

Môn thi: Toán
Thời gian làm bài: 180 phút
(Đề thi có 01 trang)

Bài I (3 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + (2m+1)x + 3 - m$ có hai điểm cực trị A và B sao cho khoảng cách từ điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{15}{4}\right)$ đến đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất.

Bài II (5 điểm)

1) Giải phương trình $3\sqrt{x^3 - 2x^2} = x^2 + 9 - 3\sqrt{4x^2 - x^3}$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x + 22} - \sqrt{y} = (y+1)^2 \\ \sqrt{y^2 + 2y + 22} - \sqrt{x} = (x+1)^2 \end{cases}$$

Bài III (4 điểm)

1) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn.

2) Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $2(u_{n+1} - 1)\sqrt{\frac{1}{u_n^2} + 1} = \sqrt{5}$ với $n \geq 1$.

a) Chứng minh (u_n) là dãy số tăng.

b) Chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn. Tìm $\lim u_n$.

Bài IV (6 điểm)

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = a$ và $\widehat{ASB} = 15^\circ$.

1) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

2) Gọi Q là trung điểm của cạnh SA . Trên các cạnh SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm M, N, P không trùng với các đỉnh của hình chóp. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $AM + MN + NP + PQ$ theo a .

Bài V (2 điểm)

Với a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $5(a^2 + b^2 + c^2) = 9(ab + 2bc + ca)$, tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức
$$P = \frac{a}{b^2 + c^2} - \frac{1}{(a+b+c)^3}.$$

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí cán bộ coi thi số 1:

Chữ kí cán bộ coi thi số 2: