

Câu 1 (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 1$ (C).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- b) Tìm m để phương trình $x^4 - 2x^2 - 2m = 0$ (*) có 4 nghiệm phân biệt.
- c) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 4\ln x$ trên đoạn $[1; e]$.

Câu 2 (1 điểm). Giải phương trình: $\frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{2 \sin x - 1} = 0$

Câu 3 (1 điểm). Giải phương trình: $\log_3(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 4) = 1$.

Câu 4 (1 điểm). Tính tích phân: $K = \int_{-1}^1 (x + 3)e^x dx$

Câu 5 (1 điểm).

- a) Một trường có 55 đoàn viên học sinh tham dự đại hội Đoàn trường, trong đó khối 12 có 18 em, khối 11 có 20 em và 17 em khối 10. Đoàn trường muốn chọn 5 em để bầu vào ban chấp hành nhiệm kỳ mới. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho 5 em được chọn có cả 3 khối, đồng thời có ít nhất 2 em học sinh khối 12.
- b) Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $(2 - 3x^2)^8$.

Câu 6 (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD .

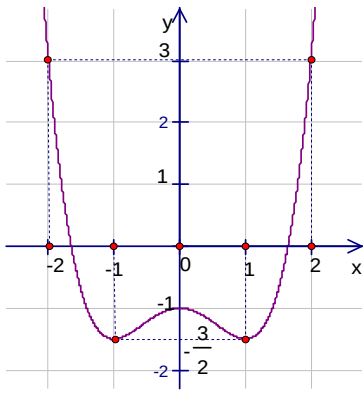
Câu 7 (1 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Biết trung điểm cạnh AB là $M(0;3)$, trung điểm đoạn thẳng IC là $E(1;0)$ và điểm A có tọa độ nguyên. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D .

Câu 8 (1 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d . Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$.

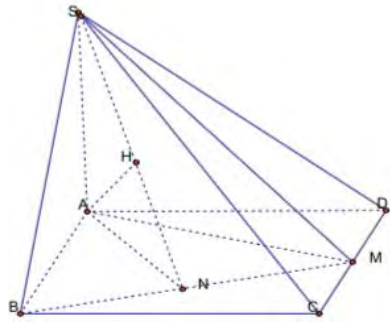
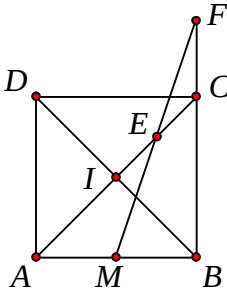
Câu 9 (1 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x^2 - x + 2)y + x = 0 \\ (x^4 - 4x^2 - 1)y^2 + (2x^3 + x)y + x^2 = 0 \end{cases}$$

-----Hết-----

ĐÁP ÁN.

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM																						
Câu 1	a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.	1đ																						
	- TXĐ: $D = \mathbb{R}$ - Sự biến thiên: + Ta có: $y' = 2x^3 - 2x$, Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$ + Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ + Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{CD} = -1$, đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và $y_{CT} = -\frac{3}{2}$. + Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$.	0.25 0.25																						
	+ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$+$		y	$+\infty$		-1		$+\infty$			0.25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																		
	y'		$-$	0	$+$	0	$+$																	
	y	$+\infty$		-1		$+\infty$																		
	- Đồ thị: + Đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.		0.25																					
	b. Tìm m để pt: $x^4 - 2x^2 - 2m = 0$ (*) có 4 nghiệm phân biệt	0.5đ																						
	Ta có: $(*) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 1 = m - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 1 \text{ (C)} \\ y = m - 1 \text{ (d)} \end{cases}$ Số nghiệm của pt(*) chính là số giao điểm của (d) và (C). Dựa vào đồ thị (C) ta có: (d) cắt (C) tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi: $-\frac{3}{2} < m - 1 < -1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 0$	0.25 0.25																						
	c. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 4\ln x$ trên đoạn $[1; e]$.	0.5đm																						
Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; e]$; $f'(x) = 2x - \frac{4}{x}$.	0.25																							
Với $x \in [1; e]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.																								
Ta có $f(1) = 1$, $f(\sqrt{2}) = 2 - 2\ln 2$, $f(e) = e^2 - 4$.	0.25																							
Vậy $\min_{[1; e]} f(x) = 2 - 2\ln 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$; $\max_{[1; e]} f(x) = e^2 - 4 \Leftrightarrow x = e$																								

Câu 2	Giải phương trình: $\frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{2 \sin x - 1} = 0$ (1)	1 điểm
	$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3} \sin x - \cos x = 0 \\ \sin x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$	0.5
	$x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi$	0.5
Câu 3	Giải phương trình $\log_3(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 4) = 1$.	1 điểm
	Điều kiện: $\begin{cases} x > 1 \\ -4 < x < 0 \end{cases}$	0.25
	$\log_3(x^2 - x) - \log_3(x + 4) = 1 \Leftrightarrow \log_3(x^2 - x) = \log_3(x + 4) + \log_3 3$ $\Leftrightarrow \log_3(x^2 - x) = \log_3[3(x + 4)] \Leftrightarrow x^2 - x = 3(x + 4)$	0.25
	$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 6 \end{cases}$ (thỏa mãn)	0.25
	Vậy phương trình có hai nghiệm $x = -2; x = 6$.	0.25
Câu 4	Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 (x+3)e^x dx$;	1 đ
	Đặt $\begin{cases} u = x+3 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$	0.25
	Khi đó $K = ((x+3)e^x) \Big _{-1}^1 - \int_{-1}^1 e^x dx$	0.25
	$= 4e - 2e^{-1} - e^x \Big _{-1}^1 = 4e - 2e^{-1} - e + e^{-1} = 3e - e^{-1} = 3e - \frac{1}{e} = \frac{3e^2 - 1}{e}$	0.5
Câu 5	a) Một trường có 55 đoàn viên học sinh tham dự đại hội Đoàn trường, trong đó khối 12 có 18 em, khối 11 có 20 em và 17 em khối 10. Đoàn trường muốn chọn 5 em để bầu vào ban chấp hành nhiệm kỳ mới. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho 5 em được chọn có cả 3 khối, đồng thời có ít nhất 2 em học sinh khối 12.	0.5đ
	Chọn 5 em học sinh thỏa mãn yêu cầu bài toán xảy ra 3 trường hợp: + Trường hợp 1: Khối 12 có 2 em, khối 11 có 2 em, khối 10 có 1 em: Có $C_{18}^2 \cdot C_{20}^2 \cdot C_{17}^1 = 494190$ cách chọn	0.25
	+ Trường hợp 2: Khối 12 có 2 em, khối 11 có 1 em, khối 10 có 2 em Có $C_{18}^2 \cdot C_{20}^1 \cdot C_{17}^2 = 416160$ cách chọn	
	+ Trường hợp 3: Khối 12 có 3 em, khối 11 có 1 em, khối 10 có 1 em Có $C_{18}^3 \cdot C_{20}^1 \cdot C_{17}^1 = 277440$ cách chọn	
	Vậy có $494190 + 416160 + 277440 = 1187790$ cách chọn.	0.25
	b) Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $(2 - 3x^2)^8$.	0.5đ
	$(2 - 3x^2)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 2^k \cdot (-3x^2)^{8-k} = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 2^k \cdot (-3)^{8-k} \cdot x^{16-2k}$	0.25
	Số hạng trong khai triển chứa x^6 khi $16 - 2k = 6$ hay $k = 5$	0.25
	Vậy hệ số của x^6 trong khai triển là: $C_8^5 \cdot 2^5 \cdot (-3)^3 = -48384$	

	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD .	1 đ
	Ta có $S_{ABCD} = AB.AD = 2a^2$	0.25
	Do đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3}(\text{đvtt})$	0.25
Câu 6	 Ta có $d(D,(SBM)) = d(C,(SBM)) = 1/2 d(A,(SBM))$ Dựng $AN \perp BM$ (N thuộc BM) và $AH \perp SN$ (H thuộc SN) Ta có: $BM \perp AN$, $BM \perp SA$ Suy ra: $BM \perp AH$. Và $AH \perp BM$, $AH \perp SN$ suy ra: $AH \perp (SBM)$. Do đó $d(A,(SBM)) = AH$	0.25
	Ta có: $S_{ABM} = S_{ABCD} - 2S_{ADM} = a^2$; $S_{ABM} = \frac{1}{2} AN.BM = a^2 \Rightarrow AN = \frac{2a^2}{BM} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$ Trong tam giác vuông SAN có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \frac{4a}{\sqrt{33}}$ Suy ra $d(D,(SBM)) = \frac{2a}{\sqrt{33}}$	0.25
	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Biết trung điểm cạnh AB là $M(0;3)$, trung điểm đoạn thẳng IC là $E(1;0)$ và điểm A có tọa độ nguyên. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D .	1 đ
	Đặt $\alpha = \widehat{AEM}, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$, ta có: $\tan EMB = \frac{BF}{BM} = 3 \Leftrightarrow \tan(45^\circ + \alpha) = 3$ $\Leftrightarrow \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = 3 \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ Ptđt ME là: $3x + y - 3 = 0$ 	0.25
Câu 7	Đường thẳng AC đi qua điểm $E(1;0)$ và tạo với đt ME một góc α sao cho $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ có pt là: $x + y - 1 = 0$ hoặc $-7x + y + 7 = 0$	0.25
	Th1: Pt đt AC là: $x + y - 1 = 0 \Rightarrow d(M; AC) = \sqrt{2} \Rightarrow AM = MI = 2$. Suy ra phương trình đường tròn tâm M qua A và I là: $x^2 + (y - 3)^2 = 4$ Tọa độ của A và I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x^2 + (y - 3)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ Vì I nằm giữa A và E nên $A(-2;3); I(0;1) \Rightarrow B(2;3); C(2;-1), D(-2;-1)$ (t/m gt)	0.25
	Th2: Pt đt AC là: $-7x + y + 7 = 0$ Tương tự tìm được tọa độ A nhưng không nguyên nên loại. Vậy: tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ là: $A(-2;3); B(2;3); C(2;-1), D(-2;-1)$	0.25

Câu 8	Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d . Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$	1 đ
	Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u_d} = (-2;1;3)$ Vì $(P) \perp d$ nên (P) nhận $\vec{u_d} = (-2;1;3)$ làm VTPT	0.25
	Vậy PT mặt phẳng (P) là : $-2(x+4)+1(y-1)+3(z-3)=0$ $\Leftrightarrow -2x+y+3z-18=0$	0.25
	Vì $B \in d$ nên $B(-1-2t;1+t;-3+3t)$ $AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=\frac{3}{7} \end{cases}$ Vậy $B(-7;4;6)$ hoặc $B\left(-\frac{13}{7};\frac{10}{7};-\frac{12}{7}\right)$	0.25
Câu 9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x^2 - x + 2)y + x = 0 \\ (x^4 - 4x^2 - 1)y^2 + (2x^3 + x)y + x^2 = 0 \end{cases} \quad (I)$	
	+ $(x; y) = (0; 0)$ là một nghiệm của (I). + Mọi cặp số $(x; 0)$ và $(0; y)$ với $x \neq 0, y \neq 0$ đều không phải là nghiệm của (I). + Trường hợp $x \neq 0, y \neq 0$:	0.25
	$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2y - xy + 2y + x = 0 \\ x^4y^2 - 4x^2y^2 - y^2 + 2x^3y + xy + x^2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x(xy+1) + 2y = xy \\ x^2(xy+1)^2 + xy(xy+1) - y^2 = 5x^2y^2 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+\frac{1}{y}) + \frac{2}{x} = 1 \\ \left(x+\frac{1}{y}\right)^2 + \left(x+\frac{1}{y}\right)\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 5 \end{cases}$	0.25
	Đặt $a = x + \frac{1}{y}, b = \frac{1}{x}$ ($b \neq 0$), hệ trên trở thành: (II) $\begin{cases} a + 2b = 1 \\ a^2 + ab - b^2 = 5 \end{cases}$ Giải hệ (II) được: $(a; b) = (3; -1)$ và $(a; b) = (-7; 4)$ + Với $(a; b) = (3; -1)$ thì: $(x; y) = \left(-1; \frac{1}{4}\right)$ + Với $(a; b) = (-7; 4)$ thì: $(x; y) = \left(\frac{1}{4}; -\frac{4}{29}\right)$	0.25