

PHẦN 1 – ĐẠI SỐ
CHỦ ĐỀ 1 - BẤT ĐẲNG THỨC

1. Tính chất

Điều kiện	Nội dung	
	$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$	(1)
$c > 0$	$a < b \Leftrightarrow ac < bc$	(2a)
$c < 0$	$a < b \Leftrightarrow ac > bc$	(2b)
	$a < b \text{ và } c < d \Rightarrow a + c < b + d$	(3)
$a > 0, c > 0$	$a < b \text{ và } c < d \Rightarrow ac < bd$	(4)
n nguyên dương	$a < b \Leftrightarrow a^{2n+1} < b^{2n+1}$	(5a)
	$0 < a < b \Leftrightarrow a^{2n} < b^{2n}$	(5b)
$a > 0$	$a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$	(6a)
	$a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$	(6b)

2. Một số bất đẳng thức thông dụng

a) $a^2 \geq 0, \forall a.$ $a^2 + b^2 \geq 2ab.$

b) **Bất đẳng thức Cô-si:**

+ Với $a, b \geq 0$, ta có: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Dấu "=" xảy ra khi $a = b$.

+ Với $a, b, c \geq 0$, ta có: $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$. Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$.

Hệ quả: – Nếu $x, y > 0$ có $S = x + y$ không đổi thì $P = xy$ lớn nhất khi $x = y$.

– Nếu $x, y > 0$ có $P = x.y$ không đổi thì $S = x + y$ nhỏ nhất khi $x = y$.

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Nếu $a > b$ và $c > d$. thì bất đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

- A. $ac > bd$. B. $a - c > b - d$. C. $a - d > b - c$. D. $-ac > -bd$.

Câu 2. Bất đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số thực a?

- A. $6a > 3a$. B. $3a > 6a$ C. $6 - 3a > 3 - 6a$. D. $6 + a > 3 + a$.

Câu 3. Nếu a, b, c là các số bất kì và $a < b$ thì bất đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

- A. $3a + 2c < 3b + 2c$. B. $a^2 < b^2$ C. $ac > bc$. D. $ac < bc$.

Câu 4. Nếu $a > b > 0$, $c > d > 0$ thì bất đẳng thức nào sau đây **không đúng**?

- A. $ac > bc$. B. $a - c > b - d$. C. $a^2 > b^2$. D. $ac > bd$.

Câu 5. Nếu $a > b > 0$, $c > d > 0$. thì bất đẳng thức nào sau đây **không đúng**?

- A. $a + c > b + d$. B. $ac > bd$. C. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$. D. $\frac{a}{b} > \frac{d}{c}$.

Câu 6. Nếu $a + 2c > b + 2c$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $-3a > -3b$. B. $a^2 > b^2$ C. $2a > 2b$. D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Câu 7. Nếu $2a > 2b$ và $-3b < -3c$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $a < c$. B. $a > c$. C. $-3a > -3c$. D. $a^2 > c^2$.

Câu 8. Với số thực a bất kì, biểu thức nào sau đây có thể nhận giá trị âm?

- A. $a^2 + 2a + 1$. B. $a^2 + a + 1$. C. $a^2 - 2a + 1$. D. $a^2 + 2a - 1$.

Câu 9. Với số thực a bất kì, biểu thức nào sau đây luôn luôn dương.

- A. $a^2 + 2a + 1$. B. $a^2 + a + 1$. C. $a^2 - 2a + 1$. D. $a^2 + 2a - 1$.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng

- A. $\frac{11}{4}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{11}{8}$. D. $\frac{8}{11}$.

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x-1}$ với $x > 1$ là

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 3.

Câu 12. Cho $x \geq 2$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}$ bằng

- A. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 13. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ với $x > 0$ là

- A. 2. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ với $x > 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. $2\sqrt{2}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	A	B	C	C	B	D	B	D	B	A	D	C						

B. TỰ LUẬN

Bài 1: Chứng minh các bất đẳng thức sau:

- a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ ($a, b > 0$)
- b) $\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right)\left(1 + \frac{1}{c}\right) \geq 64$ ($a, b, c > 0$; $a + b + c = 1$)
- c) $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$ ($a, b, c > 0$)
- d) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} + \frac{16}{d} \geq \frac{64}{a+b+c+d}$ ($a, b, c, d > 0$)

Bài 2: Cho x, y là hai số thực dương thay đổi thỏa mãn $x + y \geq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = 2x + 3y + \frac{6}{x} + \frac{10}{y}.$$

Bài 3: Cho $x, y \in \mathbb{R}$ và $x^2 + y^2 \neq 0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}.$$

Bài 4: Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa $x^2 + 5y^2 - 4xy - 3x + 6y + 2 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x - 2y$.

CHỦ ĐỀ 2 - BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

a) Định nghĩa: Hai bất phương trình tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

b) Các phép biến đổi tương đương: Các phép biến đổi sau nếu không làm thay đổi điều kiện của bất phương trình thì ta được một bất phương trình tương đương:

+ Cộng (trừ) hai vế của bất phương trình với cùng một biểu thức.

+ Nhân (chia) hai vế của bất phương trình với cùng một biểu thức luôn nhận giá trị dương.

+ Nhân (chia) hai vế của bất phương trình với cùng một biểu thức luôn nhận giá trị âm và đổi chiều bất phương trình.

+ Bình phương hai vế của một bất phương trình có hai vế không âm.

Câu 1: Tìm điều kiện của bất phương trình $\frac{1}{x} < 2 + \frac{3}{x+2}$.

A. $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$

B. $x > 0$.

C. $x < -1$.

D. $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$

Câu 2: Tìm điều kiện của bất phương trình $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} < \sqrt{x-1} + 5$.

A. $x > 2$.

B. $x \geq 2$.

C. $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

Câu 3: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x^2 \leq 3x \Leftrightarrow x \leq 3$.

B. $\frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

C. $\frac{x+1}{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \geq 0$.

D. $x + |x| \geq x \Leftrightarrow |x| \geq 0$.

Câu 4: Bất phương trình: $2x + \frac{3}{2x-4} < 5 + \frac{3}{2x-4}$ tương đương với?

A. $2x < 5$.

B. $x < \frac{5}{2}$ và $x \neq 2$.

C. $x < 3$.

D. $2x > 5$.

Câu 5: $x = -2$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $|x| < 2$.

B. $(x-1)(x+2) > 0$.

C. $\frac{x}{1-x} + \frac{1-x}{x} < 0$.

D. $\sqrt{x+3} < x$.

Câu 6: $x = -3$ thuộc nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $(x+3)(x+2) > 0$. B. $(x+3)^2(x+2) \leq 0$. C. $x + \sqrt{1-x^2} \geq 0$. D. $\frac{1}{1+x} + \frac{2}{3+2x} > 0$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2006} > \sqrt{2006-x}$ là

- A. $\emptyset$. B. $[2006, +\infty)$. C. $(-\infty, 2006)$. D. $\{2006\}$.

Câu 8: Nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2x+2} > \sqrt{x^2-2x+3}$ là

- A. $x > \frac{1}{4}$. B. $x > 2$. C. $x \leq 1$. D. $x > 3$.

Câu 9: Bất phương trình $5x-1 > \frac{2x}{5} + 3$ có nghiệm là

- A. $\forall x$. B. $x < 2$. C. $x > -\frac{5}{2}$. D. $x > \frac{20}{23}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $5x - \frac{x+1}{5} - 4 < 2x - 7$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\square$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $x(x-6)+5-2x > 10+x(x-8)$:

- A. $\emptyset$. B. $\square$. C. $(-\infty; 5)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $x + \sqrt{x+2} \leq 2 + \sqrt{x+2}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $(-\infty; 2)$. C. $\{2\}$. D. $[-2; 2]$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $(x+2)(2x-1)-2 \leq x^2 + (x-1)(x-3)$ là:

- A. $\emptyset$. B. $(-\infty; 1)$. C. $\{1\}$. D. $(-\infty; 1]$.

Câu 14: Nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x+1}{x^2+2} > \frac{x^2+x}{x^2+2}$ là:

- A. $x > 1$. B. $x < 1$. C. $x > 2$. D. $x \in \square$.

Câu 15: Nghiệm của bất phương trình $\frac{5x+2\sqrt{3-x}}{4} - 1 > \frac{x}{4} - \frac{4-3\sqrt{3-x}}{6}$ là:

- A. $x > \frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3} < x \leq 3$. C. $x > 3$. D. $x < 1$.

Câu 16: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $(-\infty; 3]$. C. $\square$. D. $[-1; 3]$.

- Câu 17:** Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 6x + \frac{5}{7} < 4x + 7 \\ \frac{8x+3}{2} < 2x+5 \end{cases}$ là:
- A. $\emptyset$. B. $\left(-\infty; \frac{22}{7}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{7}{4}\right)$. D. $\square$.
- Câu 18:** Nghiệm nguyên lớn nhất của hệ bất phương trình $\begin{cases} 4x+2 < 3x+9 \\ 2x+1 > 2 \end{cases}$ là:
- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.
- Câu 19:** Hệ phương trình $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x-m < 3 \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi
- A. $m < -\frac{5}{2}$. B. $m \leq -\frac{5}{2}$. C. $m < \frac{7}{2}$. D. $m \geq -\frac{5}{2}$.
- Câu 20:** Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+m \leq 0 \text{ (1)} \\ -x+5 < 0 \text{ (2)} \end{cases}$. Hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi:
- A. $m < -5$. B. $m > -5$. C. $m > 5$. D. $m < 5$.
- Câu 21:** Phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm đối nhau khi và chỉ khi
- A. $m < 3$. B. $m < 1$. C. $m = 1$. D. $1 < m < 3$.
- Câu 22:** Phương trình $x^2 + x + m = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi
- A. $m > -\frac{3}{4}$. B. $m < -\frac{3}{4}$. C. $m > \frac{1}{4}$. D. $m > -\frac{5}{4}$.
- Câu 23:** Tập hợp các giá trị m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-1 \geq 3 \\ x-m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là
- A. $\emptyset$. B. $\{2\}$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	D	B	C	B	A	A	D	C	A	D	D	D	B	D	C	B	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	B																	

CHỦ ĐỀ 3 - DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

1. Dấu của nhị thức bậc nhất

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x) = ax + b$	Trái dấu với a	0	Cùng dấu với a

2. Giải và biện luận bất phương trình $ax + b < 0$

Điều kiện		Kết quả tập nghiệm
$a > 0$		$S = \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$
$a < 0$		$S = \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$
$a = 0$	$b \geq 0$	$S = \emptyset$
	$b < 0$	$S = R$

Câu 1. Nhị thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi x nhỏ hơn 2 ?
A. $f(x) = 3x + 6$. **B.** $f(x) = 6 - 3x$. **C.** $f(x) = 4 - 3x$. **D.** $f(x) = 3x - 6$.

Câu 2. Nhị thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi số x nhỏ hơn $-\frac{2}{3}$?
A. $f(x) = -6x - 4$. **B.** $f(x) = 3x + 2$. **C.** $f(x) = -3x - 2$. **D.** $f(x) = 2x + 3$.

Câu 3. Nhị thức $-3x + 2$ nhận giá trị dương khi
A. $x < \frac{3}{2}$. **B.** $x < \frac{2}{3}$. **C.** $x > -\frac{3}{2}$. **D.** $x > \frac{2}{3}$.

Câu 4. Nhị thức $-2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi
A. $x < -\frac{3}{2}$. **B.** $x < -\frac{2}{3}$. **C.** $x > -\frac{3}{2}$. **D.** $x > -\frac{2}{3}$.

Câu 5. Nhị thức nào sau đây nhận giá trị dương với mọi x nhỏ hơn 2 ?
A. $f(x) = 3x + 6$. **B.** $f(x) = 6 - 3x$. **C.** $f(x) = 4 - 3x$. **D.** $f(x) = 3x - 6$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{1 - x}}$ là
A. $(-\infty; 1]$. **B.** $(1; \infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 7. Nghiệm của bất phương trình $|2x - 3| \leq 1$ là:
A. $1 \leq x \leq 3$. **B.** $-1 \leq x \leq 1$. **C.** $1 \leq x \leq 2$. **D.** $-1 \leq x \leq 2$.

Câu 8. Bất phương trình $|2x - 1| > x$ có nghiệm là:
A. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. **B.** $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.
C. $x \in \mathbb{R}$. **D.** Vô nghiệm.

- Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2}{1-x} < 1$ là:
A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.
- Câu 10.** Bất phương trình $\frac{2-x}{2x+1} \geq 0$ có tập nghiệm là:
A. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. **C.** $\left[-\frac{1}{2}; 2\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2}; 2\right]$
- Câu 11.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{x} < 2$ là
A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $(-\infty; 0)$.
- Câu 12.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-2m} - \sqrt{4-2x}$ là $[1; 2]$ khi và chỉ khi
A. $m = -\frac{1}{2}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m > \frac{1}{2}$.
- Câu 13.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-m} - \sqrt{6-2x}$ là một đoạn trên trục số khi và chỉ khi
A. $m = 3$ **B.** $m < 3$ **C.** $m > 3$ **D.** $m < \frac{1}{3}$
- Câu 14.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{m-2x} - \sqrt{x+1}$ là một đoạn trên trục số khi và chỉ khi
A. $m < -2$. **B.** $m > 2$. **C.** $m > -\frac{1}{2}$. **D.** $m > -2$.
- Câu 15.** Bất phương trình $mx > 3$ vô nghiệm khi:
A. $m = 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $m \neq 0$.
- Câu 16.** Tìm tham số thực m để bất phương trình $m^2x + 3 < mx + 4$ có nghiệm.
A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$ hoặc $m = 0$. **D.** $\forall m \in \mathbb{R}$.
- Câu 17.** Cho bất phương trình $m(x-m) \geq x-1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; m+1]$.
A. $m = 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \geq 1$.
- Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $mx + m < 2x$ vô nghiệm.
A. $m = 0$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	B	A	B	D	C	A	B	B	C	C	B	D	A	D	C	B		

CHỦ ĐỀ 4 - BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

- Câu 1.** Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?
A. $x + y - 3 > 0$. **B.** $-x - y < 0$. **C.** $x + 3y + 1 < 0$. **D.** $-x - 3y - 1 < 0$.
- Câu 2.** Cặp số $(2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?
A. $2x - 3y - 1 > 0$. **B.** $x - y < 0$. **C.** $4x > 3y$. **D.** $x - 3y + 7 < 0$.
- Câu 3.** Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $-2(x - y) + y > 3$?
A. $(4; -4)$. **B.** $(2; 1)$. **C.** $(-1; -2)$. **D.** $(4; 4)$.
- Câu 4.** Bất phương trình $3x - 2(y - x + 1) > 0$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?
A. $x - 2y - 2 > 0$. **B.** $5x - 2y - 2 > 0$. **C.** $5x - 2y - 1 > 0$. **D.** $4x - 2y - 2 > 0$.
- Câu 5.** Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $5x - 2(y - 1) \leq 0$?
A. $(0; 1)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-1; 0)$.
- Câu 6.** Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?
A. $x + 3y + 2 \leq 0$. **B.** $x + y + 2 \leq 0$. **C.** $2x + 5y - 2 \geq 0$. **D.** $2x + y + 2 \geq 0$.
- Câu 7.** Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?
A. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$
- Câu 8.** Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 2 \geq 0 \\ 2x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$
A. $(0; 1)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(-1; 0)$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	D	B	B	D	C	B												

CHỦ ĐỀ 5 - DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Dấu của tam thức bậc hai

$f(x) = f(x) = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$	
$\Delta < 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
$\Delta = 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$
$\Delta > 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
	$a.f(x) < 0, \forall x \in (x_1; x_2)$

2. Nhận xét:

$$\bullet ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \quad \bullet ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\bullet ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \quad \bullet ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

A. TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi
A. $x < -3$ hoặc $x > -1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 3$. **C.** $x < -2$ hoặc $x > 6$. **D.** $-1 < x < 3$.
- Câu 2.** Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi
A. $x < -13$ hoặc $x > 1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 13$. **C.** $-13 < x < 1$. **D.** $-1 < x < 13$.
- Câu 3.** Tam thức $y = -x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi
A. $x < -4$ hoặc $x > -1$. **B.** $x < 1$ hoặc $x > 4$. **C.** $-4 < x < -4$. **D.** $x \in \mathbb{R}$.
- Câu 4.** Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?
A. $y = x^2 - 5x + 6$. **B.** $y = 16 - x^2$. **C.** $y = x^2 - 2x + 3$. **D.** $y = -x^2 + 5x - 6$.
- Câu 5.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 4x + 4 > 0$ là:
A. $(2; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Câu 6.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 1 > 0$ là:
A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0$ là:
A. $(-\infty; 2\sqrt{2})$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{2\sqrt{2}\}$. **C.** $\emptyset$. **D.** $\mathbb{R}$.
- Câu 8.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:
A. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-3; 2)$. **C.** $(-2; 3)$. **D.** $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.
- Câu 9.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 < 9$ là:
A. $(-3; 3)$. **B.** $(-\infty; -3)$. **C.** $(-\infty; 3)$. **D.** $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 6\sqrt{2}x + 18 \geq 0$ là:

- A. $(3\sqrt{2}; +\infty)$. B. $[3\sqrt{2}; +\infty)$. C. $\emptyset$. D. $\square$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} \leq 0$ là:

- A. $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$. B. $[\sqrt{2}; \sqrt{3}]$. C. $(-\sqrt{3}; \sqrt{2})$. D. $[-\sqrt{3}; -\sqrt{2}]$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{8 - x^2}$ là

- A. $(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$. B. $[-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$.
C. $(-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$. D. $(-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ là

- A. $[-5; 1]$. B. $[-\frac{1}{5}; 1]$. C. $(-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$. D. $(-\infty; -\frac{1}{5}] \cup [1; +\infty)$.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{5x^2 - 4x - 1}$ là

- A. $(-\infty; \frac{1}{5}] \cup [1; +\infty)$. B. $[-\frac{1}{5}; 1]$. C. $(-\infty; -\frac{1}{5}] \cup [1; +\infty)$. D. $(-\infty; -\frac{1}{5}) \cup (1; +\infty)$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x - 2} + \frac{1}{\sqrt{x - 3}}$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $[3; +\infty)$. C. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. D. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{x + 3}}$ là

- A. $(-3; +\infty)$. B. $(-3; 1] \cup [2; +\infty)$. C. $(-3; 1] \cup (2; +\infty)$. D. $(-3; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2}{x^2 + 5x - 6}}$ là:

- A. $(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$. B. $(-6; 1)$. C. $(-\infty; -6) \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$.

Câu 18. Bất phương trình $\frac{x-1}{x^2+4x+3} \leq 0$ có tập nghiệm là:

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-3; -1) \cup [1; +\infty)$. C. $(-\infty; -3) \cup (-1; 1]$. D. $(-3; 1)$.

Câu 19. Tập nghiệm bất phương trình $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1} \geq 0$ là:

- A. $(1; 3]$. B. $(1; 2] \cup [3; +\infty)$. C. $[2; 3]$. D. $(-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

Câu 20. Bất phương trình $\frac{x-1}{x+2} \geq \frac{x+2}{x-1}$ có tập nghiệm là:

- A. $(-2; -\frac{1}{2}]$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(-2; -\frac{1}{2}] \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; -2) \cup [-\frac{1}{2}; 1]$.

- Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 + x + 12| > x^2 + x + 12$ là
A. $\emptyset$. **B.** $\square$. **C.** $(-4; -3)$. **D.** $(-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$.
- Câu 22.** Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2$ là
A. $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$. **C.** $(-6; -2) \cup (-3; 4)$. **D.** $(-4; 3)$.
- Câu 23.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 10x - 5} = 2(x - 1)$ là:
A. $x = \frac{3}{4}$. **B.** $x = 3 - \sqrt{6}$. **C.** $x = 3 + \sqrt{6}$. **D.** $x = 3 + \sqrt{6}$ và $x = 2$.
- Câu 24.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{(x+4)(6-x)} \leq 2(x+1)$ là:
A. $[-2; 5]$. **B.** $\left[\frac{\sqrt{109}-3}{5}; 6\right]$. **C.** $[1; 6]$. **D.** $[0; 7]$.
- Câu 25.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2(x-2)(x-5)} > x-3$ là:
A. $[-100; 2]$. **B.** $(-\infty; 1]$. **C.** $(-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2] \cup (4 + \sqrt{5}; +\infty)$.
- Câu 26.** Tập nghiệm của bất phương trình $|2x+4| > \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ là:
A. $(-\infty; -7) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **B.** $\left(-7; -\frac{1}{3}\right)$.
C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (7; +\infty)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; 7\right)$.
- Câu 27.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x} - 2x < 0$ là
A. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **B.** $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. **C.** $\left[0; \frac{1}{4}\right)$. **D.** $\{0\} \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.
- Câu 28.** Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - 5x + 2| - 2 \leq 5x$ là:
A. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **B.** $[-2; 2]$. **C.** $[0; 10]$. **D.** $(-\infty; 0] \cup [10; +\infty)$.
- Câu 29.** Giá trị nào của m thì phương trình $x^2 - mx + 1 - 3m = 0$ có 2 nghiệm trái dấu?
A. $m > \frac{1}{3}$. **B.** $m < \frac{1}{3}$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 2$.
- Câu 30.** Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + 2(m+3)x - m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?
A. $m \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$. **B.** $m \in (-3; 5)$
C. $m \in (5; +\infty)$. **D.** $m \neq 3$.
- Câu 31.** Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \square$?
A. $m < -1$. **B.** $m > -1$. **C.** $m < -\frac{4}{3}$. **D.** $m > \frac{4}{3}$.

- Câu 32.** Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?
A. $m > \frac{3}{2}$. **B.** $m > \frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. **D.** $1 < m < 3$.
- Câu 33.** Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?
A. $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{4}$. **D.** $m > \frac{1}{4}$.
- Câu 34.** Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?
A. $1 < m < 2$. **B.** $1 < m < 3$. **C.** $m > 2$. **D.** $m > 3$.
- Câu 35.** Các giá trị m làm cho biểu thức $x^2 + 4x + m - 5$ luôn luôn dương là:
A. $m < 9$. **B.** $m \geq 9$. **C.** $m > 9$. **D.** $m \in \emptyset$.
- Câu 36.** Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là
A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$. **C.** $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.
- Câu 37.** Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m+3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:
A. $m < 6$ và $m \neq 2$. **B.** $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
C. $2 < m < 6$. **D.** $m > 6$.
- Câu 38.** Cho $f(x) = mx^2 - 2x - 1$. Xác định m để $f(x) < 0$ với $x \in \mathbb{R}$.
A. $m < -1$. **B.** $m < 0$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $m < 1$ và $m \neq 0$.
- Câu 39.** Cho phương trình $(m-5)x^2 + (m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.
A. $m < \frac{22}{7}$. **B.** $\frac{22}{7} < m < 5$. **C.** $m \geq 5$. **D.** $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	D	D	C	D	C	C	A	D	D	B	A	C	A	B	C	C	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	C	B	D	A	A	C	A	D	C	D	D	B	C	B	B	A	B	

B. TỰ LUẬN

Bài 1: Giải các phương trình sau:

- a) $|x+1| = x^2 + x - 5$ b) $|x^2 - 2x - 2| = 2x - 5$ c) $|2x-1| - |x+3| = 4$
d) $\sqrt{2x^2 + 5x + 11} = x - 2$ e) $\sqrt{14x+2} = \sqrt{x^2 - 3x + 18}$ g) $\sqrt{x^2 - 8x + 16} = x^2 - 8x + 10$
h) $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2 + 3x}$ i) $x + \sqrt{17-x^2} + x\sqrt{17-x^2} = 9$ k) $\sqrt[3]{12-x} + \sqrt[3]{4+x} = 2$
l) $2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3 + 1}$ m) $\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x} = 2 - x^2$

Bài 2: Giải các bất phương trình:

- a) $\frac{(2x-1)(x-3)}{x-2} \leq 0$ b) $3x^2 - 5x - 2 \leq 0$ c) $\frac{2x^2 + x - 5}{x^2 - x - 6} \leq 2$
d) $|x^2 - x| \leq |x^2 - 1|$ e) $|4 - 3x| > 5$

$$\begin{array}{lll} \text{f)} \sqrt{x^2+x-6} < x-1 & \text{g)} \sqrt{x^2-5x-14} \geq 2x-1 & \text{h)} (x-3)\sqrt{x^2+4} \leq x^2-9 \\ \text{i)} x^2+2x|x-1|+1 \geq 0 & \text{j)} \sqrt{x^2+2}+x^2-2x > \sqrt{2x+5}+3 \end{array}$$

Bài 3: Tìm m để:

- a) Bất phương trình $(m-2)x^2-2(1-m)x+m-1 \leq 0$ vô nghiệm.
 b) Phương trình $x^2-2mx+m+2=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_1x_2 > 1$.
 c) Phương trình $(m+1)x^2-2(1-m)x+m-2=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.
 d) Hàm số $y = \sqrt{(2m-1)x^2-2mx+m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
 e) Phương trình $(2m+1)x^2-(1-2m)x+m+1=0$ có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu.
 f) $f(x) = x^2-mx+m+3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.
 g) $f(x) = mx^2-mx-5 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$.
 h) Phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-5=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa $x_1 < 1 < x_2$.
 j) Phương trình $(2m-1)x^2-2(m-1)x+m^2-2m-3=0$ có 2 nghiệm trái dấu.
 k) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x+m}{x^2+2}$ bằng 2.
 l) Hàm số $y = \sqrt{\frac{3x^2+x+3}{x^2+mx+1}} - 2$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

CHỦ ĐỀ 6 - CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC, CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

A. TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Trên đường tròn bán kính $r=5$, độ dài của cung đo $\frac{\pi}{8}$ là:
A. $l = \frac{\pi}{8}$. **B.** $l = \frac{r\pi}{8}$. **C.** $l = \frac{5\pi}{8}$. **D.** kết quả khác.
- Câu 2.** Trên đường tròn bán kính $r=15$, độ dài của cung có số đo 50° là:
A. $l = 750$. **B.** $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi}$. **C.** $l = \frac{15\pi}{180}$. **D.** $l = 15 \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 50$.
- Câu 3.** Trên đường tròn lượng giác, khẳng định nào sau đây **đúng**?
A. cung lượng giác có điểm đầu A và điểm cuối B chỉ có một số đo.
B. cung lượng giác có điểm đầu A và điểm cuối B chỉ có hai số đo sao cho tổng của chúng bằng 2π .
C. cung lượng giác có điểm đầu A và điểm cuối B chỉ có hai số đo hơn kém nhau 2π .
D. cung lượng giác có điểm đầu A và điểm cuối B có vô số đo sai khác nhau 2π .
- Câu 4.** Lục giác $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn lượng giác có gốc là A, các đỉnh lấy theo thứ tự đó và các điểm B, C có tung độ dương. Khi đó góc lượng giác có tia đầu OA, tia cuối OC bằng:
A. 120° . **B.** -240° . **C.** 120° hoặc -240° . **D.** $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

- Câu 5.** Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 45° . Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Ox , số đo cung lượng giác AN bằng:.
- A. -45° . B. $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. C. 45° hoặc 315° . D. $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 6.** Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là:.
- A. 120° . B. -240° . C. -120° hoặc 240° . D. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 7.** Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc là A , điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 135° . Gọi N là điểm đối xứng của M qua trục Oy , số đo cung AN là.
- A. -45° . B. 315° . C. -45° hoặc 315° . D. $45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 8.** Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\gamma = \frac{25\pi}{3}$, $\delta = \frac{19\pi}{6}$. Các cung nào có điểm cuối trùng nhau:
- A. α và β ; γ và δ . B. β và γ ; α và δ . C. α, β, γ . D. β, γ, δ .
- Câu 9.** Cho $\alpha = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Để $\alpha \in (19; 27)$ thì giá trị của k là:
- A. $k = 2$; $k = 3$. B. $k = 3$; $k = 4$. C. $k = 4$; $k = 5$. D. $k = 5$; $k = 6$.
- Câu 10.** Cho góc lượng giác (OA, OB) có số đo bằng $\frac{\pi}{5}$. Hỏi trong các số sau, số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối?
- A. $\frac{6\pi}{5}$. B. $-\frac{11\pi}{5}$. C. $\frac{9\pi}{5}$. D. $\frac{31\pi}{5}$.
- Câu 11.** Góc có số đo 108° đổi ra radian là:
- A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.
- Câu 12.** Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là:
- A. 240° . B. 135° . C. 72° . D. 270° .
- Câu 13.** Một đường tròn có bán kính $R = \frac{10}{\pi} \text{ cm}$. Tìm độ dài của cung $\frac{\pi}{2}$ trên đường tròn.
- A. 10 cm . B. 5 cm . C. $\frac{20}{\pi^2} \text{ cm}$. D. $\frac{\pi^2}{20} \text{ cm}$.
- Câu 14.** Một đường tròn có bán kính $R = 10 \text{ cm}$. Độ dài cung 40° trên đường tròn gần bằng
- A. 7 cm . B. 9 cm . C. 11 cm . D. 13 cm .
- Câu 15.** Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ bằng
- A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 16.** Giá trị của $\tan 180^\circ$ bằng
A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** Không xác định.
- Câu 17.** Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng
A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **B.** $1 - \sqrt{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.
- Câu 18.** Rút gọn biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$, ta được kết quả là
A. $A = \cos x + \sin x$. **B.** $A = \cos x - \sin x$. **C.** $A = \cos 2x - \sin 2x$. **D.** $A = \cos 2x + \sin 2x$.
- Câu 19.** Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào **sai**?
A. $\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$. **B.** $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$. **D.** $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$.
- Câu 20.** Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x$.
A. $A = -1$. **B.** $A = 1$. **C.** $A = 4$. **D.** $A = -4$.
- Câu 21.** Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng
A. 1. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $-\frac{1}{4}$.
- Câu 22.** Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng
A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.
- Câu 23.** Cho $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ lần lượt là
A. $-\frac{5}{13}; \frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}; -\frac{5}{12}$. **C.** $-\frac{5}{13}; \frac{5}{12}$. **D.** $\frac{5}{13}; -\frac{5}{12}$.
- Câu 24.** Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là:
A. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0$. **B.** $\sin \alpha < 0; \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0$. **D.** $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0$.
- Câu 25.** Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là:
A. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$. **B.** $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.
C. $\tan \alpha > 0; \cot \alpha < 0$. **D.** $\tan \alpha < 0; \cot \alpha > 0$.
- Câu 26.** Cho biết $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị biểu thức $A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x}$ bằng:
A. 6 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 12

Câu 27. Đơn giản biểu thức $A = (1 - \sin^2 x) \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$ ta có:

- A.** $A = \sin^2 x$ **B.** $A = \cos^2 x$ **C.** $A = -\sin^2 x$ **D.** $A = -\cos^2 x$

Câu 28. Biết $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A = a \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$ bằng:

- A.** $-a$. **B.** a . **C.** $-b$. **D.** b .

Câu 29. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.** $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$. **B.** $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$.
C. $\sin(180^\circ - a) = \sin a$. **D.** $\sin(180^\circ - a) = \cos a$.

Câu 30. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A.** $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$. **B.** $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.
C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$. **D.** $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 31. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta được

- A.** $A = 2$. **B.** $A = -2$. **C.** $A = 1$. **D.** -1 .

Câu 32. Giá trị của biểu thức $C = \frac{\cos 750^\circ + \sin 420^\circ}{\sin(-330^\circ) - \cos(-390^\circ)}$ bằng :

- A.** $-3 - \sqrt{3}$. **B.** $2 - 3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$. **D.** $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Câu 33. Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là sai :

- A.** $\sin \frac{A+C}{2} = \cos \frac{B}{2}$. **B.** $\cos \frac{A+C}{2} = \sin \frac{B}{2}$. **C.** $\sin(A+B) = \sin C$. **D.** $\cos(A+B) = \cos C$.

Câu 34. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta được :

- A.** $A = \cos \alpha + \sin \alpha$. **B.** $A = 2 \sin \alpha$. **C.** $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. **D.** $A = 0$.

Câu 35. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$, ta được:

- A.** $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$. **B.** $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$. **C.** $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$. **D.** $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$.

Câu 36. Rút gọn biểu thức $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, ta được:

- A.** $A = 2 \sin \alpha$. **B.** $A = 2 \cos \alpha$. **C.** $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. **D.** $A = 0$.

Câu 37. Cho $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó

- A.** $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}$; $\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$. **B.** $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$; $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$.

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}; \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}.$

D. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}; \cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}.$

Câu 38. Cho $\tan x = \frac{-3}{4}$ và góc x thỏa mãn $90^\circ < x < 180^\circ$. Khi đó.

A. $\cot x = \frac{4}{3}.$

B. $\cos x = \frac{3}{5}.$

C. $\sin x = \frac{3}{5}.$

D. $\sin x = \frac{-4}{5}.$

Câu 39. Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ và góc x thỏa mãn $90^\circ < x < 180^\circ$. Khi đó.

A. $\cot x = \frac{4}{3}.$

B. $\cos x = \frac{4}{5}.$

C. $\tan x = \frac{3}{4}.$

D. $\cos x = \frac{-4}{5}.$

Câu 40. Cho $\cos x = \frac{-4}{5}$ và góc x thỏa mãn $90^\circ < x < 180^\circ$. Khi đó.

A. $\cot x = \frac{4}{3}.$

B. $\sin x = \frac{3}{5}.$

C. $\tan x = \frac{4}{5}.$

D. $\sin x = \frac{-3}{5}.$

Câu 41. Cho $\cot x = \frac{3}{4}$ và góc x thỏa mãn $0^\circ < x < 90^\circ$. Khi đó.

A. $\tan x = \frac{-4}{3}.$

B. $\cos x = \frac{-3}{5}.$

C. $\sin x = \frac{4}{5}.$

D. $\sin x = \frac{-4}{5}.$

Câu 42. Biết $\tan x = 2$, giá trị của biểu thức $M = \frac{3\sin x - 2\cos x}{5\cos x + 7\sin x}$ bằng:.

A. $-\frac{4}{9}.$

B. $\frac{4}{19}.$

C. $-\frac{4}{19}.$

D. $\frac{4}{9}.$

Câu 43. Biết $\tan x = \frac{1}{2}$, giá trị của biểu thức $M = \frac{2\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4\cos^2 x}{5\cos^2 x - \sin^2 x}$ bằng:

A. $-\frac{8}{13}.$

B. $\frac{2}{19}.$

C. $-\frac{2}{19}.$

D. $-\frac{8}{19}.$

Câu 44. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng:.

A. $\sin(A+C) = -\sin B.$

B. $\cos(A+C) = -\cos B.$

C. $\tan(A+C) = \tan B.$

D. $\cot(A+C) = \cot B.$

Câu 45. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\sin C = \sin(A+B).$

B. $\cos C = \cos(A+B).$

C. $\tan C = \tan(A+B).$

D. $\cot C = -\cot(A+B).$

Câu 46. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}.$

B. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}.$

C. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}.$

D. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}.$

Câu 47. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}..$

B. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos\frac{C}{2}..$

C. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}..$

D. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}..$

Câu 48. Với góc x bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\sin^2 x + \cos^2 2x = 1.$

B. $\sin(x^2) + \cos(x^2) = 1.$

C. $\sin^2 x + \cos^2(180^\circ - x) = 1.$

D. $\sin^2 x - \cos^2(180^\circ - x) = 1.$

Câu 49. Cho biết $\sin a - \cos a = \frac{1}{2}$. Kết quả nào sau đây **sai**?

A. $\sin a \cdot \cos a = \frac{3}{8}.$

B. $\sin a + \cos a = \frac{\sqrt{7}}{4}.$

C. $\sin^4 a + \cos^4 a = \frac{21}{32}.$

D. $\tan^2 a + \cot^2 a = \frac{14}{3}.$

Câu 50. Hãy xác định kết quả sai:.

A. $\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$

B. $\cos 285^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$

C. $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$

D. $\sin\frac{103\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$

Câu 51. Nếu biết $\sin \alpha = \frac{5}{13} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$, $\cos \beta = \frac{3}{5} \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2} \right)$ thì giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$ là:.

A. $\frac{16}{65}.$

B. $-\frac{16}{65}.$

C. $\frac{18}{65}.$

D. $-\frac{18}{65}.$

Câu 52. Nếu biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b đều là các góc nhọn và dương thì $\sin(a - b)$ là:.

A. $\frac{20}{220}.$

B. $-\frac{20}{220}.$

C. $\frac{21}{221}.$

D. $\frac{22}{221}.$

Câu 53. Nếu $\tan x = 0.5$; $\sin y = \frac{3}{5} (0 < y < 90^\circ)$ thì $\tan(x + y)$ bằng:.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 54. Biết $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$, x, y đều là góc dương, nhọn thì:.

A. $x + y = \frac{\pi}{4}.$

B. $x + y = \frac{2\pi}{3}.$

C. $x + y = \frac{3\pi}{4}.$

D. $x + y = \frac{5\pi}{6}.$

Câu 55. Nếu $\tan(a + b) = 7$, $\tan(a - b) = 4$ thì giá trị đúng của $\tan 2a$ là:.

A. $-\frac{11}{27}.$

B. $\frac{11}{27}.$

C. $-\frac{13}{27}.$

D. $\frac{13}{27}.$

Câu 56. Hãy chỉ ra công thức sai, nếu A, B, C là ba góc của một tam giác

A. $\cos B \cdot \cos C - \sin B \cdot \sin C + \cos A = 0$.

B. $\sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2}$.

C. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C = 1$.

D. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$.

Câu 57. A, B, C là ba góc của một tam giác. Trong bốn công thức sau, có một công thức sai. Hãy chỉ rõ:.

A. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$.

B. $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cot B \cot C$.

C. $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$.

D. $\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A = 1$.

Câu 58. Nếu biết $\tan a = \frac{1}{2}$ ($0 < a < 90^\circ$), $\tan b = -\frac{1}{3}$ ($90^\circ < b < 180^\circ$) thì $\cos(2a - b)$ có giá trị đúng bằng:

A. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 59. Nếu $\sin a - \cos a = \frac{1}{5}$ ($135^\circ < a < 180^\circ$) thì giá trị đúng của $\tan 2a$ là:

A. $-\frac{20}{7}$.

B. $\frac{20}{7}$.

C. $\frac{24}{7}$.

D. $-\frac{24}{7}$.

Câu 60. Tích số $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$ bằng :

A. $\frac{1}{8}$.

B. $-\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	D	D	D	D	D	B	B	D	A	C	B	A	B	B	A	B	D	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	D	C	A	C	A	B	C	D	C	A	D	A	C	A	C	C	D	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	D	B	C	B	C	C	C	D	B	C	A	C	A	B	B	A	C	A

B. TỰ LUẬN

Bài 1: a) Cho $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

b) Cho $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ và $\tan \alpha = 3$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

c) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha, \sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \tan 2\alpha, \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$.

d) Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha, \sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \tan 2\alpha, \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

Bài 2: Chứng minh:

a) $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x$.

b) $\frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha}$.

$$c) 1 - \sin x = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right).$$

$$d) \tan \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}.$$

$$e) \cot \alpha + \tan \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}.$$

$$f) \cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cos x = \frac{1}{4} \sin 4x$$

$$g) \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - \frac{1}{2} \sin^2 2x}{\cos^4 x - \sin^4 x} = \cos 2x$$

$$h) \frac{[\sin x - \cos(\pi - x)]^2 - 1}{\cot x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cos x} = 2 \tan^2 x.$$

Bài 3: Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{(\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x)}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x}.$$

$$b) B = (\tan 2x - \tan x)(\sin 2x - \tan x).$$

$$c) C = \frac{1 - 2 \sin^2 x}{2 \cot\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}.$$

$$d) D = \frac{\sin^2(3\pi + x)}{1 + \cos x} + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$e) E = 4 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$$

$$f) F = (1 + \cot^2 x)(\cos^4 x + \sin^4 x - 1)$$

$$g) G = (\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2 - 2 \cos(a - b).$$

$$h) H = \sin(3\pi - x) + \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \tan(\pi + x) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right).$$

$$i) I = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x).$$

$$j) J = \cos^6 x + 2 \sin^4 x \cos^2 x + 3 \sin^2 x \cos^4 x + \sin^4 x.$$

Bài 4: Cho tam giác ABC, chứng minh rằng nếu

$$a) \frac{b^2 - a^2}{2c} = b \cos A - a \cos B \text{ thì } \triangle ABC \text{ cân.}$$

$$b) \begin{cases} \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} = a^2 \\ \cos(A + C) + 3 \cos B = 1 \end{cases} \text{ thì } \triangle ABC \text{ đều}$$

$$c) \frac{b}{\cos B} + \frac{c}{\cos C} = \frac{a}{\sin B \sin C} \text{ thì } \triangle ABC \text{ vuông}$$

PHẦN 2 – HÌNH HỌC

CHỦ ĐỀ 1 - HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

Cho $\triangle ABC$ có:– độ dài các cạnh: $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$

– độ dài các đường trung tuyến vẽ từ các đỉnh A, B, C : m_a, m_b, m_c

– độ dài các đường cao vẽ từ các đỉnh A, B, C : h_a, h_b, h_c

– bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác: R, r

– nửa chu vi tam giác: p

– diện tích tam giác: S

1. Định lí côsin

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A; \quad b^2 = c^2 + a^2 - 2ca.\cos B; \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$$

2. Định lí sin

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

3. Độ dài trung tuyến

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}; \quad m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}; \quad m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$$

4. Diện tích tam giác

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$= \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$= \frac{abc}{4R}$$

$$= pr$$

$$= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{công thức Hê-rông})$$

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AC = 10$, $AB = 6$ Tính cạnh BC

- A. 76 B. $2\sqrt{19}$ C. 14 D. $6\sqrt{2}$

Câu 2. Tam giác ABC có $B = 30^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AB = 3$. Tính cạnh AC

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. 1,5 D. 1,7

Câu 3. Tam giác ABC có $BC = 12$, $CA = 9$, $AB = 6$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 4$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

- A. $2\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{20}$ D. $\sqrt{19}$

Câu 4. Tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 5$, $BC = 6$. Tính $\cos(B+C)$.

- A. $\frac{1}{8}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $-0,125$ D. 0,75

Câu 5. Tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$, $\cos B = \frac{1}{8}$, $\cos C = \frac{3}{4}$. Tính cạnh BC

- A. 7 B. 5 C. $3\sqrt{3}$ D. 2

- Câu 6.** Tam giác ABC có các góc $A=105^0, B=45^0$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- Câu 7.** Tam giác ABC có các góc $A=75^0, B=45^0$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$
 A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. 1,2
- Câu 8.** Tam giác ABC có $A=75^0, B=45^0, AC=2$. Tính cạnh AB
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- Câu 9.** Tam giác ABC có tổng hai góc B và C bằng 135^0 và độ dài cạnh BC bằng a . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác
 A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $a\sqrt{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $a\sqrt{3}$
- Câu 10.** Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB=c$ và $\cos(A+B)=\frac{1}{3}$
 A. $\frac{c\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3c\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{9c\sqrt{2}}{8}$ D. $\frac{3c}{2}$
- Câu 11.** Tam giác ABC có $AB=5, AC=9$ và đường trung tuyến $AM=6$. Tính độ dài cạnh BC
 A. $2\sqrt{17}$ B. $\sqrt{17}$ C. $\sqrt{129}$ D. 22
- Câu 12.** Tam giác ABC có $AB=12, AC=13, A=30^0$. Tính diện tích tam giác đó
 A. 39. B. 78. C. $39\sqrt{3}$. D. $78\sqrt{3}$.
- Câu 13.** Tam giác ABC có $AB=1, AC=3, A=60^0$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp
 A. $\sqrt{7}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 14.** Tam giác ABC có $AB=10, AC=24$, diện tích bằng 120. Tính độ dài đường trung tuyến AM .
 A. 13. B. $7\sqrt{3}$. C. 26. D. $11\sqrt{2}$.
- Câu 15.** Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là $\sqrt{3}, \sqrt{2}$ và 1.
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 16.** Tính diện tích tam giác có ba cạnh là 9,10,11.
 A. $50\sqrt{3}$. B. 44. C. $30\sqrt{2}$. D. 42.
- Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(2;-5), B(10;4)$. Tính diện tích tam giác OAB.
 A. 29. B. 58. C. 14,5. D. $\sqrt{29}$.
- Câu 18.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(5;0), B(0;10), C(8;4)$. Tính diện tích tam giác

A. 50.

B. 25.

C. 10.

D. $5\sqrt{2}$.

Câu 19. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác có ba cạnh lần lượt là 5,12,13.

A. 11.

B. $5\sqrt{2}$.

C. 6.

D. 6,5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	D	C	B	A	C	B	A	B	A	A	B	A	D	C	A	B	D	

B. TỰ LUẬN

Bài 1: Cho tam giác ABC có $AB = 4cm$, $BC = 6cm$, góc $B = 60^\circ$.

- Tính diện tích tam giác ABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC .
- Tính chiều cao kẻ từ A và độ dài đường trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC .

Bài 2: Cho tam giác ABC có $AB = 13$, $BC = 14$, $AC = 15$.

- Tính diện tích tam giác ABC .
- Tính số đo các góc của tam giác ABC .
- Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC .

Bài 3: Cho tam giác ABC có $AB = 7$, góc $B = 60^\circ$, góc $C = 45^\circ$.

- Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác ABC .
- Tính diện tích tam giác ABC .
- Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC .

CHỦ ĐỀ 2 - PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vector chỉ phương của đường thẳng

Vector $\vec{u} \neq \vec{0}$ đgl **vector chỉ phương** của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .

Nhận xét: Nếu $\vec{u}$ là một VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTCP của Δ .

2. Vector pháp tuyến của đường thẳng

Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ đgl **vector pháp tuyến** của đường thẳng Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ .

3. Phương trình tham số của đường thẳng-phương trình chính tắc của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (u_1; u_2)$.

+) Phương trình tham số của Δ :
$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}).$$

Nhận xét: Gọi k là hệ số góc của Δ thì: $k = \frac{u_2}{u_1}$, với $u_1 \neq 0$.

4. Phương trình tổng quát của đường thẳng

PT $ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ đgl **phương trình tổng quát** của đường thẳng.

Nhận xét: • Nếu Δ có phương trình $ax + by + c = 0$ thì Δ có: VTPT là $\vec{n} = (a; b)$ và VTCP $\vec{u} = (b; -a)$.

• Nếu Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b)$ thì phương trình của Δ là: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

• Δ đi qua hai điểm $A(a; 0)$, $B(0; b)$ ($a, b \neq 0$): Δ : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. (phương trình đường thẳng theo đoạn chắn)

• Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có hệ số góc k : Phương trình của Δ : $y - y_0 = k(x - x_0)$

6. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1 : $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và Δ_2 : $a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Toạ độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ hệ (1) có một nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow$ hệ (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ hệ (1) có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)

7. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Ta có:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1b_2 - a_2b_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

8. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$. $d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A. TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Một đường thẳng có bao nhiêu vector chỉ phương
A. Một vector. **B.** Hai vector. **C.** Ba vector. **D.** Vô số vector.
- Câu 2.** Cho đường thẳng có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \end{cases}$ có toạ độ vector chỉ phương là.
A. $(2; -3)$. **B.** $(3; -1)$. **C.** $(3; 1)$. **D.** $(3; -3)$.
- Câu 3.** Cho đường thẳng có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 6 - 3t \end{cases}$ có hệ số góc là
A. $k = 1$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = -1$. **D.** $k = -2$.
- Câu 4.** Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2; 3)$ và $B(3; 1)$ là:
A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$.
- Câu 5.** Hai vector chỉ phương và vector pháp tuyến của một đường thẳng
A. Song song với nhau. **B.** Vuông góc với nhau.
C. Trùng nhau. **D.** Bằng nhau.
- Câu 6.** Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 1)$, $B(-1; -3)$ là
A. $4x - 3y - 5 = 0$. **B.** $3x - 4y - 5 = 0$. **C.** $4x + 3y - 5 = 0$. **D.** $-3x + 4y + 5 = 0$.
- Câu 7.** Cho hai đường thẳng $d_1: 4x - 3y + 5 = 0$ và $d_2: x + 2y - 4 = 0$. Khi đó $\cos(d_1, d_2)$ là:
A. $\frac{2}{5\sqrt{5}}$. **B.** $-\frac{2}{5\sqrt{5}}$. **C.** $-\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.
- Câu 8.** Khoảng cách từ điểm $M(2; -3)$ đến đường thẳng d có phương trình $2x + 3y - 7 = 0$ là:

A. $-\frac{12}{\sqrt{13}}$. B. $\frac{12}{\sqrt{13}}$. C. $-\frac{12}{13}$. D. $\frac{12}{13}$.

Câu 9. Hãy chọn phương án **đúng**. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(3;1)$ có vectơ chỉ phương là
A. $(4;2)$. B. $(2;1)$. C. $(2;0)$. D. $(0;2)$.

Câu 10. Phương trình nào sau đây đi qua hai điểm $A(2;-1)$, $B(-3;4)$

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

Câu 11. Các số sau đây, số nào là hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$, $B(-3; 4)$ là
A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 12. Cho tam giác ABC có tọa độ đỉnh $A(1;2)$, $B(3;1)$ và $C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao của tam giác vẽ từ A ?

A. $2x + 3y - 8 = 0$. B. $3x - 2y - 5 = 0$. C. $5x - 6y + 7 = 0$. D. $3x - 2y + 5 = 0$.

Câu 13. Cho phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Trong các phương trình sau, phương trình nào trình tổng quát của (d) ?

A. $2x + y - 1 = 0$. B. $2x + y + 4 = 0$. C. $x + 2y - 2 = 0$. D. $x - 2y + 3 = 0$.

Câu 14. Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát: $3x + 5y + 2017 = 0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. (d) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3;5)$. B. (d) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (5;-3)$.
C. (d) có hệ số góc $k = \frac{5}{3}$. D. (d) song song với đường thẳng $3x + 5y = 0$.

Câu 15. Cho đường thẳng có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-2;3)$. Vector nào sau là vector chỉ phương của đường thẳng đó

A. $\vec{u} = (2;3)$. B. $\vec{u} = (-2;3)$. C. $\vec{u} = (3;2)$. D. $\vec{u} = (-3;3)$.

Câu 16. Cho đường thẳng có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-2;0)$. Vector nào **không** là vector chỉ phương của đường thẳng đó.

A. $\vec{u} = (0;3)$. B. $\vec{u} = (0;-7)$. C. $\vec{u} = (8;0)$. D. $\vec{u} = (0;-5)$.

Câu 17. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x + 3y - 1 = 0$. Những điểm sau, điểm nào thuộc Δ .

A. $(3;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-3;0)$. D. $(0;-3)$.

Câu 18. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x + 3y - 1 = 0$. Vector nào sau đây **không** là vector chỉ phương của Δ

A. $\left(1; \frac{2}{3}\right)$. B. $(3;2)$. C. $(2;3)$. D. $(-3;-2)$.

- Câu 19.** Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Đường thẳng nào sau đây song song với Δ
- A. $2x-y-1=0$. B. $2x+3y+4=0$. C. $2x+y=5$. D. $x-\frac{3}{2}y+7=0$.
- Câu 20.** Trong các đường sau đây, đường thẳng nào song song với đường thẳng $\Delta: x-4y+1=0$
- A. $y=2x+3$. B. $x+2y=0$. C. $2x+8y=0$. D. $-x+4y-2=0$.
- Câu 21.** Đường nào sau đây cắt đường thẳng Δ có phương trình: $x-4y+1=0$
- A. $y=2x+3$. B. $-2x+8y=0$. C. $2x-8y=0$. D. $-x+4y-2=0$.
- Câu 22.** Cho hai điểm $A(1;-2), B(3;6)$. Phương trình đường trung trực của của đoạn thẳng AB là
- A. $x+4y-10=0$. B. $2x+8y-5=0$. C. $x+4y+10=0$. D. $2x+8y+5=0$.
- Câu 23.** Góc giữa hai đường thẳng $d_1: x+2y+4=0; d_2: x-3y+6=0$
- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. $23^\circ 12'$.
- Câu 24.** Cho hai đường thẳng $(d_1): x+2y+4=0$ và $(d_2): 2x-y+6=0$. Tính góc giữa hai đường thẳng (d_1) và (d_2) là:
- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .
- Câu 25.** Cho $A(4;0), B(2;-3), C(9;6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
- A. $(3;5)$. B. $(5;1)$. C. $(15;9)$. D. $(9;15)$.
- Câu 26.** Bán kính đường tròn tâm $C(-2;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $d: 5x+12y-10=0$
- A. $\frac{44}{13}$. B. $\frac{43}{13}$. C. $\frac{42}{13}$. D. $\frac{41}{13}$.
- Câu 27.** Khoảng cách từ $C(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+4y-11=0$ là:
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 28.** Bán kính của đường tròn tâm $I(2;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 4x+3y-1=0$ là
- A. 10. B. 5. C. $\frac{22}{5}$. D. $\frac{21}{5}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	C	C	B	A	A	B	C	A	D	A	A	C	C	C	B	C	D	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	C	C	B	A	D	C												

B. TỰ LUẬN

Bài 1: Cho 3 điểm $A(2;1), B(3;2), C(4;-1)$, các đường thẳng $d_1: y+2x-1=0, d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=3+5t \end{cases}$.

- a)Viết phương trình tổng quát đường thẳng qua A và song song với d_1 .
- b)Viết phương trình tham số đường thẳng AB .
- c)Viết phương trình tổng quát đường trung trực đoạn AB .

- d)Viết phương trình tham số đường thẳng qua B và vuông góc với d_1 .
- e)Tìm tọa độ điểm $M \in d_1$ sao cho $AM = 2\sqrt{2}$.
- f)Tìm tọa độ điểm $N \in d_2$ sao cho $d(N, d_1) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.
- g)Viết phương trình đường thẳng qua A và cách B một khoảng lớn nhất.
- h)Viết phương trình đường thẳng song song với d_1 và cách điểm B một khoảng bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Bài 2: Xét vị trí tương đối, tìm tọa độ giao điểm(nếu có) và tính cosin của góc giữa các cặp đường thẳng sau:

- a) $d_1: x + y - 3 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + t \end{cases}$.
- b) $d_1: x + 2y - 3 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$.
- c) $d_1: 4x + 2y - 3 = 0$ và $d_2: 3x + 2y - 1 = 0$.

Bài 3: Cho $M(2;1), N(5;3), P(4;-3)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Viết phương trình các đường thẳng chứa:

- a) Các cạnh của tam giác ABC .
- b) Các đường trung trực của tam giác ABC .
- c) Các đường trung tuyến của tam giác ABC .

Bài 4: Cho điểm $M(2;1)$ và đường thẳng $\Delta: x + 2y - 2 = 0$.

- a) Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua Δ .
- b) Viết phương trình đường Δ' đối xứng với Δ qua M .

CHỦ ĐỀ 3 - PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1. Phương trình đường tròn

Dạng 1: Phương trình đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

Dạng 2: Phương trình $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$, với $a^2 + b^2 - c > 0$, là phương trình đường tròn tâm $I(-a; -b)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ . Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tâm của đường tròn (C) có phương trình $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 12$

A. (3;4).

B. (4;3).

C. (3;-4).

D. (-3;4).

Câu 2. Cho đường cong có phương trình $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 4 = 0$. Tâm của đường tròn có tọa độ là:

- A. $(-5;4)$. B. $(4;-5)$. C. $\left(-\frac{5}{2};2\right)$. D. $\left(-\frac{5}{2};-2\right)$.

Câu 3. Cho đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 4 = 0$. Bán kính của đường tròn là:

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{6}{2}$.

Câu 4. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn

- A. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. B. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Câu 5. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. (C) có tâm $I(1;2)$. B. (C) có bán kính $R = 5$
C. (C) đi qua điểm $M(2;2)$. D. (C) không đi qua điểm $A(1;1)$.

Câu 6. Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và đi qua $M(3;1)$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$.
C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 8$.

Câu 7. Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-2;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$.

- A. $(x-2)^2 + y^2 = 5$. B. $(x+2)^2 + y^2 = 5$. C. $x^2 + (y-2)^2 = 5$. D. $x^2 + (y+2)^2 = 5$.

Câu 8. Tìm phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-1;1)$, $B(3;1)$, $C(1;3)$.

- A. $(C): x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$. B. $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$.
C. $(C): x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$. D. $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

Câu 9. Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(1;2)$, $B(-2;3)$, $C(4;1)$.

- A. $(0;-1)$. B. $\left(3;\frac{1}{2}\right)$. C. $(0;0)$. D. Không có.

Câu 10. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): (x+10)^2 + (y-16)^2 = 1$.

- A. Không cắt nhau. B. Cắt nhau. C. Tiếp xúc trong. D. Tiếp xúc ngoài.

Câu 11. Đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ khi:

- A. $m = 3$. B. $m = \pm 5$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 12. Tọa độ tâm và bán kính R đường tròn có phương trình $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

- A. $I(2;-3)$ và $R = 5$. B. $I(-2;3)$ và $R = 5$.
C. $I(2;-3)$ và $R = 25$. D. $I(-2;3)$ và $R = 5$.

Câu 13. Tọa độ tâm và bán kính R đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

- A. $I(2;-3)$ và $R = 3$. B. $I(2;-3)$ và $R = 4$.
C. $I(1;1)$ và $R = 2$. D. $I(1;-1)$ và $R = 2$.

- Câu 14.** Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) có phương trình : $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$. Đi qua điểm $A(-1;0)$.
A. $3x - 4y + 3 = 0$. **B.** $3x + 4y + 3 = 0$. **C.** $-3x + 4y + 3 = 0$. **D.** $3x + 4y - 3 = 0$.
- Câu 15.** Đường thẳng $d : 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 4$ khi :
A. $m = 3$. **B.** $m = \pm 10$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 4$.
- Câu 16.** Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(3;4)$ với đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$ là:
A. $x + y - 7 = 0$ **B.** $x + y + 7 = 0$ **C.** $x - y - 7 = 0$ **D.** $x + y - 3 = 0$.
- Câu 17.** Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ và đường thẳng $\Delta : x + 2y + 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :
A. Δ đi qua tâm (C). **B.** Δ cắt (C) và không đi qua tâm (C).
C. Δ tiếp xúc với (C). **D.** Δ không có điểm chung với (C).
- Câu 18.** Cho hai điểm $A(1;1), B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là:
A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.
- Câu 19.** Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB với $A(1;1), B(7;5)$.
A. (C): $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 13$. **B.** (C): $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$.
C. (C): $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 13$. **D.** (C): $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 13$.
- Câu 20.** Cho điểm $M(0;4)$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$. Tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau:
A. M nằm ngoài (C). **B.** M nằm trên (C).
C. M nằm trong (C). **D.** M trùng với tâm (C).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	C	D	A	A	B	D	D	A	B	A	C	D	B	A	A	D	B	A

B. TỰ LUẬN

- Bài 1:** Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$.
a) Tìm tọa độ tâm và bán kính của (C).
b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(0;1)$.
c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(-1;3)$.
d) Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $2x + 3y - 3 = 0$.
- Bài 2:** Viết phương trình của đường tròn (C) trong mỗi trường hợp sau :
a) Đi qua 3 điểm $A(1;3), B(5;6), C(7;0)$.
b) Đường kính AB với $A(1;5), B(5;-1)$.

- c) Tâm $A(2;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $3x - 4y - 8 = 0$
 d) Tiếp xúc với hai trục tọa độ và đi qua điểm $M(2;-5)$.
 e) Tiếp xúc với hai trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng $3x - 5y - 8 = 0$.
 f) Có bán kính bằng 1, tiếp xúc với trục hoành và có tâm nằm trên đường thẳng $x + y - 3 = 0$.

CHỦ ĐỀ 4 - PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP

1. Định nghĩa

Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$). Ta có: $M \in (E) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$ ($a > c$)

F_1, F_2 : các **tiêu điểm**, $F_1F_2 = 2c$: **tiêu cự**.

2. Phương trình chính tắc của elip

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0, b^2 = a^2 - c^2)$$

- Toạ độ các tiêu điểm: $F_1(-c;0), F_2(c;0)$.

3. Hình dạng của elip

- (E) nhận các trục tọa độ làm các trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng.
- Toạ độ các đỉnh: $A_1(-a;0), A_2(a;0), B_1(0;-b), B_2(0;b)$
- Độ dài các trục: trục lớn: $A_1A_2 = 2a$, trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$
- Hình chữ nhật cơ sở: tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a, y = \pm b$ (ngoại tiếp elip).

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hãy chọn đáp án đúng điền vào chỗ trống (1). Cho hai điểm cố định F_1, F_2 và một độ dài không đổi $2a$ lớn hơn F_1F_2 . Elip là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho . . (1) . . . Các điểm F_1 và F_2 gọi là các tiêu điểm của elip. Độ dài $F_1F_2 = 2c$ gọi là tiêu cự của elip.

- A.** $F_1M + F_2M > 2a$. **B.** $F_1M + F_2M < 2a$. **C.** $F_1M + F_2M = 2a$. **D.** $F_1M + F_2M = 2c$

Câu 2. Toạ độ các tiêu điểm của Elip là

- A.** $F_1(-c;0)$ và $F_2(c;0)$. **B.** $F_1(c;0)$ và $F_2(c;0)$.
C. $F_1(-c;0)$ và $F_2(0;c)$. **D.** $F_1(-c;0)$ và $F_2(0;-c)$.

Câu 3. Phương trình chính tắc của elip là :

- A.** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ **B.** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$
C. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ **D.** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$

Câu 4. Tìm các tiêu điểm của $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$.

- A.** $F_1(-3;0)$ và $F_2(0;-3)$. **B.** $F_1(3;0)$ và $F_2(0;-3)$.
C. $F_1(-\sqrt{8};0)$ và $F_2(\sqrt{8};0)$. **D.** $F_1(\sqrt{8};0)$ và $F_2(0;-\sqrt{8})$.

Câu 5. Đường elip $(E): \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ có tiêu cự bằng?

- A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 4. D. -2

Câu 6. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn $2a=10$ và tiêu cự $2c=6$ là:

- A. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 7. Đường $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ có tiêu cự bằng?

- A. $2\sqrt{2}$. B. $-2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 8. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết trục lớn $2a=10$, trục bé $2b=8$.

- A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 9. Viết phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn $2a=8$ và tiêu cự $2c=6$.

- A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$. B. $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{7} = 1$. C. $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $(E): \frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 10. Một elip có trục lớn bằng 26, tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{12}{13}$. Trục nhỏ của elip bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 10. C. 12. D. 24.

Câu 11. Phương trình chính tắc của elip (E) có hai đỉnh $(-3;0);(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0);(1;0)$ là

- A. $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. B. $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. D. $(E): \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 12. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết tiêu cự $2c=6$ và trục bé $2b=8$ là:

- A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$. B. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = -1$. D. $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

Câu 13. Cho elíp có phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $(d): y+3=0$. Tính tích các khoảng cách h từ hai tiêu điểm của elip (E) tới đường thẳng (d) .

- A. $h=81$. B. $h=16$. C. $h=6$. D. $h=7$.

Câu 14. Cho phương trình elip $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36$. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau?

- A. (E) có trục lớn bằng 6 B. (E) có trục nhỏ bằng 4.

- C. (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{5}$. D. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 15. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và các mệnh đề sau

(I): Elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

(II): Elip (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

(III): Elip (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.

(IV): Elip (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3

Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. (I) và (II). **B.** (II) và (III). **C.** I và (III) **D.** (IV).

Câu 16. Cho elip $(E): x^2 + 4y^2 = 1$ và cho các mệnh đề:

(I): (E) có trục lớn bằng 1.

(II): (E) có trục nhỏ bằng 4 .

(III): (E) có tiêu điểm $F_1\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(IV): (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$.

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. (I). **B.** (II) và (IV). **C.** (I) và (III). **D.** (IV).

Câu 17. Tìm phương trình chính tắc của elip (E) có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm $(2; -2)$.

A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. **B.** $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. **C.** $(E): \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. **D.** $(E): \frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	B	C	C	D	A	C	A	B	C	D	C	C	D	D	B			

B. TỰ LUẬN

Bài 1: Viết phương trình chính tắc của elip (E) trong mỗi trường hợp sau :

a) Độ dài trục lớn bằng 6 và tiêu cự bằng 4 .

b) Một tiêu điểm là $(3;0)$ và độ dài trục lớn bằng 10.

c) Có một tiêu điểm là $F(-1;0)$ và điểm $M\left(2; \frac{-3\sqrt{3}}{2}\right)$ nằm trên elip.

Bài 2: Cho elip (E) có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$.

a) Xác định tọa độ các tiêu điểm , các đỉnh. Tính độ dài các trục, tiêu cự của (E) .

b) Tìm tọa độ của điểm N thuộc (E) sao cho $NF_1 = 2NF_2$.

c) Tìm tọa độ của điểm M thuộc (E) sao cho $F_1MF_2 = 90^\circ$.

PHẦN 3 – MỘT SỐ ĐỀ MINH HỌA

ĐỀ SỐ 1

(Theo ma trận Bà Rịa – Vũng Tàu)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3 điểm)

Câu 1. Bất phương trình $|2x-1| \leq 3$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$. B. $-1 \leq x \leq 2$. C. $x \in \emptyset$. D. $x \leq 2$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương $x^2 - 5x + 4 > 0$ là

- A. $\emptyset$. B. $(1; 4)$. C. $\{1, 4\}$. D. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 3. Tập hợp $S = [1; 3]$ là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x + 5} \leq 0$. B. $x^2 - 4x + 3 < 0$. C. $x^2 + 4x + 3 \leq 0$. D. $\frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} \leq 0$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 3} \leq x + 1$ là:

- A. $[1; +\infty)$. B. $[-1; +\infty)$. C. $\emptyset$. D. $[-1; 1]$.

Câu 5. Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2x + m \leq 0$ có tập nghiệm $\emptyset$ là

- A. $m = 1$. B. $m \leq 1$. C. $m \geq 1$. D. $m > 1$.

Câu 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 2 \leq x + m \\ x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{cases}$ (m là tham số). Tất cả các giá trị tham số m để hệ bất phương trình vô nghiệm là:

- A. $m < 3$. B. $m \leq 3$. C. $m > 4$. D. $m \geq 4$.

Câu 7. Cho $\tan x = -2$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Giá trị $\cos x$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. 5.

Câu 8. Cho $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Giá trị $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{8}$. B. $\frac{15}{8}$. C. $-\frac{\sqrt{15}}{8}$. D. $\frac{15}{16}$.

Câu 9. Tam giác ABC có $B = 30^\circ, BC = \sqrt{3}, AB = 3$. Tính cạnh AC

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. 1,5 D. 1,7

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): 2x - 3y + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

A. $\vec{u} = (6; -4)$. B. $\vec{u} = (3; 1)$. C. $\vec{u} = (-3; -2)$. D. $\vec{u} = (2; -3)$.

Câu 11. Cho đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 4 = 0$. Bán kính của đường tròn là:

A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{6}{2}$.

Câu 12. Đường elip $(E): \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ có tiêu cự bằng?

A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 4. D. -2

Câu 13. Cho tam giác ABC có tọa độ đỉnh $A(1; 2)$, $B(3; 1)$ và $C(5; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao của tam giác vẽ từ A của tam giác ABC ?

A. $2x + 3y - 8 = 0$. B. $3x - 2y - 5 = 0$. C. $5x - 6y + 7 = 0$. D. $3x - 2y + 5 = 0$.

Câu 14. Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-2; 0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$.

A. $(x - 2)^2 + y^2 = 5$. B. $(x + 2)^2 + y^2 = 5$. C. $x^2 + (y - 2)^2 = 5$. D. $x^2 + (y + 2)^2 = 5$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C_m): x^2 + y^2 + 2mx - 2(m - 1)y - m + 1 = 0$. Giá trị của tham số m để đường tròn (C_m) có bán kính nhỏ nhất là:

A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m = -\frac{1}{8}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN(7điểm)

Bài 1: (1,5điểm)Giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{3x^2 - x + 1}{2x - 1} \leq 1$; b) $|3x - 5| \geq 3$

Bài 2: (1,0điểm)Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3(m - 2) > 0$ vô nghiệm.

Bài 3: (2,0điểm)a)Rút gọn biểu thức $A = \frac{\cos 2x}{\cos x + \sin x} + \frac{2\cos^2 x - \sin 2x}{\cos x - \sin x} + 3\cos(3\pi + x)$.

b)Cho tam giác ABC có $AB = 13, BC = 14, AC = 15$. Tính diện tích và độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

c)Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha, \sin 2\alpha, \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$.

Bài 4: (2,0điểm)Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(2; 1), B(4; 3)$; đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$ và elip $(E): 4x^2 + 9y^2 = 1$.

a) Tìm tọa độ các đỉnh và tính tiêu cự của (E) .

b) Viết phương trình đường tròn đường kính AB .

c) Viết phương trình tổng quát đường thẳng qua B và vuông góc với đường thẳng d .

Bài 5: (0,5điểm)Giải bất phương trình sau trên tập số thực: $\frac{1-\sqrt{21-4x+x^2}}{x+1} \geq 0$.

-----HẾT-----

ĐỀ SỐ 2

(Theo ma trận Bà Rịa – Vũng Tàu)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3 điểm)

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $4x^2 - 12x + 9 \geq 0$ có nghiệm là

- A. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\emptyset$. C. $\left\{\frac{3}{2}\right\}$. D. $\emptyset$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương $(-x^2 - 5x + 6)(2x - 1) > 0$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\left(-6; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$. C. $\left\{-6, 1, \frac{1}{2}\right\}$. D. $(-\infty; -6) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 3. Nghiệm của bất phương trình $\frac{x}{x+1} \leq 1$

- A. $x > -1$. B. $x \geq -1$. C. $x < -1$. D. $x \neq -1$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $|3x + 2| \leq 4$ là:

- A. $-2 \leq x \leq \frac{2}{3}$. B. $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$. C. $x \geq -2$. D. $x \leq \frac{2}{3}$.

Câu 5. Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-2x^2 - 2mx + m \geq 0$ vô nghiệm là

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$. B. $-2 < m < 0$. C. $m < 0$. D. $-2 \leq m \leq 0$.

Câu 6. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m = 0$. Tất cả các giá trị tham số m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 < 1 < x_2$ là

- A. $m > 1$. B. $0 < m < 1$. C. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$. D. $m \in \emptyset$.

Câu 7. Cho $\cot x = 2$ với $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Giá trị $\sin x$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. 5.

Câu 8. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

- Câu 9.** Tam giác ABC có $B = 30^\circ, AB = 4, A = 125^\circ$. Tính độ dài đường cao AH của tam giác ABC .
- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$. Vector nào dưới đây **không phải** là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?
- A. $\vec{u} = (2; -1)$. B. $\vec{u} = (4; -2)$. C. $\vec{u} = (1; 3)$. D. $\vec{u} = (-6; 3)$.
- Câu 11.** Cho đường tròn có phương trình $2x^2 + 2y^2 + 4x - 6y - 7 = 0$. Tâm của đường tròn có tọa độ là:
- A. $(-2; 3)$. B. $(2; -3)$. C. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(1; -\frac{3}{2}\right)$.
- Câu 12.** Đường elip $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36$ tổng độ dài trục lớn và trục nhỏ bằng?
- A. 5 B. $6 + 2\sqrt{5}$. C. 10. D. $4 + 2\sqrt{5}$
- Câu 13.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(3; 2), B(1; 6)$. Đường tròn đường kính AB có phương trình là
- A. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 5$. B. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 5$.
C. $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 5$. D. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = \sqrt{5}$.
- Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(3; 1), B(1; 2)$. Đường thẳng qua điểm A và cách điểm B một khoảng lớn nhất có phương trình là
- A. $2x - y + 6 = 0$. B. $-2x + y + 5 = 0$. C. $x - y - 2 = 0$. D. $3x - y - 8 = 0$.
- Câu 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4; 3), B(0; -1)$ và trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: x - 3y + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm C sao cho diện tích tam giác ABC bằng 12 và điểm C có hoành độ dương.
- A. $C(-1; 4)$. B. $C(3; 5)$. C. $C(19; 5)$. D. $C(17; 10)$

II. PHẦN TỰ LUẬN(7điểm)

Bài 1: (1,5điểm)Giải các bất phương trình sau:

b) $\frac{3x - 3}{x^2 - 2x - 3} \leq 1$;

b). $x|x - 3| + 2x \leq 0$

Bài 2: (1,0điểm)Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình: $x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 \leq 14$.

Bài 3: (2,0điểm)a)Chứng minh: $\frac{1 - \sin(7\pi - x)}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{1 + \sin x} + 1 - \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = \frac{2}{1 + \sin x}$

b)Cho tam giác ABC có $AB = 14, BC = 14, AC = 15$. Tính diện tích và độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

c) Cho $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\cos \alpha, \cos 2\alpha, \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- Bài 4:** (2,0điểm) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy , cho điểm $A(2;4)$, đường thẳng $d: x+3y-2=0$ và đường tròn $d: x^2+y^2-2x+4y-3=0$.
- Tìm toạ độ tâm và tính bán kính của đường tròn.
 - Viết phương trình đường tròn tâm A tiếp xúc với đường thẳng d .
 - Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d .

Bài 5: (0,5điểm) Giải phương trình sau trên tập số thực: $2017\sqrt{x^2-3x+5}-2017\sqrt{x+5}+x^2-4x=0$.

-----HẾT-----

ĐỀ SỐ 3

(ĐỀ ÔN TẬP CỦA AMS-GV)

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Giá trị $x=-2$ là nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?

- A.** $|x| < 2$. **B.** $(x-1)(x+2) > 0$. **C.** $\frac{x}{1-x} + \frac{1-x}{x} < 0$. **D.** $\sqrt{x+3} < x$.

Câu 2: Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x+m>0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2;3]$?

- A.** $m > -3$. **B.** $m \geq -3$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m > 2$.

Câu 3: Tập hợp $S = [1;3]$ là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A.** $\frac{x^2-4x+3}{x^2+4x+5} \leq 0$. **B.** $x^2-4x+3 < 0$. **C.** $x^2+4x+3 \leq 0$. **D.** $\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2} \leq 0$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+3} \leq x+1$ là:

- A.** $[1;+\infty)$. **B.** $[-2;+\infty)$. **C.** $[-3;-2] \cup [1;+\infty)$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 5: Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\frac{x+3}{2x} + \frac{2x}{x+3} \leq 2$ là:

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Đáp số khác.

Câu 6: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+4m^2 \leq 2mx+1 \\ 3x+2 > 2x-1 \end{cases}$ (m là tham số). Giá trị tham số m để hệ bất phương trình vô nghiệm là:

- A.** $m < -2$. **B.** $m > -1$. **C.** $m \leq -2$. **D.** $m \in \emptyset$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x+\sqrt{x+2} \leq 2+\sqrt{x+2}$ là:

- A.** $\emptyset$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $\{2\}$. **D.** $[-2;2]$.

- Câu 8:** Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 7x + 10 < 0 \\ |2x - 3| \geq 5 \end{cases}$ là
- A. $(4;5)$. B. $[4;5)$. C. $(2;4)$. D. $(2;4]$.
- Câu 9:** Cho x thỏa mãn $-2\pi < x < -\pi$ và $\tan x = \frac{3}{4}$. Khi đó giá trị của biểu thức $\sin x$ bằng:
- A. $0,4$. B. $-0,4$. C. $0,6$. D. $-0,6$.
- Câu 10:** Cho biểu thức $A = a(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + 4(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + b \sin^2 \alpha$ (a, b là các tham số). Tìm hệ thức liên hệ của a, b để giá trị biểu thức A không phụ thuộc vào α .
- A. $a = 2b$. B. $b = 2a$. C. $a = 3b + 1$. D. $a = 2b + 3$
- Câu 11:** Với mọi $x \neq k\pi$, giá trị của biểu thức $A = \sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ là
- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. Giá trị khác.
- Câu 12:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): 2x - 3y + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?
- A. $\vec{u} = (6; -4)$. B. $\vec{u} = (3; 1)$. C. $\vec{u} = (-3; -2)$. D. $\vec{u} = (2; -3)$.
- Câu 13:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 + t \end{cases}$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d .
- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 5 .
- Câu 14:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(2;3)$ cắt tia $Ox; Oy$ lần lượt tại các điểm M, N sao cho diện tích tam giác OMN đạt giá trị nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là:
- A. $x + y + 12 = 0$. B. $2x - 3y + 10 = 0$. C. $3x + 2y - 12 = 0$. D. $3x + y - 12 = 0$.
- Câu 15:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$. Đường thẳng đi qua M tạo với d một góc bằng 30° có phương trình là:
- A. $x + (8 + 5\sqrt{3})y - 9 - 5\sqrt{3} = 0$ hoặc $x + (8 - 5\sqrt{3})y - 9 + 5\sqrt{3} = 0$.
- B. $x - (8 + 5\sqrt{3})y - 9 - 5\sqrt{3} = 0$ hoặc $x + (8 - 5\sqrt{3})y + 9 + 5\sqrt{3} = 0$.
- C. $x + 2y - 3 = 0$ hoặc $x = 1$.
- D. $2x - 5y + 3 = 0$ hoặc $y = 1$.
- Câu 16:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C_m): x^2 + y^2 + 2mx - 4(m+1)y - 2 = 0$ (m là tham số) và điểm $A(4;1)$. Giá trị của tham số m để đường tròn (C_m) có bán kính nhỏ nhất là
- A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{4}{5}$.

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1:

- a) Giải bất phương trình sau trên tập số thực $\sqrt{-x^2-8x-12} > x+4$
 b) Tìm giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2-2(m-1)x+3(m-2) > 0$ vô nghiệm.
 c) Tìm giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2-4x+m-5 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi

$x \in (-1;3)$. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} - \frac{2\cos^2 x + \sin 2x - 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{2(\cos x - 1)}$ (với điều kiện biểu thức có nghĩa).

Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(2;1)$ và đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$.

- a) Tìm tọa độ điểm A_1 đối xứng với điểm A qua đường thẳng d .
 b) Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc trục Ox , đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng d .
 c) Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng d và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm M, N sao cho diện tích tam giác AMN bằng $\frac{1}{2}$.

Bài 3: Giải bất phương trình sau trên tập số thực: $x + \sqrt{x+4} \geq \sqrt{2x^2-10x+17} + 3$.

-----HẾT-----

ĐỀ SỐ 4

(ĐỀ ÔN TẬP CỦA BÌNH PHƯỚC)

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho a, b, c, d với $a > b$ và $c > d$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $a+b > b+d$. B. $a-c > b-d$. C. $ac > bd$. D. $a+c > b+d$.

Câu 2. Cho $a > b$ và c tùy ý. Câu nào sau đây đúng?

- A. $a-c > b-c$ B. $ac > bc$. C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ($c \neq 0$)

Câu 3. Nhị thức $f(x) = 2x+3$ dương trong:

- A. $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$.

Câu 4. Tam thức $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A. $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$. B. $\frac{1}{2} < x < 2$
 C. $x < -2$ hoặc $x > -\frac{1}{2}$. D. với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 5. Cho góc lượng giác (OA, OB) có số đo bằng $\frac{\pi}{5}$. Hỏi trong các số sau, số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối?

A. $\frac{6\pi}{5}$.

B. $-\frac{11\pi}{5}$.

C. $\frac{9\pi}{5}$.

D. $\frac{31\pi}{5}$.

Câu 6. Giá trị của $\tan 180^\circ$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. Không xác định.

Câu 7. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ có a, b, c là độ dài các cạnh BC, CA, AB . Kết quả nào sau đây sai ?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{c}$.

C. $\cos A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc}$.

D. $\cos A = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây sai?

Đường thẳng d được xác định khi biết:

A. Một vector pháp tuyến hoặc một vector chỉ phương.

B. Hệ số góc và một điểm.

C. Một điểm thuộc d và biết d song song với một đường thẳng cho trước.

D. Hai điểm phân biệt của d .

Câu 10. Cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Nếu đường thẳng Δ qua điểm $M(1; -1)$ và Δ song song với d thì Δ có phương trình:

A. $x - 2y - 3 = 0$.

B. $x - 2y + 5 = 0$.

C. $x - 2y + 3 = 0$.

D. $x + 2y + 1 = 0$.

Câu 11. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

(I) $x^2 + y^2 - 4x + 15y - 12 = 0$.

(II) $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 20 = 0$.

(III) $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$.

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Chỉ (III).

D. Chỉ (I) và (III).

Câu 12. Elip có phương trình: $4x^2 + 8y^2 = 32$ có tiêu cự là:

A. 2.

B. 4.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{2}$.

Câu 13. Cho bảng phân bố tần số

Tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong một công ty.

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	7	43

Một của bảng phân bố tần số đã cho là

A. 2 triệu đồng.

B. 6 triệu đồng.

C. 3 triệu đồng.

D. 5 triệu đồng.

Câu 14. Cho bảng phân bố tần số

Tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong một công ty

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	7	43

Số trung vị của bảng phân bố tần số đã cho là

A. 2 triệu đồng.

B. 3 triệu đồng.

C. 4 triệu đồng.

D. 5 triệu đồng.

Câu 15. Cho bảng phân bố tần số

Tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong một công ty

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
-------------	---	---	---	---	---	------

Tần số	5	15	10	6	7	43
--------	---	----	----	---	---	----

Số trung bình cộng của các số liệu thống kê đã cho là :

- A. 3,88. B. 1,26. C. 2,88. D. 4,88.

Câu 16. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta được :

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$. B. $A = 2 \sin \alpha$. C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Câu 17. Biểu thức $A = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$ không phụ thuộc vào x và bằng

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Câu 18. Khi $\alpha = \frac{\pi}{3}$ thì biểu thức $\left(\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}}\right)^2$ có giá trị bằng:

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 12.

Câu 19. Cho ba điểm $A(1;1)$, $B(2;3)$, $C(x;4)$. Số x là giá trị nào sau đây để tam giác ABC vuông tại A

- A. 3. B. -1. C. -3. D. -5.

Câu 20. Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 40m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB ?

- A. 97m. B. 45,5m. C. 79m. D. 40m.

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1: (1 điểm) Giải bất phương trình $\sqrt{5+x} - 6 \leq -\sqrt{13-x}$.

Bài 2: (1 điểm) Chứng minh đẳng thức: $\cos(120^\circ + x) + \cos(120^\circ - x) - \cos x = -2 \cos x$.

Bài 3: (0,5 điểm) Cho tam giác ABC , có $BAC = 60^\circ$, $AB = 6$, $AC = 8$. Tính diện tích tam giác ABC .

Bài 4: (1,5 điểm) Hai cạnh của hình bình hành $ABCD$ có phương trình có phương trình hai cạnh AB và AD lần lượt là: $x - 3y = 0$; $2x + 5y + 6 = 0$, tâm $I(1;2)$.

a) Xác định tọa độ đỉnh A .

b) Viết phương trình cạnh BC .

-----HẾT-----

Xin chân thành cảm ơn thầy **Trần Quốc Nghĩa**, thầy **Lê Bá Bảo**, cảm ơn trang **Toán Học Bắc - Trung - Nam**, đã cung cấp nguồn tài nguyên phong phú. Đề cương làm mục đích để học sinh ôn tập chứ không có mục đích gì khác nên mong quý thầy cô cho phép được dùng nguồn tài nguyên. Trân trọng cảm ơn!

