

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 150

Câu 1: Tìm m để phương trình: $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.

- A. $m = -4$ B. $m = \pm 6$ C. $m = -6$ D. Không tồn tại m

Câu 2: Cho số phức $u = 2(4 - 3i)$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

- A. Môđun của u bằng 10.
 B. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng $6i$.
 C. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng -6 .
 D. Số phức liên hợp của u là $\bar{u} = 8 + 6i$.

Câu 3: Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

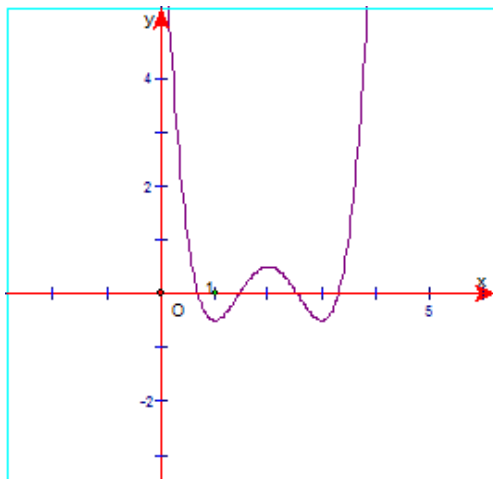
- A. $64\pi \text{ cm}^3$ B. $8\pi \text{ cm}^3$ C. $32\pi \text{ cm}^3$ D. $16\pi \text{ cm}^3$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

- A. $m < -2$ hoặc $m > 1$. B. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$.
 C. $m < -2$ hoặc $m = 1$. D. $m < -2$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x-1)|$.

- A. 7 B. 5 C. 3 D. 9

Câu 7: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$

- A. $\int \sin 2x dx = -2 \cos 2x + C$ B. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$
 C. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$ D. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Câu 8: Tìm điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy?

- A. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. B. $\left(\frac{2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$. C. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. D. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$

Câu 9: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'			
y	1	$+\infty$	1

$\swarrow$ $\searrow$
 $-\infty$ 1

- A. $y = \frac{x+1}{x+2}$ B. $y = \frac{x+3}{2+x}$ C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$ D. $y = \frac{x+1}{x-2}$

Câu 10: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.
 B. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$ với mọi $x > 0, y > 0$.
 C. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.
 D. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $ACB = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;-1;2)$. H là chân đường vuông góc kẻ từ D của tứ diện $DABC$. Viết phương trình mặt phẳng (ADH) .

- A. $3x + 2y + 2z - 6 = 0$ B. $x - y - 2 = 0$
 C. $6x - 8y - z - 12 = 0$ D. $-7x + 5y - z + 14 = 0$

Câu 13: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2, y = \frac{x^2}{27}, y = \frac{27}{x}$.

- A. $S = 234$ B. $S = 27 \ln 3$ C. $S = \frac{26}{3}$ D. $S = 27 \ln 3 - \frac{26}{3}$

Câu 14: Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m+5$ có đồ thị (C_m) . Tìm số thực m để đồ thị (C_m) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

- A. $m = 1$ B. $m = \frac{17}{2}$
 C. $m = 1$ hoặc $m = \frac{17}{2}$ D. $m = 4$

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số luôn có cực trị.
 B. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành.
 C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
 D. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

Câu 16: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}, |z_1| = |z_2| = 1$. Tính $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$.

- A. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 0$ B. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 1$ C. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = 2$ D. $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = -1$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$.

- A. $M(1;0;-4)$. B. $M(-1;0;4)$. C. $M(1;0;4)$. D. $M(-1;0;-4)$.

Câu 18: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $BC = 3a$. Tính thể tích của khối trụ.

- A. $12\pi a^3$ B. $16\pi a^3$ C. $4\pi a^3$ D. $8\pi a^3$

Câu 19: Cho $\log_2 5 = a$ và $\log_3 5 = b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$ B. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$ C. $\log_6 5 = \frac{1}{ab}$ D. $\log_6 5 = \frac{a+b}{ab}$

Câu 20: Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

- A. $(1; +\infty)$ B. $[1; +\infty)$ C. $(2; +\infty)$ D. $[2; +\infty)$

Câu 21: Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} = 64^a$ với a là số thực cho trước.

- A. $3a-1$ B. $3a+1$ C. $a-1$ D. a^3-1

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|.$$

- A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{13}{4}$ D. 3

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r .

- A. $r = \sqrt{2}$ B. $r = \sqrt{3}$ C. $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$ D. $r = \sqrt{\frac{9}{2}}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{a} = (3; -2; m)$; $\vec{b} = (2; m; -1)$. Tìm giá trị của m để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = -2$ D. $m = -1$

Câu 25: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$

- A. $(-2; +\infty)$ B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-2; 2)$

Câu 26: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$.

- A. $y' = \frac{-(2x+1)}{x^2+x+1}$ B. $y' = \frac{-1}{x^2+x+1}$ C. $y' = \frac{1}{x^2+x+1}$ D. $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$

Câu 27: Ta có tích phân $I = 4 \int_1^e x(1 + \ln x) dx = a.e^2 + b$; với $a; b$ là các số nguyên. Tính $M = ab + 4(a+b)$.

- A. $M = -5$. B. $M = -2$. C. $M = 5$. D. $M = -6$.

Câu 28: Phương trình $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1 x_2$.

- A. 2 B. 11 C. 3 D. 9

Câu 29: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục trên R , có $F(x), G(x)$ lần lượt là một nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

(I): $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.

(II): $k.F(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$ ($k \in R$).

(III): $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$.

Những mệnh đề nào là mệnh đề đúng ?

- A. (I) và (II) B. (I),(II) và (III) C. (II) D. (I)

Câu 30: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{64\sqrt{2}}{81}$ B. $\frac{64\sqrt{2}}{27}$ C. $\frac{128\sqrt{2}}{81}$ D. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$

Câu 31: Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$?

- A. $y = -2$ B. $x = -1$ C. $y = 1$ D. $x = 2$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và $(P): x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B .

- A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + 2\cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

- A. $x^2 + \cos x + 2\sin x - 2$. B. $2 + \cos x + 2\sin x$. C. $x^2 - \cos x + 2\sin x$. D. $x^2 - \cos x + 2\sin x + 2$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác vuông cân tại C và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABD) , tam giác ABD là tam giác đều và có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

- A. $a^3\sqrt{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 35: Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$, với $a > 1, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16\log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \quad \Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=1-t \end{cases}. \text{ Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của } (P) ?$$

- A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$ B. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$ C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$ D. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m-1)x^2 + (m^2-m+7)x + m-5$ có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

- A. $\begin{cases} m=3 \\ m=-2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m=-3 \\ m=2 \end{cases}$ C. $m=3$ D. $m=2$

Câu 38: Cho m là số thực dương thỏa mãn $\int_0^m \frac{x}{(1+x^2)^3} dx = \frac{3}{16}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m \in (3; \frac{7}{2})$ B. $m \in (0; \frac{3}{2})$ C. $m \in (\frac{3}{2}; 3)$ D. $m \in (\frac{7}{2}; 5)$

Câu 39: Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{2}$
- B. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
- C. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
- D. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{3}$

Câu 40: Gọi M, N là các giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = \frac{7x - 14}{x + 2}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN . Tìm hoành độ điểm I .

- A. $-\frac{7}{2}$
- B. 7
- C. $\frac{7}{2}$
- D. 3

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua $A(1; 0; 4)$.

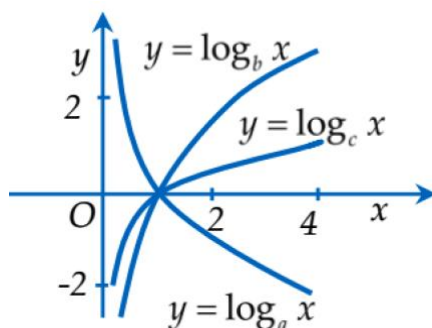
- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{53}$
- B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$
- C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$
- D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 53$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 8 + 4t \\ z = 11 + 6t \end{cases} \text{ và } (d'): \begin{cases} x = 7 + 4t' \\ y = 10 + 6t' \\ z = 6 + t' \end{cases}.$$

- A. Chéo nhau.
- B. Song song.
- C. Trùng nhau.
- D. Cắt nhau.

Câu 43: Cho ba số dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a < b < c$
- B. $a < c < b$
- C. $c < a < b$
- D. $b < a < c$

Câu 44: Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$.

- A. -13
- B. 9
- C. 13
- D. -9

Câu 45: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm O bán kính R tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa (P) và (Q) để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất.

- A. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$
- B. $2R\sqrt{3}$
- C. $R\sqrt{2}$
- D. R

Câu 46: Cho lăng trụ tứ giác đều có chiều cao bằng a , thể tích bằng $4a^3$. Tính độ dài cạnh đáy.

- A. $4a$
- B. $3a$
- C. a
- D. $2a$

Câu 47: Hình đa diện đều 12 mặt thuộc loại $\{p, q\}$. Tính $p - q$

A. -2

B. 1

C. 2

D. -1

Câu 48: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$

A. 2

B. 8

C. -6

D. 9

Câu 49: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2}\cos x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$

A. $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$ B. $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$ C. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$ D. $1 - \frac{\pi}{4}$

Câu 50: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^3 \overline{z_0}$?

A. $M(2; -1)$.B. $M(-2; -1)$.C. $M(2; 1)$.D. $M(-1; 2)$.

----- **HẾT** -----

1.C	2.B	3.B	4.C	5.D	6.A	7.B	8.C	9.B	10.D
11.D	12.C	13.B	14.A	15.A	16.B	17.B	18.A	19.A	20.D
21.A	22.B	23.D	24.A	25.D	26.D	27.C	28.A	29.A	30.A
31.A	32.D	33.D	34.B	35.A	36.D	37.C	38.B	39.B	40.C
41.B	42.D	43.A	44.C	45.A	46.D	47.C	48.D	49.B	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Lưu ý: Lời giải của mã đề khác

Câu 1. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

A. $[1; +\infty)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(1; +\infty)$

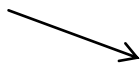
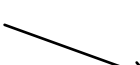
D. $[2; +\infty)$

Hướng dẫn giải

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có: $y' = \frac{-m+1}{(x-m)^2}$, để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ thì $y' < 0, \forall x < 2$

$$\Leftrightarrow (d'): \begin{cases} 1-m < 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2$$

X	$-\infty$	m	$+\infty$
y'		-	-
Y			

$$\Rightarrow m \geq 2$$

→ **Đáp án D.**

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, xét vị trí tương đối của của hai đường thẳng:

$$(d): \begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 8 + 4t \\ z = 11 + 6t \end{cases} \text{ và } (d'): \begin{cases} x = 7 + 4t' \\ y = 10 + 6t' \\ z = 6 + t' \end{cases}$$

A. Chéo nhau.

B. Song song.

C. Cắt nhau.

D. Trùng nhau.

Hướng dẫn giải

VTCP của d và d' lần lượt là $\vec{u}_1(3;4;6)$, $\vec{u}_2(4;6;1) \Rightarrow \vec{u}_1 \neq k\vec{u}_2 \Rightarrow$ Loại B, D.

Lấy $A(6,8,11) \in d$, $B(7;10;6) \in d'$, xét $\overline{AB} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0$ nên d cắt d' .

→ **Đáp án C.**

Câu 3. Cho hàm số $y = x^4 + 2(m-4)x^2 + m+5$ có đồ thị (C_m) . Tìm số thực m để hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

A. $m = 4$

B. $m = \frac{17}{2}$

C. $m = 1$ hoặc $m = \frac{17}{2}$

D. $m = 1$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 + 4(m-4)x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + m - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m - 4 = 0 (*) \end{cases}$$

Để hàm số có 3 cực trị thì PT (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m-4 < 0 \\ m-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 4 \quad (1)$

Giả sử 3 điểm cực trị của hàm số là $A(0; m+5); B(x_B; y_B); C(x_C; y_C)$

Với $y_B = x_B^4 + 2(m-4)x_B^2 + m+5; y_C = x_C^4 + 2(m-4)x_C^2 + m+5$

O là trọng tâm $\triangle ABC$ nên ta có hệ pt: $\begin{cases} x_B + x_C = 0 \\ m+5 + y_B + y_C = 0 \end{cases} \Rightarrow m=1$

→ **Đáp án D.**

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho các mặt phẳng (P): $x-y+2z+1=0$ và (Q): $2x+y+z-1=0$. Tìm r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r .

A. $r = \sqrt{\frac{9}{2}}$

B. $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$

C. $r = \sqrt{2}$

D. $r = \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Gọi $I(a; 0; 0)$ là tâm mặt cầu (S) và R là bán kính mặt cầu (S).

(S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r nên ta có hệ pt sau:

$$\begin{cases} d(I; (P)) = \sqrt{R^2 - 2^2} \\ d(I; (Q)) = \sqrt{R^2 - r^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|a+1|}{\sqrt{6}} = \sqrt{R^2 - 4} \\ \frac{|2a-1|}{\sqrt{6}} = \sqrt{R^2 - r^2} \end{cases} \Leftrightarrow a^2 - 2a + 2r^2 - 8 = 0 \quad (*)$$

Để có đúng 1 mặt cầu (S) thì pt (*) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \Delta' = 1 - 2r^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{9}{2}} \quad (\text{do } r > 0)$$

→ **Đáp án A.**

Câu 5. Cho lăng trụ tứ giác đều có chiều cao bằng a , thể tích bằng $4a^3$. Tính độ dài cạnh đáy.

A. $4a$

B. a

C. $3a$

D. $2a$

Hướng dẫn giải

Thể tích hình lăng trụ là $V = x^2 \cdot h$, trong đó x là độ dài cạnh đáy của lăng trụ

$$\Rightarrow 4a^3 = x^2 \cdot a \Rightarrow x = 2a$$

→ **Đáp án D.**

Câu 6. Cho số phức $u = 2(4 - 3i)$. Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào sai ?

- A. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng 6i.
- B. Môđun của u bằng 10.
- C. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng -6 .
- D. Số phức liên hợp của u là $\bar{u} = 8 + 6i$.

Hướng dẫn giải

$$u = 2(4 - 3i) = 8 - 6i \Rightarrow |u| = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10.$$

→ **Đáp án A.**

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng(P) song song với hai đường

thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=1-t \end{cases}$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của (P).

- A. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$
- B. $\vec{n} = (5; -6; 7)$
- C. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$
- D. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$

Hướng dẫn giải

$$\text{VTCP của } \Delta_1 \text{ và } \Delta_2 \text{ lần lượt là } \vec{n}_1(2; -3; 4); \vec{n}_2(1; 2; -1) \Rightarrow [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-5; 6; 7).$$

→ **Đáp án A.**

Câu 8. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$

- A. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$
- B. $\int \sin 2x dx = -2 \cos 2x + C$
- C. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$
- D. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$

Hướng dẫn giải

$$\int f(x) dx = \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x d(2x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

→ **Đáp án C.**

Câu 9. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2 - i)^3(1 - i)$.

- A. 9
- B. 13
- C. -9
- D. -13

Hướng dẫn giải

$$z + 2\bar{z} = (2 - i)^3(1 - i) \Leftrightarrow z + 2\bar{z} = -9 - 13i.$$

$$\text{Gọi } z = x + yi; x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow x + yi + 2(x - yi) = -9 - 13i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -9 \\ -y = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 13 \end{cases}$$

→ **Đáp án B.**

Câu 10. Cho phương trình $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1 x_2$.

- A. 9
- B. 3
- C. 11
- D. 2

Hướng dẫn giải

$$\log_2(5-2^x)=2-x \Leftrightarrow 5-2^x=2^{2-x} \Leftrightarrow 5-2^x=\frac{4}{2^x}, \text{ đặt } 2^x=t>0 \Rightarrow 5-t=\frac{4}{t} \Leftrightarrow t^2-5t+4=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow x=0 \\ t=4 \Rightarrow x=2 \end{cases} \Rightarrow P=2$$

→ **Đáp án D.**

Câu 11. Cho $a > 0$ và $a \neq 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.

B. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.

C. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$ với mọi.

D. $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

Hướng dẫn giải

Đáp án A sai vì $x > 0$.

Đáp án B sai vì $\log_a a = 1; \log_a 1 = 0$.

Đáp án C sai vì $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

→ **Đáp án D.**

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;-1;2)$. H là chân đường vuông góc kẻ từ D của tứ diện $DABC$. Viết phương trình mặt phẳng (ADH) .

A. $-7x+5y-z+14=0$

B. $6x-8y-z-12=0$

C. $x-y-2=0$

D. $3x+2y+2z-6=0$

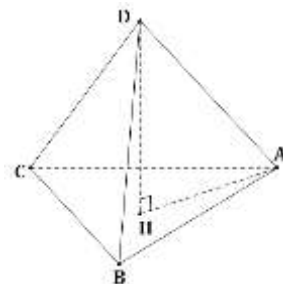
Hướng dẫn giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-2;3;0)$; $\overrightarrow{AC}(-2;0;3)$

$\Rightarrow (ADH)$ nhận $\vec{u} = \frac{1}{3}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3;2;2)$ làm VTCP.

$\Rightarrow (ADH)$ nhận $[\overrightarrow{AD}, \vec{u}] = (6;-8;-1)$ làm VTPT.

→ **Đáp án B.**



Câu 13. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm O bán kính R tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa (P) và (Q) để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất.

A. R

B. $R\sqrt{2}$

C. $2R\sqrt{3}$

D. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Gọi $OI = O'I = x \Rightarrow OO' = 2x$

$\Rightarrow$ Bán kính của mặt đáy là $r = \sqrt{R^2 - x^2}$

$\Rightarrow AO = \sqrt{r^2 + OO'^2} = \sqrt{R^2 + 3x^2}$

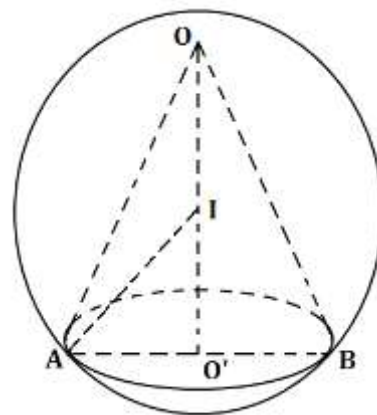
$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh hình nón là:

$$S_{xq} = \pi \sqrt{R^2 - x^2} \sqrt{R^2 + 3x^2}$$

$$S'_{xq} = \frac{\pi(4xR^2 - 12x^3)}{2\sqrt{(R^2 - x^2)(R^2 + 3x^2)}}; S'_{xq} = 0 \Rightarrow x = \frac{R\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow OO' = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$$

$\rightarrow$ **Đáp án D.**



Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh SA vuông góc với đáy, góc $ACB = 60^\circ$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$

B. $V = \frac{a^3}{4}$

C. $V = \frac{a^3}{6}$

D. $V = \frac{a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

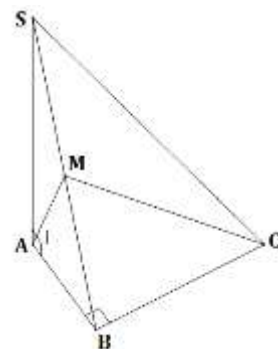
Do M là trung điểm SB nên $\frac{V_{MABC}}{V_{SABC}} = \frac{1}{2}$

Ta lại có: $\triangle ABC$ có $BAC = 30^\circ \Rightarrow AC = 2BC = 2a$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{a^3}{2} \Rightarrow V_{MABC} = \frac{a^3}{4}.$$

$\rightarrow$ **Đáp án B.**



Câu 15. Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} = 64^a$ với a là số thực cho trước.

A. $a^3 - 1$

B. $3a + 1$

C. $3a - 1$

D. $a - 1$

Hướng dẫn giải

$$4^{x+1} = 64^a \Leftrightarrow 4^{x+1} = 4^{3a} \Leftrightarrow x = 3a - 1.$$

$\rightarrow$ **Đáp án C.**

Câu 16. Cho m là số thực dương thỏa mãn $\int_0^m \frac{x}{(1+x^2)^3} dx = \frac{3}{16}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in \left(\frac{7}{2}; 5\right)$

B. $m \in \left(3; \frac{7}{2}\right)$

C. $m \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$

D. $m \in \left(\frac{3}{2}; 3\right)$

Hướng dẫn giải

$$\int_0^m \frac{x}{(1+x^2)^3} dx = \frac{1}{2} \int_0^m \frac{d(x^2+1)}{(1+x^2)^3} = \left(\frac{-1}{4(1+x^2)^2} \right) \bigg|_0^m = \frac{-1}{4(1+m^2)^2} + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{4(1+m^2)^2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (do } m > 0)$$

→ **Đáp án C.**

Câu 17. Tìm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ trong mặt phẳng Oxy?

- A. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$ B. $\left(\frac{2}{13}; \frac{-3}{13}\right)$ C. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$ D. $\left(\frac{-2}{13}; \frac{3}{13}\right)$

Hướng dẫn giải

$$z = \frac{1}{2-3i} = \frac{2+3i}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{2+3i}{13}.$$

→ **Đáp án C.**

Câu 18 . Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^3 \bar{z}_0$?

- A. $M(-2; -1).$ B. $M(2; 1).$ C. $M(2; -1).$ D. $M(-1; 2).$

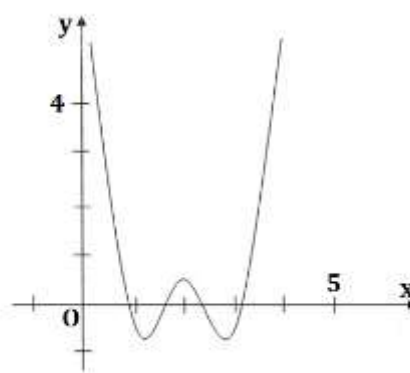
Hướng dẫn giải

$$z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i \end{cases} \Rightarrow w = i^3 \bar{z}_0 = (-1 + 2i)i^3 = 2 + i$$

→ **Đáp án B.**

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x-1)|$.

- A. 7
B. 5
C. 9
D. 3



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x-1)|$ như sau:

+ Dịch chuyển đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang bên phải 1 đơn vị

+ Lấy đối xứng các phần ở phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Như vậy, ta thấy đồ thị hàm số $y = |f(x-1)|$ đối dấu 7 lần.

→ **Đáp án A.**

Câu 20. Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$?

A. $x=2$

B. $y=1$

C. $y=-2$

D. $x=-1$

Hướng dẫn giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$$

→ **Đáp án C.**

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

A. $m \leq -2$ hoặc $m=1$

B. $m < -2$ hoặc $m > 1$

C. $m < -2$

D. $m < -2$ hoặc $m=1$

Hướng dẫn giải

Xét $m = 1$ thì $y = \frac{\ln x - 2}{\ln x - 2} = 1 = \text{const} \Rightarrow$ Hàm số không nghịch biến trên $(e^2; +\infty) \Rightarrow$ Loại A, D.

Ta có: hàm số không xác định tại $\ln x = m+1 \Leftrightarrow x = e^{m+1}$ và $y' = \frac{-(m^2 + m - 2)}{x(\ln x - m - 1)^2}$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(e^2; +\infty)$ thì $y' < 0, \forall x > e^2 \Rightarrow \begin{cases} m^2 + m - 2 > 0 \\ e^{m+1} < e^2 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2$

→ **Đáp án C.**

Câu 22. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}, |z_1| = |z_2| = 1$. Tính $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2$.

A. $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = -1$

B. $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 2$

C. $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 1$

D. $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 0$

Hướng dẫn giải

Gọi $z_1 = x_1 + y_1 i; z_2 = x_2 + y_2 i; x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$.

Do $|z_1| = |z_2| = 1 \Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2 = 1; |z_1 + z_2| = \sqrt{3} \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 = 3$

$$\Rightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = \frac{1}{2}$$

Mà $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = (x_1 + y_1 i)(x_2 - y_2 i) + (x_1 - y_1 i)(x_2 + y_2 i) = 2x_1 x_2 + 2y_1 y_2 = 1$.

→ **Đáp án C.**

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + 2\cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

A. $x^2 - \cos x + 2\sin x + 2$

B. $2 + \cos x + 2\sin x$

C. $x^2 + \cos x + 2\sin x - 2$

D. $x^2 - \cos x + 2\sin x$

Hướng dẫn giải

$$\int f(x)dx = \int (2x + \sin x + 2\cos x)dx = x^2 - \cos x + 2\sin x + C.$$

$$F(0) = 1 \Rightarrow 0^2 - \cos 0 + 2\sin 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 2.$$

→ **Đáp án A.**

Câu 24. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{27}$, $y = \frac{27}{x}$.

A. $S = 27\ln 3$

B. $S = 27\ln 3 - \frac{26}{3}$

C. $S = \frac{26}{3}$

D. $S = 234$

Hướng dẫn giải

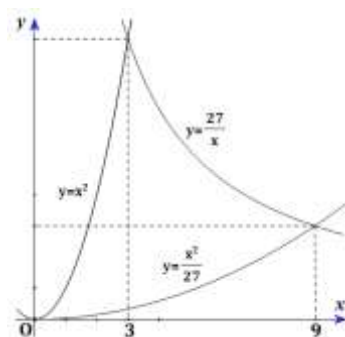
Xét các sự tương giao sau:

- Đường $y = x^2$ và $y = \frac{x^2}{27}$ ta có $x^2 = \frac{x^2}{27} \Rightarrow x = 0$.
- Đường $y = x^2$ và $y = \frac{27}{x}$ ta có $x^2 = \frac{27}{x} \Rightarrow x = 3$.
- Đường $y = \frac{27}{x}$ và $y = \frac{x^2}{27}$ ta có $\frac{27}{x} = \frac{x^2}{27} \Rightarrow x = 9$.

Diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_0^3 \left(x^2 - \frac{x^2}{27} \right) dx + \int_3^9 \left(\frac{27}{x} - \frac{x^2}{27} \right) dx = \frac{26}{3} + 27\ln 3 - \frac{26}{3} = 27\ln 3.$$

→ **Đáp án A.**



Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{a} = (3; -2; m)$; $\vec{b} = (2; m; -1)$. Tìm giá trị của m để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.

A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = -1$

D. $m = -2$

Hướng dẫn giải

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 2 + (-2) \cdot m + m \cdot (-1) = 6 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

→ **Đáp án D.**

Câu 26. Hình đa diện đều 12 mặt có dạng $\{p, q\}$. Tính $p - q$

A. 2.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

Hướng dẫn giải

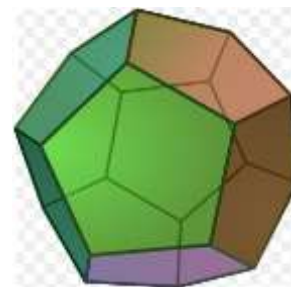
Mỗi khối đa diện đều có thể xác định bởi ký hiệu $\{p, q\}$, trong đó

p = số các cạnh của mỗi mặt (hoặc số các đỉnh của mỗi mặt)

q = số các mặt gặp nhau ở một đỉnh (hoặc số các cạnh gặp nhau ở mỗi đỉnh).

$\Rightarrow$ Khối đa diện đều 12 mặt có dạng $\{5,3\} \Rightarrow p-q=2$.

→ Đáp án A.



Câu 27. Cho 3 số dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ như hình vẽ dưới đây

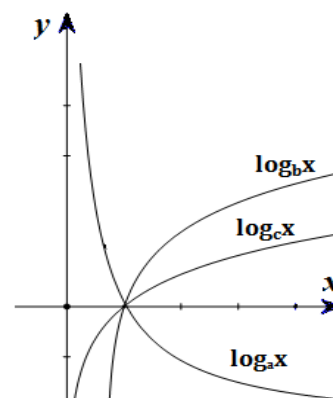
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < c < b$.

B. $c < a < b$.

C. $b < a < c$.

D. $a < b < c$.



Hướng dẫn giải

Nhìn vào hình vẽ ta thấy, $0 < a < 1$ và $b, c > 1$.

Đồ thị hàm số $y = \log_b x$ ở trên đồ thị hàm số $y = \log_c x$ nên $b < c$.

→ Đáp án D.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và $(P): x+y+z-7=0$.

Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều 2 điểm A và B .

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Mọi điểm trên d cách đều 2 điểm A, B nên d thuộc mặt phẳng trung trực của AB .

Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;-1;0) \Rightarrow$ Mặt phẳng trung trực của AB đi qua trung điểm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ của AB

và nhận $\overrightarrow{AB}(-3;-1;0)$ làm VTPT là $-3\left(x - \frac{3}{2}\right) - \left(y - \frac{5}{2}\right) = 0$ hay $3x + y - 7 = 0$.

Mà $d \in (P)$ nên phương trình d là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y+z-7=0 \\ 3x+y-7=0 \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$

→ **Đáp án A.**

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$y = \frac{1}{3}x^3 - (2m-1)x^2 + (m^2 - m + 7)x + m - 5$ có 2 điểm cực trị là độ dài của 2 cạnh góc vuông của tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$.

C. $m = 3$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = x^2 - 2(2m-1)x + (m^2 - m + 7)$, xét $\Delta' = (2m-1)^2 - (m^2 - m + 7) = 3m^2 - 3m - 6$.

Để hàm số có 2 điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác thì phương trình $y' = 0$ phải có

hai nghiệm phân biệt dương $\begin{cases} \Delta > 0 \\ 2m-1 > 0 \\ m^2 - m + 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$

Loại đáp án A, B, D. Nên chọn C

*Nếu đáp án nhiều tốt hơn thì em phải thêm bước sau:

Giả sử x_1, x_2 là 2 điểm cực trị của hàm số, theo gt ta có $x_1^2 + x_2^2 = 74$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 74 \Rightarrow [2(2m-1)]^2 - 2(m^2 - m + 7) = 74 \Leftrightarrow 14m^2 - 14m - 10 = 74 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$$

→ **Đáp án C.**

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích hình chóp S.ABCD.

A. $\frac{64\sqrt{2}}{81}$.

B. $\frac{64\sqrt{2}}{27}$.

C. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$.

D. $\frac{128\sqrt{2}}{81}$.

Hướng dẫn giải

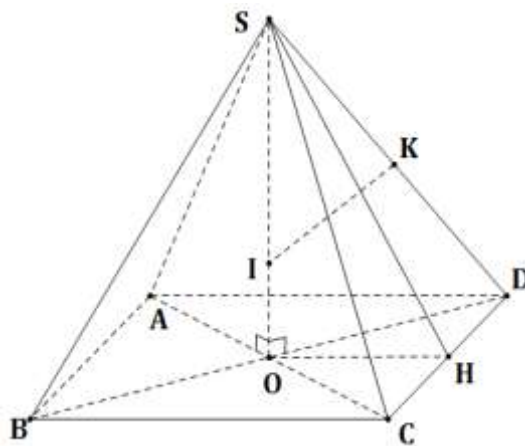
Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp S.ABCD, H,K là trung điểm CD, SD.

Gọi cạnh bên, cạnh đáy hình chóp lần lượt là x, y.

Đáy hợp với mặt bên một góc 45° nên ta suy ra $\angle OHS = 45^\circ \Rightarrow \triangle OHS$ vuông cân tại O.

$$OH = OS = \frac{y}{2}.$$

$$\triangle SIK \sim \triangle SDO \Rightarrow \frac{SI}{SK} = \frac{SD}{SO} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{x}{\frac{y}{2}} \Rightarrow x^2 = y\sqrt{2} \quad (*)$$



$\triangle SHD$ vuông tại H nên $SD^2 = HD^2 + SH^2$

$$\Rightarrow x^2 = \left(\frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{y\sqrt{2}}{2}\right)^2 \text{ kết hợp với } (*) \text{ ta được } \frac{3y^2}{4} = y\sqrt{2} \Rightarrow y = \frac{4\sqrt{2}}{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{y}{2} \cdot y^2 = \frac{64\sqrt{2}}{81}.$$

→ **Đáp án A.**

Câu 31. Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ hình chữ nhật có chu vi là 12cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích hình trụ.

A. $16\pi \text{ cm}^3$.

B. $32\pi \text{ cm}^3$.

C. $64\pi \text{ cm}^3$.

D. $8\pi \text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Giả sử 2 cạnh của hình chữ nhật thiết diện là a, b ($0 < a, b < 6$)

Theo giả thiết ta có $2(a+b) = 12 \Rightarrow b = 6 - a$.

Thể tích của hình trụ là

$$V = b \cdot \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4} (6 - a) = f(a) \Rightarrow f'(a) = 3\pi a - \frac{3\pi a^2}{4}. f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 4.$$

Bảng biến thiên:

x		0	4	6	
y'		+	0	-	
y		$\nearrow 8\pi \searrow$			

→ **Đáp án D.**

Câu 32. Ta có tích phân $I = 4 \int_1^e x(1 + \ln x) dx = a.e^2 + b$; với a, b là các số nguyên.

Tính $M = ab + 4(a + b)$.

A. $M = -2$.

B. $M = -5$.

C. $M = -6$.

D. $M = 5$.

Hướng dẫn giải

$$I = 4 \int_1^e x(1 + \ln x) dx = 4 \int_1^e x dx + 4I_1 = 2e^2 - 2 + 4I_1$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_1^e x \ln x dx, \text{ đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{1}{2} x^2 \end{cases} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{x^2}{2} \cdot \ln x \right) \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{1}{4} (e^2 + 1).$$

$$\Rightarrow I = 3e^2 - 1 \Rightarrow M = ab + 4(a + b) = 5.$$

→ **Đáp án D.**

Câu 33. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2} \cos x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$

A. $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$.

B. $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$.

C. $1 - \frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

$$y' = 1 - \sqrt{2} \sin x, y' = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}, x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Ta có: } y(0) = \sqrt{2}; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + 1; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow M - m = \frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}.$$

→ **Đáp án B.**

Câu 34. Cho $\log_2 5 = a$ và $\log_3 5 = b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log_6 5 = \frac{a+b}{ab}$.

B. $\log_6 5 = \frac{1}{ab}$.

C. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

D. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$.

Hướng dẫn giải

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$$

→ **Đáp án C.**

Câu 35. Cho tứ diện ABCD có ABC là tam giác vuông cân tại C và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABD), tam giác ABD là tam giác đều và có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích của khối tứ diện ABCD.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

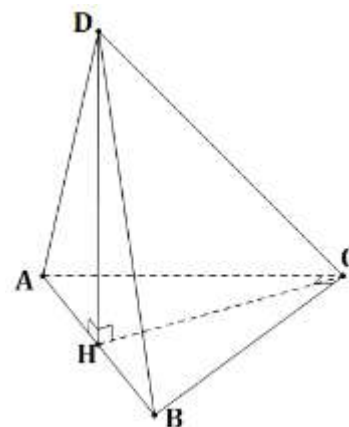
Gọi H là trung điểm của AB, theo giả thiết ta suy ra được $DH \perp (ABC)$.

$\triangle ABD$ đều có cạnh bằng $2a$ nên $DH = a\sqrt{3}$.

$\triangle ABC$ vuông cân tại C, có $AB = 2a$ nên $AC = BC = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2 = a^2$.

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

→ Đáp án B.



Câu 36. Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$, với $a > 1, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 4$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

$$m = \log_a(\sqrt[3]{ab}) = \frac{1}{3} \log_a(ab) = \frac{1}{3}(1 + \log_a b) \Rightarrow \log_a b = 3m - 1$$

$$\Rightarrow P = \log_a^2 b + 16 \log_b a = (3m - 1)^2 + \frac{16}{3m - 1} = t^2 + \frac{16}{t}.$$

$$\text{Xét } y = f(t) = t^2 + \frac{16}{t}; f'(t) = 2t - \frac{16}{t^2}. f'(t) = 0 \Rightarrow 2t - \frac{16}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y			
		12	

$$\text{Vậy } \min f(t) = 12 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow 3m - 1 = 2 \Rightarrow m = 1.$$

→ **Đáp án B.**

Câu 37. Cho 2 hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, có $F(x), G(x)$ lần lượt là một nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

(I): $F(x)+G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)+g(x)$.

(II): $kF(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$, $\forall k \in \mathbb{R}$.

(III): $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)g(x)$.

Những mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. (I).

B. (I); (II).

C. (I); (II); (III).

D. (II).

Hướng dẫn giải

Đáp án (II) sai vì nếu $k = 0$ không đúng.

Đáp án (III) sai.

→ **Đáp án A.**

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Ta có: $f'(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$	
y'	+		0		+		0		-	
y										

→ **Đáp án C.**

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

B. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành.

C. Hàm số luôn có cực trị.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Hướng dẫn giải

→ **Đáp án C.**

Câu 40. Gọi M, N là các giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = \frac{7x - 14}{x + 2}$. Gọi I là trung điểm của MN. Hoành độ điểm I là

A. $\frac{-7}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. 3.

D. 7.

Hướng dẫn giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x - 2 = \frac{7x - 14}{x + 2} \Leftrightarrow (x - 2) \left(1 - \frac{7}{x + 2} \right) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow M(2; 0) \\ x = 5 \Rightarrow N(5; 3) \end{cases} \Rightarrow I \left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2} \right)$

→ **Đáp án B.**

Câu 41. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1)$.

A. $y' = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

B. $y' = \frac{-(2x + 1)}{x^2 + x + 1}$.

C. $y' = \frac{-1}{x^2 + x + 1}$.

D. $y' = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$.

Hướng dẫn giải

$y' = \left[\ln(x^2 + x + 1) \right]' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{x^2 + x + 1} = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$.

→ **Đáp án D.**

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1; 2; -3) và đi qua A(1; 0; 4).

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \sqrt{53}$.

B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 53$.

C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{53}$.

D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 53$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\overline{IA}(0; -2; 7) \Rightarrow R = |\overline{IA}| = \sqrt{53}$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu (S): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 53$.

→ **Đáp án D.**

Câu 43. Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{x+1}{x+2}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

Hướng dẫn giải

Hàm số không xác định tại $x = -2$ nên loại B và D.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2); (-2; +\infty)$

→ **Đáp án C.**

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 2 điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$.

A. $M(1;0;-4)$.

B. $M(-1;0;4)$.

C. $M(1;0;4)$.

D. $M(-1;0;-4)$.

Hướng dẫn giải

Lấy $M(1-t; t-2; 2t) \in \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MA}(t; 6-t; 2-2t); \overrightarrow{MB}(t-2; 4-t; 4-2t)$.

Theo gt: $MA^2 + MB^2 = 28 \Rightarrow t^2 + (6-t)^2 + (2-2t)^2 + (t-2)^2 + (4-t)^2 + (4-2t)^2 = 28$.

$\Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 76 = 28 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(-1; 0; 4)$.

→ **Đáp án B.**

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|$.

A. 3.

B. $\frac{15}{4}$.

C. $\frac{13}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow z\bar{z} = x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 (*) \Rightarrow -1 \leq x, y \leq 1$.

$P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}| = |x(x^2 - 3y^2 + 4) + y(3x^2 - y^2 + 2)i| - 2|x|$
 $= \sqrt{x^2(x^2 - 3y^2 + 4)^2 + y^2(3x^2 - y^2 + 2)^2} - \sqrt{4x^2}$ Kết hợp với (*) ta được

$P = \sqrt{(4x^2 + 1)^2} - \sqrt{4x^2}$ với $x \in [-1; 1]$

Xét hàm P và lập bảng ta có

$\Rightarrow \min P = \frac{3}{4}$.

Câu 46. Cho hình lập phương có cạnh là a. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{3}$.

B. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a là $R = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

→ **Đáp án B.**

Câu 47. Tìm m để phương trình $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.

A. Không có m .

B. $m = -4$.

C. $m = -6$.

D. $m = \pm 6$.

Hướng dẫn giải

Đặt $\log_{\sqrt{3}} x = t < 0$ (do phương trình có nghiệm nhỏ hơn 1).

⇒ Phương trình đã cho trở thành $t^2 - mt + 9 = 0$ (*)

YCBT ⇔ PT (*) có duy nhất nghiệm $t < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 36 = 0 \\ \frac{m}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -6$.

→ **Đáp án C.**

Câu 48. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ nhận trục hoành và trục tung làm 2 đường

tiệm cận. Tính $m + n$

A. -6.

B. 2.

C. 9.

D. 8.

Hướng dẫn giải

Tiệm cận đứng $x = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{n-6} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{n-6} = +\infty \Rightarrow n = 6$.

Tiệm cận ngang $y = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2m - n = 0 \Rightarrow n = 2m \Rightarrow m = 3$.

→ **Đáp án C.**

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Hướng dẫn giải

$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} \Leftrightarrow x^2 - x < 4 - x \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

→ **Đáp án D.**

Câu 50. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD có AB và CD thuộc 2 đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $BC = 3a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $12\pi a^3$.

B. $4\pi a^3$.

C. $8\pi a^3$.

D. $16\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Thể tích hình trụ là $V = BC.\pi\left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 3a.\pi.(2a)^2 = 12\pi a^3$.

→ **Đáp án A.**

.....HẾT.....