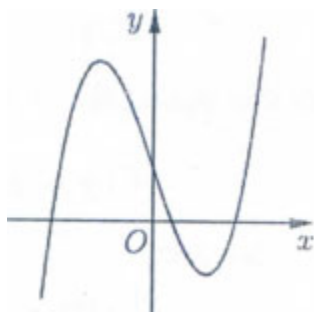


Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ?

- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$; $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{a^3}{3}$. **B.** a^3 . **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $4a^3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}?$$

- A.** $\vec{n}_1 = (2; 1; 1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (1; 1; 2)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; -1; 2)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2; 1; -1)$.

Câu 4. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_{ab}(a^2)$ bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** 1.

Câu 5. Liên hợp của số phức $3 + 2i$ là

- A.** $-3 + 2i$. **B.** $-3 - 2i$. **C.** $3 - 2i$. **D.** $2 + 3i$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(-1; 0; 1)$. Trung điểm AB có tọa độ là

- A.** $(-1; -1; 0)$. **B.** $(0; 1; 1)$. **C.** $(-2; -2; 0)$. **D.** $(0; 2; 2)$.

Câu 7. Hàm số $y = |x^4 - 4x^2 - 1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 9. Gọi $m; M$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ trên $[1; 4]$. Tổng $M + m$ bằng

- A. 6. B. 18. C. 20. D. 22.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3; u_{n+1} = u_n + n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị $u_1 + u_2 + u_3$ bằng

- A. 18. B. 13. C. 15. D. 16.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 13. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có tiệm cận ngang là

- A. $y = -\frac{1}{3}$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = 2$. D. $y = -3$.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\tan x + C$. D. $-\cot x + C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	-
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I , bán kính R lần lượt là

- A.** $I(-1;1;0), R=2$. **B.** $I(-1;1;0), R=4$. **C.** $I(1;-1;0), R=4$. **D.** $I(1;-1;0), R=2$.

Câu 17. Với $a > 0$, biểu thức $\log_2(8a)$ bằng

- A.** $3 + 2\log_2 a$. **B.** $4 + \log_2 a$. **C.** $4\log_2 a$. **D.** $3\log_2 a$.

Câu 18. Thể tích của khối cầu có bán kính $R=2$ bằng

- A.** 8π . **B.** 16π . **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

Câu 19. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 ?

- A.** 20 số. **B.** 216 số. **C.** 729 số. **D.** 120 số.

Câu 20. Cho $\int_1^3 f(x)dx = 2$. Tích phân $\int_1^3 [2 + f(x)]dx$ bằng

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Côsin của góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 22. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị là

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 23. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $V(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Biết rằng $V'(t) = at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước, sau 5 giây thể tích nước trong bể là $15m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $110m^3$. Thể tích nước bơm được sau 20 giây bằng

- A.** $60m^3$. **B.** $220m^3$. **C.** $840m^3$. **D.** $420m^3$.

Câu 24. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 8.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và

$(P): 2x - y - z - 7 = 0$ có toạ độ là

- A.** $(3; -1; 0)$. **B.** $(0; 2; -4)$. **C.** $(6; -4; 3)$. **D.** $(1; 4; -2)$.

Câu 26. Cho $\int_1^3 \frac{2x+1}{x^2+3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5, (a, b, c \in \mathbb{Z})$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. -1 . B. 4 . C. 1 . D. 7 .

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + 5 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 1 . B. 4 . C. 3 . D. 6 .

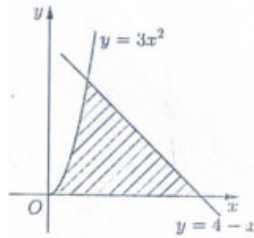
Câu 28. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng $2a, \widehat{SAO} = 30^\circ$ và $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi a^2 \sqrt{3}$. B. $\frac{3\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. C. $4\pi a^2 \sqrt{3}$. D. $3\pi a^2 \sqrt{2}$.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x + m\sqrt{x^2 + 2}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 1 . B. 2 . C. 4 . D. 3 .

Câu 30. Gọi (H) là phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = 3x^2, y = 4 - x$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng bao nhiêu?



- A. $\frac{11}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{13}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m > 9$. B. $m \leq 9$. C. $m < 9$. D. $m \geq 9$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm $CD, A'B', A'D'$. Thể tích khối tứ diện $A'MNP$ bằng

- A. $\frac{a^3}{16}$. B. $\frac{a^3}{32}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{24}$.

Câu 33. Một người gửi ngân hàng 50 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất $7\% / \text{năm}$. Hỏi sau 4 năm người đó có bao nhiêu tiền cả gốc và lãi? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 70,13.

B. 65,54.

C. 61,25.

D. 65,53.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' bằng

A. a .

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho khối nón (N) có góc ở đỉnh bằng 90° và diện tích xung quanh bằng $4\pi\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{8\pi}{3}$.

B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. 8π .

D. 4π .

Câu 36. Trong một lớp học có hai tổ. Tổ 1 gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Tổ 2 gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ hai em học sinh. Xác suất để trong bốn em được chọn có 2 nam và 2 nữ bằng

A. $\frac{40}{99}$.

B. $\frac{19}{165}$.

C. $\frac{197}{495}$.

D. $\frac{28}{99}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$; $(Q): x + y + z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$.

B. $4x - y - 3z - 5 = 0$.

C. $4x - y + z - 1 = 0$.

D. $x - y + z + 2 = 0$.

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 3 - i$. Số phức $2z_1 - \bar{z}_2$ có phần ảo bằng

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Câu 39. Cho số phức $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$ và $|z - 3i| = |z + i|$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 7.

D. 1.

Câu 40. Biết rằng $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

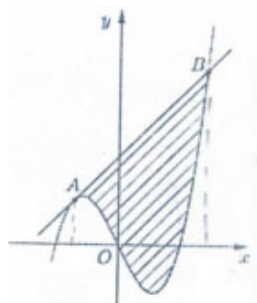
A. 8.

B. 6.

C. 2.

D. 0.

Câu 41. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) . Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo trong hình vẽ) bằng



A. $\frac{27}{4}$.

B. $\frac{11}{2}$.

C. $\frac{25}{4}$.

D. $\frac{13}{2}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 10$) để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$ có nghiệm?

A. 9.

B. 10.

C. 5.

D. 4.

Câu 43. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Biết rằng BM vuông góc với AN . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{14}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{14}}{24}$.

Câu 44. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m-3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là

A. 2.

B. Vô số.

C. 0.

D. 4.

Câu 45. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=1$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|z^4 + z + \frac{1}{2}\right|^2$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{8}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 0), B(5; -1; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (P) , giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-3; -2)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-2; 0)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; 2), B(2; 4; -6), C(0; 2; -8)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét các điểm M thuộc (P) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$, đoạn thẳng CM có độ dài lớn nhất bằng

A. $2\sqrt{15}$.

B. $2\sqrt{17}$.

C. 8.

D. 9.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 5$) để đường thẳng $y = mx - m - 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại ba điểm phân biệt?

A. 6.

B. 7.

C. 9.

D. 2.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$ thỏa mãn $f''(x)f(x) + \frac{[f(x)]^2}{\sqrt{(2x+1)^3}} = [f'(x)]^2$ và

$f(x) > 0$ với mọi $x \in [0; 4]$. Biết rằng $f'(0) = f(0) = 1$, giá trị của $f(4)$ bằng

A. e^2 .

B. $2e$.

C. e^3 .

D. $e^2 + 1$.

----- HẾT -----

Câu số	Mã đề thi			
	839	884	535	675
1	B	A	A	C
2	B	C	C	B
3	A	D	D	D
4	D	D	B	A
5	C	B	C	A
6	A	C	B	D
7	B	A	D	D
8	B	C	B	B
9	B	C	C	A
10	B	D	B	C
11	D	C	B	D
12	A	D	A	D
13	A	B	C	D
14	A	C	A	C
15	C	D	D	A
16	C	A	D	B
17	B	B	A	B
18	B	C	C	A
19	C	C	D	D
20	D	D	A	A
21	C	B	D	C
22	B	B	A	D
23	C	D	C	C
24	D	D	C	C
25	D	B	A	A
26	D	D	A	A
27	A	B	C	A
28	A	C	C	B
29	C	C	D	D

Câu số	Mã đề thi			
	839	884	535	675
30	A	B	A	D
31	A	C	C	A
32	D	D	D	C
33	B	D	B	C
34	A	C	C	D
35	D	A	A	B
36	D	B	C	D
37	B	D	B	D
38	D	D	C	C
39	C	D	A	D
40	D	A	A	C
41	C	B	A	C
42	A	B	A	D
43	B	A	D	A
44	C	C	D	C
45	D	A	B	B
46	C	A	C	C
47	B	A	C	D
48	D	B	B	A
49	C	D	A	D
50	D	B	A	C



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA – KHTN LẦN 3
NĂM HỌC 2018 - 2019

Môn: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ

Họ và tên thí sinh: **SBD:**

Câu 1: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

- A.** $x = 4$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$ và $B(-1; 0; 1)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

- A.** $(-1; -1; 0)$. **B.** $(0; 1; 1)$. **C.** $(0; 2; 2)$. **D.** $(-2; -2; 0)$.

Câu 3: Hàm số $y = |x^4 - 4x^2 - 1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 3$, $u_{n+1} = u_n + n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $u_1 + u_2 + u_3$.

- A.** 13. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 15.

Câu 5: Thể tích của khối cầu có bán kính $R = 2$ bằng

- A.** $\frac{32\pi}{3}$ **B.** 16π . **C.** 8π . **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

Câu 6: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{a^3}{3}$. **B.** $4a^3$. **C.** a^3 . **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 7: Liên hợp của số phức $3 + 2i$ là

- A.** $-3 - 2i$. **B.** $-3 + 2i$. **C.** $2 + 3i$. **D.** $3 - 2i$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A.** $I(1; -1; 0); R = 4$. **B.** $I(1; -1; 0); R = 2$. **C.** $I(-1; 1; 0); R = 4$. **D.** $I(-1; 1; 0); R = 2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(-1; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}?$$

- A. $\vec{u}_d = (1; -1; 2)$. B. $\vec{u}_d = (2; 1; 1)$. C. $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$. D. $\vec{u}_d = (1; 1; 2)$.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có tiệm cận ngang là

- A. $y = \frac{-1}{3}$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = -3$. D. $y = 2$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 5. C. 1. D. 3.

Câu 13: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. 20 số. B. 720 số. C. 210 số. D. 120 số.

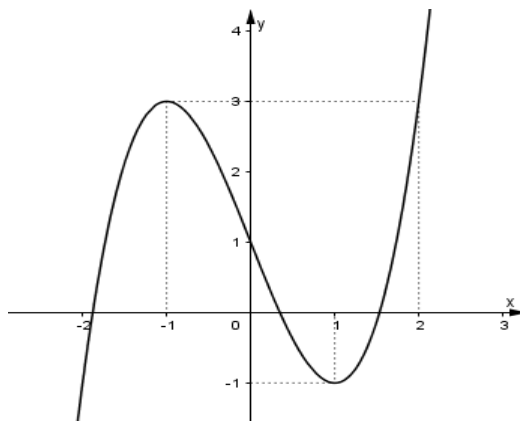
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 16: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $-\cot x + C$. B. $-\cos x + C$. C. $\cos x + C$. D. $\tan x + C$.

Câu 17: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_{ab}(a^2)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 18: Với $a > 0$, biểu thức $\log_2(8a)$ bằng

- A. $3 + \log_2 a$. B. $4 + \log_2 a$. C. $4 \log_2 a$. D. $3 \log_2 a$.

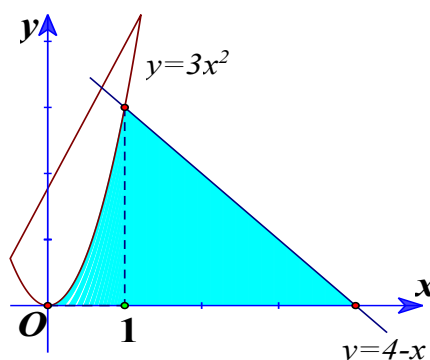
Câu 19: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$. Tích phân $\int_1^3 [2 + f(x)] dx$ bằng:

- A. 4. B. 8. C. 10. D. 6.

Câu 20: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ trên đoạn $[1; 4]$. Giá trị của $M + m$ bằng :

- A. 20. B. 22. C. 18. D. 6.

Câu 21: Gọi (H) là phần hình phẳng tô đậm trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = 3x^2$, $y = 4 - x$ và trục hoành.



Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{13}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{11}{2}$. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - i$. Số phức $2z_1 - z_2$ có phần ảo bằng

- A. 1. B. 3. C. 7. D. 5.

Câu 23: Trong một lớp học có hai tổ. Tổ 1 gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ, tổ 2 gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ hai em học sinh. Xác suất để trong 4 em được chọn có hai nam và hai nữ bằng

- A. $\frac{19}{165}$. B. $\frac{40}{99}$. C. $\frac{197}{495}$. D. $\frac{28}{99}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với các mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$; $(Q): x + y + z - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $x - y + z + 2 = 0$. B. $4x - y + z - 1 = 0$.
C. $4x - y - 3z - 5 = 0$. D. $x + y + 2z - 1 = 0$.

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 5 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 1. C. 6. D. 4

Câu 26: Một người gửi ngân hàng 50 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 7% / năm. Hỏi sau 4 năm người đó có bao nhiêu tiền kể cả tiền gốc và tiền lãi? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 65,54. B. 70,13. C. 65,53. D. 61,25

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m < 9$. B. $m \leq 9$. C. $m > 9$. D. $m \geq 9$.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' bằng

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\sqrt{2}a$.

Câu 29: Cho khối nón (N) có góc ở đỉnh bằng 90° và diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{2}\pi$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{4\pi}{3}$. C. 4π . D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 30: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị là

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 31: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

- A. 0. B. 4.
C. 2. D. 8.

Câu 32: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $V(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Biết rằng $V'(t) = at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. sau 5 giây, thể tích nước trong bể là

$15m^3$, sau 10 giây, thì thể tích trong bể là $110m^3$. Thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây bằng

- A. $420m^3$. B. $60m^3$. C. $840m^3$. D. $220m^3$.

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $2a$. Cosin của góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x + m\sqrt{x^2 + 2}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 35: Cho $\int_1^3 \frac{2x+1}{x^2+3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ và $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng?

- A. 1. B. -1. C. 4. D. 7.

Câu 36: Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $|z-1| = |z-i|$ và $|z-3i| = |z+i|$ giá trị của $a+b$ bằng?

- A. 1. B. -1. C. 7. D. 2.

Câu 37: Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Gọi hai nghiệm đó là x_1, x_2 . Giá trị của tích $x_1.x_2$ bằng

- A. 2. B. 9. C. 0. D. 8.

Câu 38: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A, H là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AH bằng $2a$, $\widehat{SAO} = 30^\circ$ và $\widehat{SAH} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

- A. $3\sqrt{2}\pi a^2$. B. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{4}$. C. $4\sqrt{3}\pi a^2$. D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 7 = 0$ là

- A. $(1; 4; -2)$. B. $(6; -4; 3)$. C. $(0; 2; -4)$. D. $(3; -1; 0)$.

Câu 40: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $CD, A'B'$ và $A'D'$. Thể tích khối tứ diện $A'MNP$ bằng

- A. $\frac{a^3}{32}$. B. $\frac{a^3}{32}$. C. $\frac{a^3}{24}$. D. $\frac{a^3}{16}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 10$) để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$ có nghiệm

- A. 4. B. 5. C. 9. D. 10.

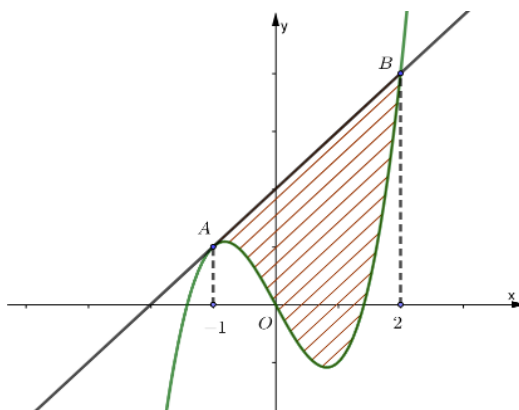
Câu 42: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m-3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là

- A. Vô số. B. 0. C. 2. D. 4

Câu 43: Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=1$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|z^4 + z + \frac{1}{2}\right|^2$ bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{16}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) . Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo trong hình vẽ) bằng



- A. $\frac{13}{2}$. B. $\frac{25}{4}$. C. $\frac{27}{4}$. D. $\frac{11}{2}$.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 5$) để đường thẳng $y = mx - m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại 3 điểm phân biệt?

- A. 9. B. 6. C. 7. D. 2.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 0), B(5; -1; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (P) , giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ bằng

- A. $2\sqrt{6}$. B. 3. C. $2\sqrt{5}$. D. 2.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$ thỏa mãn $f''(x) \cdot f(x) + \frac{[f(x)]^2}{\sqrt{(2x+1)^3}} = [f'(x)]^2$ và

$f(x) > 0$ với mọi $x \in [0; 4]$. Biết rằng $f'(0) = f(0) = 1$, giá trị của $f(4)$ bằng

- A. $2e$. B. e^3 . C. $e^2 + 1$. D. e^2 .

Câu 48: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Biết rằng BM vuông góc với AN . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{14}a^3}{24}$. B. $\frac{\sqrt{14}a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

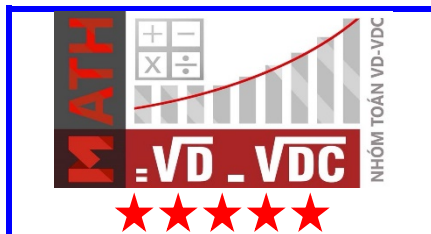
Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; -2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 50: Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(2; 2; 2)$, $B(2; 4; -6)$, $C(0; 2; -8)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét các điểm M thuộc (P) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$, đoạn thẳng CM có độ dài lớn nhất bằng

- A. $2\sqrt{15}$. B. 8. C. $2\sqrt{17}$. D. 9.

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI THPT QUỐC GIA – KHTN-LẦN 3
NĂM HỌC 2018 - 2019

Câu 1: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

$$3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^2 \Leftrightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(-1;0;1)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

A. $(-1; -1; 0)$.

B. $(0; 1; 1)$.

C. $(0; 2; 2)$.

D. $(-2; -2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Tọa độ trung điểm } AB \text{ là } \left(\frac{1+(-1)}{2}; \frac{2+0}{2}; \frac{1+1}{2} \right) = (0; 1; 1).$$

Câu 3: Hàm số $y = |x^4 - 4x^2 - 1|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = x^4 - 4x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 8x.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$y = f(x) $	$+\infty$ ↘ 0	↗ 5	↘ 2	↗ 5	↘ 0 ↗ $+\infty$

$\Rightarrow$ Hàm số có 5 điểm cực trị.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 3, u_{n+1} = u_n + n, n \in \mathbb{N}^*$. Tính $u_1 + u_2 + u_3$.

A. 13.

B. 16.

C. 18.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 4$, $u_3 = u_2 + 2 = 6 \Rightarrow u_1 + u_2 + u_3 = 13$.

Câu 5: Thể tích của khối cầu có bán kính $R = 2$ bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$ B. 16π C. 8π D. $\frac{16\pi}{3}$

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 6: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $4a^3$ C. a^3 D. $\frac{4a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 4a^2 = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 7: Liên hợp của số phức $3 + 2i$ là

- A. $-3 - 2i$ B. $-3 + 2i$ C. $2 + 3i$ D. $3 - 2i$

Lời giải

Chọn D

Liên hợp của số phức $z = a + bi$ là số phức $\bar{z} = a - bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Do đó liên hợp của số phức $3 + 2i$ là $3 - 2i$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(1; -1; 0); R = 4$ B. $I(1; -1; 0); R = 2$ C. $I(-1; 1; 0); R = 4$ D. $I(-1; 1; 0); R = 2$

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R .

Do đó mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ có tâm $I(1; -1; 0)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-1; 3)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $x \in (-1; 3)$ thì $f'(x) > 0$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}?$$

A. $\vec{u}_d = (1; -1; 2)$.

B. $\vec{u}_d = (2; 1; 1)$.

C. $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

D. $\vec{u}_d = (1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có tiệm cận ngang là

A. $y = \frac{-1}{3}$.

B. $y = \frac{1}{2}$.

C. $y = -3$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2.$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 5.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^2(x^2 - 1) = x^2(x-1)(x+1).$$

Phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm bội lẻ nên hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 13: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

A. 20 số.

B. 720 số.

C. 210 số.

D. 120 số.

Lời giải

Chọn D

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của 6. Số các số tự nhiên đó là: $A_6^3 = 120$ số.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-
				+
y				
	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$
			1	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

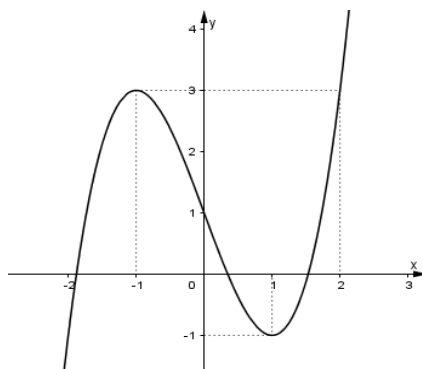
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là số điểm chung giữa đồ thị $(C): y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$. Dựa trên bảng biến thiên ta thấy phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có 3 nghiệm.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hệ số của x^3 dương nên loại đáp án B và C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0; 1)$ nên loại đáp án D.

Chọn đáp án A.

Câu 16: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $-\cot x + C$. B. $-\cos x + C$. C. $\cos x + C$. D. $\tan x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 17: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_{ab}(a^2)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0, a \neq 1$, ta có: $\log_{ab}(a^2) = 2\log_{ab}|a| = 2\log_{ab} a = \frac{2}{\log_a(ab)} = \frac{2}{1+\log_a b} = \frac{2}{3}$.

Câu 18: Với $a > 0$, biểu thức $\log_2(8a)$ bằng

- A. $3 + \log_2 a$. B. $4 + \log_2 a$. C. $4\log_2 a$. D. $3\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

Với $a > 0$, ta có: $\log_2(8a) = \log_2 8 + \log_2 a = 3 + \log_2 a$.

Câu 19: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$. Tích phân $\int_1^3 [2 + f(x)] dx$ bằng:

- A. 4. B. 8. C. 10. D. 6.

Lời giải

Chọn D

Có: $\int_1^3 [2 + f(x)] dx = \int_1^3 2 dx + \int_1^3 f(x) dx = 4 + 2 = 6$

Câu 20: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ trên đoạn $[1; 4]$. Giá trị của $M + m$ bằng :

- A. 20. B. 22. C. 18. D. 6.

Lời giải

Chọn A

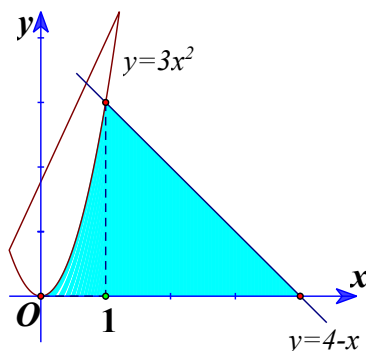
Hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; 4]$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

Với mọi $x \in [1; 4]$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Mặt khác $f(1) = 2; f(2) = 0; f(4) = 20 \Rightarrow M + m = 20 + 0 = 20$.

Câu 21: Gọi (H) là phần hình phẳng tô đậm trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = 3x^2$, $y = 4 - x$ và trục hoành.



Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{13}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\frac{11}{2}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = 3x^2$ và $y = 4 - x$

$$3x^2 = 4 - x \Leftrightarrow 3x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = 4 - x$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4.

$$\Rightarrow \text{Diện tích của hình } (H) \text{ là: } S_{(H)} = \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^4 (4 - x) dx = 1 + \frac{9}{2} = \frac{11}{2}$$

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 - i$. Số phức $2z_1 - z_2$ có phần ảo bằng

A. 1.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$2z_1 - z_2 = 2(2 + 3i) - (3 - i) = 1 + 7i.$$

Vậy $2z_1 - z_2$ có phần ảo bằng 7.

Câu 23: Trong một lớp học có hai tổ. Tổ 1 gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ, tổ 2 gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ hai em học sinh. Xác suất để trong 4 em được chọn có hai nam và hai nữ bằng

A. $\frac{19}{165}$.

B. $\frac{40}{99}$.

C. $\frac{197}{495}$.

D. $\frac{28}{99}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } n(\Omega) = C_{15}^2 \cdot C_{12}^2$$

Gọi A là biến cố: “bốn học sinh được chọn có 2 nam và hai nữ”.

$$\Rightarrow n(A) = C_8^2 \cdot C_7^2 + C_7^2 \cdot C_5^2 + C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_5^1 \cdot C_7^1$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^2 \cdot C_7^2 + C_7^2 \cdot C_5^2 + C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_5^1 \cdot C_7^1}{C_{15}^2 \cdot C_{12}^2} = \frac{197}{495}.$$

Câu 24: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với các mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$; $(Q): x + y + z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $x - y + z + 2 = 0$.

B. $4x - y + z - 1 = 0$.

C. $4x - y - 3z - 5 = 0$.

D. $x + y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (P) \text{ là } \vec{n}_1 = (2; -1; 3)$$

$$\text{Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng } (Q) \text{ là } \vec{n}_2 = (1; 1; 1)$$

Ta có $\left[\vec{n}_1, \vec{n}_2\right] = (-4; 1; 3)$

Mặt phẳng cần tìm qua $A(1; 2; -1)$ và có 1 vtpt là $\vec{n} = (-4; 1; 3)$ có phương trình
 $-4.(x-1) + 1.(y-2) + 3.(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 3z - 5 = 0.$

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 5 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 3.

B. 1.

C. 6.

D. 4

Lời giải:

Chọn A

Đặt: $u = 2^x, u > 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành: $u^2 - 2m.u + 5 - m = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm

$$\text{đương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 4(5-m) > 0 \\ 2m > 0 \\ 5-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{21}-1}{2} < m < 5.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa điều kiện bài toán.

Câu 26: Một người gửi ngân hàng 50 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 7% / năm. Hỏi sau 4 năm người đó có bao nhiêu tiền kể cả tiền gốc và tiền lãi? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 65,54.

B. 70,13.

C. 65,53.

D. 61,25

Lời giải:

Chọn A

Số tiền nhận lại sau 4 năm là: $T_4 = 50.(1 + 0,07)^4 = 65,54$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m < 9$.

B. $m \leq 9$.

C. $m > 9$.

D. $m \geq 9$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow 1 + 4 + 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC' bằng

A. a .

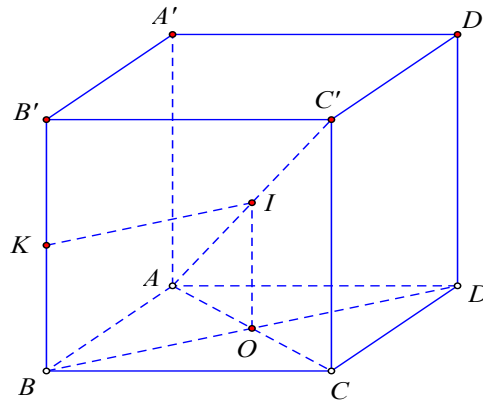
B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là giao điểm của AC và BD . I là trung điểm của AC' .

$\Rightarrow OI$ là đường trung bình của $\triangle ACC' \Rightarrow IO \parallel CC' \parallel BB'$ (1).

Ta có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp CC' \end{cases} \Rightarrow BO \perp (ACC') \Rightarrow BO \perp AC'$ (2).

Trong mặt phẳng $(BDD'B')$ dựng $IK \parallel BO, K \in BB'$ mà $BB' \perp BO \Rightarrow BB' \perp IK$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow d(BB', AC') = IK = BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 29: Cho khối nón (N) có góc ở đỉnh bằng 90° và diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{2}\pi$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π .

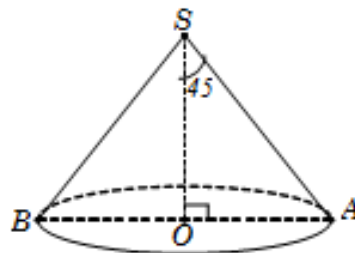
B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. 4π .

D. $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi R là bán kính đáy của khối nón. Vì góc ở đỉnh của khối nón bằng 90° nên ta có $\widehat{OSA} = 45^\circ$. Xét tam giác SOA vuông tại O có $\widehat{OSA} = 45^\circ$ nên $\triangle SOA$ vuông cân tại O suy ra $OA = SO = R, SA = R\sqrt{2}$.

Diện tích xung quanh của khối nón bằng $4\sqrt{2}\pi$ ta có: $\pi.R.R\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\pi \Leftrightarrow R^2 = 4 \Leftrightarrow R = 2$.

Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi.R^2.R = \frac{8\pi}{3}$.

Câu 30: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị là

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Cách 1 : Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + m$ có tập xác định $\mathbb{R}$, $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị $A(0; m)$, $B(2; m - 4)$.

Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là $n + k$ (trong đó n là số cực trị của hàm số $y = f(x)$, k là số giao điểm (khác điểm cực trị) của đồ thị hàm $y = f(x)$ và trục Ox).

Do đó hàm số $y = |f(x)| = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt Ox tại ba điểm phân biệt khác A , $B \Leftrightarrow$ phương trình $f(x) = x^3 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt khác 0 và khác 2.

$\Leftrightarrow A(0; m)$, $B(2; m - 4)$ khác phía đối với trục Ox , tức là $m(m - 4) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$. Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn điều kiện.

Cách 2: Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là $n + k$ (trong đó n là số cực trị của hàm số $y = f(x)$, k là số giao điểm (khác điểm cực trị) của đồ thị hàm $y = f(x)$ và trục Ox).

Hàm số $y = |f(x)| = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ phương trình $f(x) = x^3 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^3 - 3x^2 = -m$ có ba nghiệm phân biệt.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		↗ 0		↘ -4		↗ $+\infty$

Phương trình $x^3 - 3x^2 = -m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn điều kiện.

Câu 31: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Sử dụng máy tính, giải phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$ (*) cho hai nghiệm phức

$z_1 = -1 + i, z_2 = -1 - i$, suy ra $z_1^2 + z_2^2 = 0$.

Câu 32: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $V(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Biết rằng $V'(t) = at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. sau 5 giây, thể tích nước trong bể là $15m^3$, sau 10 giây, thì thể tích trong bể là $110m^3$. Thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây bằng

A. $420m^3$.B. $60m^3$.C. $840m^3$.D. $220m^3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } V(t) = \int (at^2 + bt) dt = \frac{at^3}{3} + \frac{bt^2}{2} + C$$

$$\text{Lúc đầu, bể không có nước, nên } V(0) = 0, \text{ suy ra } C=0, \text{ và } V(t) = \frac{at^3}{3} + \frac{bt^2}{2}$$

$$\text{Sau 5 giây, thể tích nước trong bể là } 15m^3, \text{ nên ta có } \frac{a \cdot 5^3}{3} + \frac{b \cdot 5^2}{2} = 15$$

$$\text{Sau 10 giây, thể tích nước trong bể là } 110m^3, \text{ nên ta có } \frac{a \cdot 10^3}{3} + \frac{b \cdot 10^2}{2} = 110$$

$$\text{Xét hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{a \cdot 5^3}{3} + \frac{b \cdot 5^2}{2} = 15 \\ \frac{a \cdot 10^3}{3} + \frac{b \cdot 10^2}{2} = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{10} \\ b = \frac{1}{5} \end{cases}$$

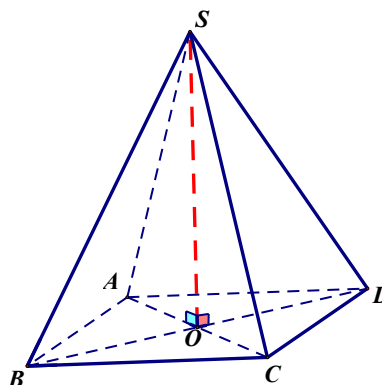
$$\text{Thể tích của bể sau 20 giây là } V(20) = \frac{20^3}{10} + \frac{20^2}{10} = 840 m^3$$

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $2a$. Cosin của góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.D. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của đáy. Suy ra góc giữa SB và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBO}$.

$$\cos \widehat{SBO} = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x + m\sqrt{x^2 + 2}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = 1 + m \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} = \frac{\sqrt{x^2 + 2} + mx}{\sqrt{x^2 + 2}}.$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2} + mx \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nếu $m = 0$ thì $y' = 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa đề bài nên nhận $m = 0$).

$$\text{Nếu } m > 0 \text{ thì } \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} \geq \frac{-1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -1 \geq \frac{-1}{m} \Leftrightarrow 0 < m \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 1 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m = 1.$$

$$\text{Nếu } m < 0 \text{ thì } \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} \leq \frac{-1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 \leq \frac{-1}{m} \Leftrightarrow m \geq -1 \Rightarrow \begin{cases} 0 > m \geq -1 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m = -1.$$

Vậy có 3 giá trị của m .

Câu 35: Cho $\int_1^3 \frac{2x+1}{x^2+3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ và $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a + b + c$ bằng?

- A. 1. B. -1. C. 4. D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_1^3 \frac{2x+1}{x^2+3x+2} dx &= \int_1^3 \frac{2x+3-2}{x^2+3x+2} dx = \int_1^3 \left(\frac{2x+3}{x^2+3x+2} - \frac{2}{x^2+3x+2} \right) dx \\ &= \ln(x^2+3x+2) \Big|_1^3 - 2(\ln(x+1) \Big|_1^3 - \ln(x+2) \Big|_1^3) = -\ln 2 + 3 \ln 5 - 3 \ln 3 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -1$$

Câu 36: Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $|z-1| = |z-i|$ và $|z-3i| = |z+i|$ giá trị của $a+b$ bằng?

- A. 1. B. -1. C. 7. D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } |z-1| = |z-i| \text{ và } |z-3i| = |z+i|$$

$$\text{Nên ta có hệ } \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \\ a^2 + (b-3)^2 = a^2 + (b+1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Do đó $a+b=2$

Câu 37: Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Gọi hai nghiệm đó là x_1, x_2 . Giá trị của tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 2.

B. 9.

C. 0.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$, ta có phương trình $t^2 - 3t + 1 = 0$ có hai nghiệm t_1, t_2 và $t_1 + t_2 = 3$.

Ta có $\log_2(x_1 \cdot x_2) = \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = t_1 + t_2 = 3 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 2^3 = 8$.

Câu 38: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A, H là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AH bằng $2a$, $\widehat{SAO} = 30^\circ$ và $\widehat{SAH} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

A. $3\sqrt{2}\pi a^2$.

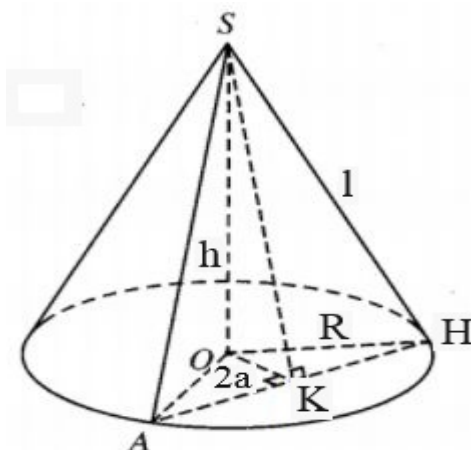
B. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{4}$.

C. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Gọi chiều cao và bán kính đáy hình nón lần lượt là h, R .

Ta có $SO = h, OA = R$. Mà tam giác SAO vuông tại O có $\widehat{SAO} = 30^\circ$.

Suy ra $\tan \widehat{SAO} = \frac{SO}{OA} \Leftrightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{R} \Leftrightarrow R = h\sqrt{3}$.

Lại có $\widehat{SAH} = 60^\circ$ nên tam giác SAH đều có $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{h^2 + (h\sqrt{3})^2} = 2h$.

Gọi K là trung điểm của AH ta có $OK \perp AH \Rightarrow OK = 2a$.

Do đó $OA^2 = OK^2 + KA^2 \Leftrightarrow OA^2 = OK^2 + \frac{AH^2}{4} \Leftrightarrow (h\sqrt{3})^2 = (2a)^2 + \frac{(2h)^2}{4}$

$\Leftrightarrow 3h^2 = 4a^2 + h^2 \Leftrightarrow h^2 = 2a^2 \Leftrightarrow h = a\sqrt{2}$.

Suy ra $R = h\sqrt{3} = a\sqrt{6} \Rightarrow l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{(a\sqrt{6})^2 + (a\sqrt{2})^2} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot a\sqrt{6} \cdot 2a\sqrt{2} = 4\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng

$(P): 2x - y - z - 7 = 0$ là

A. $(1; 4; -2)$.

B. $(6; -4; 3)$.

C. $(0; 2; -4)$.

D. $(3; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình tham số $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \end{cases}$

Giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \\ 2x - y - z - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 0 \\ t = 0 \end{cases}. \text{ Từ đây ta có giao điểm của } d \text{ và } (P) \text{ có tọa độ là } (3; -1; 0).$$

Câu 40: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $CD, A'B'$ và $A'D'$. Thể tích khối tứ diện $A'MNP$ bằng

A. $\frac{a^3}{32}$.

B. $\frac{a^3}{32}$.

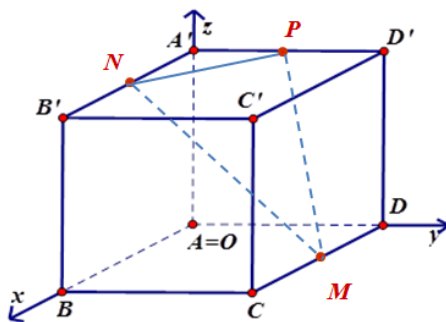
C. $\frac{a^3}{24}$.

D. $\frac{a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;a)$, $C(a;a;0)$

và $D'(0;a;a) \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}a; a; 0\right)$, $N\left(\frac{1}{2}a; 0; a\right)$, $P\left(0; \frac{1}{2}a; a\right)$.

Suy ra diện tích ΔMNP là $S_{\Delta MNP} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

Khi đó phương trình của (MNP) là $x + y + z - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow d(A'; (MNP)) = \frac{1}{2\sqrt{3}}a$.

$$\Rightarrow V_{A'MNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} a^3 = \frac{1}{24} a^3.$$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 10$) để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$ có nghiệm

A. 4.

B. 5.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m \Leftrightarrow \frac{2^x}{2} = \log_{2^2}(x+2m) + m \Leftrightarrow 2^x = \log_2(x+2m) + 2m.$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x+2m) \Rightarrow 2^t = x+2m.$$

$$\text{Do đó ta có } \begin{cases} 2^x = t+2m \\ 2^t = x+2m \end{cases} \Rightarrow 2^x - 2^t = t - x \Leftrightarrow 2^x + x = 2^t + t.$$

Xét hàm số $y = 2^u + u, u \in \mathbb{R}$. Rõ ràng hàm số $y = 2^u + u, u \in \mathbb{R}$ đồng biến và liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f(x) = f(t) \Leftrightarrow x = t \Rightarrow x = \log_2(x+2m) \Leftrightarrow 2^x - x = 2m$.

$$\text{Xét } g(x) = 2^x - x; g'(x) = 2^x \ln 2 - 1; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{1}{\ln 2}.$$

$$\text{Từ bảng biến thiên suy ra } 2m \geq \frac{1}{\ln 2} + \log_2(\ln 2). \text{ Do } |m| < 10 \Rightarrow m \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}.$$

Câu 42: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m-3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là

A. Vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 4

Lời giải

Chọn D

+ Với $m = 0 \Rightarrow y = 3x^2$. Đồ thị là một Parabol với hệ số $a = 3 > 0$ nên hàm số có một điểm cực tiểu. Do đó $m = 0$ thỏa mãn đầu bài.

+ Với $m \neq 0$ thì hàm số là hàm trùng phương, để hàm số không có điểm cực đại tức là hàm số chỉ có đúng một cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m > 0 \\ ab = m \cdot (-(m-3)) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 3$

$$\text{Vậy } m \in \{0; 1; 2; 3\}$$

Câu 43: Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = 1$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left| z^4 + z + \frac{1}{2} \right|^2$ bằng

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{16}$.

Lời giải

Chon C

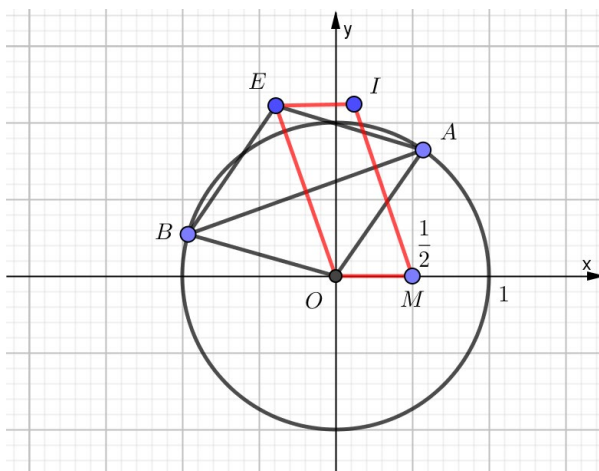
Cách 1:

Nhận xét: Trong hình bình hành bất kỳ, độ dài đường chéo luôn lớn hơn độ dài các cạnh.

Ta có $|z|=1 \Leftrightarrow$ Tập hợp điểm A biểu diễn z là đường tròn tâm O bán kính bằng 1.

Đặt $w = z^4$. Do $|z| = 1$ nên $|w| = |z^4| = |z|^4 = 1$. Vì vậy, tập hợp điểm B biểu diễn số phức $w = z^4$ là đường tròn tâm O bán kính bằng 1.

Gọi điểm biểu diễn số phức $v = \frac{1}{2}$ là $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.



Dựng hình bình hành $OAEB, OMIE$.

Khi đó $P = \left| z^4 + z + \frac{1}{2} \right| = \left| \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OM} \right| = \left| \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OM} \right| = \left| \overrightarrow{OI} \right| = OI \geq OM = \frac{1}{2}.$

$$\text{Đấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} z^4 + z = 0 \\ |z| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow z = -1.$$

Vậy biểu thức $\left| z^4 + z + \frac{1}{2} \right|^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$ khi $z = -1$.

Cách 2: Do $|z|=1$ nên đặt $z = \cos \varphi + i \sin \varphi$, ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$). Khi đó:

$$\left| z^4 + z + \frac{1}{2} \right|^2 = \left| \cos 4\varphi + i \sin 4\varphi + \cos \varphi + i \sin \varphi + \frac{1}{2} \right|^2 = \left(\cos 4\varphi + \cos \varphi + \frac{1}{2} \right)^2 + (\sin 4\varphi + \sin \varphi)^2.$$

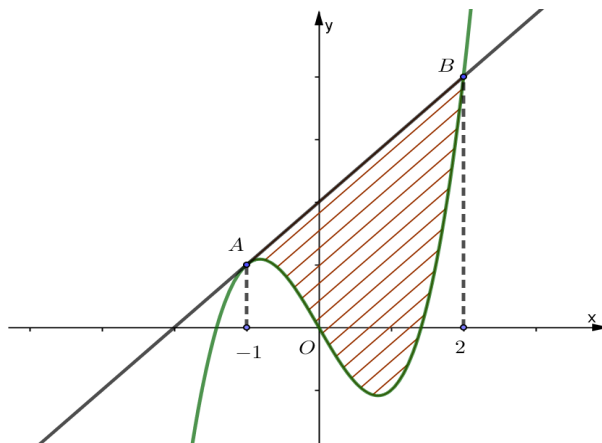
Dùng máy tính casio với phím MODE 7 lập bảng ta được

biểu thức $\left(\cos 4\varphi + \cos \varphi + \frac{1}{2}\right)^2 + (\sin 4\varphi + \sin \varphi)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0,25 khi $\varphi = \pi$.

Vậy biểu thức $\left| z^4 + z + \frac{1}{2} \right|^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$ khi $z = -1$.

Nhân xét: Dùng cách 1) có thể tổng quát bài toán.

Câu 44: Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) . Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo trong hình vẽ) bằng



A. $\frac{13}{2}$.

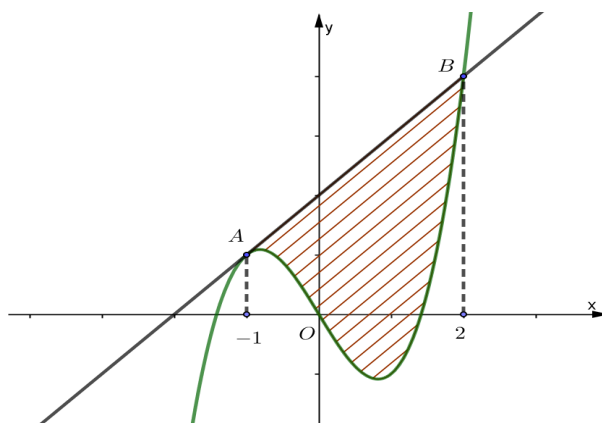
B. $\frac{25}{4}$.

C. $\frac{27}{4}$.

D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $A(-1; a-b+c-1)$ và $y' = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow y'(-1) = 3 - 2a + b$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A : $y = (3 - 2a + b)(x + 1) + a - b + c - 1$ (d).

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là :

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (3 - 2a + b)(x + 1) + a - b + c - 1 \quad (1).$$

Phương trình (1) có nghiệm $x = -1; x = 2 \Leftrightarrow 4a + 2b + c + 8 = 3(3 - 2a + b) + a - b + c - 1$
 $9a = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

Suy ra (C) : $y = x^3 + bx + c$ và d : $y = (3 + b)(x + 1) - b + c - 1$.

Diện tích hình phẳng là : $S = \int_{-1}^2 [(3 + b)(x + 1) - b + c - 1 - (x^3 + bx + c)] dx$

$$= \int_{-1}^2 (3x - x^3 + 2) dx = \frac{27}{4}.$$

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 5$) để đường thẳng $y = mx - m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại 3 điểm phân biệt?

A. 9.

B. 6.

C. 7.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 1 = mx - m - 1$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + x - m - 2 = 0 (f(x)=0) \end{cases}$$

Để đường thẳng $y = mx - m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 = mx - m - 1$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 + x - m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\text{khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 - 4(-m-2) > 0 \\ 1^2 + 1 - m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ Do } |m| < 5 \Rightarrow m = \{-2; -1; 1; 2; 3; 4\}$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 0), B(5; -1; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (P) , giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ bằng

A. $2\sqrt{6}$.

B. 3.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(x_A + y_A + z_A - 1)(x_B + y_B + z_B - 1) = -3 \cdot 1 < 0$

Nên hai điểm A, B nằm về khác phía so với mặt phẳng (P)

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P) .

Khi đó $|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B$

Đường thẳng AA' đi qua $A(1; -3; 0)$ và có VTCP là $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1)$ có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{Gọi } H = AA' \cap (P) \text{ nên tọa độ } H \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + t \\ z = t \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 2 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow H(2; -2; 1)$$

$$\text{Tọa độ } A' = (3; -1; 2) \Rightarrow A'B = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{6}$$

Vậy $|MA - MB|_{\max} = A'B = 2\sqrt{6}$ khi M, B, A' thẳng hàng.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$ thỏa mãn $f''(x) \cdot f(x) + \frac{[f(x)]^2}{\sqrt{(2x+1)^3}} = [f'(x)]^2$ và

$f(x) > 0$ với mọi $x \in [0; 4]$. Biết rằng $f'(0) = f(0) = 1$, giá trị của $f(4)$ bằng

A. $2e$.B. e^3 .C. $e^2 + 1$.D. e^2 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f''(x) \cdot f(x) + \frac{[f'(x)]^2}{\sqrt{(2x+1)^3}} = [f'(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f''(x) \cdot f(x)}{[f'(x)]^2} - \frac{[f'(x)]^2}{[f'(x)]^2} = \frac{-1}{\sqrt{(2x+1)^3}}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = \frac{-1}{\sqrt{(2x+1)^3}}$$

$$\text{Lấy nguyên hàm 2 vế ta được: } \frac{f'(x)}{f(x)} = \int \left(\frac{-1}{\sqrt{(2x+1)^3}} \right) dx \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} + C$$

$$\text{Vì } f(0) = f'(0) = 1 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

$$\text{Lấy nguyên hàm 2 vế ta được: } \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx \Rightarrow \ln[f(x)] = \sqrt{2x+1} + C_1.$$

$$\Leftrightarrow f(x) = e^{\sqrt{2x+1} + C_1}.$$

$$\text{Vì } f(0) = 1 \Rightarrow e^{\sqrt{2 \cdot 0 + 1} + C_1} = 1 \Leftrightarrow C_1 = -1 \Rightarrow f(x) = e^{\sqrt{2x+1} - 1}. \text{ Vậy } f(4) = e^2.$$

Câu 48: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Biết rằng BM vuông góc với AN . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{14}a^3}{24}$.

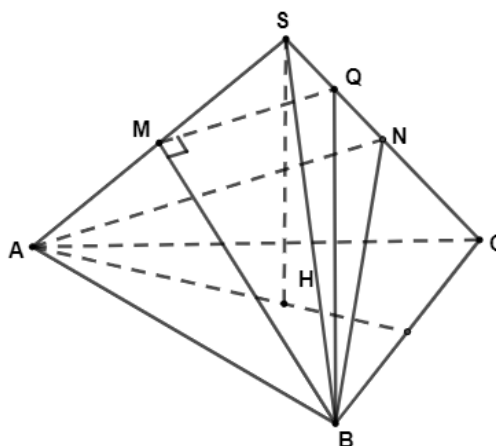
B. $\frac{\sqrt{14}a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta đặt $\begin{cases} a = 1 \\ SA = SB = SC = x \end{cases}$. Kẻ $MQ \parallel AN$ ($Q \in SC$) $\Rightarrow Q$ là trung điểm SN

Xét tam giác SAB có:

$$BM^2 = \frac{SB^2 + AB^2}{2} - \frac{SA^2}{4} \Rightarrow BM^2 = \frac{x^2 + 1}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\text{Vì } \triangle SAB = \triangle SAC \Rightarrow BM = AN \Rightarrow AN^2 = BM^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\text{Mà } MQ = \frac{1}{2} AN \Rightarrow MQ^2 = \frac{1}{4} AN^2 = \frac{x^2}{16} + \frac{1}{8}$$

$$\text{Xét tam giác } SBN \text{ có: } BQ^2 = \frac{SB^2 + BN^2}{2} - \frac{SN^2}{4} \Rightarrow BQ^2 = \frac{x^2 + BN^2}{2} - \frac{SN^2}{4} = \frac{x^2 + \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}}{2} - \frac{x^2}{16}$$

$$\Rightarrow BQ^2 = \frac{5}{8}x^2 + \frac{1}{4} - \frac{x^2}{16} = \frac{9x^2}{16} + \frac{1}{4}$$

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} BM \perp AN \\ AN \parallel MQ \end{array} \right\} \Rightarrow BM \perp MQ$$

$$\text{Vì tam giác MBQ vuông ở M} \Rightarrow BQ^2 = MQ^2 + BN^2 \Leftrightarrow \frac{9x^2}{16} + \frac{1}{4} = \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2} + \frac{x^2}{16} + \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{3}{8} \Rightarrow x^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Do đó: } SH = \sqrt{x^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{6}{4} - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{42}}{6}. \text{ Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{14}}{24} = \frac{a^3 \sqrt{14}}{24}$$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(-3; -2)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = (x^2 + 2x)' \cdot f'(x^2 + 2x) = (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x)$$

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta có

$$\text{Hàm số } y = f(x^2 + 2x) \text{ đồng biến} \Leftrightarrow y' = (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x) > 0.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2 > 0 \\ f'(x^2 + 2x) > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > -1 \\ \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 2x < -2 \\ 0 < x^2 + 2x < 3 \end{array} \right. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > -1 \\ \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 2x + 2 < 0 \text{ VN} \\ 0 < x^2 + 2x \\ x^2 + 2x - 3 < 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2 < 0 \\ f'(x^2 + 2x) < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x < -1 \\ \left\{ \begin{array}{l} -2 < x^2 + 2x < 0 \\ x^2 + 2x > 3 \end{array} \right. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x < -1 \\ \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 2x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 + 2x < 0 \\ x^2 + 2x - 3 > 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < -2 \\ x > 0 \\ -3 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < -1 \\ -2 < x < 0 \\ x < -3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \text{VN} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

Vậy hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 50: Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(2;2;2)$, $B(2;4;-6)$, $C(0;2;-8)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét các điểm M thuộc (P) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$, đoạn thẳng CM có độ dài lớn nhất bằng

A. $2\sqrt{15}$.

B. 8.

C. $2\sqrt{17}$.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

$\widehat{AMB} = 90^\circ \Leftrightarrow M$ thuộc mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(2;3;-2)$ của đoạn AB và bán kính $R = IA = \sqrt{17}$, do đó mặt cầu đường kính AB có phương trình là:

$$(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 17.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \widehat{AMB} = 90^\circ \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(x; y; z) \in (S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 17 \\ M(x; y; z) \in (P): x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow M(x; y; z) \in (C) = (S) \cap (P). \text{ Ta có: } d = d(I; (P)) = \frac{|2+3-2|}{\sqrt{1+1+1}} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Gọi } r \text{ là bán kính đường tròn } (C). \text{ Ta có: } r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{17 - 3} = \sqrt{14}$$

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu vuông góc của } C \text{ trên } (P) \Rightarrow H(2;4;-6).$$

$$\text{Ta có: } CH = 3\sqrt{2}; IH = \sqrt{17} = R \Rightarrow H \in (S) \Rightarrow H \in (C).$$

$$\text{Khi đó, ta có: } CM^2 = CH^2 + HM^2$$

$$\text{Do đó: } CM \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow HM \text{ lớn nhất (do } CH \text{ không đổi)} \Leftrightarrow HM = 2r = 2\sqrt{14}.$$

Vậy đoạn thẳng CM có độ dài lớn nhất bằng

$$CM = \sqrt{CH^2 + MH^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{14})^2} = 2\sqrt{17}.$$

.....Hết.....

Xin chân thành cảm ơn tất cả các quý thầy cô tham gia dự án này. Chúc thầy cô thật nhiều sức khỏe, luôn thành công trong mọi công việc và luôn bình an hạnh phúc bên gia đình.

Hẹn gặp lại quý thầy, cô ở các dự án tiếp theo. Thân chào.

Ban quản trị nhóm VD-VDC.