SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO BẮC GIANG

ĐỀ THI THỬ THPTQG NĂM 2017
BÀI THI MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút
(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:.. Số báo danh: ....

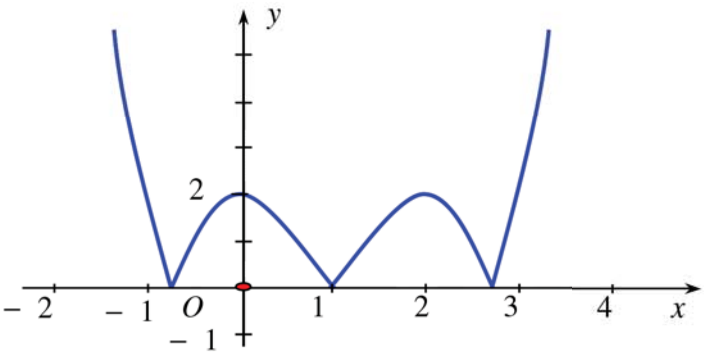
Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2-x}$ có phương trình là

A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Câu 2: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $f\left(x\right)=2\left(m+1\right)x^3+2mx^2-2\left(m+1\right)x-2m$, ($m$ là tham số khác $-\dfrac{3}{4}$) và $g\left(x\right)=-x^4+x^2$ là

A. 3. **B.** 4.
C. 2 **D.** 1.

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ như hình vẽ.
Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là



A. 4. **B.** 2.
C. 5. **D.** 3.

Câu 4: Hàm số $y=\dfrac{mx-1-m^2}{x+1}$, (m là tham số). Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

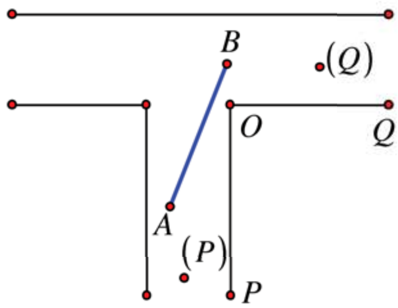
Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=m$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. $\left(-2;-1\right)$. **B.** $\left[-2;-1\right]$. **C.** $\left(-2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{\left(x-1\right)^2\left(x+2\right)}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$ **B.** Hàm số có cả cực đại và cực tiểu.
C. Hàm số có cực đại và không có cực tiểu. **D.** Điểm cực đại của hàm số là $x=-1$.

Câu 7: Mương nước $\left(P\right)$ thông với mương nước $\left(Q\right)$, bờ của mương nước $\left(P\right)$ vuông góc với bờ của mương nước $\left(Q\right)$. Chiều rộng của hai mương bằng nhau và bằng $8m$. Một thanh gỗ AB, thiết diện nhỏ không đáng kể trôi từ mương $\left(P\right)$ sang mương $\left(Q\right)$. Độ dài lớn nhất của thanh AB (lấy gần đúng đến chữ số phần trăm) sao cho AB khi trôi không bị vướng là



A. $22,63m$. **B.** $22,61m$. **C.** $23,26m$. **D.** $23,62m$.

Câu 8: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$f(x)=\frac{3x^2-1-\sqrt{x^4+x+7}}{x^2-3x+2}$$

A. Tiệm cận đứng $x=2,x=1$; tiệm cận ngang $y=2$.

B. Tiệm cận đứng $x=2$; tiệm cận ngang $y=2$.

C. Tiệm cận đứng $x=2,x=1$; tiệm cận ngang $y=2,y=3$.

D. Tiệm cận đứng $x=2$; tiệm cận ngang $y=2,y=3$.

Câu 9: Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\tan x+m}{m\tan x+1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $(-\infty;0]\cup(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 10: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+(m+3)x^2+4(m+3)x+m^2-m$ có các điểm cực trị tại x_1,x_2 thoả mãn điều kiện $-1<x_1<x_2$.

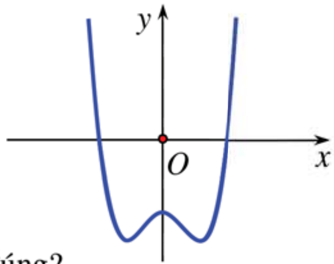
A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\left(-\dfrac{7}{2};-2\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{7}{2};-3\right)$. **D.** $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ been.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$.

C. $a<0,b<0,c>0$. **D.** $a>0,b>0,c<0$.



Câu 12: Cho các số dương a,b thỏa mãn $4a^2+9b^2=13ab$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\log\left(\dfrac{2a+3b}{5}\right)=\dfrac{1}{2}(\log a+\log b)$. **B.** $\dfrac{1}{4}\log(2a+3b)=3\log a+2\log b$.

C. $\log\sqrt{2a+3b}=\log\sqrt{a}+2\log\sqrt{b}$. **D.** $\log\left(\dfrac{2a+3b}{4}\right)=\dfrac{1}{2}(\log a+\log b)$.

Câu 13: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $\left(3^x\right)^{x-1}=64$ thì giá trị của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -6. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 14: Thang đo Richte được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richte. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L=\log A-\log A_o$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richte, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một chận động đất 7 độ Richte sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richte?

A. 2. **B.** 20. **C.** 100. **D.** $10^{\frac{5}{7}}$.

Câu 15: Cho số thực dương a. Biểu thức $P=\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a\sqrt[5]{a}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{25}{13}}$. **B.** $a^{\frac{37}{13}}$. **C.** $a^{\frac{53}{36}}$. **D.** $a^{\frac{43}{60}}$.

Câu 16: Đặt $a=\log_2 3; b=\log_3 5$ thì biểu diễn đúng của $\log_{20}12$ theo a,b là

A. $\frac{a+1}{b-2}$. **B.** $\frac{a+2}{ab+2}$. **C.** $\frac{ab+1}{b-2}$. **D.** $\frac{a+b}{b+2}$.

Câu 17: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $6^{2x+1}-13.6^x+6\le 0$.

A. $[-1;1]$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **C.** $\left[\log_6\frac{2}{3};\log_6\frac{3}{2}\right]$. **D.** $(-\infty;\log_6 2)$.

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[5]{\ln^4 7x}$ trên $\left(\frac{1}{7};+\infty\right)$.

A. $\frac{1}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$. **B.** $\frac{1}{5\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$. **C.** $\frac{1}{35x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$. **D.** $\frac{4}{5x\sqrt[5]{\ln 7x}}$.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y=\frac{\ln x}{x}$ có tọa độ điểm cực đại là $(a;b)$. Khi đó ab bằng

A. e. **B.** $2e$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 20: Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số thực m để phương trình $m.9^{x^2-2x}-(2m+1)6^{x^2-2x}+m.4^{x^2-2x}=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;2)$.

A. $[6;+\infty)$. **B.** $(-\infty;6]$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 21: Cho $a\in\left[\frac{1}{9};3\right]$ và M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $9\log_{\frac{1}{3}}^3\sqrt[3]{a}+\log_{\frac{1}{3}}^2 a-\log_{\frac{1}{3}}a^3+1$. Khi đó giá trị của $A=5m+2M$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 22: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+2}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{3x+2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{3x+2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=(3x+2)e^{3x+2}+C$.

Câu 23: Tích phân $\int_0^1(|3x-1|-2|x|)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $-\frac{1}{6}$. **C.** $-\frac{11}{6}$. **D.** 0.

Câu 24: Tích phân $\int_0^{2016}7^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7^{2016}-1}{\ln 7}$. **B.** $(7^{2016}-1)\ln 7$. **C.** $\frac{7^{2017}}{2017}-7$. **D.** 2016.7^{2015}.

Câu 25: Với a,b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b(3x^2+2ax+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3b^2+2ab$. **B.** b^3+b^2a+b. **C.** b^3+b. **D.** $a+2$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9\frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^{\pi/2}f(\sin x)\cos x\mathrm{d}x=2$.

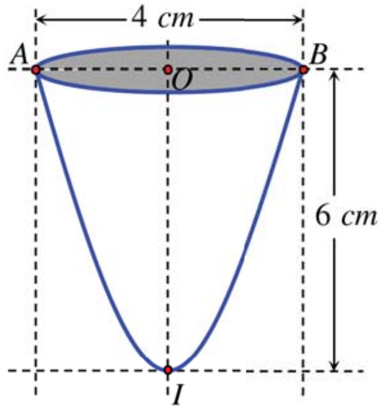
Tích phân $I=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=2$. **B.** $I=6$. **C.** $I=4$. **D.** $I=10$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số, đường thẳng $x=a$, đường thẳng $x=b\,(b>a)$ và trục hoành là

A. $S=\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 28: Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây Người ta đo được đường kính của miệng ly là $4cm$ và chiều cao là $6cm$. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V\left(cm^3\right)$ của vật thể đã cho.



A. $V=12\pi$. **B.** $V=12$.

C. $V=\dfrac{72}{5}\pi$. **D.** $V=\dfrac{72}{5}$.

Câu 29: Cho số phức $z=5-4i$. Số phức $z-2$ có

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-4i$. **B.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -4.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4. **D.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 3.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=2-3i$, $z_2=1+2i$. Tính môđun của số phức $z=(z_1+2)z_2$.

A. $|z|=15$. **B.** $|z|=5\sqrt{5}$. **C.** $|z|=\sqrt{65}$. **D.** $|z|=\sqrt{137}$.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn hệ thức $(1+i)z+\overline{z}=1+i$.

A. $z=2+i$. **B.** $z=1-i$.

C. $z=2-i$. **D.** $z=1+i$.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là đường tròn có phương trình.

A. $x^2+(y+1)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+y^2=2$.

C. $x^2+(y-1)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+y^2=2$.

Câu 33: Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z=3-4i$ và điểm M' là điểm biểu diễn số phức $z'=\dfrac{1+i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM' (O là gốc tọa độ).

A. $\dfrac{15}{2}$. **B.** $\dfrac{25}{4}$. **C.** $\dfrac{25}{2}$. **D.** $\dfrac{31}{4}$.

Câu 34: Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-3+4i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất P_{max} của biểu thức $P=|z|$.

A. $P_{max}=9$. **B.** $P_{max}=5$. **C.** $P_{max}=12$. **D.** $P_{max}=3$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông $SA\perp(ABCD)$, biết rằng $\widehat{SCA}=45^\circ$ và thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$. Tính độ dài cạnh a của hình vuông $ABCD$.

A. $a=\sqrt{3}$. **B.** $a=\sqrt{2}$. **C.** $a=2$. **D.** $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $r=\sqrt{3}$.

A. $V=\dfrac{8}{3}$. **B.** $V=8\sqrt{2}$. **C.** $V=16\sqrt{2}$. **D.** $V=8$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt mặt đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60^o. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=6$, $SB=2$, $SC=4$, $AB=2\sqrt{10}$ và góc $\widehat{SBC}=90^\circ$, $\widehat{ASC}=120^\circ$. Mặt phẳng (P) đi qua B và trung điểm N của cạnh SC đồng thời vuông góc với mặt phẳng (SAC) cắt SA tại M. Tính tỉ số thể tích $k=\dfrac{V_{S.BMN}}{V_{S.ABC}}$.

A. $k=\dfrac{1}{6}$. **B.** $k=\dfrac{2}{5}$. **C.** $k=\dfrac{2}{9}$. **D.** $k=\dfrac{1}{4}$.

Câu 39: Cho khối nón có bán kính đáy là 6, thể tích là 96π. Diện tích xung quanh của khối nón là

A. 36π. **B.** 56π. **C.** 60π. **D.** 72π.

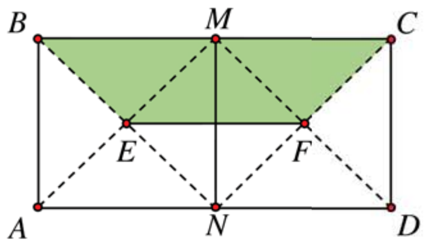
Câu 40: Cho một khối lăng trụ tam giác đều có thể tích là $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=2a$, góc $\widehat{BAC}=120^o, BC=a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

A. $\dfrac{3\pi\sqrt{3}a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{16\pi a^2}{3}$ **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 42: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$, $AD=8$ (như hình vẽ). Gọi M,N,E,F lần lượt là trung điểm của BC, AD, BN và NC. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình tứ giác $BEFC$ quanh trục AB.



A. 84π. **B.** 90π.

C. 100π **D.** 96π.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(3;1;2)$, $B(1;-4;2)$, $C(2;0;-1)$.Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(2;-1;1)$. **B.** $G(6;-3;3)$. **C.** $G(2;1;1)$ **D.** $G(2;-1;3)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-5y+2z-2=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n_1}=(3;5;2)$. **B.** $\vec{n_1}=(3;-5;2)$. **C.** $\vec{n_1}=(3;-5;-2)$ **D.** $\vec{n_1}=(-3;-5;2)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$, điểm $M(2;1;1)$ thuộc mặt cầu. Lập phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M.

A. $(P): x+2y+z-5=0$.
B. $(P): x+2y-2z-2=0$.
C. $(P): x+2y-2z-8=0$.
D. $(P): x+2y+2z-6=0$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc Ox và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-1=0$, $(Q): x-2y-2z+3=0$ có bán kính R bằng

A. $\frac{1}{3}$.
B. 2.
C. $\frac{2}{3}$.
D. 3.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+2=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (P) không cắt (S).

B. (P) tiếp xúc với (S).

C. (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bé hơn 3.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $M(1;1;1)$, $N(3;-2;-1)$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $M.ABC$, $N.ABC$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{2}{9}$.
B. $\frac{1}{3}$.
C. $\frac{4}{9}$.
D. $\frac{5}{9}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z-1=0$, điểm $A(2;1;5)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P), (Q) cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B, C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $5\sqrt{5}$. Khi đó phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Q)?

A. $(Q): x+2y+2z-4=0$.
B. $(Q): x+2y+2z-6=0$.
C. $(Q): x+2y+2z-3=0$.
D. $(Q): x+2y+2z-2=0$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ (với $a^2+b^2+c^2>0$) đi qua hai điểm $B(1;0;2), C(-1;-1;0)$ và cách $A(2;5;3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $F=\frac{a+c}{b+d}$ là

A. 1.
B. $\frac{3}{4}$.
C. $-\frac{2}{7}$.
D. $-\frac{3}{2}$.

---------------HẾT---------------

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	D	A	C	A	A	D	B	B	A	D	C	D	B	C	D	C	A	D	A	B	A	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	C	B	D	A	B	A	C	D	B	A	C	B	B	D	A	B	B	C	D	A	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{2-x}$ có phương trình là

A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=\frac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x+2}{2-x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1+\frac{2}{x}}{\frac{2}{x}-1}=-1$.

Câu 2: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $f(x)=2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m$, ($m$ là tham số khác $-\frac{3}{4}$) và $g(x)=-x^4+x^2$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2 **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cách 1: Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là

$-x^4+x^2=2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m$

$\Leftrightarrow -x^2(x^2-1)=2m(x^3+x^2-x-1)+2x^3-2x$

$\Leftrightarrow -x^2(x^2-1)=2m(x^2-1)(x+1)+2x(x^2-1)$

$\Leftrightarrow (x^2-1)\left[(x^2+2(m+1)x+2m\right]=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1=0(1) \\ g(x)=x^2+2(m+1)x+2m(2) \end{array}\right.$

Xét (2) có:

$$\begin{cases} \Delta=m^2+1>0\forall m \\ g(-1)=-1\neq 0\forall m \\ g(1)=4m+3\neq 0\forall\neq -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ PT (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt $\neq \pm 1$

Vậy PT đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Cách 2: Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là

$-x^4+x^2=2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m$

$\Leftrightarrow x^4+2(m+1)x^3+(2m-1)x^2-2(m+1)x-2m=0$ (1)

Từ đề bài ta thấy chắc chắn với mọi $m \neq -\dfrac{3}{4}$ hai đồ thị luôn có cùng số giao điểm, tức là phương trình (1) luôn có cùng số nghiệm $\forall m \neq -\dfrac{3}{4}$.

Thay $m=-1$ vào phương trình (1) ta được: $x^4-3x^2+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

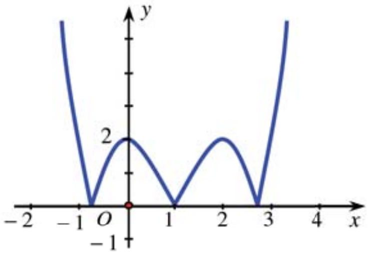
Vậy số giao điểm của hai đồ thị là 4.

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ.

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

A. 4. **B.** 2.

C. 5. **D.** 3.



Hướng dẫn giải

Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Nhìn vào đồ thị hàm số dễ thấy số điểm cực đại của đồ thị hàm số là 2

Mặt khác: qua mỗi giao điểm x_0 của đồ thị hàm số với trục hoành thì $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ nên x_0 là điểm cực tiểu. (Có 3 điểm cực tiểu)

Kết luận: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là 5

Câu 4: Hàm số $y=\dfrac{mx-1-m^2}{x+1}$, (m là tham số).Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.

Hướng dẫn giải

Chọn D. TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$y'=\dfrac{m^2+m+1}{(x+1)^2}=\dfrac{\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1$. Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. $(-2;-1)$. **B.** $[-2;-1]$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta có để phương trình có bốn nghiệm phân biệt thì $-2<m<-1$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{(x-1)^2(x+2)}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$

B. Hàm số có cả cực đại và cực tiểu.

C. Hàm số có cực đại và không có cực tiểu.

D. Điểm cực đại của hàm số là $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định $D=[-2;+\infty)$.

Ta có $f'(x)=\left[\sqrt{(x-1)^2(x+2)}\right]'=\dfrac{2(x-1)(x+2)+(x-1)^2}{2\sqrt{(x-1)^2(x+2)}}=\dfrac{3(x-1)(x+1)}{2\sqrt{(x-1)^2(x+2)}}$

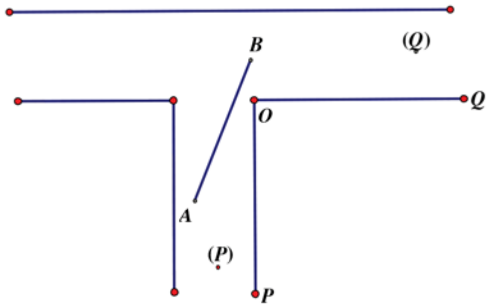
$f(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-2		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có mệnh đề sai là C.

Câu 7: Mương nước (P) thông với mương nước (Q), bờ của mương nước (P) vuông góc với bờ của mương nước (Q). Chiều rộng của hai mương bằng nhau và bằng $8m$. Một thanh gỗ AB, thiết diện nhỏ không đáng kể trôi từ mương (P) sang mương (Q). Độ dài lớn nhất của thanh AB (lấy gần đúng đến chữ số phần trăm) sao cho AB khi trôi không bị vướng là



A. $22,63m$.

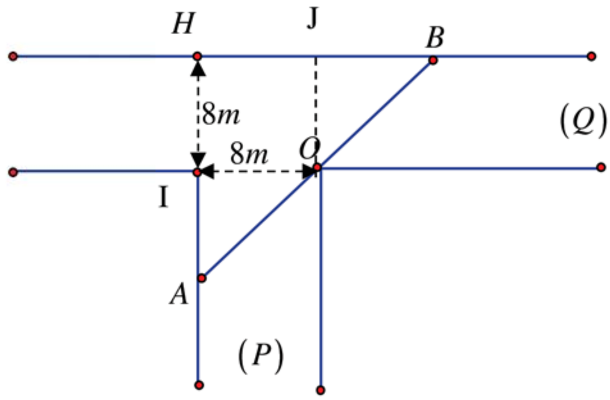
B. $22,61m$.

C. $23,26m$.

D. $23,62m$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Thanh gỗ trôi qua được khi thanh gỗ chạm điểm O thì $OA\le OB$.

Vậy AB_{max} khi $OA = OB$ (A nằm trên bờ mương (P), B nằm trên bờ mương (Q)). Do hai mương có chiều rộng bằng nhau nên tam giác HAB vuông cân tại H. Khi đó $AB = \sqrt{16^2 + 16^2} = 16\sqrt{2} \approx 22,627$.

Câu 8: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$f(x) = \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 7}}{x^2 - 3x + 2}$$

A. Tiệm cận đứng $x = 2, x = 1$; tiệm cận ngang $y = 2$.

B. Tiệm cận đứng $x = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$.

C. Tiệm cận đứng $x = 2, x = 1$; tiệm cận ngang $y = 2, y = 3$.

D. Tiệm cận đứng $x = 2$; tiệm cận ngang $y = 2, y = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: TXĐ:Là những giá trị x thỏa mãn đk: $\begin{cases} x^4 + x + 7 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \neq 0 \end{cases} (1)$

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 7}}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{3 - \frac{1}{x^2} - \sqrt{1 + \frac{1}{x^3} + \frac{7}{x^4}}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} = 2 \Rightarrow TCN : y = 2$$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 7}}{x^2 - 3x + 2} = -\infty; \lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 7}}{x^2 - 3x + 2} = +\infty$$

$\Rightarrow x = 2$ là 1 đường TCĐ của đồ thị

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 7}}{x^2 - 3x + 2} = -\infty; \lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 7}}{x^2 - 3x + 2} = +\infty$$

$\Rightarrow x = 1$ là 1 đường TCĐ của đồ thị.

Câu 9: Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\tan x + m}{m \tan x + 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $(-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = \tan x$, hàm số $t = \tan x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ suy ra hàm số $y = \frac{\tan x + m}{m \tan x + 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi hàm số $y = \frac{t + m}{mt + 1}$ nghịch biến trên $(0;1)$

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = t$ là hàm số đồng biến trên $(0;1)$ $\Rightarrow m = 0$ không thỏa yêu cầu.

TH2: $m \neq 0$ .Ta có $y = \frac{t + m}{mt + 1} \Rightarrow y' = \frac{1 - m^2}{(mt + 1)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ khi $y' = \frac{1 - m^2}{(mt + 1)^2} < 0 \quad \forall t \in (0;1)$ và $t \neq -\frac{1}{m}$

ĐK:

$$\begin{cases} 1-m^2<0 \\ -\dfrac{1}{m}\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1 \vee m>1 \\ \left[\begin{array}{l} -\dfrac{1}{m}\le 0 \\ -\dfrac{1}{m}\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1 \vee m>1 \\ -1\le m<0 \vee m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>1 .$$

KL:Đáp án **D.**

Câu 10: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m+3)x^2+4(m+3)x+m^2-m$ có các điểm cực trị tại x_1,x_2 thoả mãn điều kiện $-1<x_1<x_2$.

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\left(-\frac{7}{2};-2\right)$. **C.** $\left(-\frac{7}{2};-3\right)$. **D.** $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

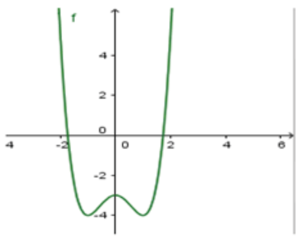
Ta có $y'=x^2+2(m+3)x+4(m+3)$

Hàm số có hai cực trị khi $(m+3)^2-4(m+3)=m^2+2m-3>0 \Leftrightarrow m<-3 \vee m>1(*)$.

Ta có $-1<x_1<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1+1)(x_2+1)>0 \\ (x_1+1)+(x_2+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1x_2+(x_1+x_2)+1>0 \\ (x_1+x_2)+2>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(m+3)+1>0 \\ -2m-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2}<m<-2(**)$. Từ $(*)\&(**)$ suy ra $-\frac{7}{2}<m<-2$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a<0,b<0,c>0$. **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào hướng đồ thị hương lên trên suy ra $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $a.b<0 \Rightarrow b<0$

Cho $x=0 \Rightarrow y=-3<0 \Rightarrow c<0$.

Câu 12: Cho các số dương a,b thỏa mãn $4a^2+9b^2=13ab$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\log\left(\frac{2a+3b}{5}\right)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. **B.** $\frac{1}{4}\log(2a+3b)=3\log a+2\log b$.

C. $\log\sqrt{2a+3b}=\log\sqrt{a}+2\log\sqrt{b}$. **D.** $\log\left(\frac{2a+3b}{4}\right)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $4a^2+9b^2=13ab \Leftrightarrow (2a+3b)^2=25ab \Rightarrow 2b+3b=5\sqrt{ab}$.

Lấy logarit thập phân $\log\left(\frac{2a+3b}{5}\right)=\log\left(\sqrt{ab}\right)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

Câu 13: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $\left(3^x\right)^{x-1}=64$ thì giá trị của S bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -6. **C.** -3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có

$$\left(2^x\right)^{x-1}=64 \Leftrightarrow 2^{x(x-1)}=64 \Leftrightarrow x^2-x=6 \Leftrightarrow x^2-x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-2 \end{array}\right. \Rightarrow S=1$$

Câu 14: Thang đo Richte được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richte. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L=\log A-\log A_o$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richte, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một chận động đất 7 độ Richte sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richte?

A. 2. **B.** 20. **C.** 100. **D.** $10^{\frac{5}{7}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Với trận động đất 7 độ Richte ta có biểu thức

$$7=M_L=\log A-\log A_0=\log\frac{A}{A_0} \Rightarrow \frac{A}{A_0}=10^7 \Rightarrow A=A_0.10^7.$$

Tương tự ta suy ra được $A'=A_0.10^5$.

Từ đó ta tính được tỉ lệ $\frac{A}{A'}=\frac{A_0.10^7}{A_0.10^5}=100$.

Câu 15: Cho số thực dương a. Biểu thức $P=\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a\sqrt[5]{a}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với ***số mũ hữu tỉ*** là

A. $a^{\frac{25}{13}}$. **B.** $a^{\frac{37}{13}}$. **C.** $a^{\frac{53}{36}}$. **D.** $a^{\frac{43}{60}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $P=\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a\sqrt[5]{a}}}}=a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}=a^{\frac{43}{60}}$.

Câu 16: Đặt $a=\log_2 3; b=\log_3 5$ thì biểu diễn đúng của $\log_{20}12$ theo a,b là

A. $\frac{a+1}{b-2}$. **B.** $\frac{a+2}{ab+2}$. **C.** $\frac{ab+1}{b-2}$. **D.** $\frac{a+b}{b+2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$\log_{20}12=\log_{20}4+\log_{20}3=2\log_{20}2+\dfrac{1}{\log_3 20}=\dfrac{2\log_3 2}{\log_3 20}+\dfrac{1}{\log_3 20}=\dfrac{2\log_3 2+1}{\log_3 5+2\log_3 2}$.

Theo đề bài $\log_2 3=a\Rightarrow\dfrac{1}{a}=\log_3 2;\log_3 5=b$.

Vậy $\log_{20}12=\dfrac{\dfrac{2}{a}+1}{b+\dfrac{2}{a}}=\dfrac{a+2}{ab+2}$.

Câu 17: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $6^{2x+1}-13.6^x+6\le 0$.

A. $[-1;1]$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **C.** $\left[\log_6\dfrac{2}{3};\log_6\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $(-\infty;\log_6 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x\in\mathbb{R}$

Bpt $\Leftrightarrow 6.6^{2x}-13.6^x+6\le 0\Leftrightarrow\dfrac{2}{3}\le 6^x\le\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\log_6\dfrac{2}{3}\le x\le\log_6\dfrac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bpt là $S=\left[\log_6\dfrac{2}{3};\log_6\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[5]{\ln^4 7x}$ trên $\left(\dfrac{1}{7};+\infty\right)$.

A. $\dfrac{1}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$. **B.** $\dfrac{1}{5\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$. **C.** $\dfrac{1}{35x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$. **D.** $\dfrac{4}{5x\sqrt[5]{\ln 7x}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\sqrt[5]{\ln^4 7x}=(\ln 7x)^{\frac{4}{5}}\Rightarrow y'=\dfrac{4}{5}\dfrac{1}{(\ln 7x)^{\frac{1}{5}}}(\ln 7x)'=\dfrac{4}{5x\sqrt[5]{\ln 7x}}$.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x}$ có tọa độ điểm cực đại là $(a;b)$. Khi đó ab bằng

A. e. **B.** $2e$. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định: $D=(0;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{1-\ln x}{x^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=e$ và $y''(e)<0$ (Dùng máy tính)

Nên tọa độ điểm cực là $\left(e;\dfrac{1}{e}\right)\Rightarrow a.b=1$.

Câu 20: Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số thực m để phương trình $m.9^{x^2-2x}-(2m+1)6^{x^2-2x}+m.4^{x^2-2x}=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;2)$.

A. $[6;+\infty)$. **B.** $(-\infty;6]$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $m.9^{x^2-2x}-(2m+1).6^{x^2-2x}+m.4^{x^2-2x}=0 \Leftrightarrow m.\left(\frac{3}{2}\right)^{2(x^2-2x)}-(2m+1)\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-2x}+m=0$.

Xét hàm số $f(x)=x^2-2x \Rightarrow f'(x)=2x-2 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

x	0		1		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

$x\in(0;2)\Rightarrow f(x)\in[-1;0)\Rightarrow\left(\frac{3}{2}\right)^{f(x)}\in\left[\frac{2}{3};1\right)$. Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-2x}=u$ ta có phương trình

$m.u^2-(2m+1)u+m=0 \Leftrightarrow m(u^2-2u+1)-u=0 \Leftrightarrow m=\frac{u}{(u-1)^2}$.

Bài trở thành: Tìm m để hai đồ thị hàm số $y=m$ và $g(u)=\frac{u}{(u-1)^2}$ cắt nhau với $u\in\left[\frac{2}{3};1\right)$.

Xét hàm số $g(u)=\frac{u}{(u-1)^2}$ với $u\in\left[\frac{2}{3};1\right)$. Ta có: $g'(u)=\frac{-u^2+1}{(u-1)^4}$

u	$\frac{2}{3}$		1
$g'(u)$		$+$	0
$g(u)$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy để phương trình có nghiệm thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $m\geq 6 \Leftrightarrow m\in[6;+\infty)$.

Câu 21: Cho $a\in\left[\frac{1}{9};3\right]$ và M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $9\log_{\frac{1}{3}}^3\sqrt[3]{a}+\log_{\frac{1}{3}}^2 a-\log_{\frac{1}{3}}a^3+1$. Khi đó giá trị của $A=5m+2M$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Rút gọn biểu thức $P=\frac{-1}{3}\log_3^3 a+\log_3^2 a+3\log_3 a+1$.

Đặt $\log_3 a=t$. Vì $a\in\left[\frac{1}{9};3\right]\Rightarrow t\in[-2;1]$.

Ta được hàm số $f(t)=\frac{-1}{3}t^3+t^2+3t+1$, $t\in[-2;1]$.

$f'(t)=-t^2+2t+3; f'(t)=0 \Leftrightarrow t=-1, t=3$.

t	-2		-1		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{5}{3}$	$\searrow$	$\frac{-2}{3}$	$\nearrow$	$\frac{14}{3}$

$M=\frac{14}{3};m=\frac{-2}{3}\Rightarrow A=5m+2M=6$.

Câu 22: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+2}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{3x+2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{3x+2}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=(3x+2)e^{3x+2}+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\int e^{3x+2}dx=\frac{1}{3}\int e^{3x+2}d(3x+2)=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$.

Câu 23: Tích phân $\int\limits_0^1(|3x-1|-2|x|)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{6}$.

B. $-\frac{1}{6}$.

C. $-\frac{11}{6}$.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$$I=\int\limits_0^1(|3x-1|-2|x|)dx=\int\limits_0^1|3x-1|dx-2\int\limits_0^1|x|dx=I_1-2I_2$$

$$I_1=\int\limits_0^{\frac{1}{3}}(1-3x)dx+\int\limits_{\frac{1}{3}}^1(3x-1)dx=\frac{5}{6}$$

$$I_2=\int\limits_0^1 xdx=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I=\frac{-1}{6}.$$

Câu 24: Tích phân $\int\limits_0^{2016}7^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7^{2016}-1}{\ln 7}$.

B. $(7^{2016}-1)\ln 7$.

C. $\frac{7^{2017}}{2017}-7$.

D. 2016.7^{2015}.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $I=\int\limits_0^{2016}7^x dx=\frac{7^x}{\ln 7}\Big|_0^{2016}=\frac{7^{2016}-1}{\ln 7}$.

Câu 25: Với a,b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int\limits_0^b(3x^2+2ax+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3b^2+2ab$.

B. b^3+b^2a+b.

C. b^3+b.

D. $a+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int_0^b \left(3x^2+2ax+1\right)\mathrm{d}x=\left(x^3+a.x^2+x\right)\Big|_0^b=b^3+b^2a+b.$$

Câu 26: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}dx=4$ và $\int_0^{\pi/2} f\left(\sin x\right)\cos x dx=2.$

Tích phân $I=\int_0^3 f\left(x\right)dx$ bằng

A. $I=2$. **B.** $I=6$. **C.** $I=4$. **D.** $I=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow dt=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

Đổi cận

$x=1\Rightarrow t=1$

$x=9\Rightarrow t=3$

Khi đó:

$$\int_1^9 \frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}dx=2\int_1^3 f\left(t\right)dt=4\to\int_1^3 f\left(t\right)dt=2.$$

Đặt $t=\sin x; x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dt=\cos dx$

Đổi cận :

$x=0\Rightarrow t=0$

$x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=1$

Khi đó : $\int_0^{\pi/2} f\left(\sin x\right)\cos x dx=\int_0^1 f\left(t\right)dt=2.$

$$I=\int_0^3 f\left(x\right)dx=\int_0^1 f\left(x\right)dx+\int_1^3 f\left(x\right)dx=2+2=4.$$

Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số, đường thẳng $x=a$, đường thẳng $x=b\left(b>a\right)$ và trục hoành là

A. $S=\pi\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b \left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Áp dụng định nghĩa.

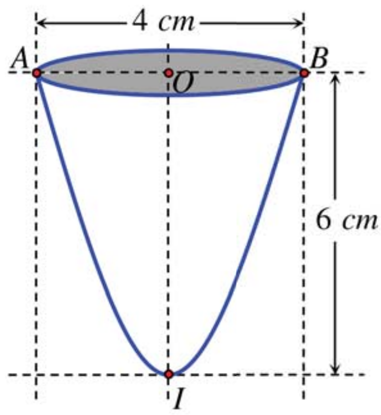
Câu 28: Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây
Người ta đo được đường kính của miệng ly là $4cm$ và chiều cao là $6cm$. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V\left(cm^3\right)$ của vật thể đã cho.

A. $V=12\pi$. **B.** $V=12$.

C. $V=\frac{72}{5}\pi$. **D.** $V=\frac{72}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Chọn gốc tọa độ O trùng với đỉnh I của parabol (P). Vì parabol (P) đi qua các điểm $A(-2;6), B(2;6)$ và $I(0;0)$ nên parabol (P) có phương trình $y=\frac{3}{2}x^2$.

Ta có $y=\frac{3}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2=\frac{2}{3}y$. Khi đó thể tích của vật thể đã cho là $V=\pi\int_0^6\left(\frac{2}{3}y\right)dy=12\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 29: Cho số phức $z=5-4i$. Số phức $z-2$ có

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-4i$.
B. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -4.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4.
D. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z=5-4i \Rightarrow z-2=5-4i-2=3-4i$.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=2-3i$, $z_2=1+2i$. Tính môđun của số phức $z=(z_1+2)z_2$.

A. $|z|=15$. **B.** $|z|=5\sqrt{5}$. **C.** $|z|=\sqrt{65}$. **D.** $|z|=\sqrt{137}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $z=(z_1+2)z_2=(2-3i+2)(1+2i)=(4-3i)(1+2i)=10+5i$.

$\Rightarrow |z|=|10+5i|=\sqrt{100+25}=5\sqrt{5}$.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn hệ thức $(1+i)z+\overline{z}=1+i$.

A. $z=2+i$. **B.** $z=1-i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=1+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $(1+i)z+\overline{z}=(1+i)(a+bi)+(a-bi)=2a-b+ai$.

Do đó $(1+i)z+\overline{z}=1+i \Leftrightarrow \begin{cases}2a-b=1\\ a=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=1\end{cases} \Rightarrow z=1+i$

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là đường tròn có phương trình.

A. $x^2+(y+1)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+y^2=2$. **C.** $x^2+(y-1)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+y^2=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

$|z-i|=|(1+i)z| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|x-y+(x+y)i|$

$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(x-y)^2+(x+y)^2 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=2$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có phương trình $x^2+(y+1)^2=2$

Câu 33: Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = 3-4i$ và điểm M' là điểm biểu diễn số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$.

Tính diện tích tam giác OMM' (O là gốc tọa độ).

A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** $\frac{25}{2}$. **D.** $\frac{31}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Do $z = 3-2i$ nên có điểm biểu diễn là $M(3;-4)$.

Và $z' = \frac{1-i}{2}.z = \frac{(1-i)(3-4i)}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{7}{2}i$ nên có điểm biểu diễn là $M' = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$.

Ta có $OM = 5$.

Phương trình đường thẳng $OM: 4x + 3y = 0$.

Khoảng cách từ M' đến OM là $d(M', OM) = \frac{5}{2}$.

Vậy diện tích tam giác OMM' là $S_{OMM'} = \frac{1}{2}.OM.d(M', OM) = \frac{1}{2}.5.\frac{5}{2} = \frac{25}{4}$.

Chú ý: Có thể tính diện tích tam giác OMM' bằng cách: $\overrightarrow{OM} = (3;-4), \overrightarrow{OM'} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$

$$S_{OMM'} = \frac{1}{2}.\left|3.\left(-\frac{7}{2}\right) - (-4)\left(-\frac{1}{2}\right)\right| = \frac{25}{4}$$

Câu 34: Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-3+4i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất P_{max} của biểu thức $P = |z|$.

A. $P_{max} = 9$. **B.** $P_{max} = 5$. **C.** $P_{max} = 12$. **D.** $P_{max} = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Ta có $4 = |z-3+4i| = |z-(3-4i)| \geq |z| - |3-4i| = |z| - 5 \Rightarrow |z| \leq 9$.

Cách 2: Đặt $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$, ta có : $|z-3+4i| = 4 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+4)^2 = 16$.

Đặt $a - 3 = 4\sin\alpha; b + 4 = 4\cos\alpha$. Ta có

$$P = |z| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(3+4\sin\alpha)^2 + (-4+4\cos\alpha)^2} = \sqrt{41 + 24\sin\alpha - 32\cos\alpha}$$

$$P = \sqrt{41 + \sqrt{24^2+32^2}\sin(\alpha-\beta)}, \text{ với } \frac{24}{\sqrt{24^2+32^2}} = \cos\beta, \frac{32}{\sqrt{24^2+32^2}} = \sin\beta$$

Vậy $P_{max} = \sqrt{41 + \sqrt{1600}} = 9$.

Nhận xét: Cách 2 tổng quát hơn, có thể tìm P_{max} và P_{min} cùng một lúc.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông $SA \perp (ABCD)$, biết rằng $\widehat{SCA} = 45^0$ và thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. Tính độ dài cạnh a của hình vuông $ABCD$.

A. $a = \sqrt{3}$. **B.** $a = \sqrt{2}$. **C.** $a = 2$. **D.** $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

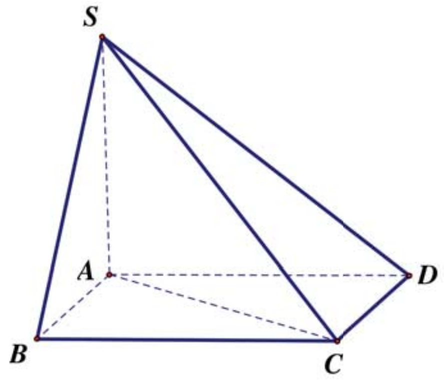
Chọn C.

Ta có $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$,

Tam giác SAC vuông cân tại $A \Rightarrow SA = a\sqrt{2}.$

$V_{S.ABCD} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{8\sqrt{2}}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}a^2.a\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow a = 2.$



Câu 36: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $r = \sqrt{3}$.

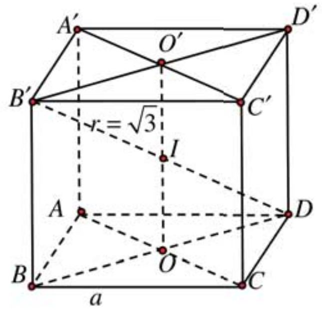
A. $V = \frac{8}{3}$. **B.** $V = 8\sqrt{2}$. **C.** $V = 16\sqrt{2}$. **D.** $V = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi a là cạnh hình lập phương. Khi đó đường chéo cũng là đường kính của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương là $d = a\sqrt{3} = 2r \Rightarrow a = \frac{2r}{\sqrt{3}} = 2$.

Thể tích khối lập phương $V = 2^3 = 8$.



Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60^o. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi E, G lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SE \perp (ABCD) \Rightarrow SE \perp CD \ (1) \\ SE \perp AB \end{cases}$$

Mặt khác, ta có $EG // AD$ nên $EG \perp CD$ (2)

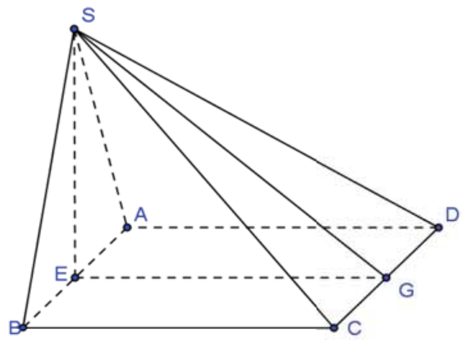
Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SEG) \Rightarrow CD \perp SG$.

Vậy ta có

$$\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SG \perp CD, EG \perp CD \end{cases}.$$

$\Rightarrow \widehat{((SCD),(ABCD))} = \widehat{(SG, EG)} = \widehat{SGE} = 60^o$

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$



Đường cao $SE = EG.\tan\widehat{SGE} = a\sqrt{3}$.

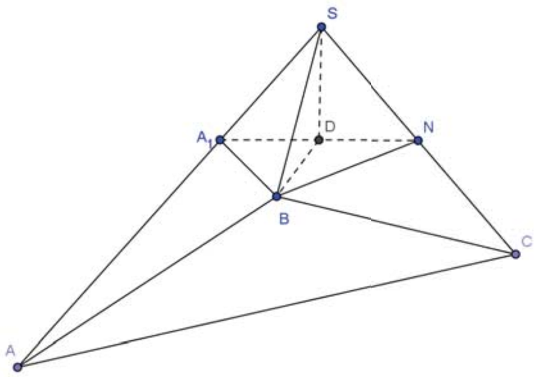
Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 6$, $SB = 2$, $SC = 4$, $AB = 2\sqrt{10}$ và góc $\widehat{SBC} = 90^\circ$, $\widehat{ASC} = 120^\circ$. Mặt phẳng (P) đi qua B và trung điểm N của cạnh SC đồng thời vuông góc với mặt phẳng (SAC) cắt SA tại M. Tính tỉ số thể tích $k = \frac{V_{S.BMN}}{V_{S.ABC}}$.

A. $k = \frac{1}{6}$. **B.** $k = \frac{2}{5}$. **C.** $k = \frac{2}{9}$. **D.** $k = \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Trên cạnh SA lấy điểm A_1 sao cho $SA_1 = 2$. Khi đó ta có

$\cos\widehat{SAB} = \frac{AS^2 + AB^2 - SB^2}{2AS.AB} = \frac{AB^2 + AA_1^2 - A_1B^2}{2AB.AA_1}$

$\Rightarrow A_1B = 2\sqrt{2}$

Mặt khác $BN = \frac{1}{2}SC = 2$, $A_1N = 2\sqrt{3}$. Suy ra tam giác A_1BN vuông tại B.

Gọi D là hình chiếu của S xuống mặt phẳng (A_1BN). Do $SA_1 = SB = SN = 2$ nên D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác A_1BN. Do đó D trung điểm A_1N.

Vậy ta có $SD \perp (A_1BN)$ nên $(SAC) \perp (A_1BN) \Rightarrow A_1 \equiv M$.

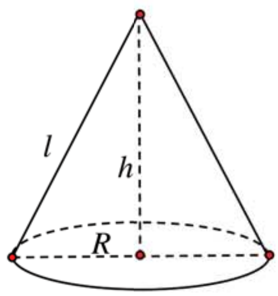
Từ đó ta có $k = \frac{V_{S.BMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA_1}{SA}.\frac{SN}{SC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Câu 39: Cho khối nón có bán kính đáy là 6, thể tích là 96π. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. 36π. **B.** 56π. **C.** 60π. **D.** 72π.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi h, l lần lượt là đường cao và đường sinh của khối nón.

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.h \Leftrightarrow 96\pi = \frac{1}{3}\pi.36.h \Leftrightarrow h = 8$.

Độ dài đường sinh $l = \sqrt{h^2 + R^2} = 10$.

Diện tích xung quanh của khối nón $S_{xq} = \pi Rl = 60\pi$.

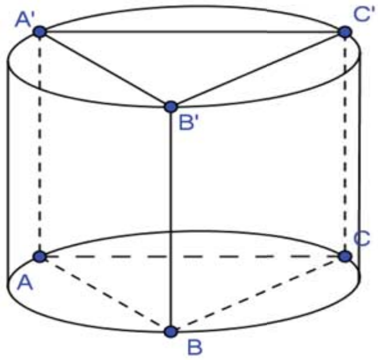
Câu 40: Cho một khối lăng trụ tam giác đều có thể tích là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi h là chiều cao lăng trụ.



Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Khi đó $AB = R\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = h.\dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3hR^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow hR^2 = \dfrac{2}{3}a^3$.

Thể tích khối trụ $V_1 = \pi R^2.h = \dfrac{2\pi a^3}{3}$.

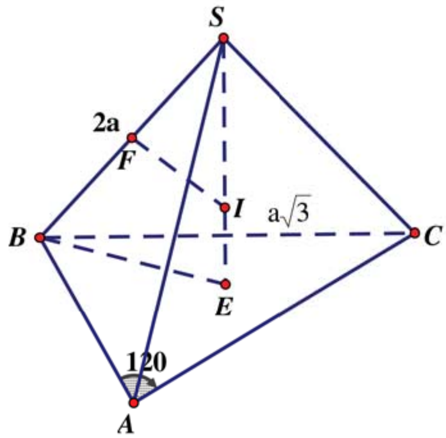
Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 2a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ, BC = a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

A. $\dfrac{3\pi\sqrt{3}a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{16\pi a^2}{3}$ **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do $SA = SB = SC = 2a$ nên hình chiếu của S lên (ABC) là E hay $SE \perp (ABC)$ tại E.



Gọi F là trung điểm SB.

Dựng mặt phẳng trung trực (α) của cạnh bên SB. Trong (α), đường trung trực của SB trong mặt phẳng (SBE) cắt SE tại I, khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ và bán kính $R = IS$.

Ta có

$$\cos\widehat{BSE} = \frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SI}$$

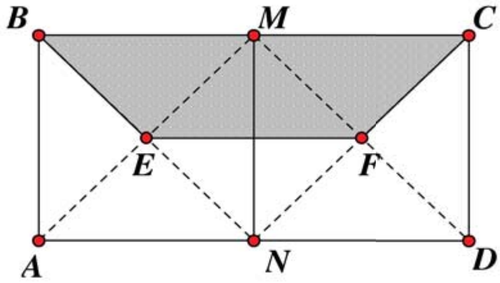
$$\Rightarrow R = SI = \frac{SB.SF}{SE} = \frac{SB^2}{2\sqrt{SB^2 - BE^2}}$$

$$= \frac{SB^2}{2\sqrt{SB^2 - R_{ABC}^2}} = \frac{SB^2}{2\sqrt{SB^2 - \left(\dfrac{BC}{2\sin\widehat{BAC}}\right)^2}}$$

$$= \frac{4a^2}{2\sqrt{4a^2 - \dfrac{3a^2}{4.\dfrac{3}{4}}}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

Nên $S = 4\pi R^2 = \dfrac{16\pi a^2}{3}$.

Câu 42: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$, $AD = 8$ (như hình vẽ). Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của BC, AD, BN và NC. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình tứ giác $BEFC$ quanh trục AB.



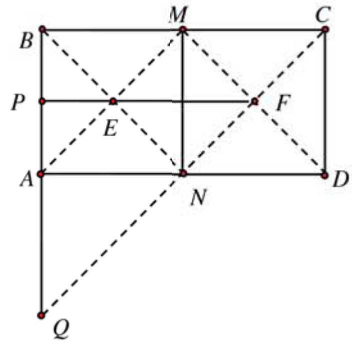
A. 84π. **B.** 90π. **C.** 100π **D.** 96π.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1:

Gọi Q là giao điểm của NC và BA, P là trung điểm AB.



Gọi V_1 là thể tích khi xoay ΔQBC quanh AB suy ra $V_1 = \frac{1}{3}\pi QB.BC^2 = \frac{512\pi}{3}$.

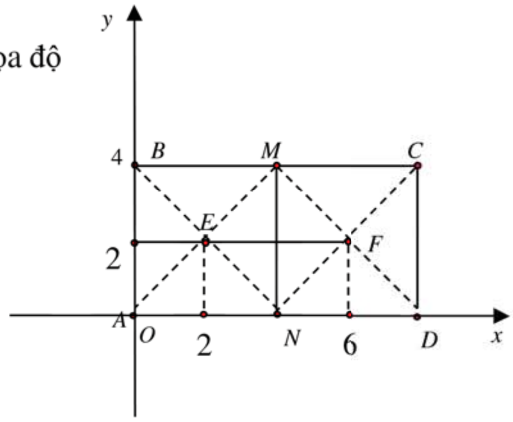
V_2 là thể tích khi xoay ΔQPF quanh AB suy ra $V_2 = \frac{1}{3}\pi QP.PF^2 = \frac{216\pi}{3}$.

V_3 là thể tích khi xoay ΔBPE quanh AB suy ra $V_3 = \frac{1}{3}\pi BP.PE^2 = \frac{8\pi}{3}$.

Thể tích cần tìm là $V = V_1 - V_2 - V_3 = 96\pi$

Cách 2:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho điểm A trùng với gốc tọa độ và cạnh AB nằm trên tia Oy.



Khi đó tọa độ các điểm lần lượt là

$A(0;0); B(0;4); E(2;2); F(6;2); C(8;4)$

Ptđt $EB: x = 4 - y$ .Ptđt $FC: x = 4 + y$

Bài toán trở thành :Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi

$\begin{cases} x = 4 - y; x = 4 + y \\ y = 2; y = 4 \end{cases}$ quanh Oy .Khi đó thể tích cần tìm là

$$V = \pi\int_2^4 \left[(4+y)^2 - (4-y)^2\right] dy = 96\pi$$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(3;1;2)$, $B(1;-4;2)$, $C(2;0;-1)$ .Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(2;-1;1)$. **B.** $G(6;-3;3)$. **C.** $G(2;1;1)$ **D.** $G(2;-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

G là trọng tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = -1 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G(2;-1;1)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 5y + 2z - 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\overrightarrow{n_1} = (3;5;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (3;-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1} = (3;-5;-2)$ **D.** $\overrightarrow{n_1} = (-3;-5;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $ax + by + cz + d = 0$ trong đó $(a;b;c)$ là VTPT của mặt phẳng do đó $3x - 5y + 2z - 2 = 0$ có VTPT là $(3;-5;2)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $M(2;1;1)$ thuộc mặt cầu. Lập phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M.

A. $(P): x + 2y + z - 5 = 0$. **B.** $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

C. $(P): x + 2y - 2z - 8 = 0$. **D.** $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} I(1;-1;3) \\ R = 3 \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{IM} = (1;2;-2)$ và qua $M(2;1;1)$ có phương trình là

$1(x-2) + 2(y-1) - 2(z-1) = 0$

$\Leftrightarrow x + 2y - 2z - 2 = 0$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc Ox và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y - 2z + 3 = 0$ có bán kính R bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tâm I mặt cầu thuộc trục Ox nên $I(a;0;0)$. Mặt cầu (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên $R = d(I,(P)) = d(I,(Q)) \Leftrightarrow R = \dfrac{|a-1|}{3} = \dfrac{|a+3|}{3} \Rightarrow a = -1 \Rightarrow R = \dfrac{2}{3}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 2 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (P) không cắt (S).

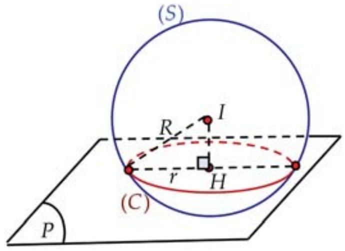
B. (P) tiếp xúc với (S).

C. (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bé hơn 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính $R=3$.

Ta có $d(I,(P))=\dfrac{|4+2-1+2|}{\sqrt{6}}=\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$, nên (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính

$r=\sqrt{R^2-(d(I,(P)))^2}=\sqrt{\dfrac{5}{6}}<3$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $M(1;1;1)$, $N(3;-2;-1)$. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $M.ABC,N.ABC$. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{9}$. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1\Leftrightarrow 2x+3y+3z-6=0$.

$$\frac{V_{M.ABC}}{V_{N.ABC}}=\frac{d(M,(ABC))}{d(N,(ABC))}=\frac{|2+3+3-6|}{|6-6-3-6|}=\frac{2}{9}.$$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+2z-1=0$, điểm $A(2;1;5)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P), (Q) cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm B,C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $5\sqrt{5}$. Khi đó phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Q)?

A. $(Q):x+2y+2z-4=0$. **B.** $(Q):x+2y+2z-6=0$.

C. $(Q):x+2y+2z-3=0$. **D.** $(Q):x+2y+2z-2=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

(P) song song với (Q), nên mặt phẳng $(Q):x+2y+2z-c=0,\ (c\neq 1)$.

Giao điểm của (Q) và tia $0x$ là $B(c;0;0)$. Giao điểm của (Q) và tia $0y$ là $C\left(0;\dfrac{c}{2};0\right)$; $c>0$

$\overrightarrow{AB}=(c-2;-1;-5)$; $\overrightarrow{BC}=\left(-c;\dfrac{c}{2};0\right)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=\left(\dfrac{5c}{2};5c;\dfrac{c^2}{2}-2c\right)$.

Diện tích tam giác ABC bằng $5\sqrt{5}$ nên

$$\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]\right|=5\sqrt{5}\Leftrightarrow\left(\frac{5c}{2}\right)^2+(5c)^2+\left(\frac{c^2}{2}-2c\right)^2=500\Rightarrow c=4.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ (với $a^2+b^2+c^2>0$) đi qua hai điểm $B(1;0;2),C(-1;-1;0)$ và cách $A(2;5;3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $F=\dfrac{a+c}{b+d}$ là

A. 1. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{2}{7}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\overrightarrow{BC}=(-2;-1;-2)$. Phương trình đường thẳng $BC:\begin{cases}x=1-2t\\y=-t\\z=2-2t\end{cases}$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P).

Ta có $AH=d(A,(P))\le AI$. Do đó AH đạt giá trị lớn nhất khi $H\equiv I$, khi đó mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với AI.

$I\in BC\Rightarrow I(1-2t;-t;2-2t)$, $\overrightarrow{AI}=(1+2t;5+t;1+2t)$.

$AI\perp BC\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow -2-4t-5-t-2-4t=0\Leftrightarrow t=-1$.

Mặt phẳng (P) qua $I(3;1;4)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AI}=(-1;4;-1)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x-4y+z-3=0$

Vậy $F=\frac{a+c}{b+d}=-\frac{2}{7}$.