

Câu 1) (1đ) Giải bất phương trình sau bằng cách lập bảng xét dấu: $\frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 - 5x + 4} \leq 0$

Câu 2) (1đ) Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 3} < x + 1$

Câu 3) (1đ) Cho bất phương trình: $x^2 + 2mx + m + 2 > 0$ (*). Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình (*) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

Câu 4) (1đ) Cho $\cos x = -\frac{4}{5}$ $\left(\frac{\pi}{2} < x < \pi\right)$. Tính $\sin x, \cos 2x, \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

Câu 5) (1đ) Với điều kiện biểu thức có nghĩa, chứng minh đẳng thức sau:

$$\tan x \left(\frac{1 + \cos^2 x}{\sin x} - \sin x \right) = 2 \cos x$$

Câu 6) (1đ) Với điều kiện biểu thức có nghĩa, chứng minh đẳng thức sau:

$$\frac{1 + \cos 2x - \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2}{1 + \tan x}$$

Câu 7) (1đ) Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với A(2;1), B(-4;-1), C(0;5). Viết phương trình tổng quát đường cao BH của tam giác ABC.

Câu 8) (2đ) Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

a) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x + 4y - 2021 = 0$.

b) Cho điểm M(2;5), chứng minh M nằm bên trong đường tròn (C). Viết phương trình đường thẳng cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho M là trung điểm của AB.

Câu 9) (1đ) Trong mặt phẳng Oxy, cho Elip (E) có phương trình: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Tìm tọa độ các đỉnh, tiêu điểm, độ dài các trục của (E)

HẾT

ĐÁP ÁN

Bài	Nội dung	Điểm
1 (1.0 đ)	a) $\frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 - 5x + 4} \leq 0$	
	$x^2 - 9x + 14 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 7$ $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 4$	0.25
	Lập Bảng xét dấu:	0.5
	Vậy tập nghiệm $S = (1; 2] \cup (4; 7]$	0.25
2 (1.0 đ)	a) $\sqrt{x^2 - 4x + 3} < x + 1$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 < (x + 1)^2 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \leq 1 \vee x \geq 3 \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow \frac{1}{3} < x \leq 1 \vee x \geq 3$. Vậy tập nghiệm $S = (\frac{1}{3}; 1] \cup [3; +\infty)$	0.25
3(1.0 đ)	Tìm m để bất phương trình: $x^2 + 2mx + m + 2 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$	
	$x^2 + 2mx + m + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \text{ (luôn đúng)} \\ m^2 - m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 2$	0.5+ 0.25
4 (1.0 đ)	Cho $\cos x = -\frac{4}{5} \left(\frac{\pi}{2} < x < \pi \right)$. Tính $\sin x, \cos 2x, \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$	
	Ta có $\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \sin x > 0$	0.25
	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$	0.25
	$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = \frac{7}{25}$	0.25
	$\sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos x = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{10}$	0.25
5 (1.0 đ)	Chứng minh đẳng thức: $\tan x \left(\frac{1 + \cos^2 x}{\sin x} - \sin x \right) = 2 \cos x$	
	$VT = \tan x \left(\frac{1 + \cos^2 x}{\sin x} - \sin x \right) = \frac{\sin x}{\cos x} \left(\frac{1 + \cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x} \right)$	0.25
	$= \frac{\sin x}{\cos x} \left(\frac{\cos^2 x + \cos^2 x}{\sin x} \right)$	0.25

	$= \frac{2 \cos^2 x}{\cos x} = 2 \cos x = VP$	0.5
6 (1.0 đ)	Chứng minh đẳng thức: $\frac{1 + \cos 2x - \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2}{1 + \tan x}$	
	Ta có VT = $\frac{2 \cos^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$	0.25
	$= \frac{2 \cos x (\cos x - \sin x)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}$	0.25
	$= \frac{2 \cos x}{\cos x + \sin x} = \frac{2}{1 + \tan x} = VP$	0.25+
7 (1.0 đ)	Cho tam giác ABC với A(2;1), B(-4;-1), C(0;5). Viết phương trình tổng quát đường cao BH của tam giác ABC	
	Ta có BH qua B(-4;-1) và nhận $\overrightarrow{AC} = (-2; 4)$ làm VTPT	0.5
	Suy ra phương trình tổng quát của BH: $-2(x+4) + 4(y+1) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow x - 2y + 2 = 0$	0.25
8a (1.0 đ)	Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ a) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x + 4y - 2021 = 0$.	
	Gọi Δ là tiếp tuyến của (C); $\Delta \perp d \Rightarrow$ pt Δ có dạng: $4x - 3y + c = 0$	0.25
	(C) có tâm I(2;3), bán kính $R = 5$ Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{ c-1 }{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 26 \\ c = -24 \end{cases}$	0.25
	Vậy pttt $\Delta: 4x - 3y - 24; \Delta: 4x - 3y + 26 = 0$	0.25
8b (1.0 đ)	Cho điểm M(2;5), chứng minh M nằm bên trong đường tròn (C). Viết phương trình đường thẳng cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho M là trung điểm của AB	
	Ta có $\overline{IM} = (0; 2) \Rightarrow IM = 2 < R = 5$. Suy ra M nằm bên trong (C)	0.25
	Ta có M là trung điểm của AB. Suy ra $IM \perp AB$	0.25
	Gọi d_1 là đường thẳng cần tìm Suy ra d_1 qua M và nhận $\overline{IM} = (0; 2)$ làm VTPT	0.25
	Suy ra pt $d_1: 2(y-5) = 0 \Leftrightarrow y - 5 = 0$	0.25
9 (1.0 đ)	Trong mặt phẳng Oxy, cho Elip (E) có phương trình: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm tọa độ các đỉnh, tiêu điểm, độ dài các trục của (E)	
	Ta có $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4; b^2 = 9 \Rightarrow b = 3; c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7}$	0.25
	Tọa độ đỉnh: $A_1(-4;0), A_2(4;0), B_1(0;-3), B_2(0;3)$	0.25
	Tiêu điểm: $F_1(-\sqrt{7};0), F_2(\sqrt{7};0)$	0.25
	Độ dài trục lớn: $A_1A_2 = 2a = 8$ Độ dài trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b = 6$	0.25

Chú ý: Học sinh có thể làm Toán bằng cách khác và vẫn được tính điểm **nếu đúng**

HẾT