

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm 01 trang

Câu 1 (1.0đ) Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a. (0.5đ) $y = \frac{2x-1}{3x+2}$.

b. (0.5đ) $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{5-x}$.

Câu 2 (1.0đ) Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết (P) đi qua điểm $A(2;4)$ và (P) nhận đường thẳng $x = \frac{5}{6}$ làm trục đối xứng.

Câu 3 (3.0đ) Giải các phương trình sau

a. (1đ) $\frac{1}{x-3} - \frac{4}{x+3} = \frac{3x^2-3}{x^2-9}$

b. (1đ) $\sqrt{2x-5} - x + 4 = 0$

c. (1đ)

$|-3x^2 - 4x + 5| - 3x = 7$

Câu 4 (1.0đ) Tìm m để phương trình $x^2 - 2(3m-4)x + m+1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{3}$.

Câu 5 (2.5đ) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;3), B(2;-4), C(4;0)$.

a. (0.5đ) Chứng minh ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

b. (0.75đ) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

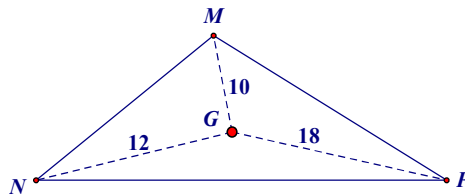
c. (0.75đ) Tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

d. (0.5đ) Tìm điểm N trên trục hoành sao cho tam giác NAB cân tại N .

Câu 6 (1.0đ)

a. (0.5đ) Cho tam giác ABC có $BC = 6$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$, $\widehat{ABC} = 105^\circ$. Tính độ dài các cạnh AB, AC .

b. (0.5đ) Tính diện tích tam giác MNP trong hình vẽ sau (biết G là trọng tâm của tam giác).



Câu 7 (0.5đ) Bạn Nhi dùng 60 m lưới B40 rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng hoa tết. Biết rằng một cạnh của vườn là bờ sông nên Nhi chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của mảnh vườn hình chữ nhật. Theo em, bạn Nhi nên tính toán các kích thước của mảnh vườn như thế nào để diện tích trồng hoa là lớn nhất? Tính diện tích lớn nhất đó.

- HẾT -

(Giám thị không giải thích gì thêm)

HƯỚNG DẪN CHẤM

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	a	$y = \frac{2x-1}{3x+2}$. Hàm số xác định khi và chỉ khi $3x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{2}{3}$.	0.25
		Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{3}\right\}$.	0.25
	b	$y = \sqrt{x-2} + \sqrt{5-x}$. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 5$.	0.25
		Tập xác định $D = [2; 5]$.	0.25
2		(P) đi qua điểm $A(2;4)$ nên ta có $4 = a.2^2 + b.2 + 2 \Leftrightarrow 4a + 2b = 2$ (1)	0.25
		(P) nhận đường thẳng $x = \frac{5}{6}$ làm trục đối xứng nên $\frac{-b}{2a} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow 5a + 3b = 0$ (2)	0.5
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 4a + 2b = 2 \\ 5a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \end{cases}$.	0.25
		Vậy $(P): y = 3x^2 - 5x + 2$.	
3	a	Điều kiện: $\begin{cases} x-3 \neq 0 \\ x+3 \neq 0 \\ x^2-9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \pm 3$.	0.25
		Với điều kiện trên, PT $\Leftrightarrow \frac{(x+3)-4(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x^2-3}{x^2-9}$ $\Leftrightarrow \frac{-3x+15}{x^2-9} = \frac{3x^2-3}{x^2-9}$	0.25
		$\Leftrightarrow -3x+15 = 3x^2-3$ $\Leftrightarrow 3x^2+3x-18=0$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (thỏa đk)} \end{cases}$	0.25
		Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.	
	b	$\sqrt{2x-5} - x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x-5} = x-4$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ 2x-5 = (x-4)^2 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ 2x-5 = x^2-8x+16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2-10x+21=0 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x = 3 \\ x = 7 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow x = 7$.	0.25

	Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{7\}$.	
c	$\begin{cases} -3x^2 - 4x + 5 \mid -3x = 7 \\ \Leftrightarrow -3x^2 - 4x + 5 \mid = 3x + 7 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 7 \geq 0 \\ -3x^2 - 4x + 5 = 3x + 7 \\ -3x^2 - 4x + 5 = -3x - 7 \end{cases} \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{-7}{3} \\ 3x^2 + 7x + 2 = 0 \\ 3x^2 + x - 12 = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{-7}{3} \\ x = -\frac{1}{3} \\ x = -2 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{145}}{6} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{145}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = -2 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{145}}{6} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{145}}{6} \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ -\frac{1}{3}; -2; \frac{-1 + \sqrt{145}}{6}; \frac{-1 - \sqrt{145}}{6} \right\}$.	0.5
4	Tìm m để phương trình $x^2 - 2(3m - 4)x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{3}$. Giả sử phương trình $x^2 - 2(3m - 4)x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Khi đó theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(3m - 4) = 6m - 8 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$	0.25
	Ta có $\begin{aligned} \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{3} &\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1 + x_2}{3} \\ &\Leftrightarrow \frac{6m - 8}{m + 1} = \frac{6m - 8}{3} \\ &\Leftrightarrow (6m - 8) \left(\frac{1}{m + 1} - \frac{1}{3} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 6m - 8 = 0 \\ \frac{1}{m + 1} - \frac{1}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{3} \\ m = 2 \end{cases} \end{aligned}$	0.5
	Thử lại: + Khi $m = \frac{4}{3}$, phương trình trở thành $x^2 + \frac{7}{3} = 0$ (vô nghiệm). + Khi $m = 2$, phương trình trở thành $x^2 - 4x + 3 = 0$. Do $\Delta' = 1 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.	0.25

		Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.	
5	a	Ta có $\overrightarrow{AB}(1;-7)$ $\overrightarrow{AC}(3;-3)$	0.25
		Vì $\frac{3}{1} \neq \frac{-3}{-7}$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Do đó ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Hay A, B, C tạo thành tam giác.	0.25
	b	Giả sử $D(a;b)$ Do A, B, C không thẳng hàng nên tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} (*)$	0.25
		Mặt khác $\overrightarrow{DC}(4-a;-b)$ nên $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=1 \\ -b=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=7 \end{cases}$ Vậy $D(3;7)$.	0.5
	c	Trung điểm M của BC có tọa độ $\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-4+0}{2} = -2 \end{cases}$ Hay $M(3;-2)$.	0.25
		Độ dài trung tuyến AM $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}$ $= \sqrt{(3-1)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{29}.$	0.5
6	a	d Gọi N là điểm thuộc Ox sao cho $AN = BN$. Giả sử $N(a;0)$. Ta có $AN = BN \Leftrightarrow AN^2 = BN^2$ $\Leftrightarrow (a-1)^2 + (0-3)^2 = (a-2)^2 + (0+4)^2$ $\Leftrightarrow -2a + 10 = -4a + 20$ $\Leftrightarrow a = 5.$ Khi đó $N(5;0)$. Ta kiểm tra được A, B, N là ba điểm không thẳng hàng nên chúng tạo thành một tam giác. Vậy $N(5;0)$ thì tam giác NAB cân tại N .	0.25
		Ta có $\widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{ACB} = 180^\circ - 105^\circ - 45^\circ = 30^\circ$. Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$	
		Suy ra $AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{6 \cdot \sin 45}{\sin 30} = 6\sqrt{2}$.	0.25
		$AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{6 \cdot \sin 105}{\sin 30} \approx 11.59$	0.25

b	Gọi E là trung điểm NP. F là điểm đối xứng với G qua E. Khi đó tứ giác $NGPF$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình bình hành. Ta có $S_{MNP} = 3S_{GNP} = 3S_{GFP}$ ($S_{GNP} = S_{GFP}$ vì cùng bằng nửa diện tích hình bình hành). Mặt khác $\triangle GPF$: $GF = 2GE = GM = 10$, $GP = 18$ $PF = NG = 12$ có nửa chu vi $p = 20$ nên $S_{GPF} = \sqrt{20(20-10)(20-18)(20-12)} = 40\sqrt{2}$. Vậy $S_{MNP} = 3S_{GPF} = 3.40\sqrt{2} = 120\sqrt{2}$.	0.5
7	Gọi x (m) là kích thước đối diện bờ sông của mảnh vườn thì kích thước còn lại của mảnh vườn là $\frac{60-x}{2} = 30 - \frac{x}{2}$ (m). Diện tích của mảnh vườn: $y = x\left(30 - \frac{x}{2}\right) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$.	0.25
	Vì y là hàm số bậc hai có $a = -\frac{1}{2} < 0$ nên y lớn nhất khi $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-30}{2 \cdot \frac{-1}{2}} = 30.$ Khi đó các kích thước của mảnh vườn là $x = 30$ (m), $30 - \frac{x}{2} = 15$ (m). Và diện tích lớn nhất $y_{\max} = y(30) = 450$ (m²).	0.25