽ dưới). Thể tích của khối lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ là



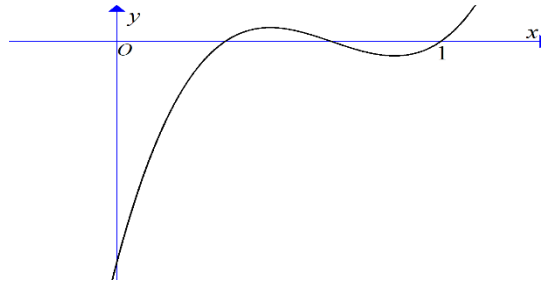
A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{72}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{81}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{27}$.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f^2(g(x))$ với $g(x) = x^2 - 4x + 2\sqrt{4x - x^2}$

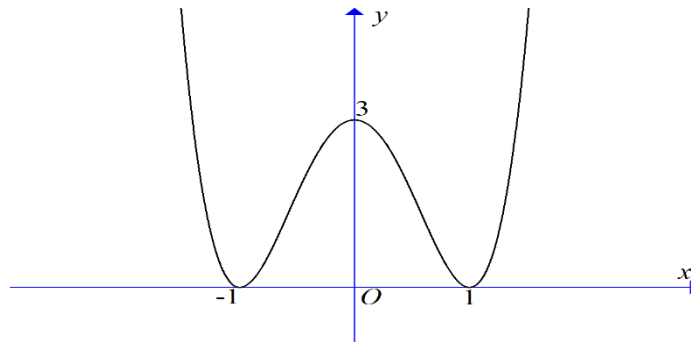
A. 17.

B. 21.

C. 23.

D. 19.

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình

$$(f^2(x) + x^2)^2 - (m^2 + 2m + 14)(f^2(x) + x^2) + 4(m + 1)^2 + 36 = 0$$
 có đúng 6 nghiệm phân biệt.

A. 2022.

B. 4043.

C. 4042.

D. 2021.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; \pi)$ thỏa mãn $f'(x) = f(x) \cdot \cot x + 2x \cdot \sin x$.

Biết $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$. Tính $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $\frac{\pi^2}{36}$.

B. $\frac{\pi^2}{72}$.

C. $\frac{\pi^2}{54}$.

D. $\frac{\pi^2}{80}$.

Câu 49: Cho a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+20}(6a-8b-4)=1$ và c, d là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\sqrt{c^2+c+\log_2 \frac{c}{d}}-7=\sqrt{2(2d^2+d-3)}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sqrt{(a-c+1)^2+(b-d)^2}$ là

A. $4\sqrt{2}-1$.

B. $\sqrt{29}-1$.

C. $\frac{12\sqrt{5}-5}{5}$.

D. $\frac{8\sqrt{5}-5}{5}$.

Câu 50: Trên cạnh AD của hình vuông $ABCD$ cạnh 1, người ta lấy điểm M sao cho $AM=x(0 \leq x \leq 1)$ và trên nửa đường thẳng Ax vuông góc với mặt phẳng chứa hình vuông, người ta lấy điểm S với $SA=y$ thỏa mãn $y > 0$ và $x^2+y^2=1$. Biết khi M thay đổi trên đoạn AD thì thể tích của khối chóp $S.ABCM$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{m}}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ và m, n nguyên tố cùng nhau. Tính $T=m+n$.

A. 11.

B. 17.

C. 27.

D. 35.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	C	A	B	D	C	B	D	B	C	A	C	B	A	D	C	D	D	C	B	B	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	C	A	D	A	B	D	D	D	A	B	D	A	A	D	A	C	A	D	D	C	B	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V , thể tích của khối chóp $ABCC'B'$ là

A. $\frac{2V}{3}$.

B. $\frac{V}{3}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{3V}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp $ABCC'B'$ là $\frac{2V}{3}$.

Câu 2: Hàm số $y = \ln(2x+1)$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{2}{x \ln(2x+1)}$.

B. $y' = \frac{1}{2x+1}$.

C. $y' = \frac{2}{2x+1}$.

D. $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \ln(2x+1)$ có đạo hàm là $y' = \frac{2}{2x+1}$.

Câu 3: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-2}{2n^2+1} = \frac{b}{a}$ ($a, b \in \mathbb{N}, a \neq 0$) và $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản. Chọn mệnh đề đúng

A. $2a^2 + b^2 = 9$.

B. $2a^2 + b^2 = 6$.

C. $2a^2 + b^2 = 12$.

D. $2a^2 + b^2 = 19$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-2}{2n^2+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=2 \end{cases} \Rightarrow 2a^2 + b^2 = 9..$$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-7}$ là

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $D = [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 5: Phương trình $5^{x^2-1} = 25^{x+1}$ có tập nghiệm là

A. $\{-1; 3\}$.

B. $\{1; 3\}$.

C. $\{-3; 1\}$.

D. $\{-3; -1\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5^{x^2-1} = 25^{x+1} \Leftrightarrow 5^{x^2-1} = 5^{2x+2} \Leftrightarrow x^2 - 1 = 2x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{3; -1\}$.

Câu 6: Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 4$.

B. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$.

C. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 32$.

D. $2\log_2 a + 3\log_2 b = 16$.

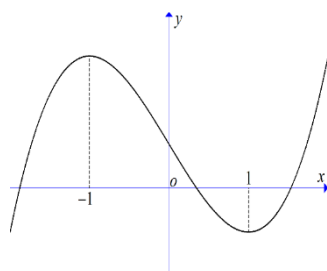
Lời giải

Chọn B

Ta có

$$a^2b^3 = 4^4 \Leftrightarrow \log_2(a^2b^3) = \log_2 4^4 \Leftrightarrow \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = \log_2 2^8 \Leftrightarrow 2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$$

Câu 7: Hàm số nào trong các hàm số sau mà đồ thị có dạng hình vẽ dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a > 0$

Ta thấy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương suy ra $d > 0$

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có hai điểm cực trị $x = 1$ và $x = -1$

Vậy hàm số thỏa đề là $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 8: Biết $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$. Tính $\log_2 5$ theo a và b

A. $\log_2 5 = \frac{a}{b}$.

B. $\log_2 5 = \frac{b}{b-a}$.

C. $\log_2 5 = ab$.

D. $\log_2 5 = \frac{b}{a}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = ab.$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	7	3	$+\infty$	

Và các khẳng định sau

(I) Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

(II) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

(III) Giá trị cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

(IV) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 0]$ là 7.

Số khẳng định đúng là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Các khẳng định đúng là: I; II, IV

Khẳng định sai là: III: Giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 3$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3; u_3 = 1$. Chọn khẳng định đúng

A. $u_8 = 7$.

B. $u_8 = 3$.

C. $u_8 = 9$.

D. $u_8 = 11$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 1 = -3 + 2d \Leftrightarrow d = 2$.

Suy ra: $u_8 = u_1 + 7d = -3 + 7 \cdot 2 = 11$

Câu 11: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° , cạnh bên bằng 2. Chiều cao h của hình nón là

A. $h = \sqrt{2}$.

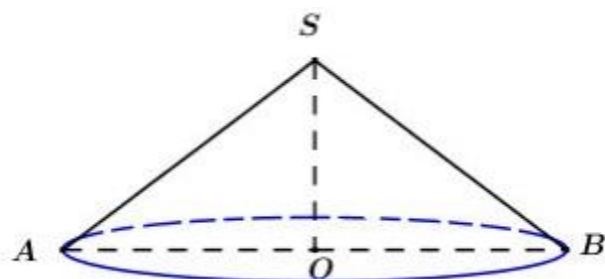
B. $h = 1$.

C. $h = \sqrt{3}$.

D. $h = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác cân có góc ở đỉnh bằng $120^\circ \Rightarrow \angle BSO = 60^\circ$.

Xét tam giác SOB vuông tại O có: $\cos 60^\circ = \frac{SO}{SB} \Rightarrow SO = \frac{1}{2}.SB = \frac{1}{2}.2 = 1$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 8)$. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là số nào sau đây

- A. 4. B. 3. **C. 2.** D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = \ln(x^2 - 4x + 8)$$

$$f'(x) = \frac{2x-4}{x^2-4x+8} \leq 0 \Leftrightarrow 2x-4 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2.$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{1; 2\}.$$

Vậy có hai số nguyên dương thỏa mãn.

Câu 13: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

- A. $\{3; 4\}$.** B. $\{4; 3\}$. C. $\{5; 3\}$. D. $\{3; 5\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 6$, $\int_2^5 f(x) dx = 1$, tính $I = \int_1^5 f(x) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = -5$. **C. $I = 7$.** D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } I = \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 6 + 1 = 7$$

Câu 15: $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x}}$ bằng

- A. $-2\sqrt{3-2x} + C$. **B. $-\sqrt{3-2x} + C$.** C. $\frac{-\sqrt{3-2x}}{2} + C$. D. $2\sqrt{3-2x} + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int \frac{dx}{\sqrt{3-2x}} = -\int \frac{d(3-2x)}{2\sqrt{3-2x}} = -\sqrt{3-2x} + C.$$

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm thỏa mãn $f'(1) = -10$. Tính

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f\left(\frac{x+1}{2}\right) - f(1)}{x-1}.$$

- A. -5.** B. -20. C. -10. D. 10.

Lời giải

Chọn A

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f\left(\frac{x+1}{2}\right) - f(1)}{x-1}.$$

Đặt $t = \frac{x+1}{2} \Rightarrow x-1 = 2(t-1)$; Khi $x \rightarrow 1$ thì $t \rightarrow 1$.

$$\text{Suy ra } I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f\left(\frac{x+1}{2}\right) - f(1)}{x-1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(t) - f(1)}{2(t-1)} = \frac{1}{2} f'(1) = \frac{1}{2} \cdot (-10) = -5.$$

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y			

Xét các mệnh đề

(1) $c=1$. (2) $a=2$.

(3) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

(4) Nếu $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ thì $b=1$.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{ax+b}{cx+1} = +\infty \Rightarrow x = \frac{-1}{c} = -1 \Rightarrow c=1$ suy ra (1) đúng

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+b}{cx+1} = \frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a=2c=2$ suy ra (2) đúng

Hàm số đồng biến khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên (3) sai.

$y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2} = \frac{2-b}{(x+1)^2} = 1 \Rightarrow b=1$ suy ra (4) đúng

Câu 18: Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$ có đồ thị (C) . Chọn khẳng định đúng

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số nhận Oy làm tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số nhận Ox làm tiệm cận ngang.

D. $f'(x) = -2\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \ln 3.$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số mũ nhận Ox làm tiệm cận ngang.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung có phương trình là

A. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$

B. $y = \frac{-1}{2}x - \frac{1}{2}.$

C. $y = 2x - 1.$

D. $y = -2x - 1.$

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của đồ thị (C) và trục tung là $M(0; -1).$

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(0; -1).$

$$y = y'(0)(x-0) - 1 = -2x - 1.$$

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ có đồ thị (C) . Chọn mệnh đề đúng:

A. (C) đi qua điểm $M(4; 1).$

B. Tập giá trị của hàm số là $[0; +\infty).$

C. Tập xác định của hàm số $D = [0; +\infty).$

D. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty).$

Lời giải

Chọn D

$$y' = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}} < 0 \text{ với } \forall x > 0 \text{ nên số nghịch biến trên } (0; +\infty).$$

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = \frac{(\sqrt{x-1}-1)^2}{x^2+2x-8}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$

$$y = \frac{(\sqrt{x-1}-1)^2}{x^2+2x-8} = \frac{(\sqrt{x-1}-1)^2}{(x-2)(x+4)} = \frac{(x-2)}{(\sqrt{x-1}+1)^2(x+4)}$$

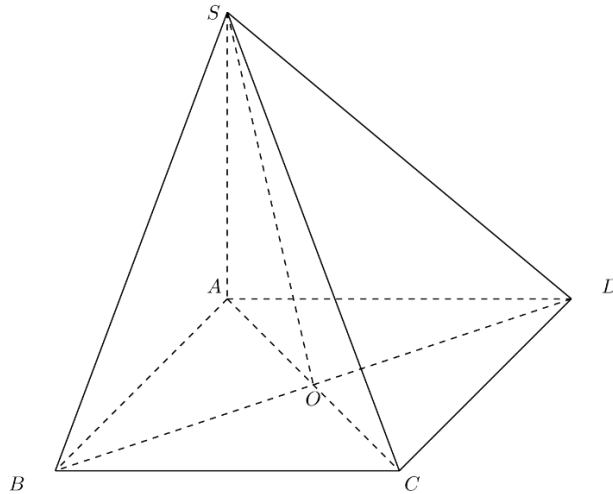
Hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$, không có tiệm cận đứng.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$, ta được kết quả là

- A.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{14}}{14}$. **C.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\sin \alpha = \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Dễ thấy $BO \perp (SAC) \Rightarrow (SB, (SAC)) = BSO$

$$\sin BSO = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{14}$$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$					

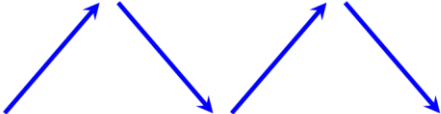
Hàm số $y = f(-2x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

- A.** $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Lập bảng biến thiên của $y = f(-2x)$ ta được hàm số $y = f(-2x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-2x$	$+\infty$	1	0	-1	$-\infty$
$f(-2x)$					

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+7}{2x+m}$ nghịch biến trên $(-2; +\infty)$.

A. 10.

B. 9.

C. 11.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số nghịch biến trên } (-2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m-14 < 0 \\ \frac{-m}{2} \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 4 \\ m < 14 \end{cases}$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\}$$

Vậy có 10 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 25: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao $h = \sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

A. $\frac{25\pi}{3}$.

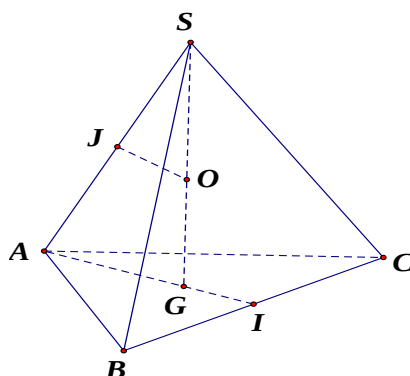
B. $\frac{100\pi}{3}$.

C. $\frac{100\pi}{27}$.

D. 100π .

Lời giải

Chọn C



Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC, SA ; G là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Khi đó, O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$. Tức là $OS = OA = OB = OC$.

$$\text{Đặt } OG = x \Rightarrow OA^2 = x^2 + \frac{1}{3}; OS^2 = (\sqrt{3} - x)^2$$

Mà $OA^2 = OS^2$ do đó

$$\Rightarrow x = \frac{4}{3\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow R^2 = OA^2 = \frac{25}{27}$$

$$\Rightarrow S = 4\pi R^2 = \frac{100\pi}{27}.$$

Câu 26: Phương trình $\ln\left(x - \frac{2}{3}\right)\ln\left(x + \frac{2}{3}\right)\ln\left(x + \frac{1}{3}\right)\ln\left(x + \frac{1}{6}\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đk: } x > \frac{2}{3}.$$

$$\text{Khi đó, } \ln\left(x - \frac{2}{3}\right)\ln\left(x + \frac{2}{3}\right)\ln\left(x + \frac{1}{3}\right)\ln\left(x + \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \text{ (thỏa)} \\ \ln\left(x + \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \\ \ln\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ (loại)} \\ \ln\left(x + \frac{1}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{6} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực.

Câu 27: Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = (x_1)^{\frac{x_2}{4}}.$$

A. $T = 4$.

B. $T = 2$.

C. $T = \sqrt{2}$.

D. $T = 8$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 0, x \neq 1$

Ta có

$$2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7 \Leftrightarrow 2\log_2 x + \frac{3}{\log_2 x} = 7 \Leftrightarrow 2(\log_2 x)^2 - 7\log_2 x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{1}{2} \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn đk)}$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = \sqrt{2}; x_2 = 8$.

$$\text{Khi đó: } T = (x_1)^{\frac{x_2}{4}} = (\sqrt{2})^{\frac{8}{4}} = (\sqrt{2})^2 = 2.$$

Câu 28: Có bao nhiêu hàm số sau đây mà đồ thị có đúng một tiệm cận ngang

$$(1) y = \frac{1}{x} \quad (2) y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-3x}}$$

$$(3) y = \frac{2x+1}{x-1} \quad (4) y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$$

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

(1): $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$ nên đồ thị hàm số (1) có 1 tiệm cận ngang: $y = 0$.

(2): Hàm số $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-3x}}$ không tồn tại giới hạn tại vô cực nên đồ thị hàm số (2) không có tiệm cận ngang.

(3): $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$ nên đồ thị hàm số (3) có 1 tiệm cận ngang: $y = 2$.

(4): $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} = -1$ nên đồ thị hàm số (4) có 2 tiệm cận ngang: $y = 1$; $y = -1$.

Câu 29: Biết $\int_0^2 2x \ln(x+1) dx = a \ln b$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $T = a + b$.

A. $T = 6$.

B. $T = 8$.

C. $T = 7$.

D. $T = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x+1} \\ v = x^2 \end{cases}$$

$$\int_0^2 2x \ln(x+1) dx = x^2 \ln(x+1) \Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^2 dx}{x+1} = x^2 \ln(x+1) \Big|_0^2 - \int_0^2 (x-1) dx - \int_0^2 \frac{dx}{x+1}$$

$$= 4 \ln 3 - \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^2 - \ln(x+1) \Big|_0^2 = 3 \ln 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow T = a + b = 6$$

Câu 30: Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau sao cho trong mỗi số có đúng 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ?

A. 72000.

B. 60000.

C. 68400.

D. 64800.

Lời giải

Chọn D

Có 5 chữ số tự nhiên chẵn, trong đó có chữ số 0. Có 5 chữ số tự nhiên lẻ.

Gọi số có 6 chữ số khác nhau là $\overline{abcdef}$.

TH1: a là số chẵn, $a \neq 0$, a có 4 cách chọn.

Có C_4^2 cách chọn 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn còn lại.

Có C_5^3 cách chọn 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ.

Có $5!$ cách sắp xếp $\overline{bcdef}$.

Theo quy tắc nhân có: $4.C_4^2.C_5^3.5!$ số được tạo thành.

TH2: a là số lẻ, a có 5 cách chọn.

Có C_4^2 cách chọn 2 chữ số lẻ từ 4 chữ số lẻ còn lại.

Có C_5^3 cách chọn 3 chữ số chẵn từ 5 chữ số chẵn.

Có $5!$ cách sắp xếp $\overline{bcdef}$.

Theo quy tắc nhân có: $5.C_4^2.C_5^3.5!$ số được tạo thành.

Theo quy tắc cộng có: $4.C_4^2.C_5^3.5! + 5.C_4^2.C_5^3.5! = 64800$ số được tạo thành.

Câu 31: Ông An gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép theo kì hạn năm, với lãi suất là 6,5% một năm và lãi suất không đổi trong thời gian gửi. Sau 6 năm, số tiền lãi (làm tròn đến hàng triệu) của ông là

A. 92 triệu.

B. 96 triệu.

C. 78 triệu.

D. 69 triệu.

Lời giải

Chọn A

Đặt số tiền gốc của ông An là: $A = 200$ triệu.

Hết năm thứ nhất, số tiền cả gốc và lãi ông An nhận được là: $A_1 = 200(1 + 6,5\%)$ triệu.

Hết năm thứ hai, số tiền cả gốc và lãi ông An nhận được là: $A_2 = 200(1 + 6,5\%)^2$ triệu.

.....

Hết năm thứ sáu, số tiền cả gốc và lãi ông An nhận được là: $A_6 = 200(1 + 6,5\%)^6$ triệu.

Vậy sau 6 năm số tiền lãi ông An nhận được là: $A_6 - A \approx 92$ triệu.

Câu 32: Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ tại hai điểm A, B có độ dài

A. $AB = \sqrt{46}$.

B. $AB = \sqrt{42}$.

C. $AB = 5\sqrt{2}$.

D. $AB = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x - 1 = \frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{21}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{21}}{2} \end{cases}.$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow y = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2}; \frac{3 + \sqrt{21}}{2}\right).$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{5-\sqrt{21}}{2} \Rightarrow y = \frac{3-\sqrt{21}}{2} \Rightarrow B\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}; \frac{3-\sqrt{21}}{2}\right).$$

Khi đó $AB = \sqrt{42}$.

Câu 33: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x \cdot \cos x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- A. 1. B. $\frac{1}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{6}}$. **D. $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{4}}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = e^x \cdot \cos x \Rightarrow y' = e^x \cdot \cos x - e^x \sin x = e^x (\cos x - \sin x)$.

$$y' = 0 \Rightarrow \cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, ta được $x = \frac{\pi}{4}$.

Khi đó $y(0) = 1; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{4}}$. Vậy $\max_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{4}}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Gọi h và h_1 lần lượt là khoảng cách từ các điểm cực đại và cực tiểu của (C) đến trục hoành. Tỉ số $\frac{h}{h_1}$ là

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{4}$. **D. $\frac{4}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$y = -x^4 + 2x^2 + 3 \Rightarrow y' = -4x^3 + 4x$$

$$y' = 0 \Rightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 4 \\ x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = -1 \Rightarrow y = 4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 3$	$\nearrow 4$	$\searrow -\infty$

Vậy đồ thị hàm số đạt cực đại tại $A(-1; 4), B(1; 4)$; đạt cực tiểu tại $C(0; 3)$.

Khi đó $h = 4; h_1 = 3$ suy ra $\frac{h}{h_1} = \frac{4}{3}$.

Câu 35: Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2022\pi)$.

- A. 1011. B. 2020. C. 1010. **D. 2022.**

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ và } x \in (0; 2022\pi).$$

$$\text{Ta có } 0 < x < 2022\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 2022\pi$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < -\frac{1}{12} + 1011$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0; 1; 2; \dots; 1010\}$$

$$+ \text{ Với } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ và } x \in (0; 2022\pi).$$

$$\text{Ta có } 0 < x < 2022\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 2022\pi$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{12} < k < -\frac{5}{12} + 1011$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0; 1; 2; \dots; 1010\}$$

$$\text{Vậy phương trình } \sin x = \frac{1}{2} \text{ có } 2022 \text{ nghiệm thuộc khoảng } (0; 2022\pi).$$

Câu 36: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right)^2 (x+2)^{3n}$ với n là số tự nhiên thỏa mãn $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$.

A. $2^5 C_{19}^{10}$.

B. $2^3 C_{19}^9$.

C. $2^7 C_{19}^9$.

D. $2^9 C_{19}^{10}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $n \in \mathbb{N}; n \geq 3$

$$\text{Ta có } A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 14n \Leftrightarrow (n-2)(n-1)n + \frac{(n-1)n}{2} = 14n$$

$$\Leftrightarrow 2(n-2)(n-1) + n - 1 = 28 \Leftrightarrow 2n^2 - 5n - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -\frac{5}{2} \end{cases} \quad (l)$$

$$\text{Do đó } f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right)^2 (x+2)^{15} = \frac{1}{16}(x+2)^{19}$$

$$\text{Số hạng thứ } k+1 \text{ trong khai triển } \frac{1}{16}(x+2)^{19} \text{ là } T_{k+1} = \frac{1}{16} C_{19}^k x^{19-k} 2^k \quad (k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 19)$$

$$\text{Để tìm hệ số của số hạng chứa } x^{10} \text{ thì } 19-k=10 \Leftrightarrow k=9 \text{ (thỏa mãn)}$$

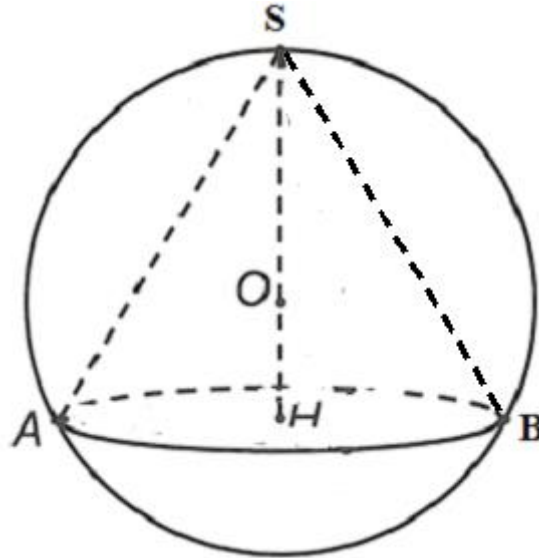
Vậy hệ số của số hạng chứa x^{10} là $\frac{1}{16}C_{19}^{10}2^9 = 2^5 C_{19}^{10}$

Câu 37: Cho một hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh bằng 2, độ dài đường cao bằng 1. Đường kính của mặt cầu chứa S và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho là

- A. 2. **B. 4.** C. 1. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $l = SA = SB = 2$ và $h = SH = 1$ suy ra $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$

Diện tích tam giác SAB là $S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2}SH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

Diện tích tam giác SAB là $S_{\triangle SAB} = \frac{SA \cdot SB \cdot AB}{4R} \Rightarrow R = \frac{SA \cdot SB \cdot AB}{4S_{\triangle SAB}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 2$

Bán kính của mặt cầu chứa S và chứa đường tròn đáy của hình nón là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB cho nên $R = 2$

Vậy đường kính của mặt cầu chứa S và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho là 4.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 6 = 0$ có hai nghiệm trái dấu

- A. 3. B. 5. C. 4. **D. 2.**

Lời giải

Chọn D

$$4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 6 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = 2^x, t > 0$, pt trở thành: $t^2 - 2mt + 3m - 6 = 0 \quad (2)$

Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi pt (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn

$$0 < t_1 < 1 < t_2$$

$$\text{Nên ta có } \begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m + 6 > 0 \\ t_1 + t_2 = 2m > 0 \\ t_1 t_2 = 3m - 6 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > 2 \Leftrightarrow 2 < m < 5. \\ m < 5 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{3; 4\}$. Vậy có 2 giá trị của m .

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy (ABC) thỏa mãn $AB = a, AC = 2a, BAC = 120^\circ$; SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của BC , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AM .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

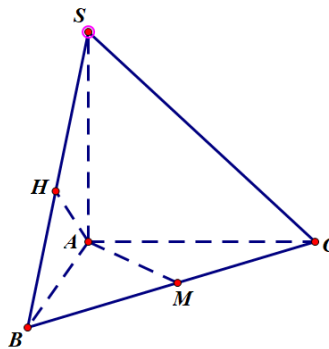
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC = 7a^2 \Rightarrow BM^2 = \frac{7a^2}{4}$$

$$AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{3a^2}{4}; \quad AB^2 + AM^2 = BM^2 \Rightarrow \triangle ABM \text{ vuông tại } A$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AM \perp AB \\ AM \perp SA \Rightarrow AM \perp (SAB). \text{ Trong mp}(SAB), \text{ kẻ } AH \perp SB, \text{ vậy } AH \text{ là đoạn vuông} \\ SA \cap AB \end{cases}$$

$$\text{góc chung của } AM \text{ và } SB. \text{ Do } \triangle SAB \text{ vuông cân đỉnh } S \text{ nên } AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Đáy ABC có

$BC = a$ và $BAC = 150^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) là

A. 60° .

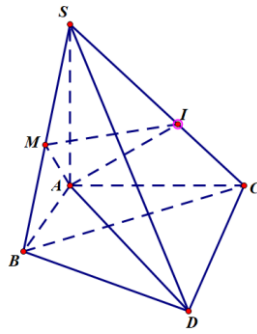
B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi điểm $D \in (ABC)$ sao cho $DB \perp AB; DC \perp AC$

Ta chứng minh được $BD \perp (SAB) \Rightarrow AM \perp (SBD) \Rightarrow SD \perp AM$

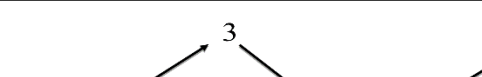
Tương tự: $SD \perp AN$

Vậy $SD \perp (AMN)$; mà $SA \perp (ABC)$ nên góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) là góc giữa SA và SD .

Xét tứ giác $ABDC$ là tứ giác nội tiếp và có $AD = 2R = \frac{BC}{\sin BAC} = 2a$.

Xét tam giác vuông SAD , có $\tan ASD = \frac{AD}{SA} = \sqrt{3} \Rightarrow ASD = 60^\circ$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$

Đặt $g(x) = |m + f(2022 + x)|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = g(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x) = m + f(2022 + x)$

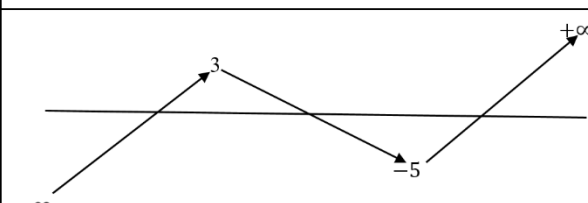
Số điểm cực trị của $g(x)$ sẽ bằng số điểm cực trị của $h(x)$ cộng với số nghiệm bội lẻ của phương trình $h(x) = 0$ (Nghiệm bội lẻ này phải khác điểm cực trị của hàm số).

Số điểm CT của $h(x)$ bằng số điểm CT của $f(x)$. Nên hàm số $h(x)$ có 2 điểm cực trị.

Vậy để hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị thì pt $h(x) = 0$, phải có 3 nghiệm lẻ phân biệt.

$h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x + 2022) = -m$.

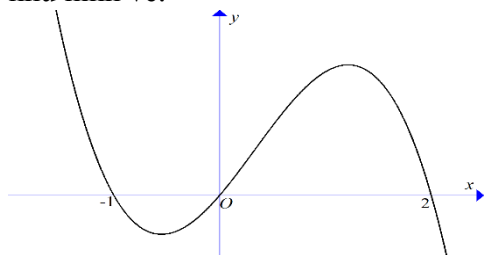
BBT của hàm số $y = f(x + 2022)$:

x	$-\infty$	$x_1 - 2022$	$x_2 - 2022$	$+\infty$	
$f'(x + 2022)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x + 2022)$					

Ycbt $-5 < -m < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 5$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; \dots; 4\}$.

Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn ycbt.

Câu 42: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(3-2x)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; 5)$.

D. $(5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(3-2x) = ax(x-1)(x-2)$ ($a < 0$).

Với $x = 0$ thì $f'(3) = 0$.

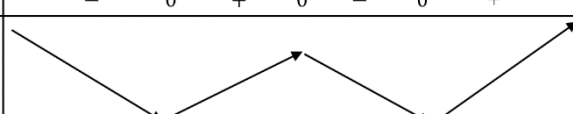
Với $x = 1$ thì $f'(1) = 0$.

Với $x = 2$ thì $f'(-1) = 0$.

Suy ra: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Với $x = -\frac{1}{2}$ thì $f'(4) > 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$						

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$.

Câu 43: Có 6 viên bi gồm 2 bi xanh, 2 bi đỏ, 2 bi vàng (các viên bi có bán kính khác nhau). Tính xác suất để khi xếp 6 viên bi trên thành một hàng ngang thì có đúng một cặp bi cùng màu xếp cạnh nhau.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6!$

Gọi A là biến cố “có đúng một cặp bi cùng màu xếp cạnh nhau”.

Chọn một màu bi trong ba màu và cặp màu bi đó xếp cạnh nhau: có 3 cách

Giả sử cặp bi cùng màu xanh xếp cạnh nhau.

TH1: Xếp 2 bi xanh ở vị trí 1,2 (hoặc 5,6): có 2 cách.

Vị trí 3 có 4 cách xếp

Vị trí 4 có 2 cách xếp

Vị trí 5 có 1 cách xếp

Vị trí 6 có 1 cách xếp

Vậy có $2.4.2.1.1.2 = 32$ cách.

TH2: Xếp 2 bi xanh ở vị trí 2, 3 (hoặc 4, 5): có 2 cách.

Vị trí 1 có 4 cách xếp

Vị trí 4 có 2 cách xếp

Vị trí 5 có 1 cách xếp

Vị trí 6 có 1 cách xếp

Vậy có $2.4.2.1.1.2 = 32$ cách.

TH3: Xếp 2 bi xanh ở vị trí 3,4: có 2 cách.

Vị trí 1 có 4 cách xếp

Vị trí 2 có 2 cách xếp

Vị trí 5 có 2 cách xếp

Vị trí 6 có 1 cách xếp

Vậy có $2.4.2.2.1 = 32$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = (32 + 32 + 32).3 = 288$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{288}{6!} = \frac{2}{5}.$$

+ Gộp 2 viên bi màu xanh thành 1 bi và gộp 4 viên bi còn lại. Khi đó ta có $2.5!$ cách xếp.

+ Gộp 2 viên bi màu xanh là 1 bi, gộp 2 bi khác màu xanh thành 1 bi và xếp cùng với 2 bi còn lại: có $4!.2!.2!$ cách xếp.

Số cách xếp 2 viên bi màu xanh cạnh nhau và các bi còn lại cùng màu không cạnh nhau là $2.5! - 4!.2!.2! = 144$

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$. Biết $\min_{[0;2]} y + 3\max_{[0;2]} y = 10$. Chọn khẳng định đúng

A. $m \in (1;3)$.

B. $m \in [3;5)$.

C. $m \in (5;7)$.

D. $m \in [7;9)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \frac{2-m}{(x+1)^2}$$

$$\text{TH1: Nếu } 2-m > 0 \Leftrightarrow m < 2 \text{ thì } \min_{[0;2]} y = f(0) = m; \max_{[0;2]} y = f(2) = \frac{m+4}{3}$$

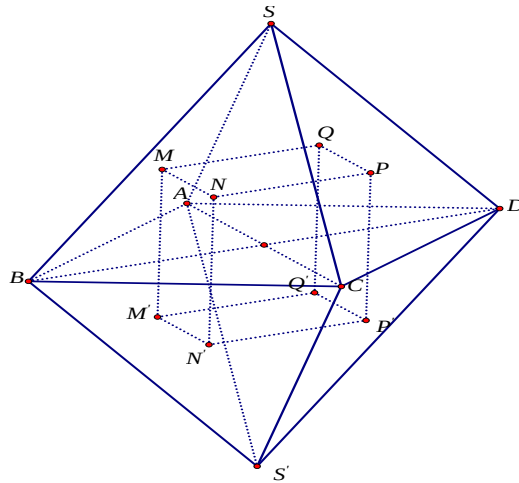
$$\text{Khi đó } \min_{[0;2]} y + 3\max_{[0;2]} y = 10 \Leftrightarrow m + m + 4 = 10 \Leftrightarrow m = 3 \text{ (loại)}$$

$$\text{TH1: Nếu } 2-m < 0 \Leftrightarrow m > 2 \text{ thì } \max_{[0;2]} y = f(0) = m; \min_{[0;2]} y = f(2) = \frac{m+4}{3}$$

$$\text{Khi đó } \min_{[0;2]} y + 3\max_{[0;2]} y = 10 \Leftrightarrow 3m + \frac{m+4}{3} = 10 \Leftrightarrow m = 2,6 \text{ (tm)}$$

$$\text{Vậy } m = 2,6 \in (1;3).$$

Câu 45: Cho khối bát diện đều có cạnh a . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA ; gọi M', N', P', Q' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $S'AB, S'BC, S'CD, S'DA$ (như hình vẽ dưới). Thể tích của khối lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ là



A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{72}$.

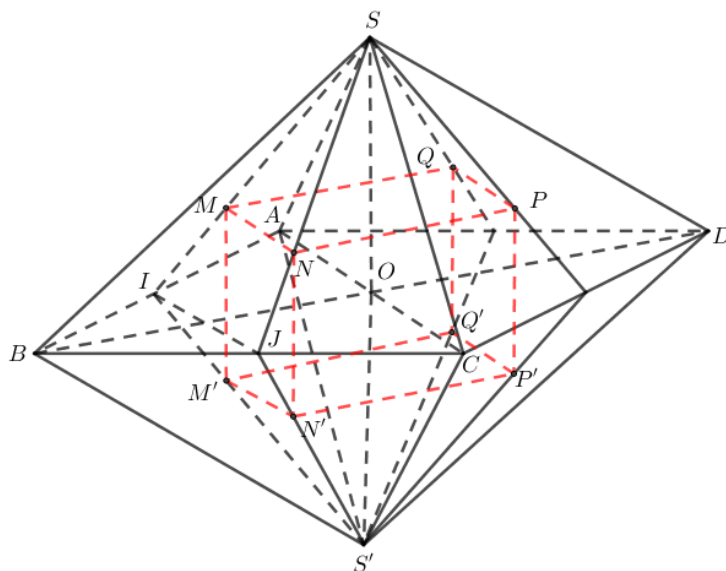
B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{81}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{27}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$; I, J lần lượt là trung điểm của AB, BC .

Do M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC nên ta có $MN = \frac{2}{3} IJ = \frac{1}{3} AC = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

Do $SABCD S'$ là bát diện đều nên hoàn toàn tương tự ta có tất cả các cạnh còn lại của của khối lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ cũng bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

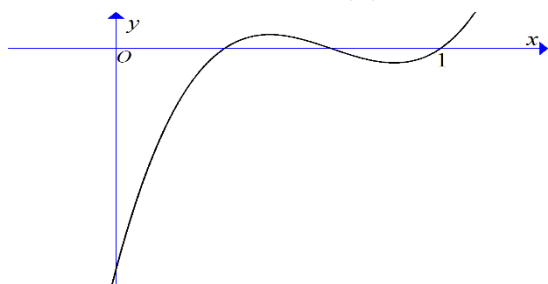
Mặt khác $AC \perp BD$, mà $MN \parallel AC \parallel PQ, MQ \parallel BD \parallel NP$ nên $MNPQ$ là hình vuông.

Tương tự ta có tất cả các mặt còn lại của lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ cũng là hình vuông.

Suy ra lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ là hình lập phương có cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

$$\text{Vậy } V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{3} \right)^3 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{27}.$$

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f^2(g(x))$ với $g(x) = x^2 - 4x + 2\sqrt{4x - x^2}$

A. 17.

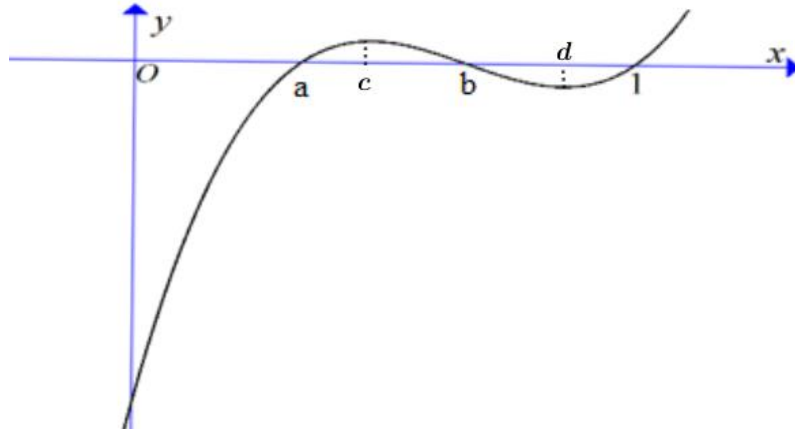
B. 21.

C. 23.

D. 19.

Lời giải

Chọn D



□ Xét hàm số $g(x) = x^2 - 4x + 2\sqrt{4x - x^2}$:

TXĐ: $[0; 4]$

$$g'(x) = 2x - 4 + \frac{2(2-x)}{\sqrt{4x-x^2}} = 2(x-2) \frac{\sqrt{4x-x^2}-1}{\sqrt{4x-x^2}}, \forall x \in (0; 4);$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \sqrt{4x-x^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

x	0	$2-\sqrt{3}$		2	$2+\sqrt{3}$		4	
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$g(x)$	0	↗ 1 ↘		0	↗ 1 ↘		0	

□ $y = f^2(g(x)) \Rightarrow y' = 2f(g(x)) \cdot g'(x) f'(g(x))$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(g(x)) = 0 & (1) \\ g'(x) = 0 & (2) \\ f'(g(x)) = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = a & (4) \\ g(x) = b & (5) \quad (0 < a < b < 1) \\ g(x) = 1 & (6) \end{cases}$$

$$(3) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = c & (7) \\ g(x) = d & (8) \end{cases} \quad (0 < a < c < b < d < 1)$$

□ Mỗi phương trình (4), (5), (7), (8) có 4 nghiệm phân biệt

□ Phương trình (6) có nghiệm kép $x=1$

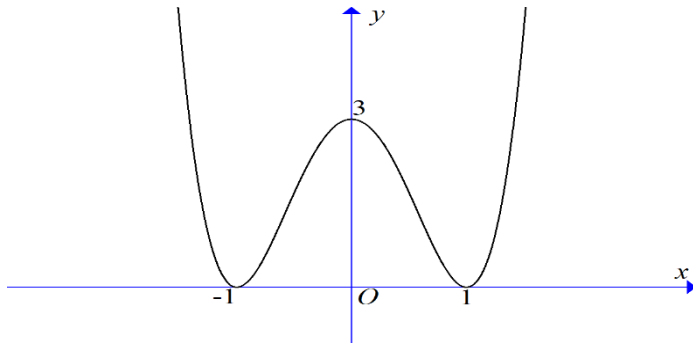
□ Phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt

Tất cả các nghiệm của các phương trình (2), (4), (5), (7), (8) là phân biệt và y' đổi dấu qua các nghiệm đó.

y' không đổi dấu qua $x=1$.

Vậy hàm số đã cho có 19 điểm cực trị.

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình

$$(f^2(x) + x^2)^2 - (m^2 + 2m + 14)(f^2(x) + x^2) + 4(m+1)^2 + 36 = 0 \text{ có đúng 6 nghiệm phân biệt.}$$

A. 2022.

B. 4043.

C. 4042.

D. 2021.

Lời giải

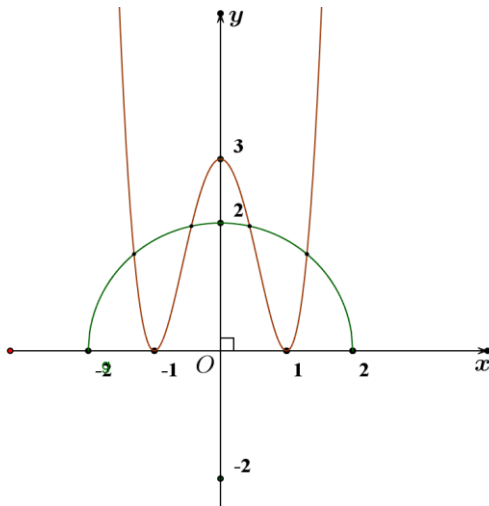
Chọn C

Đặt $t = f^2(x) + x^2, (t \geq 0)$ ta có phương trình

$$t^2 - (m^2 + 2m + 14)t + 4(m+1)^2 + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = m^2 + 2m + 10 \end{cases}$$

+ Với $t = 4$ hay $f^2(x) + x^2 = 4 \Leftrightarrow f^2(x) = 4 - x^2 \Rightarrow f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ (Do $f(x) \geq 0$).

Số nghiệm của phương trình $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ là số giao điểm của đường cong $y = f(x)$ và nửa đường tròn $C(O; 2)$

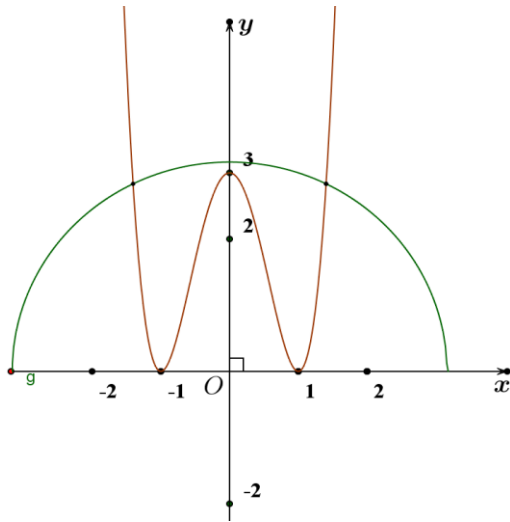


Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

+ Với $t = m^2 + 2m + 10$ hay

$$f^2(x) + x^2 = m^2 + 2m + 10 \Leftrightarrow f^2(x) = m^2 + 2m + 10 - x^2 \Rightarrow f(x) = \sqrt{m^2 + 2m + 10 - x^2} \text{ (Do } f(x) \geq 0 \text{).}$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường cong $y = f(x)$ và nửa đường tròn $C(O; \sqrt{m^2 + 2m + 10})$



$(f^2(x) + x^2)^2 - (m^2 + 2m + 14)(f^2(x) + x^2) + 4(m+1)^2 + 36 = 0$ chỉ có 6 nghiệm phân biệt thì phương trình $f(x) = \sqrt{m^2 + 2m + 10 - x^2}$ chỉ có 2 nghiệm phân biệt. Dựa vào đồ thị ta có điều kiện $m^2 + 2m + 10 > 9 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Vậy có 4042 giá trị của $m \in [-2021; 2021]$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; \pi)$ thỏa mãn $f'(x) = f(x) \cdot \cot x + 2x \cdot \sin x$.

Biết $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$. Tính $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $\frac{\pi^2}{36}$.

B. $\frac{\pi^2}{72}$.

C. $\frac{\pi^2}{54}$.

D. $\frac{\pi^2}{80}$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = f(x) \cdot \cot x + 2x \cdot \sin x \Leftrightarrow \sin x \cdot f'(x) - f(x) \cdot \cos x + 2x \cdot \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot f'(x) - f(x) \cdot \cos x = 2x \cdot \sin^2 x \Leftrightarrow \frac{\sin x \cdot f'(x) - f(x) \cdot \cos x}{\sin^2 x} = 2x$$

$$\Rightarrow \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot f'(x) - f(x) \cdot \cos x}{\sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2x \cdot dx \Leftrightarrow \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{f(x)}{\sin x} \right)' dx = x^2 \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x)}{\sin x} \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi^2}{36} \Leftrightarrow \frac{f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{1} - \frac{f\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi^2}{36} \Leftrightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi^2}{72}$$

Câu 49: Cho a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+20}(6a-8b-4)=1$ và c, d là các số thực

dương thay đổi thỏa mãn $\sqrt{c^2 + c + \log_2 \frac{c}{d}} - 7 = \sqrt{2(2d^2 + d - 3)}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$\sqrt{(a-c+1)^2 + (b-d)^2}$ là

A. $4\sqrt{2}-1$.

B. $\sqrt{29}-1$.

C. $\frac{12\sqrt{5}-5}{5}$.

D. $\frac{8\sqrt{5}-5}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{a^2+b^2+20}(6a-8b-4)=1 \Leftrightarrow a^2+b^2+20=6a-8b-4 \Leftrightarrow (a-3)^2+(b+4)^2=1$ (1)

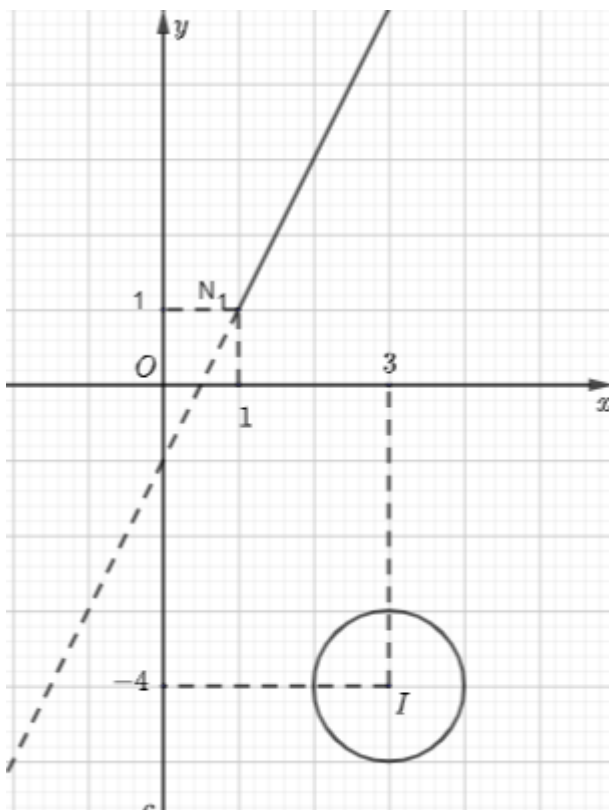
Lại có:

$$\sqrt{c^2+c+\log_2 \frac{c}{d}}-7=\sqrt{2(2d^2+d-3)} \Leftrightarrow \begin{cases} c^2+c+\log_2 \frac{c}{d}-7=2(2d^2+d-3) \\ 2d^2+d-3 \geq 0; d, c > 0(gt) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c^2+c+\log_2 c=(2d)^2+2d+\log_2 2d \\ d \geq 1; c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c-1=2d-1 \\ d \geq 1; c \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

Đặt $M(a;b)$ và $N(c-1;d)$. Theo (1) ta được M thuộc đường tròn tâm $I(3;-4)$ bán kính $R=1$; theo (2) ta được N thuộc nửa đường thẳng $y=2x-1$ ứng với $x \geq 1$.

Khi đó $MN=\sqrt{(a-c+1)^2+(b-d)^2}$.



Vậy $MN_{\min}=N_1I-R=\sqrt{29}-1$.

Câu 50: Trên cạnh AD của hình vuông $ABCD$ cạnh 1, người ta lấy điểm M sao cho $AM = x (0 \leq x \leq 1)$ và trên nửa đường thẳng Ax vuông góc với mặt phẳng chứa hình vuông, người ta lấy điểm S với $SA = y$ thỏa mãn $y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Biết khi M thay đổi trên đoạn AD thì thể tích của khối chóp $S.ABCM$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{m}}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ và m, n nguyên tố cùng nhau. Tính $T = m + n$.

A. 11.

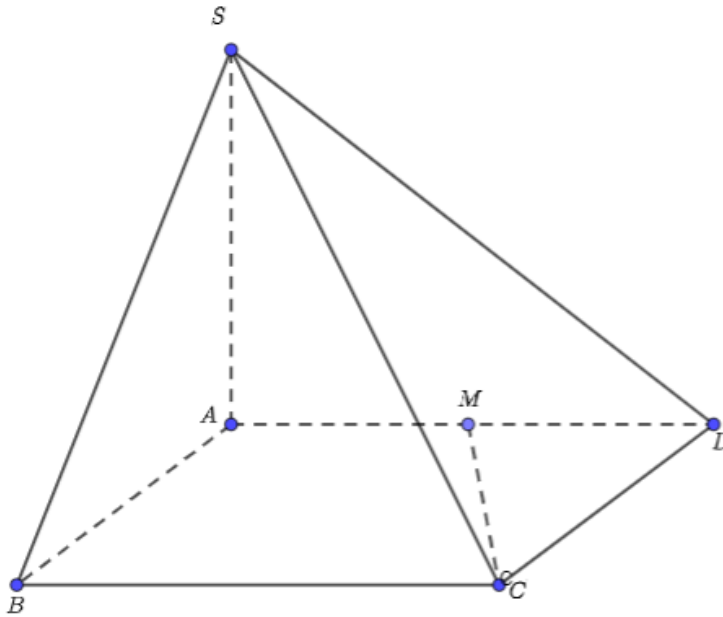
B. 17.

C. 27.

D. 35.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } V_{S.ABCM} = \frac{1}{3} SA S_{ABCM} = \frac{1}{3} \cdot y \cdot \frac{x+1}{2} = \frac{1}{6} (x+1) \sqrt{1-x^2}.$$

$$\text{Xét } f(x) = (x+1)^2 (1-x^2) = -x^4 - 2x^3 + 2x + 1 \text{ trên } [0;1].$$

$$\text{Có } f'(x) = -4x^3 - 6x^2 + 2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0.5 \end{cases}.$$

$$\text{Lập bảng xét dấu của } f'(x) \text{ trên } [0;1] \text{ ta được } \max_{[0;1]} f(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{27}{16}.$$

$$\text{Vậy thể tích lớn nhất của khối } S.ABCM \text{ là } V_{\max} = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{27}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{8}.$$