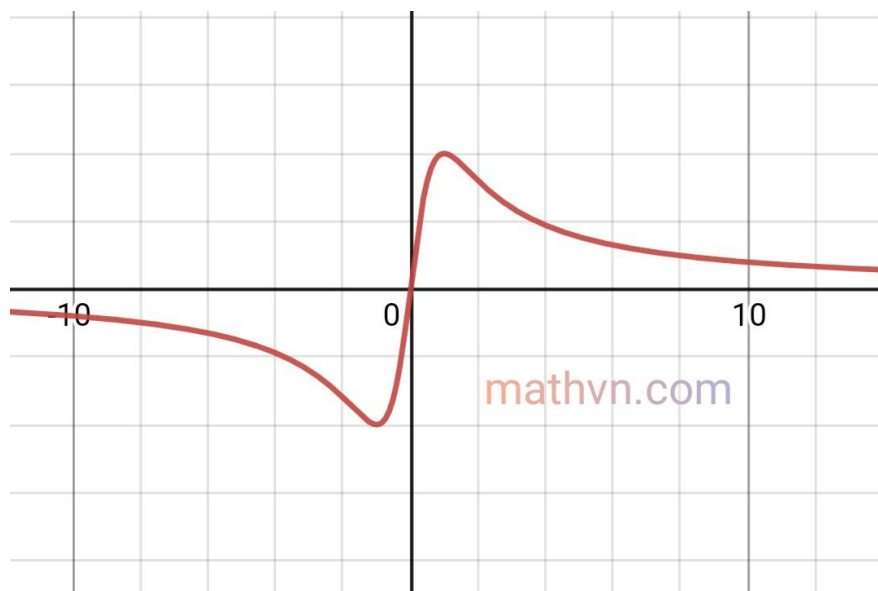




**ÔN KIẾN THỨC TOÁN 12 THPT
BÀI GIẢNG
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
(KẾT HỢP 3 BỘ SÁCH GIÁO KHOA)**

THÂN TẶNG TOÀN THỂ QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TRÊN TOÀN QUỐC

**CREATED BY GIANG SƠN (FACEBOOK)
GACMA1431988@GMAIL.COM (GMAIL); TEL 0398021920**

THÀNH PHỐ THÁI BÌNH – THÁNG 7/2024

ÔN KIẾN THỨC TOÁN 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

DUNG LƯỢNG	NỘI DUNG
1 FILE	XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CỦA ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP
1 FILE	XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CÁC HÀM SỐ PHỨC TẠP
1 FILE	CÁC BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT

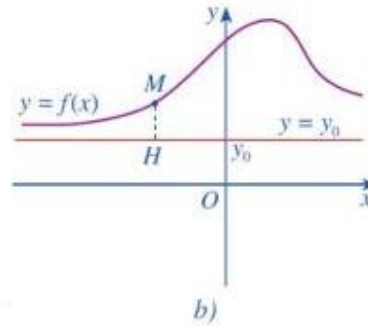
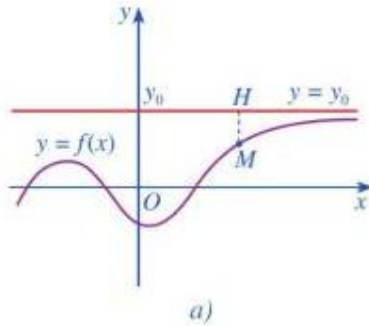
LÝ THUYẾT ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

Nhận xét: Giả sử đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm $M(x; y)$ thuộc đồ thị hàm số. Gọi MH là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $y = y_0$. Khi đó, độ dài MH tiến tới 0 khi $x \rightarrow +\infty$ (hình a) hay khi $x \rightarrow -\infty$ (hình b)

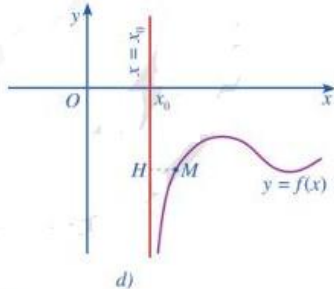
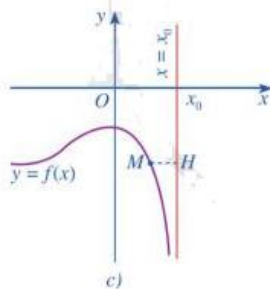
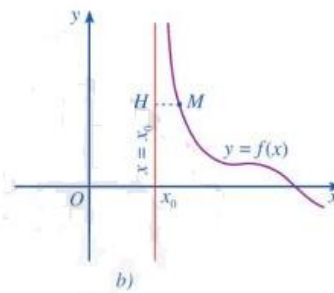
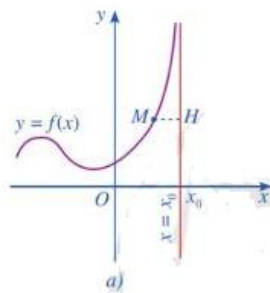


2. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

Nhận xét: Giả sử đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm $M(x; y)$ thuộc đồ thị hàm số. Gọi MH là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $x = x_0$. Khi đó, độ dài MH tiến tới 0 khi $x \rightarrow x_0^-$ (hình a, c) hay khi $x \rightarrow x_0^+$ (hình b, d)



☞ Lưu ý:

i) Hàm $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $ad-bc \neq 0, c \neq 0$)

có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$; tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$.

ii) Hàm $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x), g(x)$ là những hàm đa thức

+) Nếu bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu thì có tiệm cận ngang $y = 0$.

+) Nếu bậc tử bằng bậc mẫu thì có tiệm cận ngang $y = \frac{a_n}{b_n}$ với a_n, b_n là hệ số của lũy thừa cao nhất trên tử và dưới mẫu.

+) Nếu bậc tử lớn hơn bậc mẫu thì không có tiệm cận ngang.

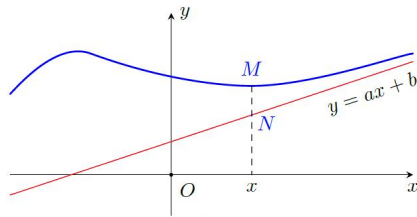
$$+) x = x_0 \text{ là tiệm cận đứng} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x_0) = 0; f(x_0) \neq 0 \\ g(x_0) = f(x_0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \pm \infty \end{cases}.$$

3. Đường tiệm cận xiên

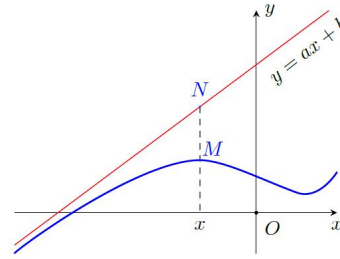
Đường thẳng $y = ax + b$, ($a \neq 0$) được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0.$$

Nhận xét: Giả sử đường thẳng $y = ax + b$, ($a \neq 0$) là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm N thuộc đường thẳng $y = ax + b$ có cùng hoành độ x . Khi đó, độ dài MN tiến tới 0 khi $x \rightarrow +\infty$ (Hình 16a) hay khi $x \rightarrow -\infty$ (Hình 16b).



Hình 16a



Hình 16b

Chú ý: Để xác định hệ số a , b của đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có thể áp dụng công thức sau:

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ và } b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] \text{ hoặc } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ và } b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax].$$

(Khi $a = 0$ thì ta có tiệm cận ngang $y = b$).

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA CÁC ĐỒ THỊ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

QUAN SÁT ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'				+		
y				$+\infty$		0

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Bài toán 2. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
y'		+		+	0	-
y						

Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

C. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.

Bài toán 3. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
y'		+		+		-		+
y								

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 4$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Bài toán 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -1$.

B. $y = -1$.

C. $y = -2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Bài toán 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	3	

Diagram illustrating the mapping of x-values to y-values:

- At $x = -\infty$, $y = 1$.
- At $x = 0$, $y = 2$.
- At $x = 3$, $y = 3$.

Arrows indicate the flow from the x-axis to the y-axis, showing a decreasing trend from $x = -\infty$ to $x = 0$, and an increasing trend from $x = 0$ to $x = 3$.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=0$ hàm số không xác định nên $x=0$ là TCD của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận

Bài toán 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	0	2	3	5	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 5$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

Bài toán 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là một tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là một tiệm cận đứng}$$

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

Bài toán 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$		$+$	$-$
y	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Bài toán 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Ta có:

$$\square \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \text{ nên đường thẳng } y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số } y = f(x).$$

$$\square \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \text{ nên đồ thị hàm số } y = f(x) \text{ không có tiệm cận ngang khi } x \rightarrow +\infty.$$

$$\square \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty \text{ nên đường thẳng } x = -2 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số } y = f(x).$$

$$\square \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \text{ nên đường thẳng } x = 2 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số } y = f(x).$$

$$y = f(x).$$

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3 tiệm cận.

XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta thấy đồ thị có đúng 1 tiệm cận ngang.

Bài toán 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bài toán 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-1}{x-3} = -\infty$. Suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

Bài toán 4. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x-1}$.

- A. $y = x$ B. $y = x+1$ C. $y = x+2$ D. $y = x+3$

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x-1} \right) = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x$.

Bài toán 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Bài toán 6. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 1 + \frac{2}{x-1}$.

- A. $y = x$ B. $y = x+1$ C. $y = x+2$ D. $y = x+3$

Lời giải $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{x-1} \right) = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x+1$.

Bài toán 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là tập hợp tất cả các điểm có hoành độ bằng bao nhiêu

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+2}{x-2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2} = -\infty$ nên suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x = 2$. Đây là tập hợp tất cả các điểm trong mặt phẳng tọa độ có hoành độ bằng 2.

Bài toán 8. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ đi qua điểm nào sau đây

- A. $A(1;3)$. B. $B(2;4)$. C. $C(6;1)$. D. $D(4;2)$.

Lời giải

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 4$.

Bài toán 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $x = -1$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bài toán 10. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 3 + \frac{5}{x+3}$.

- A. $y = x$ B. $y = x + 1$ C. $y = x + 2$ D. $y = x + 3$

Lời giải $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (x+3)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{x+3} \right) = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x + 3$.

Bài toán 11. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty$).

Vậy $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bài toán 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = 1$.

Bài toán 13. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 3 + \frac{4}{x-1}$.

- A. $y = x$ B. $y = x + 1$ C. $y = x + 2$ D. $y = x + 3$

Lời giải $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (x+3)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{x-1} \right) = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x + 3$.

Bài toán 14. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bài toán 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$. Số tiệm cận ngang của (C) là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -2$.

Bài toán 16. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + \frac{x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = x$ B. $y = x + 1$ C. $y = x + 2$ D. $y = x + 3$

Lời giải

$$y = x + \frac{x-1}{x+1} = x + 1 + \frac{-2}{x+1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-2}{x+1} \right) = 0.$$

Ta có suy ra tiệm cận xiên của đồ thị là đường thẳng $y = x + 1$.

Bài toán 17. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bài toán 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Bài toán 19. Tìm giá trị m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-m}$ là đường thẳng $x = 1$.

- A. $m = -2$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Với $m = 1$ ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Bài toán 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ cách trục tung một khoảng lớn hơn

- A. 2 B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ đường này đến trục tung bằng 1, lớn hơn $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bài toán 21. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 3 + \frac{14}{x-1}$ đi qua điểm nào sau đây

- A. $A(1;4)$. B. $B(2;4)$. C. $C(6;1)$. D. $D(4;2)$.

Lời giải $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (x+3)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{14}{x-1} \right) = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x + 3$.

Đường thẳng này đi qua điểm $A(1;4)$.

Bài toán 22. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Tiệm cận ngang:

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(5 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 5 \text{ nên đồ thị hàm số có một tiệm}$$

cận ngang $y = 5$.

Tiệm cận đứng:

$$\text{Cho } x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+1}{x+1} = \frac{6}{2} = 3$ nên $x = 1$ không là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{1}{x+1} \cdot \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1} \right) = -\infty$$

$$\text{vì} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{x+1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1} = -4 < 0 \end{cases}.$$

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$.

Tổng cộng đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Bài toán 23. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ cách trục hoành một khoảng bằng

- A. 4 B. 2 C. 5 D. 6

Lời giải

$$\text{Ta có} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Đường thẳng này cách trục hoành một khoảng bằng 5.

Bài toán 24. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1}$ B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$ D. $y = \frac{x}{x+1}$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x+1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bài toán 25. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

Mặt khác:

$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\frac{3}{2}$$

$\Rightarrow x = 1$ không là đường tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-4)}{(x+1)} = +\infty$$

$\Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Bài toán 26. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Lời giải

Ta có $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{x+1}{x+4}$ (với điều kiện xác định), do đó đồ thị hàm có 1 tiệm cận đứng.

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA CÁC ĐỒ THỊ HÀM SỐ PHỨC TẠP

XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA CÁC HÀM SỐ CHỨA CĂN

Bài toán 1. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

TXĐ: $D = [-4; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$

Nên đường thẳng $x = -1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{x+4}+2)}{x(x+1)(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+4}+2)} = \frac{1}{4}$$

Nên đường thẳng $x = 0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $x = -1$.

Bài toán 2. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2}$ là?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4+\frac{6}{x}}-\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4+\frac{6}{x}}-\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x+2)(4x-2)}{(x+2)(\sqrt{x(4x+6)}+2)} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{4x-2}{\sqrt{x(4x+6)}+2} = \frac{-5}{2}$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang $y = \pm 2$.

Bài toán 3. Hàm số $y = \frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x^3+x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = 0$$

$\Rightarrow$ TCN: $y = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow$ TCD: $x = 0$.

Bài toán 4. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

- A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Lời giải

$$\text{Đkxđ: } \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x^2-3x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 2, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = +\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = 0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bài toán 5. Cho hàm số $y = \frac{5\sqrt{x^2+6}+x-12}{4x^3-3x-1}$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị (C) của hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$.

C. Đồ thị (C) của hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$ và hai tiệm cận đứng $x=1; x=-\frac{1}{2}$.

D. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$ và một tiệm cận đứng $x=1$

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 1; -\frac{1}{2} \right\}$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một TCD là $x=1$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một TCN là $y=0$

Bài toán 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tập xác định $D = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty) \setminus \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{3x^2+x}{(3x+1)(2x-\sqrt{x^2-x})} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{x}{2x-\sqrt{x^2-x}} = \frac{1}{4};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1} = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1} = \frac{1}{2} \text{ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{2x-x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3x+1} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{2-\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}} = \frac{1}{3},$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{2x+x\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3x+1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{2+\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{3+\frac{1}{x}} = 1 \text{ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang là } y = \frac{1}{3} \text{ và } y=1.$$

Vậy đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

Bài toán 7. Gọi n, d lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $n=0, d=2$.

B. $n=d=1$.

C. $n=1, d=2$.

D. $n=0, d=1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (0; 1)$.

Từ tập xác định suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. $n=0$.

$$+) \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}} = -\infty$$

$$+) \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}} = -\infty$$

Suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng, $d = 2$.

Bài toán 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = [-1; 0) \cup (2; +\infty)$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{25x^2 + 9x}{(x^2 - 2x)(5x + 1 + \sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{25x + 9}{(x-2)(5x + 1 + \sqrt{x+1})} = -\frac{9}{4}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} - \sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}}}{1 - \frac{2}{x}} = 0.$$

Vậy đồ thị của hàm số có hai đường tiệm cận có phương trình $x = 2$ và $y = 0$.

Bài toán 9. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

$$\text{Tập xác định: } D = \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{1\}$$

$$+ \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(4\sqrt{3x+1}+3x+5)}{-9(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9(x-1)} = -\infty$$

do đó đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{4\sqrt{\frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - 3 - \frac{5}{x}} = -\frac{1}{3} \text{ do đó đường thẳng } y = -\frac{1}{3} \text{ là đường}$$

tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Bài toán 10. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Tập xác định } D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$$

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}+3+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x}} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{1}{x}\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}+3+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x}} = 3$$

Do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x} = +\infty$$

Do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

Bài toán 11. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{6(x+1) - 5\sqrt{3x+2}}{3x-8+3\sqrt{3x+2}}$.

A. 1 tiệm cận.

B. 2 tiệm cận.

C. 3 tiệm cận.

D. 4 tiệm cận.

Lời giải. Biến đổi

$$y = \frac{6(x+1) - 5\sqrt{3x+2}}{3x-8+3\sqrt{3x+2}} = \frac{2(3x+2) - 5\sqrt{3x+2} + 2}{3x+2+3\sqrt{3x+2}-10}$$

$$y = \frac{(\sqrt{3x+2}-2)(2\sqrt{3x+2}-1)}{(\sqrt{3x+2}-2)(\sqrt{3x+2}+5)} = \frac{2\sqrt{3x+2}-1}{\sqrt{3x+2}+5}$$

Tập xác định $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$. Tiệm cận ngang $y = 2$.

Đồ thị không có tiệm cận đứng.

Bài toán 12. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{2x^2 + 4x + 3 - 3(x+1)\sqrt{x+3}}{x^2 - x\sqrt{x+3}}$.

A. 1 tiệm cận.

B. 2 tiệm cận.

C. 3 tiệm cận.

D. 4 tiệm cận.

Lời giải.

$$y = \frac{2x^2 + 4x + 3 - 3(x+1)\sqrt{x+3}}{x^2 - x\sqrt{x+3}} = \frac{x+3 - (3x+3)\sqrt{x+3} + 2x^2 + 3x}{x(x-\sqrt{x+3})}$$

$$y = \frac{(x-\sqrt{x+3})(2x+3-\sqrt{x+3})}{x(x-\sqrt{x+3})} = \frac{2x+3-\sqrt{x+3}}{x} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Bài toán 13. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{x+6-6\sqrt{x+1}}{x+4-4\sqrt{x+1}}$.

A. 1 tiệm cận.

B. 2 tiệm cận.

C. 3 tiệm cận.

D. 4 tiệm cận.

Lời giải

$$y = \frac{x+6-6\sqrt{x+1}}{x+4-4\sqrt{x+1}} = y = \frac{x+1-6\sqrt{x+1}+5}{x+1-4\sqrt{x+1}+3} = \frac{(\sqrt{x+1}-5)(\sqrt{x+1}-1)}{(\sqrt{x+1}-3)(\sqrt{x+1}-1)} = \frac{\sqrt{x+1}-5}{\sqrt{x+1}-3}$$

Khi đó $\lim_{x \rightarrow 2} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow x = 2$; $y = 1$ lần lượt là tiệm cận đứng, tiệm cận ngang.

Bài toán 14. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{3x+1-\sqrt{x+1}-\sqrt{3x^2+5x+2}}{x^2-x-1}$.

A. 1 tiệm cận.

B. 2 tiệm cận.

C. 3 tiệm cận.

D. 4 tiệm cận.

Lời giải

$$y = \frac{3x+1-\sqrt{x+1}-\sqrt{3x^2+5x+2}}{x^2-x-1} = \frac{x-\sqrt{x+1}+2x+1-\sqrt{3x^2+5x+2}}{x^2-x-1}$$

$$y = \frac{\frac{x^2-x-1}{x+\sqrt{x+1}} + \frac{x^2-x-1}{2x+1+\sqrt{3x^2+5x+2}}}{x^2-x-1} = \frac{1}{x+\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2x+1+\sqrt{3x^2+5x+2}}$$

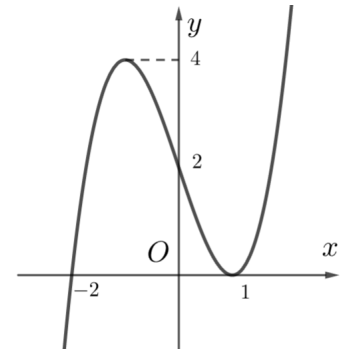
$\lim_{x \rightarrow +\infty} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ HỢP, HÀM SỐ LIÊN KẾT

Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định số

tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - f(x)}$.

- A. 5 B. 6 C. 3 D. 4



Lời giải

$$\text{Xét } f^2(x) - f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x)[f(x) - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 1 \end{cases}$$

Phương trình thứ nhất có nghiệm đơn -2 và nghiệm kép bằng 1 .

Phương trình thứ hai có 3 nghiệm a, b, c khác các nghiệm phương trình thứ nhất.

Như vậy

$$y = \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - f(x)} = \frac{x^2 - 1}{k(x-1)^2(x+2)(x-a)(x-b)(x-c)}$$

$$= \frac{x+1}{k(x-1)(x+2)(x-a)(x-b)(x-c)}$$

Ngoài ra $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - f(x)} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

Ta thu được 6 đường tiệm cận.

Bài toán 2. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số tiệm cận của đường cong

$$y = \frac{x}{f(x^2 - 4x) - 4}$$

- A. 3 B. 4 C. 2 D. 1

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		3		0	$+\infty$

Lời giải

Xét $f(x^2 - 4x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x^2 - 4x) = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x = a > 2$, thu được 2 nghiệm x .

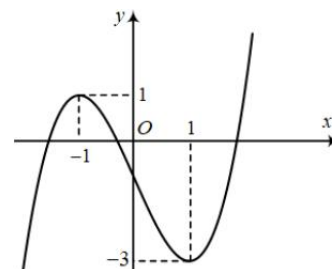
Lại có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x^2 - 4x) - 4} = 0$ nên ta có tiệm cận ngang $y = 0$.

Tổng cộng 3 tiệm cận.

Bài toán 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2 - 3}{f^2(x) + 6f(x) + 5}$$

- A. 5 B. 2 C. 3 D. 4



Lời giải

Giải $f^2(x) + 6f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = -5 \end{cases}$ ta có thể viết

$$y = \frac{x^2 - 3}{[f(x) + 1][f(x) + 5]} = \frac{x^2 - 3}{k(x - a)(x - b)(x - c)(x - d)}.$$

Lại có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3}{f^2(x) + 6f(x) + 5} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

Ta thu được 5 đường tiệm cận.

Bài toán 4. Cho $y = f(x)$ là hàm bậc 4 và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								

Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 2}{f^2(x) + 3f(x) - 4}$ có mấy đường tiệm cận đứng?

- ### Lời giải

♦ Đặt $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, a \neq 0$.

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

♦ Đồ thị hàm số có các điểm cực trị: $A(0;-3), B(-\sqrt{2};1), C(\sqrt{2};1)$ nên ta có hệ sau:

$$\begin{cases} f'(0)=0 \\ f(0)=-3 \\ f'(\sqrt{2})=0 \\ f'(-\sqrt{2})=0 \\ f(\sqrt{2})=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ e=-3 \\ 8\sqrt{2}a+6b+2\sqrt{2}c=0 \\ -8\sqrt{2}a+6b-2\sqrt{2}c=0 \\ 4a+2\sqrt{2}b+2c+\sqrt{2}d+e=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=4 \\ d=0 \\ e=-3 \end{cases}.$$

Vậy $f(x) = -x^4 + 4x^2 - 3$.

♦ Khi đó $g(x) = \frac{x^2 - 2}{(f(x) - 1)(f(x) + 4)} = \frac{x^2 - 2}{(x^4 - 4x^2 + 4)(x^4 - 4x^2 - 1)} = \frac{1}{(x^2 - 2)(x^4 - 4x^2 - 1)}$.

Do phương trình $(x^2 - 2)(x^4 - 4x^2 - 1) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt: $x = \pm\sqrt{2}; x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{5}}$ nên đồ thị hàm số đã cho có bốn đường tiệm cận đứng.

Bài toán 5. Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Xác định số tiệm cận của đồ thị hàm số

$$y = \frac{(x^3 - 4x)^2}{f^3(x) - 2f^2(x) - 3f(x)}.$$

- | | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|---------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | 2 | $+\infty$ | |
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $-$ |
| $f(x)$ | | | 3 | | 3 | |
| | -4 | | | -1 | | -1993 |

Lời giải

$$y = \frac{(x^3 - 4x)^2}{f^3(x) - 2f^2(x) - 3f(x)} = \frac{(x^3 - 4x)^2}{f(x) \lceil f(x) + 1 \rceil \lceil f(x) - 3 \rceil}$$

Quan sát bảng biến thiên ta thấy

$$f(x) = A(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$$

$$f(x) + 1 = Bx^2(x-m)(x-n)$$

$$f(x) - 3 = C(x+2)^2(x-2)^2$$

Dẫn đến

$$y = \frac{(x^3 - 4x)^2}{k(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)^2(x-m)(x-n)(x+2)^2(x-2)^2}$$

$$y = \frac{x^2(x+2)^2(x-2)^2}{k(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)x^2(x-m)(x-n)(x+2)^2(x-2)^2}$$

$$y = \frac{1}{k(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-m)(x-n)}$$

Như vậy ta có 6 tiệm cận đứng. Do $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^3 - 4x)^2}{f^3(x) - 2f^2(x) - 3f(x)} = 0$ nên có 1 tiệm cận ngang $y = 0$.

Bài toán 6. Hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ

thị hàm số $y = \frac{x+2-\sqrt{6x+3}}{f^3(x)-4f(x)}$.

A. 3

B. 6

C. 4

D. 5

Lời giải

Điều kiện $x \geq -\frac{1}{2}$. Chú ý rằng

$$y = \frac{(x+2)^2 - (6x+3)}{(x+2+\sqrt{6x+3})f(x)[f(x)+2][f(x)-2]} = \frac{(x-1)^2}{(x+2+\sqrt{6x+3})f(x)[f(x)+2][f(x)-2]}$$

Xét $f(x) = 0$ thu được ba nghiệm $x = m < 0; x = 0; x = n > 0$, trong đó $m > -2$.

Xét $f(x) = 2$ thu được nghiệm kép $x = 1; x = -2$ (đơn).

Xét $f(x) = -2$ thu được nghiệm kép $x = 1; x = -2$ (đơn).

Như vậy

$$y = \frac{(x-1)^2}{x(x-m)(x-n)(x+1)^2(x-1)^2(x-2)(x+2)(x+2+\sqrt{6x+3})}$$

$$= \frac{1}{x(x-m)(x-n)(x+1)^2(x-2)(x+2)(x+2+\sqrt{6x+3})}$$

Đối chiếu điều kiện xác định ta thu được 5 tiệm cận đứng.

Bài toán 7. Hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x}}{f^3(x) - 4f(x)}$$

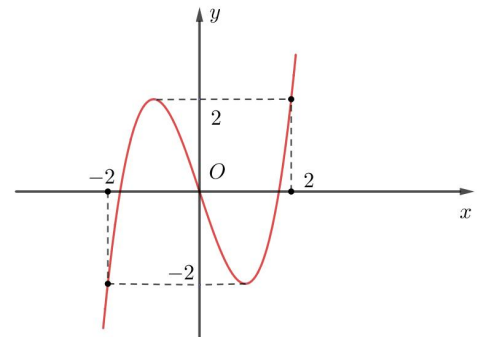
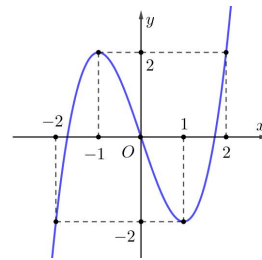
A. 2

C. 1

B. 4

D. 3

Lời giải



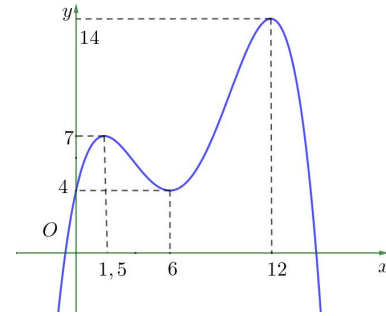
Điều kiện $x \geq 0$. Chú ý $f^3(x) - 4f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f^2(x) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}$

Xét $f(x) = 0$ thu được ba nghiệm $x = m < 0; x = 0; x = n > 0$.

Xét $f(x) = 2$ thu được hai nghiệm $x = p < 0; x = 2$.

Xét $f(x) = -2$ thu được hai nghiệm $x = q > 0; x = -2 < 0$.

Như vậy ta có tổng cộng các tiệm cận đứng $x = n; x = 0; x = 2; x = q$, 4 tiệm cận đứng.



Bài toán 8. Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm

$$số y = \frac{2x^2 + 5x - 4x\sqrt{2x+1}}{f^2(x) - 11f(x) + 28}$$

A. 4

B. 2

C. 5

D. 3

Lời giải

Sử dụng phép liên hợp ta có

$$y = \frac{x(2x+5-4\sqrt{2x+1})}{[f(x)-4][f(x)-7]} = \frac{x[(2x+5)^2 - 16(2x+1)]}{[f(x)-4][f(x)-7][2x+5+4\sqrt{2x+1}]}$$

$$= \frac{x(2x-3)^2}{[f(x)-4][f(x)-7][2x+5+4\sqrt{2x+1}]}$$

Dựa theo đồ thị hàm số $f(x)$ ta có

+ $f(x) = 4 \Rightarrow x = 6; x = 0; x = m > 12$ trong đó $x = 6$ là nghiệm kép.

+ $f(x) = 7 \Rightarrow x = 1,5; x = n \in (6; 12); x = p > 12$ trong đó $x = 1,5$ là nghiệm kép.

Như vậy $y = \frac{1}{(x-6)^2(x-m)(x-n)(x-p)[2x+5+4\sqrt{2x+1}]}$. Kết luận 4 tiệm cận đứng.

Bài toán 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$						

Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{(f(x+1)-4)\sqrt{x^2-4}}$ là

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ f(x+1) \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \vee x > 2 \\ f(x+1) \neq 4 \end{cases}$

Xét $f(x+1) = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha \in (-1; 1) \\ x+1 = 2 \\ x+1 = \beta \in (4; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha - 1 \in (-2; 0) \\ x = 1 \\ x = \beta - 1 \in (3; +\infty) \end{cases} \begin{matrix} (l) \\ (l) \\ (n) \end{matrix}$

Khi đó:

+/ $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (\beta-1)^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (\beta-1)^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có 3 tiệm cận đứng.

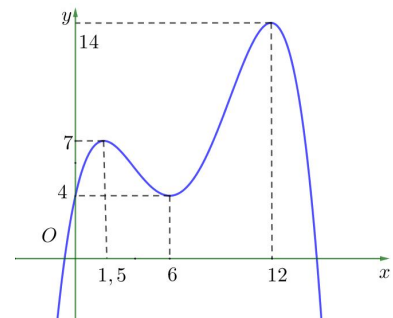
+/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang.

Bài toán 10. Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị

$$\text{hàm số } u(x) = \frac{x\sqrt{2x+4} - 4x}{f^2(x) - 4f(x)}$$

A. 4
C. 5

B. 2
D. 3



Lời giải

+ $f(x) = 0 \Rightarrow x = a > -2; x = b > 12$.

+ $f(x) = 4 \Rightarrow x = 6; x = 0; x = m > 12$ trong đó $x = 6$ là nghiệm kép.

Như vậy

$$\begin{aligned} u(x) &= \frac{x(\sqrt{2x+4} - 4)}{f(x) \cdot [f(x) - 4]} = \frac{x(2x-12)}{x(x-6)^2(x-m)(x-a)(x-b)(\sqrt{2x+4} + 4)} \\ &= \frac{2}{(x-6)(x-m)(x-a)(x-b)(\sqrt{2x+4} + 4)} \end{aligned}$$

Như vậy, đối chiếu điều kiện xác định ta thu được 4 tiệm cận đứng.

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA CÁC ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHỨA THAM SỐ

Bài toán 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x + \sqrt{mx^2 + 1}$ có tiệm cận ngang.
 A. $0 < m < 1$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m > 1$.

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để đồ thị hàm số: $y = x + \sqrt{mx^2 + 1}$ có tiệm cận ngang là tồn tại số thực k sao cho:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sqrt{mx^2 + 1}) = k \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{mx^2 + 1}) = k \end{cases}$$

Hiển nhiên nếu $m \leq 0$ thì giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x + \sqrt{mx^2 + 1})$ không hữu hạn

Nếu $m > 0$ ta có

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sqrt{mx^2 + 1}) = +\infty. \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{mx^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2(1-m)-1}{x-\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(1-m)-\frac{1}{x}}{1+\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}$$

Để giới hạn trên hữu hạn khi và chỉ khi $m=1$.

Bài toán 2. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?
 A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Với $m = 0$; ta có hàm số $y = \frac{x-2}{-2x+4} = -2 \Rightarrow$ Không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{mx^2-2x+4} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow mx^2 - 2x + 4 = 0$ có nghiệm duy nhất hoặc $mx^2 - 2x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 2$.

$mx^2 - 2x + 4 = 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$.

$mx^2 - 2x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 4m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{4} \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0 \text{ không}$

thỏa mãn điều kiện.

Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài toán 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để đồ thị hàm số

$y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng.

A. 2019. B. 2021. C. 2018. D. 2020.

Lời giải

Để đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-m > 0 \\ 12+m \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2017 \leq m < 4 \\ m \neq -12 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2017; -2016; \dots; 3\} \setminus \{-12\}.$$

Do đó số giá trị nguyên của tham số m thỏa đề bài là: $3 - (-2017) + 1 - 1 = 2020$ giá trị.

Bài toán 4. Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có

đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007.

B. 2010.

C. 2009.

D. 2008.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x^2+x \neq m \end{cases}$.

Dựa vào điều kiện xác định ta suy ra hàm số đã cho không có giới hạn khi $x \rightarrow -\infty$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m} = 0, \forall m \Rightarrow y=0$ là pt đường tiệm cận ngang.

Xét hàm số $f(x) = x^2 + x$. Đạo hàm $f'(x) = 2x+1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	12	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Khi $m < 12$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. Khi $m \geq 12$ thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Do đó để hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì $m \in [12; 2019]$.

Vậy có 2008 giá trị nguyên của m .

Bài toán 5. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10; 10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có

đúng ba đường tiệm cận?

A. 12.

B. 11.

C. 0.

D. 10.

Lời giải

Xét $g(x) = \sqrt{x(x-m)} - 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2} = -1$. Nên đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận ngang $y=1$ và $y=-1$.

Trường hợp 1: $m=0$ khi đó hàm số là $y = \frac{|x|-1}{x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$.

Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Trường hợp 2: $m > 0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D = (-\infty; 0] \cup [m; +\infty)$.

$x=-2 \in D$. $g(-2) = \sqrt{2(m+2)} - 1 \neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy $m=1, m=2, \dots, m=9$ thỏa mãn. Nên có 9 giá trị m .

Trường hợp 3: $m < 0$. Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D = (-\infty; m] \cup [0; +\infty)$.

Để $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì trước hết $x=-2 \in D$ hay $m \geq -2$. Nên chỉ có $m=-2, m=-1$ thỏa mãn

Với $m=-1$ ta có $g(x) = \sqrt{x(x+1)} - 1$, $g(-2) = \sqrt{2} - 1 \neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Với $m=-2$ ta có $g(x) = \sqrt{x(x+2)} - 1$, $g(-2) = \sqrt{x(x+2)} - 1 = -1 \neq 0$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy 12 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Bài toán 6. Cho hàm số $y = \frac{1}{[x^2 - (2m+1)x + 2m]\sqrt{x-m}}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị

hàm số có 4 đường tiệm cận.

$$A. \begin{cases} 0 < m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$B. \begin{cases} m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$C. m > 1.$$

$$D. \begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Lời giải

Điều kiện $x > m$. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\text{Xét phương trình } [x^2 - (2m+1)x + 2m]\sqrt{x-m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x^2 - (2m+1)x + 2m = 0 (*) \end{cases}$$

Để hàm số có 4 đường tiệm cận thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $m < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 > 0 \\ (x_1-m)(x_2-m) > 0 \\ x_1+x_2 > 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ x_1x_2 - m(x_1+x_2) - m^2 > 0 \\ 2m+1 > 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ m-m^2 > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ 0 < m < 1 \end{cases}.$$

Bài toán 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng 1

đường tiệm cận?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải

Đặt $f(x) = mx^2 - 6x + 3$ và $g(x) = 9x^2 + 6mx + 1$. Ta xét các trường hợp:

+ Trường hợp 1:

$$m = 0 \text{ khi đó ta có } y = \frac{6x-3}{(-6x+3)(9x^2+1)} \text{ đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là đường thẳng } y = 0 \text{ do}$$

đó $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Trường hợp 2:

$$m \neq 0 \text{ và cả hai tam thức } f(x) \text{ và } g(x) \text{ đều vô nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_f < 0 \\ \Delta'_g < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9-3m < 0 \\ 9m^2-9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -1 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

+ Trường hợp 3: Tam thức $g(x)$ nhận $x = \frac{1}{2}$ làm nghiệm $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{13}{12}$ khi đó $f(x)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số đã cho có nhiều hơn 1 đường tiệm cận.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận.

Bài toán 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y		1	
	0		0

Tìm điều kiện m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)-m}$ có tổng số 3 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

A. $0 < m \leq 1$.

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f^2(x)-m} = \frac{1}{-m}$ vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$. Do đó:

Nếu $m = 0$ thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)-m}$ không có tiệm cận ngang.

Mặt khác phương trình $f^2(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Nếu $m \neq 0$ thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - m}$ có một tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{-m}$.

+ $m < 0$: Phương trình $f^2(x) - m = 0$ vô nghiệm vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

$$+ m > 0: f^2(x) - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{m} \\ f(x) = -\sqrt{m} \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = -\sqrt{m}$ vô nghiệm với $\forall m > 0$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $f(x) = \sqrt{m}$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Vậy $0 < m < 1$ thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - m}$ có 3 tiệm cận.

Bài toán 9. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6; 6]$ của

tham số m để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

A. 12.

B. 9.

C. 8.

D. 11.

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Do đó, đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình $x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x \neq 3$. Xét phương trình $x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0$ (*) ta có

$$x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0 \Leftrightarrow (x - m)(x^2 - 2mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x^2 - 2mx + 1 = 0 \end{cases}$$

Phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt $x \neq 3$ khi và chỉ khi $m \neq 3$ và phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$ có hai

$$\text{nghiệm phân biệt } x \neq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 - 1 > 0 \\ 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m > 1 \\ m < -1 \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$$

Do m nguyên và $m \in [-6; 6]$ nên $m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; 2; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Bài toán 10. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(\tan x) = \cos^4 x$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm

số $g(x) = \frac{2019}{f(x) - m}$ có hai tiệm cận đứng.

A. $m < 0$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m > 0$.

D. $m < 1$.

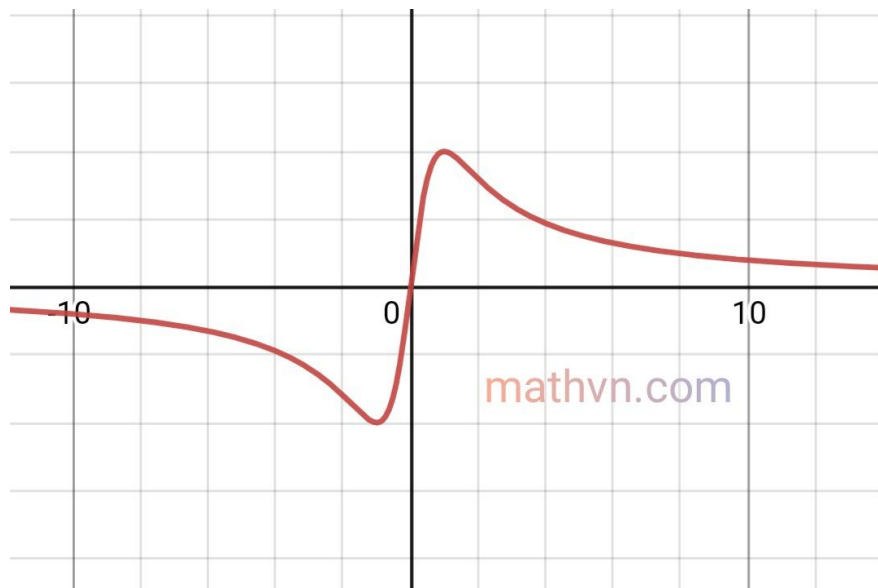
Lời giải

$$f(\tan x) = \cos^4 x \Leftrightarrow f(\tan x) = \frac{1}{(1 + \tan^2 x)^2} \Rightarrow f(t) = \frac{1}{(1 + t^2)^2}$$

$$\text{Hàm số } g(x) = \frac{2019}{f(x) - m} \Rightarrow g(x) = \frac{2019}{\frac{1}{(1 + x^2)^2} - m}$$

Hàm số $g(x)$ có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $\frac{1}{(1 + x^2)^2} - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (1 + x^2)^2 = \frac{1}{m} > 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$



LUYỆN KỸ NĂNG TOÁN 12 THPT
BÀI GIẢNG
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
(KẾT HỢP 3 BỘ SÁCH GIÁO KHOA)

THÂN TẶNG TOÀN THỂ QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TRÊN TOÀN QUỐC

CREATED BY GIANG SƠN (FACEBOOK)
ĐÁP ÁN CHI TIẾT PDF BẠN ĐỌC VUI LÒNG LIÊN HỆ
GACMA1431988@GMAIL.COM (GMAIL); TEL 0398021920

LUYỆN KỸ NĂNG TOÁN 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

DUNG LƯỢNG	NỘI DUNG
3 FILE 2 trang	CƠ BẢN ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
3 FILE 2trang	VẬN DỤNG ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
3 FILE 2 trang	VẬN DỤNG CAO ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

**KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN – PHẦN 1**

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
y'			+		
y			$-\infty$	$+\infty$	

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 5. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x-1}$.

- A. $y = x$ B. $y = x+1$ C. $y = x+2$ D. $y = x+3$

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 7. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y		3		2	

Diagram illustrating the phase portrait of a differential equation. The horizontal axis is x and the vertical axis is y . The critical points are at $x = -1$ and $x = 1$. The phase portrait shows trajectories in the (x, y) plane. Arrows indicate the direction of flow: trajectories approach the line $x = -1$ from both sides, and trajectories approach the line $x = 1$ from both sides. The trajectories are labeled with values of y : 1 , 3 , 2 , and -1 .

Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.
 B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.
 C. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 8. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 1 + \frac{2}{x-1}$.

- A. $y = x$ B. $y = x+1$ C. $y = x+2$ D. $y = x+3$

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là tập hợp tất cả các điểm có hoành độ bằng bao nhiêu

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ đi qua điểm nào sau đây

- A. $A(1;3)$. B. $B(2;4)$. C. $C(6;1)$. D. $D(4;2)$.

Câu 11. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $x = -1$.

Câu 13. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 3 + \frac{5}{x+3}$.

- A. $y = x$ B. $y = x + 1$ C. $y = x + 2$ D. $y = x + 3$

Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 16. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 3 + \frac{4}{x-1}$.

- A. $y = x$ B. $y = x + 1$ C. $y = x + 2$ D. $y = x + 3$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$. Số tiệm cận ngang của (C) là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 20. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + \frac{x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = x$ B. $y = x + 1$ C. $y = x + 2$ D. $y = x + 3$

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 22. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN – PHẦN 2

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $x = 1$.

Câu 2. Cho các hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$, $y = \frac{5x+2}{x^2+1}$, $y = \frac{7x+2}{x+1}$, $y = \frac{x+6}{x+1}$

Có bao nhiêu hàm số mà đồ thị có đường tiệm cận đứng bằng $x = -1$?

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ -3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 4. Tìm giá trị m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là đường thẳng $x = 1$.

- A. $m = -2$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ cách trục tung một khoảng lớn hơn

- A. 2 B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ cắt đường thẳng nào sau đây

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = x$ D. $x = -1$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		-	0	
y	0	2		$+\infty$

$\searrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ -2

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào sau đây không có đường tiệm cận đứng

- A. $y = \frac{2x+2}{x-1}$ B. $y = \frac{4x+13}{x-1}$ C. $y = x+3 + \frac{14}{x-1}$ D. $y = x + \frac{1}{x^2+1}$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$ 0 $+$	
y	2		$+\infty$	$+\infty$

$\swarrow$

$\searrow$

$\nearrow$

-4

-2

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 10. Tìm giá trị m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+m}$ là đường thẳng $x = -1$

- A. $m = -2$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+13}{x-1}$ đi qua điểm nào sau đây

- A. $A(1;3)$. B. $B(2;4)$. C. $C(6;1)$. D. $D(4;2)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y		2		3	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 13. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 3 + \frac{14}{x-1}$ đi qua điểm nào sau đây

- A. $A(1;4)$. B. $B(2;4)$. C. $C(6;1)$. D. $D(4;2)$.

Câu 14. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ cách trục hoành một khoảng bằng

- A. 4 B. 2 C. 5 D. 6

Câu 16. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		+	-	+
y		-4		2	

Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận ngang đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 17. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 1 + \frac{12}{x-1}$ cắt đường thẳng nào sau đây

- A. $y = x$ B. $y = 2x + 1$ C. $y = x + 2$ D. $y = x + 3$

Câu 18. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$ B. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$ C. $y = \sqrt{x^2-1}$ D. $y = \frac{x}{x+1}$

Câu 19. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Câu 20. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 21. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 3x + 1 + \frac{5}{x-1}$ có hệ số góc bằng

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 22. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận.

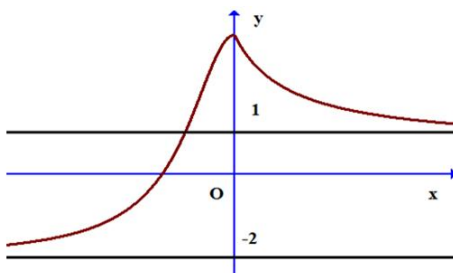
- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN – PHẦN 3

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.
 B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.
C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.
 D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 2. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang là?



- A. $y = 1$ và $y = -2$.
 B. $y = -1$ và $y = -2$.
 C. $y = 1$ và $y = 2$.
 D. $y = 2$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ cách trục hoành một khoảng bằng

A. 4 B. 2 C. 5 D. 6

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ là

A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = 0$.

Câu 5. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 4}$ có phương trình là

A. $y = -2$. B. $y = 2$. C. $y = 0$. D. $y = -1$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 0$. B. $x = 1$. C. $y = 5$. D. $x = 0$.

Câu 20. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-		+	0	-
y	$+\infty$		2	$-\infty$	

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{-x+3}$?

A. $x = -2$. B. $y = -2$. C. $y = 0$. D. $x = 3$.

Câu 9. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{-x-1}$ cách trục hoành một khoảng bằng

A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - 4}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y = 2$. B. $y = 0$. C. $y = 1$. D. $x = -2$.

Câu 11. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x-1}$ song song với đường thẳng nào sau đây

A. $y = x$

B. $y = x + 1$

C. $y = 3x + 2$

D. $y = -x + 3$

Câu 12. Tìm điều kiện của tham số m để đường cong $y = \frac{2x-1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng $x = 2$

A. $m = -2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. $m = 2$.

Câu 13. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2020}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $y = 2020$.

B. $x = 2020$.

C. $y = 0$.

D. $x = 0$.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{6-3x}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 15. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y					

$\nearrow$ (từ 1 đến 3) $\nwarrow$ (từ $-\infty$ đến 2) $\searrow$ (từ 2 đến -1)

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = -3$.

D. $x = 3$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 18. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 3x + \frac{1}{x-1}$ song song với đường thẳng nào sau đây

A. $y = x$

B. $y = 2x + 3$

C. $y = 3x + 2$

D. $y = -x + 3$

Câu 19. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Câu 20. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + \frac{4}{x-1}$ song song với đường thẳng nào sau đây

A. $y = x$

B. $y = 2x + 3$

C. $y = 3x + 2$

D. $y = -x + 3$

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	-5	1	-5

$\searrow$ (từ -5 đến $-\infty$) $\searrow$ (từ 1 đến -5)

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1

Câu 22. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + 1 + \frac{2}{x-1}$.

A. $y = x$

B. $y = x + 1$

C. $y = x + 2$

D. $y = x + 3$

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG – PHẦN 1

Câu 1. Cho các hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$, $y = \frac{5x+2}{x^2+1}$, $y = \frac{7x+2}{x+1}$, $y = \frac{x+6}{x+1}$

Có bao nhiêu hàm số mà đồ thị có đường tiệm cận đứng cách trục tung một khoảng bằng 1

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 2. Tìm tổng giá trị m xảy ra khi đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-m}$ là đường thẳng cách trục tung một khoảng bằng 2.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. -1

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ là:

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Câu 4. Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ cách gốc tọa độ một khoảng bằng

- A. 2. B. 1. C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$.

Câu 5. Đường thẳng nào sau đây nằm bên trái đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 6. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-x}{x^2-4x+3}$.

- A. 2 tiệm cận. B. 1 tiệm cận. C. 3 tiệm cận. D. 4 tiệm cận.

Câu 7. Đường thẳng nào nằm giữa hai đường tiệm cận đứng của đường cong $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$.

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y			

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-3}$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 9. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 1 tiệm cận B. 2 tiệm cận C. 3 tiệm cận. **D. 4 tiệm cận.**

Câu 11. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị $y = \frac{x^2 + x + 9}{x^2 - 2x + m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

- A. $m < 0$ **B. $m < 1$** C. $m > 2$ D. $0 < m < 1$

Câu 12. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{x^3 - x}{x^3 - 4x + 3}$.

- A. 1 tiệm cận B. 2 tiệm cận **C. 3 tiệm cận.** D. 4 tiệm cận.

Câu 13. Tâm đối xứng (giao điểm hai đường tiệm cận) của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 1}{x + 2}$ nằm trên đường thẳng nào sau đây

- A. $x + y - 1 = 0$** B. $x + 2y - 2 = 0$ C. $x + 3y - 3 = 0$ D. $2x - y - 5 = 0$.

Câu 14. Gọi m, n, p lần lượt là số tiệm cận của các đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x+3}$; $y = \frac{2x-3}{x+1}$; $y = \frac{11}{4x^2 + x - 2}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $p = 2m + n$ B. $m + n + p < 5$ C. $m + 2n + 3p = 17$ **D. $m + 3n + 4p > 18$**

Câu 15. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m + n$.

- A. 0** B. -3 C. 3 D. 6

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 16}}$ có 4 đường tiệm cận. Tính diện tích S của hình chữ nhật $ABCD$ giới hạn bởi 4 đường tiệm cận này (theo đơn vị diện tích).

- A. $S = 16$** B. $S = 8$ C. $S = 10$ D. $S = 12$

Câu 17. Tìm tích T là tích hai khoảng cách từ điểm M bất kỳ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{5x - 7}{x - 2}$ đến hai đường tiệm cận của nó.

- A. $T = 2$ **B. $T = 3$** C. $T = 4$ D. $T = 5$

Câu 18. Tìm điều kiện tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2 + 1}}$ có hai tiệm cận ngang

- A. $m < 0$
B. $m = 0$
C. $m > 0$
D. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + \sqrt{x^2 - x}}{3x + 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2.** B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 - 8x + m}$ có 3 đường tiệm cận?

- A. 14.** B. 8. C. 15. D. 16.

Câu 21. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x^2 + x}$ là

- A. 3 B. 2 C. 0 **D. 1**

Câu 22. Gọi M là giao điểm hai đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{x-5}{x-2}$. N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $MN = 2\sqrt{5}$** B. $MN = 4$ C. $MN = 4\sqrt{2}$ D. $MN = 4\sqrt{3}$

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG – PHẦN 2

Câu 1. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+5x-6}$ là:

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{x}$ có đồ thị như hình vẽ. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng

- A. 1 B. 2 C. - 1 D. 3

Câu 3. Tính khoảng cách giữa hai đường tiệm cận ngang của đường cong $y = \frac{3x+1}{\sqrt{9x^2+2x+1}}$.

- A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 5. Cho các đường cong $y = \frac{3x-5}{x-2}$; $y = \frac{3x+9}{x+5}$; $y = \frac{4x-1}{x+\sqrt{26}}$; $y = \frac{\sqrt{21}x+1}{x+\sqrt{7}}$.

Bao nhiêu đường cong có tâm đối xứng (giao điểm hai đường tiệm cận) nằm phía ngoài đường tròn tâm O, bán kính $R = 6$

- A. 1 đường cong. B. 2 đường cong. C. 3 đường cong. D. 4 đường cong

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+4x+9}{x+3}$ cắt đường thẳng $y = 3x - 1$ tại điểm có tung độ bằng

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

Câu 7. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

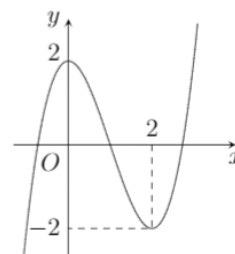
- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Với tham số $m \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$, tìm số đường tiệm cận của đồ

thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{f(x) - \sqrt{3-m^2}}$.

- A. 3 B. 2 C. 5 D. 4



Câu 9. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+x}-1}{x+2}$ là:

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 10. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một góc α thỏa mãn

- A. $\tan^2 \alpha = 2$ B. $\tan^2 \alpha = 1$ C. $\tan^2 \alpha = 3$ D. $\tan^2 \alpha = 5$

Câu 11. Cho các đường cong (A): $y = \frac{x-4}{x-2}$; (B): $y = \frac{x-9}{x-1}$; (C): $y = \frac{x-5}{x-3}$; (D): $y = \frac{4x-1}{x-7}$.

Tìm đường cong có tâm đối xứng (giao điểm hai đường tiệm cận) cách đường thẳng $3x + 4y = 0$ một khoảng lớn nhất.

- A. Đường cong (A). B. Đường cong (B). C. Đường cong (C). D. Đường cong (D).

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$. C. $-5 \leq m < -1$. D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$

Câu 13. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{2-x}\sqrt{3-x}}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 14. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+4x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận là

A. 2.

B. 4.

C. Vô số.

D. 3.

Câu 15. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x}{f(x)-3}$$

A. 4

B. 2

C. 3

D. 5

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		3		$+\infty$

Câu 17. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5}$ là:

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 18. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+6x+14}{x+3}$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A. 2

B. $\frac{7}{3}$

C. 4

D. $\frac{9}{2}$

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-3)$.

A. $m=0$.

B. $m=1; m=-1$.

C. $m=2$.

D. $m=-2$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2}{x^3+ax^2}$ có 3 đường tiệm cận?

A. $a > 0$.

B. $a < 0, a \neq \pm 1$.

C. $a \neq 0, a \neq \pm 1$.

D. $a \neq 0, a \neq 1$.

Câu 21. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

B. $y = \frac{1}{x^4+1}$.

C. $y = \frac{1}{x^2+1}$.

D. $y = \frac{1}{x^2+x+1}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x}{4f^2(x)-9}$$

A. 7

B. 6

C. 5

D. 4

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$		0		$+\infty$

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}+2x}{2x^2-3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 24. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+4x+8}{x+1}$ vuông góc với đường thẳng nào sau đây

A. $y = -x+1$

B. $y = x+2$

C. $y = -2x+3$

D. $y = 3x+1$

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG – PHẦN 3

Câu 1. Gọi M là giao điểm hai đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{x-4}{x-1}$. Tính bán kính đường tròn đường kính OM, với O là gốc tọa độ.

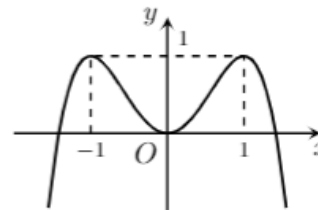
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Với m là tham số để căn thức xác định, tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số

$$y = \frac{1}{f(x) - 0,1 - \sqrt{0,2 - m^2}}.$$

- A. 5 B. 2 C. 3 D. 6



Câu 3. Cho các hàm số $y = \frac{x-4}{x-1}$, $y = \frac{3x-1}{x-3}$, $y = \frac{2x-1}{x-2}$. Có bao nhiêu hàm số mà đồ thị có 2 đường tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình vuông

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 4. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 5x + 11}{x + 3}$ cắt đường thẳng $y = 4x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng

- A. 2 B. 0 C. 4 D. 1

Câu 5. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x^2 + x}$ là

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 6. Đường cong $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16}$ có giao điểm hai đường tiệm cận là M. Mệnh đề nào dưới đây là sai ?

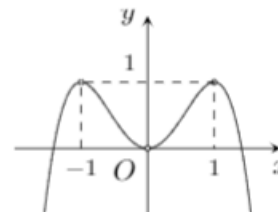
- A. Điểm M cách trục tung một khoảng bằng 4.
 B. $OM < \sqrt{19}$.
 C. Điểm M nằm trên đường thẳng $3x + y + 11 = 0$.
 D. Điểm M nằm trên đường ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Với m là tham số thực dương, tìm số đường tiệm cận của

đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{f(x) + m^2}$.

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4



Câu 8. Số đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 2x}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 9. Cho các đường cong $y = \frac{1}{x-3}$; $y = \frac{2x+5}{x}$; $y = \frac{2x}{x+3}$; $y = \frac{4x-9}{2x}$.

Bao nhiêu đường cong có tâm đối xứng (giao điểm 2 đường tiệm cận) nằm trên đường ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$?

- A. 1 đường cong. B. 2 đường cong. C. 3 đường cong. D. 4 đường cong

Câu 10. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 7x + 15}{x + 5}$ cắt đường thẳng $y = 4x - 1$ tại điểm có tung độ bằng

A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 11. Số tiệm cận (đứng và ngang) của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^3 - x}$ là

A. 0. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 12. Khi $a = m$, đường cong $y = \frac{\sqrt{ax^2 - x + 1}}{x + 2}$ có hai đường tiệm cận ngang d, d' sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng d, d' bằng 6. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2 < m < 5$. B. $3 < m < 6$. C. $7 < m < 10$. D. $6 < m < 8$.

Câu 13. Tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng là.

A. $\left\{\frac{7}{2}\right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{7}{2}\right\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{2}\right\}$.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{9x + 1}{\sqrt{2020 - x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 15. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị $y = \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 - 4x + m}$ có duy nhất một tiệm cận đứng.

A. $m = -2$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 4$.

Câu 16. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 3}{\sqrt{9 - x^2}}$ là

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 17. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5|x| + 4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 18. Tìm khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 1}{\sqrt{1 - x^2}}$

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 19. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x + 9} - 3}{x^2 + x}$ là

A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 20. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{f(x) - 2}$.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	0	4	$-\infty$	

A. 3 B. 2 C. 5 D. 4

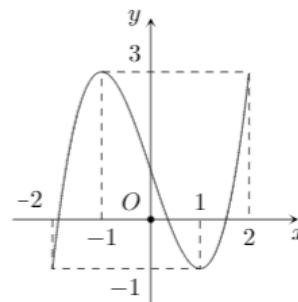
Câu 21. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{\sqrt{4x^2 + 2x + 1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 tiệm cận B. 3 tiệm cận C. 2 tiệm cận. D. 4 tiệm cận.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{f(x) - 1}$.

A. 3 B. 2 C. 5 D. 4



Câu 23. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{|x - 2| - 1}{2x + 3}$ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO – PHẦN 1

Câu 1. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{6(x+1) - 5\sqrt{3x+2}}{3x-8+3\sqrt{3x+2}}$.

- A. 1 tiệm cận. B. 2 tiệm cận. C. 3 tiệm cận. D. 4 tiệm cận.

Câu 2. Đường cong $y = \frac{x-m}{x^3 - (m+1)x^2 + (m+1)x - m}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 1 tiệm cận. B. 2 tiệm cận. C. 3 tiệm cận. D. 4 tiệm cận.

Câu 3. Cho các hàm số $y = \frac{1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$; $y = \frac{x+5}{x^3 - 3x^2 + 2x}$; $y = \frac{2}{x^3 - 9x^2 + 26x - 24}$.

Có bao nhiêu hàm số mà đồ thị có 3 đường tiệm cận đứng cách đều nhau

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 4. Cho $y = f(x)$ là hàm bậc 4 và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$					
y'		+	0	-	0	+	0	-		
y			↗	1	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 2}{f^2(x) + 3f(x) - 4}$ có mấy đường tiệm cận đứng?

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 5. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{2x^2 + 4x + 3 - 3(x+1)\sqrt{x+3}}{x^2 - x\sqrt{x+3}}$.

- A. 1 tiệm cận. B. 2 tiệm cận. C. 3 tiệm cận. D. 4 tiệm cận.

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ với a, b, c, d, e là các số thực và $a \neq 0$, có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y				-1			2	
	$-\infty$				-3			$-\infty$

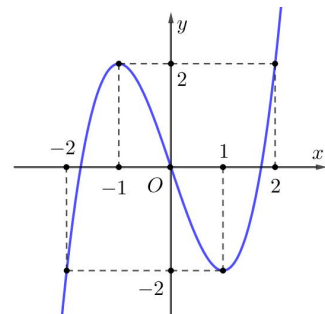
Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{f^2(x) + 3f(x)}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 7. Hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+7-4\sqrt{x+3}}{f^3(x) - 4f(x)}.$$

- A. 2 B. 7 C. 6 D. 5



Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{1}{[x^2 - (2m+1)x + 2m]\sqrt{x-m}}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm

số có 4 đường tiệm cận.

- A. $\begin{cases} 0 < m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$. C. $m > 1$. D. $\begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$.

D. Vô số.

D. 5

D. 3.

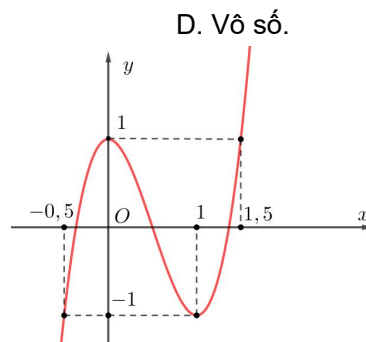
D. 43,5

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y			

D. $m = 0$.

[illegible]

D. 4 .



KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO – PHẦN 2

Câu 1. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{x+6-6\sqrt{x+1}}{x+4-4\sqrt{x+1}}$.

- A. 1 tiệm cận. B. 2 tiệm cận. C. 3 tiệm cận. D. 4 tiệm cận.

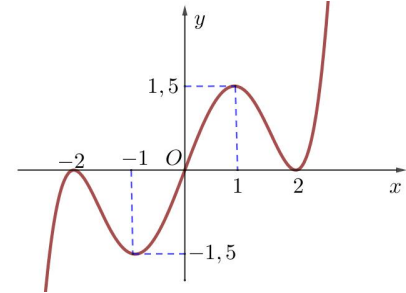
Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

- A. 12. B. 9. C. 8. D. 11.

Câu 3. Hàm số bậc năm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{x^3 - x}{4f^3(x) - 9f(x)}$$

- A. 6 B. 7 C. 5 D. 4

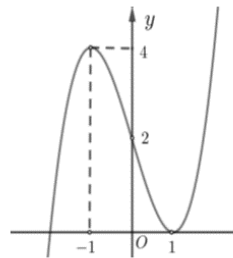


Câu 4. Tìm số đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{3x+1-\sqrt{x+1}-\sqrt{3x^2+5x+2}}{x^2-x-1}$.

- A. 1 tiệm cận. B. 2 tiệm cận. C. 3 tiệm cận. D. 4 tiệm cận.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức có đồ thị như hình vẽ dưới đây, đặt $g(x) = \frac{x^2-x}{f^2(x)-2f(x)}$.

Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x)$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?



- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 6. Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 2007. B. 2010. C. 2009. D. 2008.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

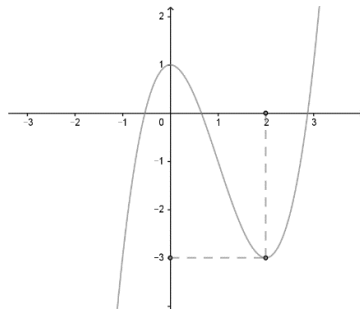
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3+x)+3}$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 8. Tính tổng các giá trị m xảy ra khi đường cong $y = \frac{1}{x^3-3mx^2+2m}$ có ba đường tiệm cận đứng cách đều nhau.

- A. $\frac{14}{9}$ B. 2 C. 0 D. 4

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như bên dưới.



Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

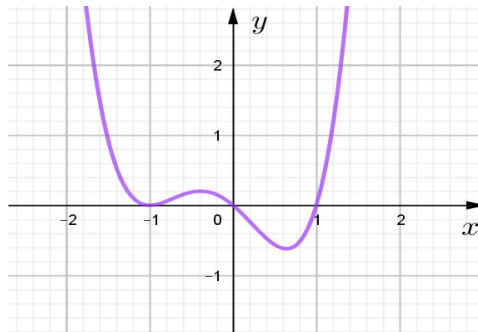
Câu 10. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10; 10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

- A. 12. B. 11. C. 0. D. 10.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(\tan x) = \cos^4 x$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2019}{f(x) - m}$ có hai tiệm cận đứng.

- A. $m < 0$. B. $0 < m < 1$. C. $m > 0$. D. $m < 1$.

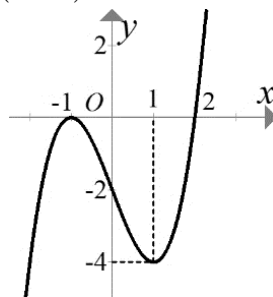
Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $f'(x) < 0, \forall x < -1$ và $f'(x) > 0, \forall x > 1$.



Khi đó, tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2021}{\sqrt{xf(x+1)}[xf(x+1)+1]-2}$ là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{(x+1)^2(x^2 - 4x + 3)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

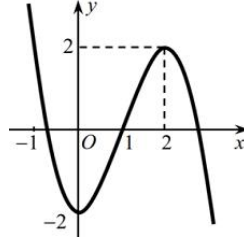
Câu 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng.

- A. 2019. B. 2021. C. 2018. D. 2020.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận.

- A. $1 < m < 5$. B. $-1 < m < 2$. C. $m < 1$ hoặc $m > 5$. D. $m > 2$ hoặc $m < -1$.

Câu 2. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100; 100]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1+mx^2}}{f(x)-m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

- A. 100. B. 99. C. 2. D. 196.

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 2016x + 2017} - 24\sqrt{7}}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

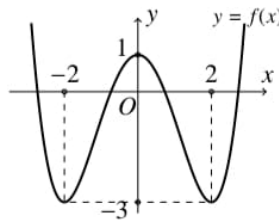
- A. vô số. B. 2. C. 2017. D. 2019.

Câu 4. Tập tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-2x^2 + 5x - 2}}{x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5-m^2)x^2 - 6mx + 10}$ có đúng hai đường tiệm cận là $S = (a; b]$. Tính $T = 5a + 8b$.

- A. $T = 43$. B. $T = 30$. C. $T = 31$. D. $T = 18$.

Câu 5. Cho hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$y = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 2x)}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 6. Hàm số $y = \frac{\sqrt{3x+1} + ax + b}{(x-1)^2}$ không có tiệm cận đứng. Khi đó hiệu $a - b$ bằng:

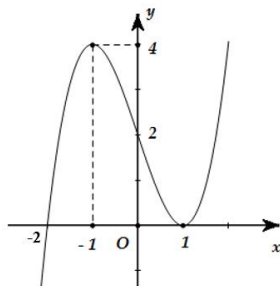
- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{5}{4}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 7. Tìm số lượng đường tiệm cận của đường cong $y = \frac{x+2-\sqrt{7x+4}}{\sqrt{x^2+7}-4}$.

- A. 1 tiệm cận. B. 2 tiệm cận. C. 3 tiệm cận. D. 4 tiệm cận.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận

đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)}$ là



A. 4.

B. 3

C. 2.

D. 5

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12.

B. 11.

C. 0.

D. 10.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1 \leq m < 0$.

B. $-1 \leq m \leq 0$.

C. $m < -1$.

D. $m > 0$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

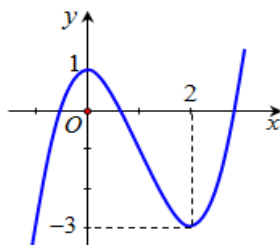
A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$.

C. $-5 \leq m < -1$.

D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)[f^2(x)+3f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 13. Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

A. $m=1$

B. $m=-1$

C. $m \pm 1$

D. Không có m

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 4039.

B. 4040.

C. 4038.

D. 4037.

Câu 15. Có bao nhiêu số nguyên của m thuộc đoạn $[-100;100]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{(x-m)\sqrt{2x-x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 200.

B. 2.

C. 199.

D. 0.

Câu 16. Hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đồ thị hàm số sau có bao nhiêu đường tiệm cận

đứng : $g(x) = \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1}$.

A. 4

B. 3

C. 5

D. 2

