

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 101

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 3; 2)$ là:

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-3)$ là

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

D. $[3; +\infty)$.

Câu 3: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1+2i|=3$ là đường tròn có tọa độ tâm là:

A. $(2; -1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(1; -2)$.

D. $(-1; -2)$.

Câu 4: Cho a là số thực dương khác 1 và x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a(x-y)$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a y - \log_a x$.

Câu 5: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $S = (-1; 2)$.

C. $S = (-\infty; 2)$.

D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -4; 2)$, $B(2; 1; -3)$,

$C(3; 0; -2)$ và $D(2; -5; -1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ có tọa độ là:

A. $G(2; -1; -1)$.

B. $G(2; -2; -1)$.

C. $G(0; -1; -1)$.

D. $G(6; -3; -3)$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 6.

D. 9.

Câu 8: Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 2 và chiều cao bằng 6 là

A. 8.

B. 12.

C. 24.

D. 4.

Câu 9: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 10: Có bao nhiêu cách xếp 5 quyển sách Văn và 7 sách quyển Toán khác nhau trên một kệ sách dài sao cho các quyển sách Văn phải xếp kề nhau?

A. $5! \cdot 8!$.

B. $5! \cdot 7!$.

C. $2 \cdot 5! \cdot 7!$.

D. $12!$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = e^{2x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

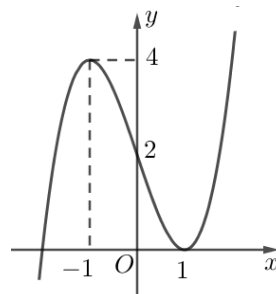
A. $\int f(x)dx = e^{2x} + C$.

B. $\int f(x)dx = 2e^{2x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C$.

A. 1. **B.** 0.
C. 4. **D.** -1.



Câu 14: Biết $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn $(3 - 2i)z - 2i\bar{z} = 15 - 8i$. Tổng $2a + b$ là

A. $2a + b = 5$. **B.** $2a + b = 14$. **C.** $2a + b = 9$. **D.** $2a + b = 12$.

A. $\vec{n} = (-1; 9; 4)$. **B.** $\vec{n} = (9; 4; 1)$. **C.** $\vec{n} = (4; 9; -1)$. **D.** $\vec{n} = (9; 4; -1)$.

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$
		-2		-2	

A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(-2; 3)$.

A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{3}{28}$. D. $\frac{25}{28}$.

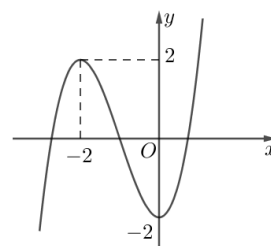
$(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ của giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

A. $A(3;5;3)$. **B.** $A(1;3;1)$. **C.** $A(-3;5;3)$. **D.** $A(1;2;-3)$.

A. $y = 1$. **B.** $y = -2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 2$.

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

A. $y = x^4 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$.



Câu 23: Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

- A. $\bar{z} = -6 - 4i$. B. $\bar{z} = -6 + 4i$. C. $\bar{z} = 6 + 4i$. D. $\bar{z} = 6 - 4i$.

Câu 24: Một hình nón có đường sinh bằng $2a$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của khối nón được tạo nên từ hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{24}\pi a^3$. C. πa^3 . D. $4\pi a^3$.

Câu 25: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành và $x = 5$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{15\pi}{2}$. B. $\frac{15}{2}$. C. 8π . D. 8 .

Câu 26: Nếu $\int_3^4 f(x) dx = 3$ thì $\int_3^4 -4f(x) dx$ bằng

- A. -12 . B. 4 . C. 12 . D. 3 .

Câu 27: Cho khối cầu có bán kính R . Thể tích của khối cầu đó là:

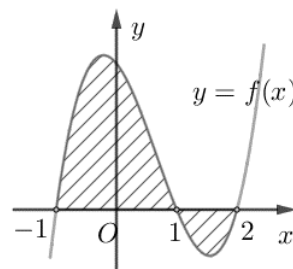
- A. $V = 4\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 5$ là:

- A. $I(2; -3; 0)$, $R = 5$. B. $I(-2; 3; 0)$, $R = 5$.
C. $I(-2; 3; 0)$, $R = \sqrt{5}$. D. $I(2; -3; 0)$, $R = \sqrt{5}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$ B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

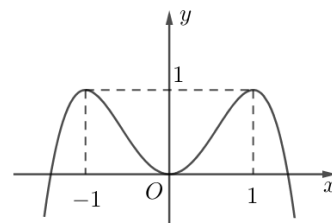


Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x(x-2)(x+3)^5$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) = 1$ là

- A. 2. B. 3.
C. 1. D. 4.



Câu 32: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

- A. $2\sqrt{x^2+1} + C$. B. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + C$. C. $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + C$. D. $\sqrt{x^2+1} + C$.

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α) ?

- A. $M(2;0;1)$. B. $Q(2;1;1)$. C. $P(2;-1;1)$. D. $N(1;0;1)$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa SC và (SAB) bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 36: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2 - 2x + 2})$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

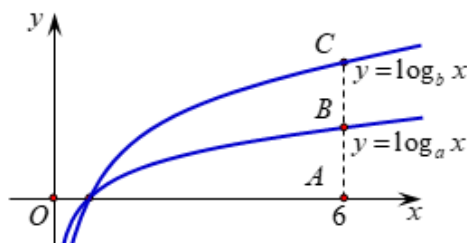
Câu 37: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $|f(x) + 2| = m$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương là

- A. $[2;4)$. B. $[4;6)$. C. $(2;6)$. D. $(4;6)$.

Câu 38: Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đường thẳng $x = 6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Nếu $\frac{AC}{AB} = \log_2 3$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $b^2 = a^3$. B. $b^3 = a^2$. C. $\log_2 b = \log_3 a$. D. $\log_3 b = \log_2 a$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(9^x - 5 \cdot 6^x - 6 \cdot 4^x) \sqrt{128 - 2^{\sqrt{x}}} > 0$ là

- A. 45. B. 48. C. 49. D. 44.

Câu 40: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + 8m - 4 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn

$$|z_1^2 - 2mz_1 + 8m| = |z_2^2 - 2mz_2 + 8m|?$$

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy là tam giác ABC vuông tại B , $SA = a$; $AB = a\sqrt{2}$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2}{12}a^3$ B. $2a^3$ C. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $I(1; 3; 2)$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm

M và N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN .

A. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

D. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 3a, AD = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Gọi M là điểm thuộc đoạn thẳng DC sao cho $DC = 3DM$. Khoảng cách giữa hai đường BM và SD bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; 9; 0); B(0; 8; 0)$ và mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$. Với M là điểm bất kì thuộc mặt cầu (S) , giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$ bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

C. $5\sqrt{5}$.

D. 10.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình

$\log_{\sqrt{3}}(x^3 - 6x^2 + 9x + 1) + x(x-3)^2 = 3^m + 2m - 1$ có duy nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$?

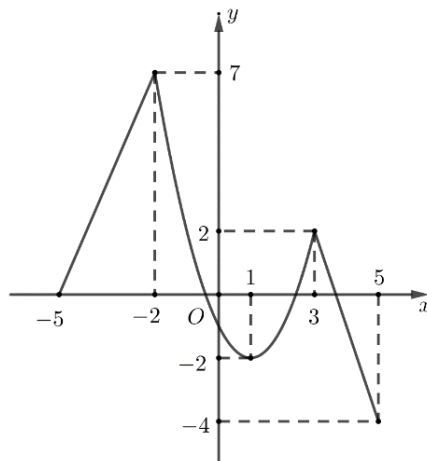
A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = f(2x-1) - 2\ln(1+x^2) - 2mx$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$?

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ thỏa mãn $f(x) + x \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 - x$. Giá trị của tích

phân $I = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x)}{x^2 + x} dx$ bằng

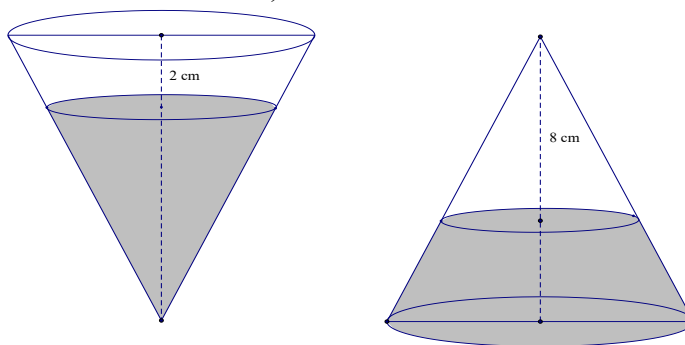
A. $\frac{8}{9}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 48: Một dụng cụ hình nón bằng thủy tinh, bên trong có chứa một lượng nước. Khi đặt dụng cụ sao cho đỉnh hình nón hướng xuống dưới theo chiều thẳng đứng thì phần không gian trống trong dụng cụ có chiều cao 2 cm. Khi lật ngược dụng cụ để đỉnh hướng lên trên theo chiều thẳng đứng thì mực nước cao cách đỉnh của nón 8 cm (hình vẽ minh họa bên dưới).



Biết chiều cao của nón là $h = a + \sqrt{b}$ cm. Tính $T = a + b$.

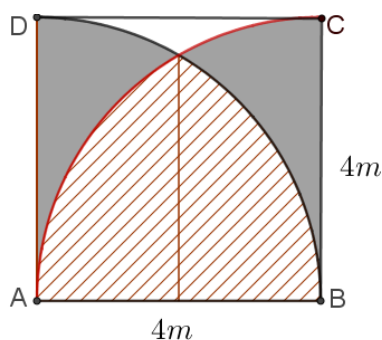
A. 22.

B. 58.

C. 86.

D. 72.

Câu 49: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB = 4m$. Trên tám biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R = 4m$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là 150 000 đồng/ m^2 , chi phí sơn phần màu đen là 100 000 đồng/ m^2 , chi phí để sơn phần còn lại là 250 000 đồng/ m^2



Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 3,017 triệu đồng.

B. 1,213 triệu đồng.

C. 2,06 triệu đồng.

D. 2,195 triệu đồng.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện $z\bar{z} = |z + \bar{z}|$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ sao cho $|z_1 - z_2| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - \sqrt{3}i| + |\bar{z}_2 + \sqrt{3}i|$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{20 - 8\sqrt{3}}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $1 + \sqrt{3}$.

----- HẾT -----

Đề\câu	101	102	103	104	105	106	107	108
1	D	C	C	D	B	C	C	C
2	B	D	C	C	D	B	A	A
3	C	B	B	D	C	B	A	B
4	B	B	C	A	B	B	D	B
5	A	C	D	C	C	D	B	C
6	B	D	B	D	C	A	D	A
7	C	B	A	D	C	C	B	C
8	A	D	C	B	A	A	C	C
9	C	A	D	D	D	D	C	C
10	A	A	A	D	B	D	A	C
11	C	C	A	B	A	D	A	B
12	C	C	A	A	A	A	B	A
13	C	D	D	B	B	C	C	D
14	B	C	C	C	C	C	C	C
15	D	A	B	A	D	A	A	B
16	A	C	D	A	A	C	C	D
17	B	C	B	C	D	D	C	A
18	A	C	C	B	C	B	B	C
19	C	B	B	A	D	C	D	D
20	D	D	A	A	A	D	D	A
21	D	C	C	A	A	C	B	D
22	D	C	A	C	B	C	C	A
23	C	A	D	D	D	D	C	C
24	A	B	D	A	D	D	A	A
25	C	B	B	C	B	B	D	D
26	A	D	C	D	C	A	C	B
27	B	A	D	C	A	B	A	B
28	C	A	A	B	C	A	B	D
29	B	A	B	B	B	C	B	A
30	B	B	B	C	D	B	B	C
31	D	A	A	B	C	A	A	D
32	D	D	D	C	A	B	D	B
33	A	D	C	C	B	C	D	D
34	D	B	C	B	C	A	D	B
35	D	C	C	A	A	A	B	B
36	C	D	B	A	C	D	C	B
37	B	C	D	B	A	A	C	A
38	C	D	D	C	C	C	D	B
39	D	C	B	B	B	C	A	A
40	D	D	A	C	C	A	C	D
41	C	C	C	A	B	C	B	C
42	A	A	B	D	B	D	A	C
43	C	D	A	A	C	A	B	D

44	C	A	B	A	B	B	A	D
45	C	A	D	C	B	B	D	C
46	B	A	D	A	C	C	B	C
47	A	D	C	D	D	C	A	B
48	C	D	C	D	D	C	A	C
49	D	B	C	A	B	B	A	A
50	A	D	A	C	B	D	A	C

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**

<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2B	3C	4B	5A	6B	7C	8A	9C	10A
11C	12C	13C	14B	15D	16A	17B	18A	19C	20D
21D	22D	23C	24A	25C	26A	27B	28C	29B	30C
31D	32D	33A	34D	35D	36C	37B	38C	39D	40D
41D	42A	43C	44C	45C	46B	47A	48C	49D	50A

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; 3; 2)$ là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; 3; 2)$ có phương trình là:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}.$$

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-3)$ là

A. $(-\infty; 3)$. **B.** $(3; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **D.** $[3; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2(x-3)$ xác định khi: $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (3; +\infty)$.

Câu 3: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1+2i|=3$ là đường tròn có tọa độ tâm là:

A. $(2; -1)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(1; -2)$. **D.** $(-1; -2)$

Lời giải

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , giả sử $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Ta có: $|z-1+2i|=3 \Leftrightarrow |x-1+(y+2)i|=3 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn có tọa độ tâm là $(1; -2)$.

Câu 4: Cho a là số thực dương khác 1 và x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. **B.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x-y)$. **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a y - \log_a x$.

Lời giải

Mệnh đề đúng là $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Câu 5: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **B.** $S = (-1; 2)$. **C.** $S = (-\infty; 2)$. **D.** $S = (2; +\infty)$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -4; 2)$, $B(2; 1; -3)$, $C(3; 0; -2)$, $D(2; -5; -1)$. Điểm G thoả mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ có toạ độ là

A. $G(2; -1; -1)$. **B.** $G(2; -2; -1)$. **C.** $G(0; -1; -1)$. **D.** $G(6; -3; -3)$.

Lời giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $BD \Rightarrow M(2; -2; 0)$, $N(2; -2; -2)$.

Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0} \Rightarrow G$ là trung điểm của MN .

Vậy $G(2; -2; -1)$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 8: Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 2 và chiều cao bằng 6 là

A. 8. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 4.

Lời giải

Ta có diện tích đáy hình vuông là $S = 2^2 = 4$.

Suy ra thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 = 8$.

Câu 9: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 5^{3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 3x^2 < 5x+2 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 2$.

Suy ra các nghiệm nguyên là $x = 0, x = 1$. Vậy bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Câu 10: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 quyển sách Văn khác nhau và 7 quyển sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài sao cho các quyển sách Văn phải xếp kề nhau?

A. $5!.8!$.

B. $5!.7!$.

C. $2.5!.7!$.

D. $12!$.

Lời giải

Ta có số cách sắp xếp 5 quyển sách Văn khác nhau là $5!$.

Ta xem 5 quyển sách văn là 1 quyển và đem sắp xếp với 7 quyển sách Toán, khi đó có $8!$ cách sắp xếp.

Áp dụng quy tắc nhân ta có $5!.8!$ cách.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = e^{2x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{2x} + C$. **B.** $\int f(x)dx = 2e^{2x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int e^{ax+b}dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C$.

Suy ra $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

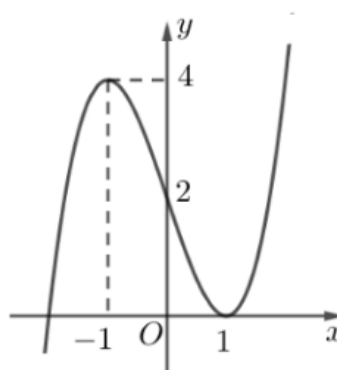
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1.

B. 0.

C. 4.

D. -1.



Lời giải

Từ đồ thị của hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $f(-1) = 4$.

Vậy giá trị cực đại của hàm số là 4.

Câu 13: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 15. Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ bằng

A. 3.

B. 10.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Gọi h là chiều cao khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và B là diện tích đa giác đáy.

Khi đó $h = d(A', (ABC))$, $B = S_{\Delta ABC}$.

Theo giả thiết: $V_{ABC.A'B'C'} = 15 \Leftrightarrow d(A', (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC} = 15$.

Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} d(A', (ABC)) \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 15 = 5$.

Câu 14: Biết $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn $(3 - 2i)z - 2i\bar{z} = 15 - 8i$. Tổng $2a + b$ là
A. $2a + b = 5$. **B.** $2a + b = 14$. **C.** $2a + b = 9$. **D.** $2a + b = 12$.

Lời giải

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Theo đề ra ta có $(3 - 2i)z - 2i\bar{z} = 15 - 8i \Leftrightarrow (3 - 2i)(a + bi) - 2i(a - bi) = 15 - 8i$

$$\Leftrightarrow 3a - (4a - 3b)i = 15 - 8i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 15 \\ 4a - 3b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}.$$

Vậy $2a + b = 2 \cdot 5 + 4 = 14$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(-1; 3; 3)$, $C(2; -4; 2)$. Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n} = (-1; 9; 4)$. **B.** $\vec{n} = (9; 4; 1)$. **C.** $\vec{n} = (4; 9; -1)$. **D.** $\vec{n} = (9; 4; -1)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; 1)$.

Khi đó $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (9; 4; -1)$.

Vậy mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (9; 4; -1)$.

Câu 16: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ bằng

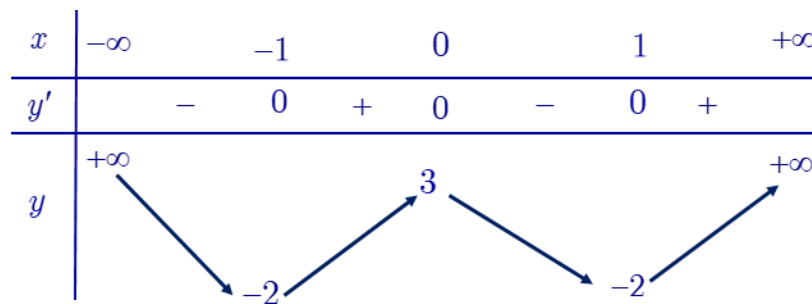
A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2^{2x^2+5x+4} = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Do đó $x_1 \cdot x_2 = 1$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(-2; 3)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 18: Một hộp chứa 16 quả cầu gồm 8 quả cầu màu xanh đánh số từ 1 đến 8 và 8 quả cầu màu đỏ đánh số từ 9 đến 16. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đã cho. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đủ hai màu đồng thời tích của các số ghi trên chúng là số chẵn bằng

- A.** $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{3}{28}$. **D.** $\frac{25}{28}$.

Lời giải

Không gian mẫu Ω của phép thử lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp gồm các tổ hợp chập 3 của 16 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Gọi A là biến cố: “Lấy được 3 quả có đủ hai màu đồng thời tích của các số ghi trên chúng là số chẵn”

Trường hợp 1: Lấy 1 quả cầu màu xanh số chẵn và 2 quả cầu màu đỏ bất kỳ

Có $C_4^1 \cdot C_8^2 = 112$ cách.

Trường hợp 2: Lấy 1 quả cầu màu xanh số lẻ và 2 quả cầu màu đỏ số chẵn

Có $C_4^1 \cdot C_4^2 = 24$ cách.

Trường hợp 3: Lấy 1 quả cầu màu xanh số lẻ, 1 quả cầu màu đỏ số chẵn, 1 quả màu đỏ lẻ

Có $C_4^1 \cdot C_4^1 C_4^1 = 64$ cách.

Trường hợp 4: Lấy 1 quả cầu màu đỏ số chẵn và 2 quả cầu màu xanh bất kỳ

Có $C_4^1 \cdot C_8^2 = 112$ cách.

Trường hợp 5: Lấy 1 quả cầu màu đỏ số lẻ và 2 quả cầu màu xanh số chẵn

Có $C_4^1 \cdot C_4^2 = 24$ cách.

Trường hợp 6: Lấy 1 quả cầu màu đỏ số lẻ, 1 quả cầu màu xanh số chẵn, 1 quả màu xanh số lẻ

Có $C_4^1 \cdot C_4^1 C_4^1 = 64$ cách.

$\Rightarrow n(A) = 112 + 24 + 64 + 112 + 24 + 64 = 400$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{400}{560} = \frac{5}{7}.$$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Toạ độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A.** $A(3; 5; 3)$. **B.** $A(1; 3; 1)$. **C.** $A(-3; 5; 3)$. **D.** $A(1; 2; -3)$

Lời giải

$$A \in d \Rightarrow A(1 + 2t; 3 - t; 1 - t).$$

$$A \in (P) \Rightarrow 1 + 2t + 2(3 - t) - 3(1 - t) + 2 = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow A(-3; 5; 3).$$

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A.** $y = 1$. **B.** $y = -2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x-1} = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{x-1} = 2.$$

Nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang có phương trình là $y = 2$.

Câu 21: Hàm số $y = 2x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

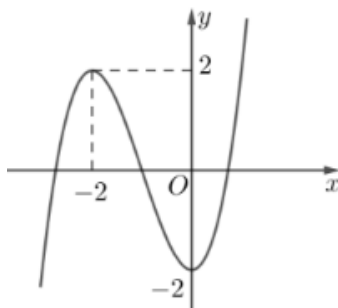
- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(1; 2)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 - 4x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq \frac{-1}{3} \end{cases}.$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 22: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = x^4 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$. **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và hệ số $a > 0$.

Nên hàm số thỏa mãn là $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 23: Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

- A.** $\bar{z} = -6 - 4i$. **B.** $\bar{z} = -6 + 4i$. **C.** $\bar{z} = 6 + 4i$. **D.** $\bar{z} = 6 - 4i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là $\bar{z} = 6 + 4i$.

Câu 24: Một hình nón có đường sinh bằng $2a$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích của khối nón được tạo nên từ hình nón đã cho bằng

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{24}\pi a^3$. **C.** πa^3 . **D.** $4\pi a^3$.

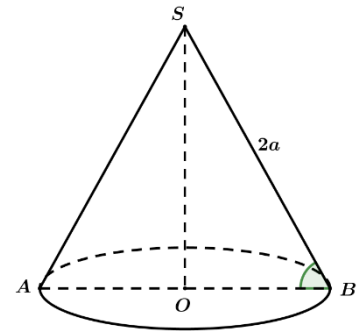
Lời giải

Ta có góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SBO}$.

Xét tam giác vuông SOB , ta có:

$$\sin \widehat{SBO} = \frac{SO}{SB} = \sin 60^\circ \Rightarrow SO = SB \cdot \sin 60^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} = h.$$

$$\cos \widehat{SBO} = \frac{OB}{SB} = \cos 60^\circ \Rightarrow OB = SB \cdot \cos 60^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a = r.$$



$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3.$$

Câu 25: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành và $x = 5$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A.** $\frac{15\pi}{2}$. **B.** $\frac{15}{2}$. **C.** 8π . **D.** 8 .

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = \sqrt{x-1}$ và trục hoành là $\sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow x = 1$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_1^5 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \int_1^5 (x-1) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^5 = 8\pi.$$

Câu 26: Nếu $\int_3^4 f(x) dx = 3$ thì $\int_3^4 [-4f(x)] dx$ bằng

- A.** -12 . **B.** 4 . **C.** 12 . **D.** 3 .

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_3^4 -4f(x) dx = (-4) \cdot \int_3^4 f(x) dx = (-4) \cdot 3 = -12.$$

Câu 27: Cho khối cầu có bán kính R . Thể tích của khối cầu đó là

- A.** $V = 4\pi R^3$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 5$ là

A. $I(2; -3; 0), R = 5$. **B.** $I(-2; 3; 0), R = 5$.

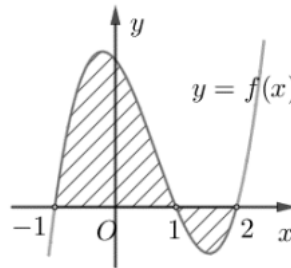
C. $I(-2; 3; 0), R = \sqrt{5}$. **D.** $I(2; -3; 0), R = \sqrt{5}$.

Lời giải

Mặt cầu có phương trình là $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 5$ nên có tâm và bán kính lần lượt là.

$$I(-2; 3; 0), R = \sqrt{5}.$$

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

Lời giải

$$\text{Ta có } S = \int_{-1}^2 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^2 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx.$$

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x(x-2)(x+3)^5, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

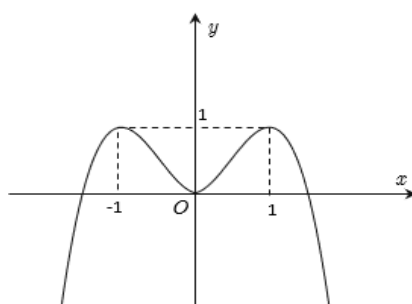
Lời giải

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x+3)^5$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu, ta được số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) = 1$ là



A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Phương trình } 2f(x) = 1 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$$

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $2f(x) = 1$ là 4.

Câu 32: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. $2\sqrt{x^2+1} + C$.

B. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + C$.

C. $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + C$.

D. $\sqrt{x^2+1} + C$.

Lời giải

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow u^2 = x^2+1 \Rightarrow 2udu = 2xdx \Leftrightarrow udu = xdx$$

$$\text{Khi đó } \int f(x) dx = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int \frac{udu}{u} = u + C$$

$$\text{Do đó } \int f(x) dx = \sqrt{x^2+1} + C.$$

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

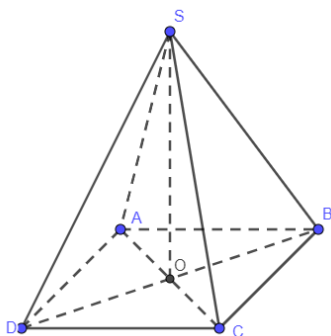
A. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại B có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD suy ra $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AC$ tại O .

Tam giác SAO vuông tại O có: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng (α) ?

- A.** $M(2;0;1)$. **B.** $Q(2;1;1)$. **C.** $P(2;-1;1)$. **D.** $N(1;0;1)$.

Lời giải

Ta thấy:

$$2 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 3 = 1 \neq 0 \Rightarrow M \notin (\alpha),$$

$$2 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 3 = -1 \neq 0 \Rightarrow Q \notin (\alpha),$$

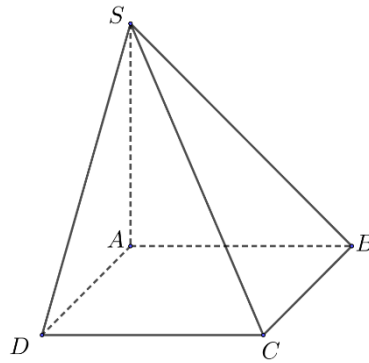
$$2 - 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 - 3 = 5 \neq 0 \Rightarrow P \notin (\alpha),$$

$$1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 3 = 0 \Rightarrow N \in (\alpha) \Rightarrow \text{Chọn đáp án } \mathbf{D}.$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa SC và (SAB) bằng

- A.** 90° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 30° .

Lời giải



+ Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{CSB}.$$

$$+ BC = AD = a, SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}.$$

$$+ \text{Trong tam giác } SBC \text{ vuông tại } B \text{ có } \tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{CSB} = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa SC và (SAB) bằng 30° .

Câu 36: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2 - 2x + 2})$ là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y = f(\sqrt{x^2 - 2x + 2}) \Rightarrow y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}} f'(\sqrt{x^2 - 2x + 2}).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ f'(\sqrt{x^2 - 2x + 2}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 2} = -1 \quad (1) \\ \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 1 \quad (2) \\ \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3 \quad (3) \end{cases}$$

Phương trình (1) vô nghiệm.

$$\text{Phương trình (2)} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Phương trình (3)} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 2\sqrt{2} \\ x = 1 + 2\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$1 - 2\sqrt{2}$	1	$1 + 2\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 37: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $|f(x)+2|=m$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương là

A. $[2;4)$.

B. $[4;6)$.

C. $(2;6)$.

D. $(4;6)$.

Lời giải

Gọi hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \\ f(-1) = 4 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -a + b - c + d = 4 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y = f(x) + 2 = x^3 - 3x + 4$$

Có bảng biến thiên của hàm số là

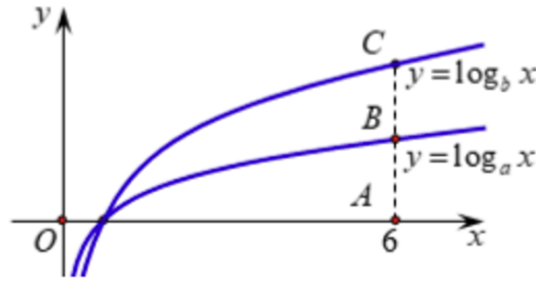
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	6	4	2	$+\infty$	

Từ đó ta có BBT

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$y = f(x) + 2 $	$+\infty$	6	4	2	$+\infty$

Từ BBT suy ra phương trình $|f(x)+2|=m$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương là $4 \leq m < 6$.

Câu 38: Cho hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Đường thẳng $x = 6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B, C .

Nếu $\frac{AC}{AB} = \log_2 3$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $b^2 = a^3$. **B.** $b^3 = a^2$. **C.** $\log_2 b = \log_3 a$. **D.** $\log_2 a = \log_3 b$.

Lời giải

Ta có

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\log_b 6}{\log_a 6} \Leftrightarrow \log_2 3 = \log_b a \Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{\log_3 a}{\log_3 b} \Leftrightarrow \log_2 3 \log_3 b = \log_3 a \Leftrightarrow \log_2 b = \log_3 a.$$

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình: $(9^x - 5 \cdot 6^x - 6 \cdot 4^x) \sqrt{128 - 2^{\sqrt{x}}} > 0$ là

- A.** 45. **B.** 48. **C.** 49. **D.** 44.

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} 128 - 2^{\sqrt{x}} \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 49.$$

Bất phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 128 - 2^{\sqrt{x}} > 0 \\ 9^x - 5 \cdot 6^x - 6 \cdot 4^x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 49 \\ \left(\frac{9}{4}\right)^x - 5 \cdot \left(\frac{6}{4}\right)^x - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 49 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 6 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 49 \\ \left[\left(\frac{3}{2}\right)^x > 6 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 49 \\ x > \log_{\frac{3}{2}} 6 \Leftrightarrow \log_{\frac{3}{2}} 6 < x < 49. \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện xác định, và x là số nguyên, nên $x \in \{5, 6, 7, \dots, 47, 48\}$.

Vậy có 44 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 40: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + 8m - 4 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn:

$$|z_1^2 - 2mz_1 + 8m| = |z_2^2 - 2mz_2 + 8m|.$$

- A.** 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình $z^2 - 2(m+1)z + 8m - 4 = 0$ có $\Delta' = (m+1)^2 - 8m + 4 = m^2 - 6m + 5$ và

$$z^2 - 2(m+1)z + 8m - 4 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2mz + 8m = 2z + 4.$$

$$\text{Khi đó } |z_1^2 - 2mz_1 + 8m| = |z_2^2 - 2mz_2 + 8m| \Leftrightarrow |2z_1 + 4| = |2z_2 + 4| \Leftrightarrow |z_1 + 2| = |z_2 + 2|.$$

$$\text{TH1: } \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases} \quad (1).$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt $z_1 \neq z_2$ và $z_1 + z_2 = 2(m+1)$.

$$\text{Nên } |z_1 + 2| = |z_2 + 2| \Leftrightarrow z_1 + z_2 = -4 \Leftrightarrow 2(m+1) = -4 \Leftrightarrow m+1 = -2 \Leftrightarrow m = -3.$$

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5$ (2). Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức phân

biệt $z_1 \neq z_2$ và $z_1 = m+1 - \sqrt{-m^2 + 6m - 5}i$; $z_2 = m+1 + \sqrt{-m^2 + 6m - 5}i$ nên

$$|z_1 + 2| = |z_2 + 2| \Leftrightarrow |z_1 + 2|^2 = |z_2 + 2|^2$$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 + \left(\sqrt{-m^2 + 6m - 5}\right)^2 = (m+3)^2 + \left(\sqrt{-m^2 + 6m - 5}\right)^2.$$

Ta có

$$BC \perp AB$$

$$BC \perp SA$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AK \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp SC \Rightarrow SC \perp (AKI) \Rightarrow SC \perp KI.$$

Giả sử góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là α , suy ra α là góc tạo bởi hai đường thẳng AI và IK .

$$\text{Mặt khác } AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp KI \Rightarrow \alpha = \widehat{AIK} = 60^\circ.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAB, \text{ có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AK = \sqrt{\frac{2a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } AKI, \text{ có } \sin \widehat{AIK} = \sin 60^\circ = \frac{AK}{AI} \Rightarrow AI = \frac{AK}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{2}a}{3}.$$

Trong tam giác vuông SAC , có

$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AI^2} - \frac{1}{SA^2} = \frac{9}{8a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{8a^2} \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}a.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } ABC, \text{ có } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{8a^2 - 2a^2} = a\sqrt{6}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} . SA = \frac{1}{6} AB . BC . SA = \frac{1}{6} a\sqrt{2} . a\sqrt{6} . a = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3.$$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $I(1; 3; 2)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai

điểm M và N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN .

A. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$. **D.** $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

Lời giải

Ta có $N \in d \Rightarrow N(-2+2t; 1+t; 1-t)$.

$$I \text{ là trung điểm của } MN \Rightarrow \begin{cases} x_M = 2x_I - x_N = 4 - 2t \\ y_M = 2y_I - y_N = 5 - t \\ z_M = 2z_I - z_N = 3 + t \end{cases} \Rightarrow M(4-2t; 5-t; 3+t).$$

$$M \in (P) \Leftrightarrow 2(4-2t) - (5-t) + (3+t) - 10 = 0 \Leftrightarrow -2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -2.$$

Với $t = -2$ ta có $N(-6; -1; 3)$, $\overrightarrow{NI} = (7; 4; -1)$. Đường thẳng Δ qua $N(-6; -1; 3)$ và nhận vector

$$\overrightarrow{NI} = (7; 4; -1) \text{ làm vec tơ chỉ phương nên } \Delta \text{ có phương trình là } \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}.$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3a$, $AD = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Gọi M là điểm thuộc đoạn thẳng DC sao cho $DC = 3DM$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD bằng

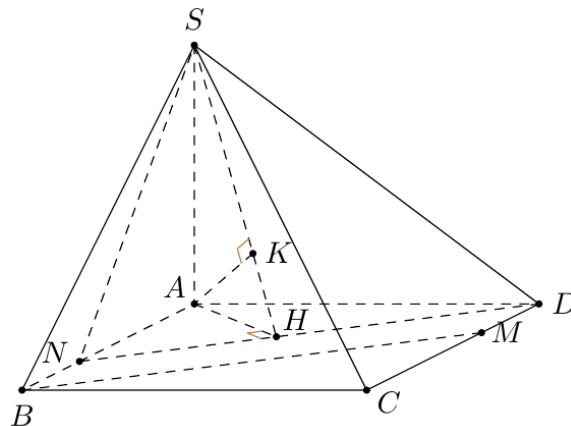
A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải



Gọi N là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $BA = 3BN$ khi đó $BN = DM$ và $BN \parallel DM$ nên tứ giác $BNDM$ là hình bình hành, từ đó suy ra $BM \parallel DN \Rightarrow BM \parallel (SDN)$.

$$\text{Vậy } d(BM, SD) = d(BM, (SDN)) = d(B, (SDN)).$$

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên DN và SH .

Ta có $DN \perp AH$ và $DN \perp SA$ nên $DN \perp (SAH)$ từ đó suy ra $DN \perp AK$.

Lại có $AK \perp SH$ và $AK \perp DN$ nên $AK \perp (SDN)$.

Vậy $d(A, (SDN)) = AK$.

Do $AN = \frac{2}{3}AB = 2a$ và tam giác ADN vuông tại A nên

$$AH = \frac{AN \cdot AD}{\sqrt{AN^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}.$$

$$\text{Tam giác } SAH \text{ vuông tại } A \text{ nên } AK = \frac{AH \cdot AS}{\sqrt{AH^2 + AS^2}} = \frac{\frac{2\sqrt{5}a}{5} \cdot 2a}{\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{5}a}{5}\right)^2 + (2a)^2}} = \frac{2\sqrt{6}a}{6}.$$

Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (SDN) tại N và $\frac{BN}{AN} = \frac{1}{2}$ nên

$$d(BM, SD) = d(B, (SDN)) = \frac{1}{2}d(A, (SDN)) = \frac{1}{2}AK = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;9;0)$, $B(0;8;0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$. Với M là một điểm bất kì thuộc mặt cầu (S) , giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$ bằng

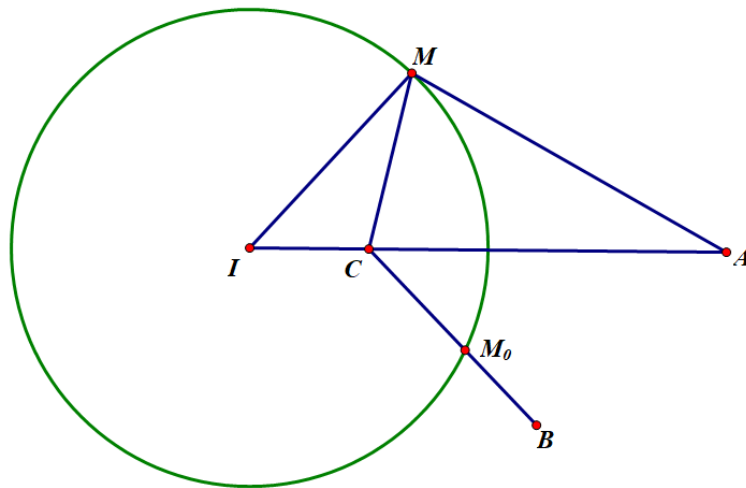
A. $5\sqrt{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

C. $5\sqrt{5}$.

D. 10.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính $R = 5$. Dễ thấy I, A, B đều nằm trên mặt phẳng

$z = 0$, tức mặt phẳng (Oxy) . Ta có $\overrightarrow{IC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IA} = \left(\frac{3}{2}; 2; 0\right)$ hay $C\left(\frac{5}{2}; 3; 0\right)$.

Mặt khác, do $IA = 10 = 2R$ nên $\frac{IM}{IC} = \frac{IA}{IM} = 2$ nên hai tam giác IMC và IAM đồng dạng, kéo theo $\frac{MA}{MC} = \frac{IA}{IM} = 2$. Lại có $IB = 5\sqrt{2} > R$ nên điểm B nằm ngoài mặt cầu (S) , do đó

$$P = MA + 2MB = 2(MC + MB) \geq 2BC = 5\sqrt{5}.$$

Đẳng thức xảy ra khi M trùng M_0 là giao điểm của đoạn BC với mặt cầu (S) . Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $5\sqrt{5}$.

Câu 44: Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x^3 - 6x^2 + 9x + 1) + x(x-3)^2 = 3^m + 2m - 1$ có duy nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{3}}(x^3 - 6x^2 + 9x + 1) + x(x-3)^2 = 3^m + 2m - 1$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3(x^3 - 6x^2 + 9x + 1) + (x^3 - 6x^2 + 9x + 1) = 3^m + 2m$$

$$\text{Đặt } t = \log_3(x^3 - 6x^2 + 9x + 1) \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x + 1 = 3^t.$$

Khi đó phương trình trở thành $2t + 3^t = 2m + 3^m$.

Xét hàm số $f(u) = 2u + 3^u$ có $f'(u) = 2 + 3^u \cdot \ln 3 > 0, \forall u$.

Suy ra hàm số $f(u)$ luôn đồng biến.

$$\text{Nên } f(t) = f(m) \Leftrightarrow t = m \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 9x + 1 = 3^m$$

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ trên khoảng $(-2; 2)$.

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (-2; 2) \\ x = 3 \notin (-2; 2) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

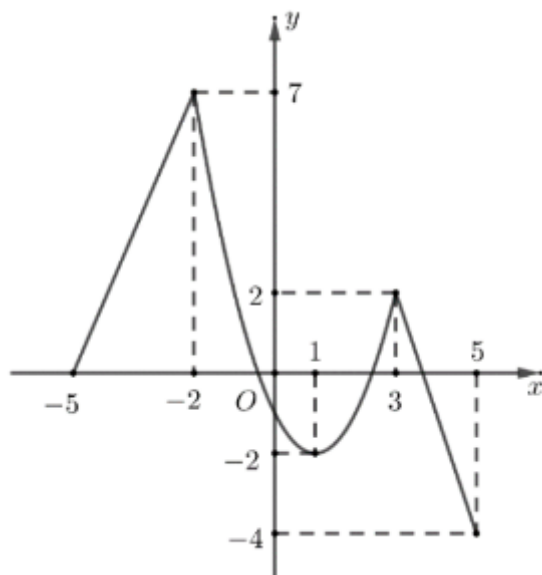
x	-2	1	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	-49	5	3

$$\text{Phương trình có duy nhất một nghiệm thuộc } (-2; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 3^m \leq 3 \\ 3^m = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m = \log_3 5 \end{cases}.$$

Do m nguyên dương nên chọn $m = 1$.

Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = f(2x-1) - 2\ln(1+x^2) - 2mx$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$?

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Ta có $y' = 2f'(2x-1) - \frac{4x}{1+x^2} - 2m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (-1; 2)$

$$\Rightarrow m \leq f'(2x-1) - \frac{2x}{1+x^2}, \forall x \in (-1; 2).$$

Đặt $g(x) = -\frac{2x}{1+x^2}$ có $g'(x) = \frac{2(x^2-1)}{(1+x^2)^2}$

và $h(x) = f'(2x-1) - \frac{2x}{1+x^2}$.

Với $a > 0$ ta có bảng biến thiên sau

x	-1	-0,5	1	2
$2x-1$	-3	-2	1	3
$f'(2x-1)$		7	-2	2
x	-1		1	2
$g'(x)$	0	-	0	+
$g(x)$	1		-1	$-\frac{4}{5}$

Dễ thấy $\min_{(-1;2)} h(x) = h(1) = -3$.

$$\Rightarrow m \leq h(x), \forall x \in (-1; 2) \Leftrightarrow m \leq -3.$$

Vì $m \in (-10; 10)$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3\}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ thỏa mãn $f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 - x$. Giá trị của tích phân

$$I = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x)}{x^2 + x} dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{8}{9}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Đặt } x = \frac{1}{t} \Rightarrow dx = -\frac{1}{t^2} dt.$$

Đổi biến

$$x = \frac{1}{3} \Rightarrow t = 3.$$

$$x = 3 \Rightarrow t = \frac{1}{3}.$$

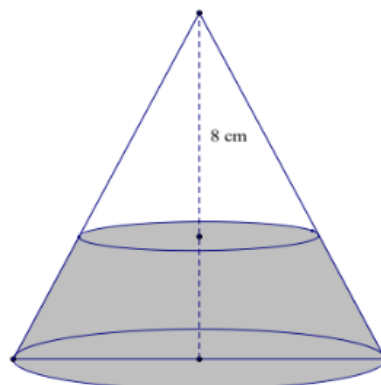
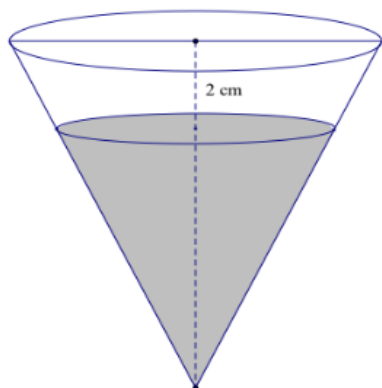
$$\text{Khi đó } I = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x)}{x^2 + x} dx = -\int_3^{\frac{1}{3}} \frac{f\left(\frac{1}{t}\right)}{\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t}} \cdot \frac{1}{t^2} dt = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f\left(\frac{1}{t}\right)}{t+1} dt = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x+1} dx.$$

Suy ra

$$2I = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x)}{x^2 + x} dx + \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x+1} dx = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right)}{x(x+1)} dx = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{x(x-1)(x+1)}{x(x+1)} dx = \int_{\frac{1}{3}}^3 (x-1) dx = \frac{16}{9}.$$

$$\Rightarrow I = \frac{8}{9}.$$

Câu 47: Một dụng cụ hình nón bằng thủy tinh, bên trong có chứa một lượng nước. Khi đặt dụng cụ sao cho đỉnh hình nón hướng xuống dưới theo chiều thẳng đứng thì phần không gian trống trong dụng cụ có chiều cao 2 cm . Khi lật ngược dụng cụ để đỉnh hướng lên trên theo chiều thẳng đứng thì mực nước cao cách đỉnh của nón 8 cm



Biết chiều cao của hình nón là $h = a + \sqrt{b} \text{ cm}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $T = a + b$.

A. 22.

B. 58.

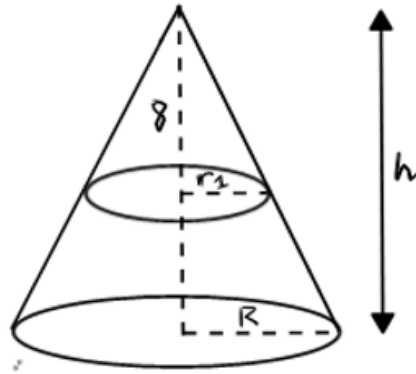
C. 86.

D. 72.

Lời giải

Gọi h là chiều cao dụng cụ hình nón bằng thủy tinh

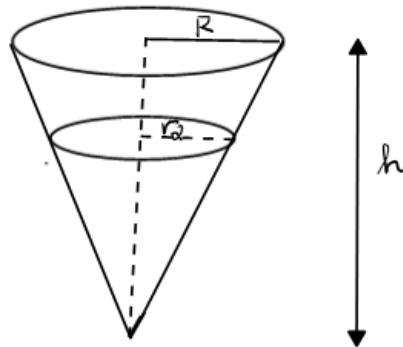
Khi lật ngược dụng cụ để đỉnh hướng lên trên theo chiều thẳng đứng



$$\text{Ta có: } \frac{r_1}{R} = \frac{8}{h} \Leftrightarrow r_1 = \frac{8R}{h}$$

$$\text{Thể tích nước là: } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h - \frac{1}{3}\pi r_1^2 8 = \frac{1}{3}\pi R^2 h - \frac{8}{3}\pi \left(\frac{8R}{h}\right)^2 = \frac{1}{3}\pi R^2 \left(h - \frac{64}{h}\right)$$

Khi đặt dụng cụ sao cho đỉnh hình nón hướng xuống dưới theo chiều thẳng đứng



$$\text{Ta có: } \frac{r_2}{R} = \frac{h-2}{h} \Leftrightarrow r_2 = \frac{R(h-2)}{h}$$

$$\text{Thể tích nước là: } V = \frac{1}{3}\pi r_2^2 (h-2) = \frac{1}{3}\pi (h-2) \left[\frac{R(h-2)}{h}\right]^2 = \frac{1}{3}\pi R^2 \frac{(h-2)^3}{h^2}$$

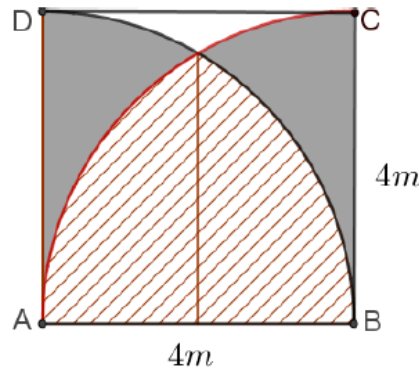
Vì thể tích nước không đổi nên ta có:

$$\frac{1}{3}\pi R^2 \left(h - \frac{64}{h}\right) = \frac{1}{3}\pi R^2 \frac{(h-2)^3}{h^2} \Leftrightarrow (h-2)^3 + 64 = h^3$$

$$\Leftrightarrow -6h^2 + 12h + 504 = 0$$

$$\Leftrightarrow h = 1 + \sqrt{85} \Rightarrow a = 1; b = 85 \Rightarrow a + b = 86.$$

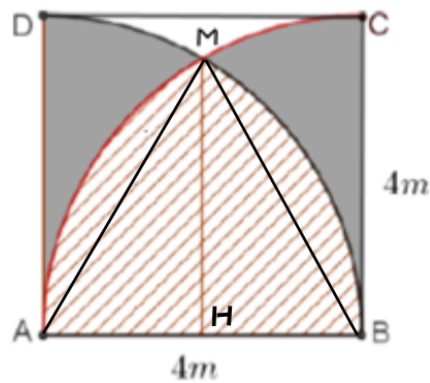
Câu 48: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB = 4m$. Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R = 4m$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là 150000 đồng / m^2 , chi phí sơn phần màu đen là 100000 đồng / m^2 , chi phí để sơn phần còn lại là 250000 đồng / m^2 .



Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A.** 3,017 triệu đồng. **B.** 1,213 triệu đồng.
C. 2,06 triệu đồng. **D.** 2,195 triệu đồng.

Lời giải



Ta có tam giác AHM là tam giác vuông tại H , do tính đối xứng nên H là trung điểm đoạn AB

và $\cos \widehat{MAH} = \frac{AH}{AM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MAH} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABM$ đều có cạnh $AB = 4(m)$ nên tam giác ABM có diện tích là $4\sqrt{3}(m^2)$;

Diện tích hình quạt tròn ABM là $\frac{60}{360} \cdot \pi 4^2 = \frac{8\pi}{3}(m^2)$.

Diện tích hình viên phân của đường tròn tâm A , bị chắn bởi cung $\widehat{BM}$ là $\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$.

Diện tích phần gạch chéo bằng tổng diện tích tam giác đều ABM và hai lần diện tích hình viên phân bị chắn bởi cung $\widehat{BM}$ là: $S_1 = 4\sqrt{3} + 2\left(\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right) = \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}(m^2)$.

+Diện tích phần tô đen là: $S_2 = 2\left(\frac{1}{4} \pi \cdot 4^2 - S_1\right) = 2\left[4\pi - \left(\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right)\right] = 8\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}(m^2)$.

+ Diện tích phần còn lại là:

$$S_3 = S_{ABCD} - S_1 - S_2 = 16 - \left(\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3} \right) - \left(8\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3} \right) = 16 - 4\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3} (m^2).$$

+Số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên là $S_1.15000 + S_2.100000 + S_3.250000 \approx 2195480$ đồng.

Câu 49: Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = |z + \bar{z}|$. Xét các số phức $z_1; z_2 \in S$ sao cho $|z_1 - z_2| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - \sqrt{3}i| + |\bar{z}_2 + \sqrt{3}i|$ bằng

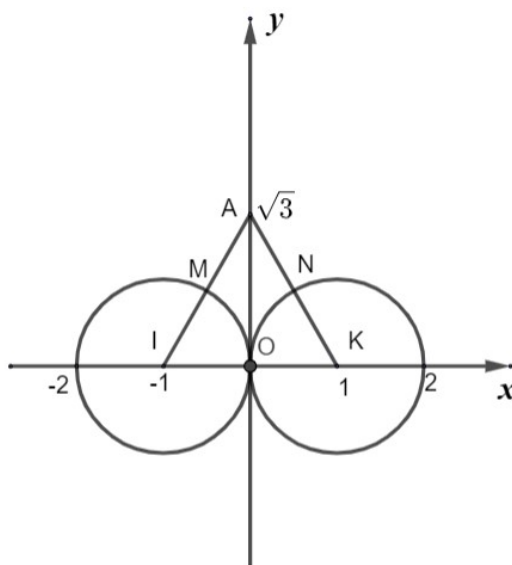
A. 2.

B. $\sqrt{20 - 8\sqrt{3}}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $1 + \sqrt{3}$.

Lời giải



Đặt $z = x + iy (x, y \in \mathbb{R})$. Phương trình $z\bar{z} = |z + \bar{z}|$ trở thành

$$x^2 + y^2 = 2|x| \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 1 \\ (x+1)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Suy ra điểm biểu diễn của $z_1; z_2$ nằm trên đường tròn tâm I , tâm K bán kính 1.

$P = |z_1 - \sqrt{3}i| + |\bar{z}_2 + \sqrt{3}i| = |z_1 - \sqrt{3}i| + |z_2 - \sqrt{3}i| = AD + AE$ với $A(0; \sqrt{3})$ và D, E là điểm biểu diễn của $z_1; z_2$. Vì D, E nằm trên các đường tròn tâm I , tâm K nên $AD + AE \geq AM + AN \geq 2$, dấu “=” xảy ra khi D và E ở các vị trí M và N . Khi đó M, N là trung điểm của AI, AK nên

$$|z_1 - z_2| = MN = \frac{1}{2}IK = 1$$

----- HẾT -----