

BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Dạng toán 1. Tính đạo hàm, tìm các khoảng đồng biến (nghịch biến) của một hàm số.

- Câu 1.** Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$
A. $(-\infty; -3)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$
- Câu 2.** Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ là
A. $(-\infty; 0); (2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. \mathbb{R} .
- Câu 3.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên toàn trục số?
A. $y = x^3 - 3x^2$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$. D. $y = x^3$.
- Câu 4.** Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây
A. Đồng biến trên \mathbb{R} B. $(-\infty; -1); (0; 1)$. C. $(-1; 0); (0; 1)$. D. $(-1; 0); (1; +\infty)$.
- Câu 5.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?
A. $y = x^3 + 2$. B. $y = \frac{x-1}{2x+3}$. C. $y = x^3 + 2x^2 + 1$. D. $y = 3x^3 - 2x + 1$.
- Câu 6.** Hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào?
A. $(-3; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-3; -1)$ và $(-1; 1)$.
- Câu 7.** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2017$
A. đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ B. nghịch biến trên tập xác định.
C. đồng biến trên $(1; +\infty)$. D. đồng biến trên $(-5; +\infty)$.
- Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{2x+1}{3-x}$ là
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $D = (-\infty; 3)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = (3; +\infty)$.
- Câu 9.** Cho hàm số $y = -x^3 - x^2 + 5x + 4$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{5}{3}; 1\right)$. B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{5}{3}; 1\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right)$. D. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- Câu 10.** Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 1$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?
A. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. B. $(-\sqrt{3}; 0); (\sqrt{2}; +\infty)$.
C. $(-\sqrt{2}; 0); (\sqrt{2}; +\infty)$. D. $(\sqrt{2}; +\infty)$.
- Câu 11.** Hàm số $y = 2x^2 - x^4$ nghịch biến trên những khoảng nào?
A. $(-1; 0)$. B. $(-1; 0); (1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1); (0; 1)$. D. $(-1; 1)$.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Chọn câu trả lời đúng.
A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 13. Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 2$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

A. $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$.

B. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $(\sqrt{2}; +\infty)$.

D. $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.

Câu 14. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$. Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(0; 2)$.

Câu 15. Hàm số $y = \frac{2-x}{x+1}$ có đạo hàm là

A. $y = -\frac{3}{(x+1)^2}$.

B. $y = \frac{2}{(x+2)^2}$.

C. $y = \frac{1}{(x+1)^2}$.

D. $y = \frac{3}{(x+1)^2}$.

Câu 16. Trên khoảng nào sau đây, hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây thoả mãn với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$?

A. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$.

C. $f(x) = x^3 + x^2 + 1$.

D. $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1$.

Câu 18. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = \frac{1}{2}(t^4 + 3t^2)$, t được tính bằng giây, S được tính bằng mét. Tìm vận tốc của chuyển động tại $t = 4$ (giây).

A. $v = 140$ m/s.

B. $v = 150$ m/s.

C. $v = 200$ m/s.

D. $v = 0$ m/s.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(2m+1)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f'(x) + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m < 3$.

B. $\begin{cases} m > -1 \\ m < 3 \end{cases}$.

C. $-1 \leq m \leq 3$.

D. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq 3 \end{cases}$.

Câu 20. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là

A. $t = 5$ s.

B. $t = 6$ s.

C. $t = 3$ s.

D. $t = 1$ s.

Câu 21. Một chất điểm chuyển động theo qui luật $s = 6t^2 - t^3$ (trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây mà chất điểm bắt đầu chuyển động). Tính thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 2$.

B. $t = 4$.

C. $t = 1$.

D. $t = 3$.

Dạng toán 2. Tìm điều kiện của tham số để hàm số đồng biến (nghịch biến) trên \mathbb{R}

Câu 22. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ (m là tham số). Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} là

A. $\left[-\infty; \frac{4}{3}\right]$.

B. $\left[-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

C. $\left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

D. $\left[\frac{4}{3}; +\infty\right]$.

- Câu 23.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên \mathbb{R} .
- A. $m \leq 3$. B. $m = 3$. C. $m > 3$. D. $m \geq 3$.
- Câu 24.** Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m+1)x + 1$ luôn đồng biến trên \mathbb{R} ?
- A. $-1 \leq m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$.
C. $m < -1$ hoặc $m > 0$. D. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 0$.
- Câu 25.** Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ nghịch biến trên \mathbb{R}
- A. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$. C. $-2 \leq m \leq -1$. D. $-2 < m < -1$.
- Câu 26.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2016$ đồng biến trên \mathbb{R} .
- A. $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$. B. $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$. C. $-2\sqrt{2} \leq m$. D. $m \leq 2\sqrt{2}$.
- Câu 27.** Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x - 2m - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} khi
- A. $m \leq -2$ B. $-2 \leq m \leq 3$ C. $m \geq 3$ D. $-1 \leq m \leq 4$.
- Câu 28.** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m-2)x + 1$ luôn đồng biến khi
- A. $m \geq 5$. B. $m \leq 5$. C. $m \leq \frac{12}{5}$. D. $m > \frac{12}{5}$.
- Câu 29.** Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (3m+2)x + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} khi m bằng
- A. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$. C. $-2 \leq m \leq -1$. D. $-2 < m < -1$.
- Câu 30.** Điều kiện của m để hàm số $y = (m^2 - 1)\frac{x^3}{3} + (m+1)x^2 + 3x + 5$ đồng biến trên \mathbb{R} là
- A. $m \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -1) \cup [2; +\infty)$.
C. $m \in (-1; 2]$. D. $m \in [-1; 2]$.
- Câu 31.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên \mathbb{R}
- A. $m \leq 3$. B. $m = 3$. C. $m > 3$. D. $m \geq 3$.
- Câu 32.** Tìm m để hàm số $y = mx - \sin x + 3$ đồng biến trên \mathbb{R} .
- A. $m \geq 1$. B. $m = 1$. C. $m \geq -1$. D. $m < 1$.

Dạng toán 3. Tìm điều kiện của tham số để hàm số đồng biến (nghịch biến) trên từng khoảng xác định

- Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x-m}{x-2}$ đồng biến trên các khoảng xác định.
- A. $m > 2$. B. $m \geq 2$. C. $m < 2$. D. $m \leq 2$.

- Câu 34.** Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định
- A. $-2 \leq m \leq 1$. B. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $-2 < m < 1$. D. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases}$.
- Câu 35.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.
- A. $m < -2$ hoặc $m > 2$. B. $m = 2$.
C. $-2 < m < 2$. D. $m = -2$.
- Câu 36.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+3}{3x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
- A. $-3 < m < 3$. B. $m < -3$. C. $-3 < m < 0$. D. $m > 3$.

Dạng toán 4. Tìm điều kiện của tham số để hàm số đồng biến (nghịch biến) trên (a, b)

- Câu 37.** Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
- A. $-2 < m < 2$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $m > 2$. D. $m < -2$.
- Câu 38.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = x^3 - 2mx^2 + x$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
- A. $m \geq \frac{13}{8}$. B. $1 \leq m \leq \frac{13}{8}$. C. $m \leq 0$. D. $m > \frac{13}{8}$.
- Câu 39.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 10$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.
- A. $m = 0$. B. $m \leq \frac{12}{7}$. C. $m \geq \frac{12}{7}$. D. m tùy ý.
- Câu 40.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$
- A. $0 < m \leq 1$. B. $0 < m < 1$. C. $m > 1$. D. $0 \leq m < 1$.
- Câu 41.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- A. $(-3; -2]$. B. $(-\infty; 0]$. C. $(-\infty; -2]$. D. $(-\infty; -2)$.
- Câu 42.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq 0$. D. $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 43.** Cho hàm số $y = 2x^3 - 2x^2 + mx + 3$. Tìm m để hàm số luôn đồng biến trên $(1; +\infty)$

- A. $m > \frac{2}{3}$. B. $m \geq \frac{2}{3}$. C. $m \geq 3$. D. $m \leq -2$.

Câu 44. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

- A. $-2 < m < 2$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $m > 2$. D. $m < -2$.

Câu 45. Cho hàm số $y = \frac{(m-1)\sin x - 2}{\sin x - m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. $-1 < m < 2$. B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$.

Câu 46. Tìm m để hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên $(0; \pi)$.

- A. $m \leq -1$. B. $m \geq -\frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m > -\frac{1}{2}$.

Câu 47. Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

- A. $-2 \leq m < 1$. B. $m = -2$. C. $m \geq 2$. D. $m \leq -2$.

Câu 48. Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx - 4}{x - m}$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

- A. $m \in (2; +\infty)$. B. $m \in (-2; 0)$.
C. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -2)$.

Câu 49. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + mx$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. $m \leq 4$. B. $m \geq 4$. C. $m > 4$. D. $m \leq 0$.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị tham số m để hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m \leq -\frac{7}{4}$. B. $m \leq -1$. C. $m \leq 2$. D. $m \leq \frac{5}{4}$.

Câu 51. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

- A. $m < -\frac{1}{2}$. B. $m \leq -\frac{1}{2}$. C. $m > 1$. D. $m = 0$.

Câu 52. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

- A. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $m \geq 1$.
C. $-1 < m < 2$. D. $1 \leq m < 2$.

Dạng toán 5. Tìm điều kiện của tham số để hàm số đồng biến (nghịch biến) trên đoạn có độ dài bằng k

Câu 53. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + 4x + 7$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$.

- A. $m = -2, m = 4$. B. $m = 1, m = 3$. C. $m = 0, m = -1$. D. $m = 2, m = -4$.

Câu 54. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

- A. $m > 6$. B. $m = 9$. C. $m < 0$. D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị thực m để $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (m-1)x + 2m - 3$ đồng biến trên một đoạn có độ dài lớn hơn 1

- A. $m \geq 0$. B. $m \leq 0$. C. $-\frac{5}{4} < m < 0$. D. $m > -\frac{5}{4}$.

BÀI 2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Dạng toán 1. Tìm cực trị (điểm cực trị, giá trị cực trị) của hàm số cho trước

Câu 56. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ là

- A. $(-1; 4)$. B. $(1; 4)$. C. $(0; 3)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 57. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ đạt cực trị tại x_1 và x_2 thì tích các giá trị cực trị bằng

- A. 25. B. -82. C. -207. D. -302.

Câu 58. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

- A. $y_{CT} = 1$. B. $y_{CT} = -1$. C. $y_{CT} = -3$. D. $y_{CT} = 3$.

Câu 59. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{2}{3}$ có

- A. điểm cực đại tại $x = -2$, điểm cực tiểu tại $x = 0$.
B. điểm cực tiểu tại $x = -2$, điểm cực đại tại $x = 0$.
C. điểm cực đại tại $x = -3$, điểm cực tiểu tại $x = 0$.
D. điểm cực đại tại $x = -2$, điểm cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 60. Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$

- A. $y_{CD} = -1$. B. $y_{CD} = 3$. C. $y_{CD} = 0$. D. $y_{CD} = -\frac{7}{3}$.

Câu 61. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$ có điểm cực tiểu là

- A. $(3; 32)$. B. $(-1; 0)$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Câu 62. Hàm số $y = 2x^4 - 8x^3 + 15$

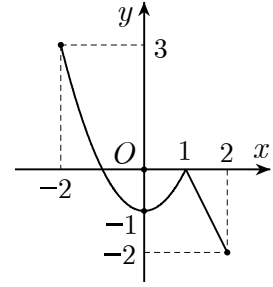
- A. nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực đại. B. nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại.
C. nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực tiểu. D. nhận điểm $x = 3$ làm điểm cực tiểu.

Câu 63. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt cực trị tại các điểm nào sau đây?

- A. $x = \pm 2$. B. $x = \pm 1$. C. $x = 0, x = 2$. D. $x = 0, x = 1$.

Câu 64. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -2$. B. $x = 0$.
C. $x = 1$. D. $x = 2$.



Câu 65. Tọa độ cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là

- A. $M(2; 4)$. B. $N(0; 2)$. C. $P(1; 0)$. D. $Q(-2; 0)$.

Câu 66. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 67. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 68. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập số thực \mathbb{R} ?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 5$. B. $y = -x + 1$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x^3 + 3x - 1$.

Câu 69. Hàm số nào sau đây đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó

- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$ B. $y = \frac{x-1}{x+2}$ C. $y = \frac{2x-1}{x-2}$ D. $y = \frac{2x+5}{x+2}$

Câu 70. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ là

- A. $y = 9x + 1$. B. $y = -9x + 1$. C. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$. D. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$.

Câu 71. Lập phương trình đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x$

- A. $y = -\frac{5}{6}x + \frac{1}{2}$. B. $y = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2}$. C. $y = -\frac{5}{6}x - \frac{1}{2}$. D. $y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}$.

Câu 72. Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1; y_1)$. Tính tổng $x_1 + y_1$

- A. 5. B. -11. C. 7. D. 6.

Câu 73. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$ có hai cực trị x_1, x_2 . Hỏi $x_1 \cdot x_2$ là bao nhiêu?

- A. $x_1 \cdot x_2 = -8$. B. $x_1 \cdot x_2 = 8$. C. $x_1 \cdot x_2 = 5$. D. $x_1 \cdot x_2 = -5$.

Câu 74. Biết hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$. Tính tổng $x_1^2 + x_2^2$.

- A. $x_1^2 + x_2^2 = 0$. B. $x_1^2 + x_2^2 = 9$. C. $x_1^2 + x_2^2 = 2$. D. $x_1^2 + x_2^2 = 1$.

Câu 75. Khoảng cách giữa hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = (x+1)(x-2)^2$

- A. $5\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{5}$. D. 4.

- Câu 76.** Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 , khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng
- A. -5 . B. 5 . C. -2 . D. 2 .
- Câu 77.** Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ có điểm cực tiểu là $M(x_1; y_1)$. Gọi $S = x_1 + y_1$. Khi đó
- A. $S = 5$. B. $S = 6$. C. $S = -11$. D. $S = 7$.
- Câu 78.** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$. Toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là
- A. $(-1; 2)$. B. $(3; \frac{2}{3})$. C. $(1; -2)$. D. $(1; 2)$.
- Câu 79.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x$. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho
- A. $y_{CT} = \frac{-9 - 5\sqrt{5}}{12}$. B. $y_{CT} = \frac{9 - 5\sqrt{5}}{12}$. C. $y_{CT} = \frac{-9 + 5\sqrt{5}}{12}$. D. $y_{CT} = \frac{9 + 5\sqrt{5}}{12}$.
- Câu 80.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 7x + 3$ đạt cực trị tại x_1, x_2 . Tính $T = x_1^3 + x_2^3$
- A. $T = -50$. B. $T = -30$. C. $T = 29$. D. $T = 49$.
- Câu 81.** Đồ thị của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ dương?
- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .
- Câu 82.** Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$
- A. $y_{CT} = 1$. B. $y_{CT} = 4$. C. $y_{CT} = -2$. D. $y_{CT} = -4$.
- Câu 83.** Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 12$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số. Kết luận nào sau đây là đúng?
- A. $(x_1 - x_2)^2 = 8$. B. $x_1 \cdot x_2 = 2$. C. $x_2 - x_1 = 3$. D. $x_1^2 + x_2^2 = 6$.
- Câu 84.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$. B. Hàm số có hai cực trị $y_{CD} < y_{CT}$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. D. Giá trị cực tiểu bằng -2 .
- Câu 85.** Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 + 100$ là
- A. 1 . B. 3 . C. 0 . D. 2 .
- Câu 86.** Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$
- A. 1 . B. 2 . C. -3 . D. -6 .
- Câu 87.** Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 3}{x - 2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. Cực tiểu của hàm số bằng -2 . B. Cực tiểu của hàm số bằng 3 .
C. Cực tiểu của hàm số bằng 1 . D. Cực tiểu của hàm số bằng -6 .

- Câu 88.** Biết hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)x^2(x+1)^3(x+2)^4$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Dạng toán 2. Tìm điều kiện của tham số để hàm số đạt cực trị (cực đại, cực tiểu) tại

$x = a$

- Câu 89.** Cho hàm số $y = x^3 - 2mx + 1$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$?
A. $m = \frac{2}{3}$. **B.** $m = \frac{3}{2}$. **C.** $m = -\frac{2}{3}$. **D.** $m = -\frac{3}{2}$.
- Câu 90.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2-3)x - 1$ đạt cực trị tại $x = -1$.
A. $m = 0$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 0; m = -2$. **D.** $m = 0; m = 2$.
- Câu 91.** Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.
A. $m = -1$. **B.** $m \neq 1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m \neq -1$.
- Câu 92.** Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$
A. $m = -2$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$.
- Câu 93.** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + (m^2 - 4)x + 11$ đạt cực tiểu tại $x = 3$
A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m \in \{-1; 1\}$. **D.** $m = 0$.
- Câu 94.** Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.
A. $m = -2$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$.
- Câu 95.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = -x^3 + mx^2 + (m^2 + 2m - 3)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$.
A. $\{1\}$. **B.** $\{-3; 1\}$. **C.** $\{-1\}$. **D.** $\{-3\}$.
- Câu 96.** Hàm số $f(x) = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi
A. $m = 2$. **B.** 5. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 1$.

Dạng toán 3. Tìm điều kiện của tham số để hàm số bậc ba có cực trị

- Câu 97.** Với giá trị của tham số thực m nào thì hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có cực trị
A. $-2 < m < 1$. **B.** $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. **C.** $-3 < m < 1$. **D.** $\begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases}$.
- Câu 98.** Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(0;0)$, $B(1;1)$ thì các hệ số a, b, c, d có giá trị lần lượt là
A. $a = -2; b = 1; c = 0; d = 0$. **B.** $a = -2; b = -1; c = 0; d = 0$.

C. $a = -2; b = 0; c = 3; d = 0$.

D. $a = -2; b = 3; c = 0; d = 0$

Câu 99. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Tính tổng $a + b$

A. -14.

B. 14.

C. -20.

D. 34.

Câu 100. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Nếu đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là gốc tọa độ O và điểm $A(2; -4)$ thì phương trình của hàm số là

A. $y = -3x^3 + x^2$.

B. $y = -3x^3 + x$.

C. $y = x^3 - 3x$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 101. Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + (2m-1)x^2 - (2-m)x - 2$. Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu?

A. $m \in (-1; +\infty)$.

B. $m \in \left(-1; \frac{5}{4}\right)$.

C. $m \in (-\infty; -1)$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{5}{4}; +\infty\right)$

Câu 102. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + (1-2m)x + 5m^3 - 3$ có 2 cực trị

A. $m < \frac{11}{24}$.

B. $m \leq \frac{11}{24}$.

C. $m > \frac{11}{24}$.

D. $m \geq \frac{11}{24}$.

Câu 103. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (4m-3)x + 1$. Tìm m để hàm số có hai cực trị.

A. $m < 1$ hoặc $m > 3$.

B. $m \leq 13$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \leq 1$ hoặc $m > 3$.

Câu 104. Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x - (2m+1)$ có cực đại và cực tiểu?

A. $m < -2$ hoặc $m > 3$.

B. $-2 < m < 3$.

C. $m < 3$.

D. $m < -3$ hoặc $m > 2$.

Câu 105. Tìm giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^2$ có hai cực trị

A. $m = 0$.

B. $m > 0$.

C. $m < 0$.

D. $m \neq 0$.

Câu 106. Điều kiện nào sau đây để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ có cực đại và cực tiểu

A. $y'(x) = 0$ có nghiệm.

B. $y'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm.

C. $y'(x) = 0$ vô nghiệm.

D. $y'(x) = 0$ hai nghiệm phân biệt.

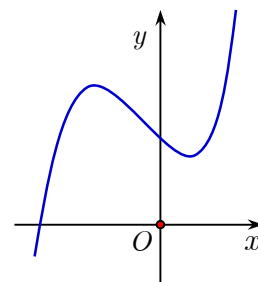
Câu 107. Cho biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$



Dạng toán 4. Tìm điều kiện của tham số để hàm số bậc bốn có cực trị**Câu 108.** Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^4 - (5 - 2m)x^2 + 1 - m^2$ có 1 cực trị

- A. $m > \frac{5}{2}$. B. $m = \frac{5}{2}$. C. $m \leq \frac{5}{2}$. D. $m \geq \frac{5}{2}$.

Câu 109. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{9}{8}x^4 + 3(m - 2017)x^2 - 2016$ có 3 cực trị

- A. $m \leq 2015$. B. $m < 2017$. C. $m \geq 2016$. D. $m \geq -2017$.

Câu 110. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m - 1)x^2 + m^2$ có ba cực trị

- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 111. Cho hàm số $y = -x^4 + (m + 2)x^2 + 5$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có 3 điểm cực trị.

- A. $m > -2$. B. $m < -3$. C. $-3 < m < -2$. D. Đáp số khác.

Câu 112. Hàm số $y = 2x^4 - (m^2 - 4)x^2 + m$ có 3 cực trị khi

- A. $m > 2; m < -2$. B. $-2 < m < 2$. C. $m < 0$. D. $m > 1$.

Dạng toán 5. Tìm điều kiện của tham số để hàm số bậc ba có cực trị thỏa điều kiện cho trước**Câu 113.** Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$ đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 thỏa mãn

$$(x_1 + x_2)^2 = 16$$

- A. $m = \pm 2$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. Không tồn tại m .

Câu 114. Tìm giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}mx$ có hai cực trị x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0$$

- A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = \frac{4}{3}$. D. $m = -3$.

Câu 115. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$ đạt cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 = -4x_2$.

- A. $m = -1$ hoặc $m = 1$. B. $m = -\frac{9}{2}$ hoặc $m = \frac{9}{2}$.
C. $m = -\frac{2}{9}$ hoặc $m = \frac{2}{9}$. D. $m = -2$ hoặc $m = 2$.

Câu 116. Để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = (m + 2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có hoành độ dương thì giá trị của m là

- A. $-3 < m < -2$. B. $2 < m < 3$. C. $-1 < m < 1$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 117. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + m$. Tìm tham số m để hàm số có giá trị cực đại bằng 2.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = -4$. D. $m = 0$.

Câu 118. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = -2x^3 + 6x + m + 2017$ đạt cực đại và có giá trị cực đại bằng 2017

- A. $m = -4$. B. $m = 4$. C. $m = 0$. D. $m = 36$.

- Câu 119.** Tìm m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại gốc tọa độ O .
- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.
- Câu 120.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1 - m^2)x + 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung?
- A. $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$. B. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$. C. $-1 < m < 1$. D. $-1 \leq m \leq 1$.
- Câu 121.** Tìm các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (6m + 9)x - 12$ có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung
- A. $m = -2$. B. $-3 < m < -\frac{3}{2}$. C. $\begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m \neq -3 \end{cases}$. D. $m < -\frac{3}{2}$.
- Câu 122.** Với giá trị nào của tham số m , đồ thị hàm số $y = -(x - 1)^3 + 3m^2(x - 1) - 2$ có hai điểm cực trị cách đều gốc tọa độ?
- A. $m = 5$. B. $m = \pm \frac{1}{3}$. C. $m = \pm \frac{1}{2}$. D. $m = -5$.
- Câu 123.** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$, đạt cực tiểu tại $x = 4$, giá trị cực đại của $f(x)$ bằng 1 và giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng -31 . Tính b .
- A. $b = -2$. B. $b = -6$. C. $b = -3$. D. $b = 3$.
- Câu 124.** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị A và B sao cho $AB = \sqrt{20}$
- A. $m = 1; m = 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = 1$. D. $m = \pm 2$.
- Câu 125.** Giả sử rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$ (m là tham số) luôn có điểm cực đại chạy trên đường thẳng cố định. Phương trình đường thẳng cố định ấy là
- A. $3x - y + 1 = 0$. B. $3x + y + 1 = 0$. C. $3x + y - 1 = 0$. D. $3x - y - 1 = 0$
- Câu 126.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$ thỏa mãn $x_A^2 + x_B^2 = 2$
- A. $m = 0$. B. $m = \pm 1$. C. $m = \pm 3$. D. $m = 2$.
- Câu 127.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$. (m là tham số). Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành ?
- A. $m < 4$. B. $0 < m < 4$. C. $m > 4$. D. $m < 0; m > 4$.
- Câu 128.** Đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1; 1)$, bán kính bằng 1 tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất khi m có giá trị là

$$\text{A. } m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}. \quad \text{B. } m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}. \quad \text{D. } m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}.$$

Câu 129. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Biết đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

$$\text{A. } -9. \quad \text{B. } -\frac{25}{9}. \quad \text{C. } -\frac{16}{25}. \quad \text{D. } 1.$$

Câu 130. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều so với đường thẳng $d: y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S ?

$$\text{A. } 0. \quad \text{B. } 6. \quad \text{C. } -6. \quad \text{D. } 3.$$

Câu 131. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có hai điểm cực trị A, B sao cho A, B và $M(1; -2)$ thẳng hàng?

$$\text{A. } m = \pm\sqrt{2}. \quad \text{B. } m = \sqrt{2}. \quad \text{C. } m = -\sqrt{2}. \quad \text{D. } 0.$$

Câu 132. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1). Cho $A(2; 3)$, tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

$$\text{A. } m = \frac{-1}{2}. \quad \text{B. } m = \frac{-3}{2}. \quad \text{C. } m = \frac{1}{2}. \quad \text{D. } m = \frac{3}{2}.$$

Câu 133. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB tạo thành tam giác vuông tại O , với O là gốc tọa độ.

$$\text{A. } m = -1. \quad \text{B. } m > 0. \quad \text{C. } m = 0. \quad \text{D. } m = \frac{1}{2}.$$

Câu 134. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$.

$$\text{A. } m = 0, m = 2. \quad \text{B. } m = 0. \quad \text{C. } m = 1. \quad \text{D. } m = 2.$$

Dạng toán 6. Tìm điều kiện của tham số để hàm số bậc bốn có cực trị thỏa điều kiện cho trước

Câu 135. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có đồ thị (C_m) . Với giá trị nào của m thì đồ thị (C_m) có 3 điểm cực trị, đồng thời 3 điểm cực trị đó tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2

$$\text{A. } m = \sqrt[5]{4}. \quad \text{B. } m = 16. \quad \text{C. } m = \sqrt[5]{16}. \quad \text{D. } m = -\sqrt[5]{16}.$$

Câu 136. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 + m$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của tam giác đều.

$$\text{A. } m = \sqrt[3]{3}. \quad \text{B. } m > 0. \quad \text{C. } m = \frac{3}{2}. \quad \text{D. } m > \sqrt[3]{3}.$$

Câu 137. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$ có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều khi

$$\text{A. } m = \sqrt[3]{3}. \quad \text{B. } m > 0. \quad \text{C. } m = 3. \quad \text{D. } m = 0.$$

- Câu 138.** Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác vuông khi
- A. $m = -\sqrt{3}$. B. $m = -1$. C. $m = \sqrt{3}$. D. $m = 1$.
- Câu 139.** Để đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2(m+1)x^2 + 3 - m$, $m \in \mathbb{R}$ có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông thì giá trị của tham số m là?
- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 0$.
- Câu 140.** Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$. Tính $f(1)$.
- A. $f(1) = 0$. B. $f(1) = -7$. C. $f(1) = -5$. D. $f(1) = -6$.
- Câu 141.** Các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều là
- A. $m = \frac{2}{3}\sqrt[3]{6}$. B. $m = \sqrt[3]{6}$. C. $m = \frac{3}{2}\sqrt[3]{6}$. D. $m = 2\sqrt[3]{6}$.
- Câu 142.** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$. Tìm m để hàm số có các điểm cực đại, cực tiểu tạo thành tam giác có diện tích bằng 32.
- A. $m = 4$. B. $m = 5$. C. $m = -3$. D. $m = 1$.
- Câu 143.** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm
- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 0$. D. $m = -1$.
- Câu 144.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có số đo một góc bằng 120° .
- A. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}}$. B. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$. C. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{48}}$. D. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

---HẾT---

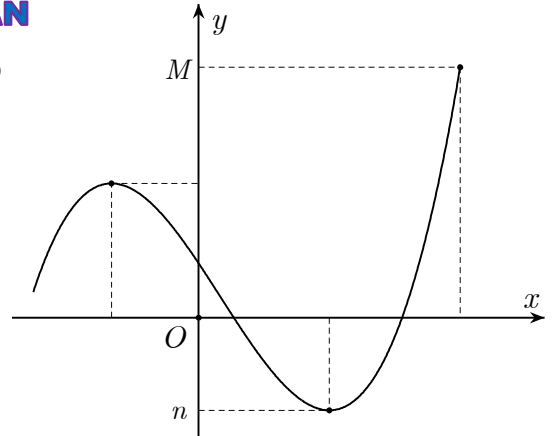
Chủ đề 02.

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

ĐỊNH NGHĨA Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên miền D

- Số M gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $\begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = M \end{cases}$. Kí hiệu $M = \max_D f(x)$.
- Số m gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $\begin{cases} f(x) \geq m, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = m \end{cases}$. Kí hiệu $m = \min_D f(x)$



PHƯƠNG PHÁP

Phương pháp 1 Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sử dụng bảng biến thiên

- Bước 1.** Tính đạo hàm $f'(x)$.
- Bước 2.** Tìm các nghiệm của $f'(x)$ và tất cả các điểm $\alpha_i \in [a; b]$ làm cho $f'(x)$ không xác định.
- Bước 3.** Lập bảng biến thiên của $f(x)$ trên K .
- Bước 4.** Căn cứ vào bảng biến thiên kết luận $\min_K f(x)$, $\max_K f(x)$

Phương pháp 2 Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[a; b]$

- Bước 1.** Tính đạo hàm $f'(x)$.
- Bước 2.** Tìm tất cả các nghiệm $x_i \in [a; b]$ của phương trình $f'(x) = 0$ và tất cả các điểm $\alpha_i \in [a; b]$ làm cho $f'(x)$ không xác định.
- Bước 3.** Tính $f(a)$, $f(b)$, $f(x_i)$, $f(\alpha_i)$.
- Bước 4.** So sánh các giá trị tính được và kết luận $M = \max_{[a; b]} f(x)$, $n = \min_{[a; b]} f(x)$.

II. BÀI TẬP TẠI LỚP

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. $\min_{[2; 4]} y = 0$. B. $\min_{[2; 4]} y = 3$. C. $\min_{[2; 4]} y = 5$. D. $\min_{[2; 4]} y = 7$.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. $\max_{[0; 2]} f(x) = 64$. B. $\max_{[0; 2]} f(x) = 1$. C. $\max_{[0; 2]} f(x) = 0$. D. $\max_{[0; 2]} f(x) = 9$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 1$ trên $[-1; 2]$ là

- A. $\min_{[-1; 2]} y = -5$. B. $\min_{[-1; 2]} y = -4$. C. $\min_{[-1; 2]} y = -3$. D. $\min_{[-1; 2]} y = 1$.

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[1; 5]$ là

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. -4 . D. $-\frac{10}{3}$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. $\frac{1}{4}$. B. 2. C. $-\frac{1}{2}$. D. 0.
- Câu 6.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$
- A. $-\frac{1}{3}$. B. -5. C. 5. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 7.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x^2+x-2}{2-x}$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt bằng
- A. 2 và 0. B. 1 và -2. C. 0 và -2. D. 1 và -1.
- Câu 8.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};5\right]$ bằng
- A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{1}{5}$. C. -3. D. -5.
- Câu 9.** Tìm M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2+x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$
- A. $M = 8, m = -1$. B. $M = 8, m = 7$. C. $M = 7, m = 0$. D. $M = 8, m = \frac{22}{3}$.
- Câu 10.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$.
- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. 3. D. $\frac{5}{2}$.
- Câu 11.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2-5}{x+3}$ trên đoạn $[0;2]$.
- A. $\min_{x \in [0;2]} y = -\frac{5}{3}$. B. $\min_{x \in [0;2]} y = -\frac{1}{5}$. C. $\min_{x \in [0;2]} y = -2$. D. $\min_{x \in [0;2]} y = -10$.
- Câu 12.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{3-2x-x^2}$ là
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 13.** Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ trên tập xác định. Khi đó, $M - m$ bằng
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 14.** Gọi m, M tương ứng là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$. Tính tổng $m + M$.
- A. 2. B. $2 + \sqrt{2}$. C. $2(1 + \sqrt{2})$. D. $1 + \sqrt{2}$.
- Câu 15.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{16-x^2} - x$ là
- A. 5. B. $5\sqrt{2}$. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.
- Câu 16.** Cho hàm số $y = x + \sqrt{12-3x^2}$. GTLN của hàm số bằng
- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.
- Câu 17.** Tìm m để hàm số $y = \frac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ trên đoạn $[-2;2]$?

- A. $m < 0$. B. $m = 2$. C. $m > 0$. D. $m = -2$
- Câu 18.** Hàm số $f(x) = -x^2 + 4x - m$ đạt giá trị lớn nhất bằng 10 trên đoạn $[-1;3]$ khi m bằng
 A. -8 . B. 3 . C. -3 . D. -6 .
- Câu 19.** Tìm m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên $[0;1]$ bằng -2
 A. 1 B. 2 C. 0 D. -2
- Câu 20.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2mx + 1}{m - x}$ trên đoạn $[2;3]$ là $-\frac{1}{3}$ khi m nhận giá trị
 A. 0 . B. 1 . C. -5 . D. -2 .
- Câu 21.** Giá trị lớn nhất M , giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 2\sin^2 x + 2\sin x - 1$ là
 A. $M = -1, m = \frac{-3}{2}$. B. $M = 3, m = -1$.
 C. $M = 3, m = \frac{-3}{2}$. D. $M = \frac{3}{2}, m = -3$.
- Câu 22.** Giá trị lớn nhất M , giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 2\cos 2x + 2\sin x$ là
 A. $M = \frac{9}{4}; m = -4$. B. $M = 4; m = 0$. C. $M = 0; m = -\frac{9}{4}$. D. $M = 4; m = -\frac{9}{4}$.
- Câu 23.** Giá trị lớn nhất M , giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sin^4 x - 4\sin^2 x + 5$ là
 A. $M = 2; m = -5$. B. $M = 5; m = 2$. C. $M = 5; m = -2$. D. $M = -2; m = -5$.
- Câu 24.** Giá trị lớn nhất M , giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^2 x + 2$ là
 A. $M = 3; m = -\frac{11}{4}$. B. $M = \frac{11}{4}; m = -3$.
 C. $M = 3; m = \frac{11}{4}$. D. $M = -\frac{11}{4}; m = -3$.
- Câu 25.** Cho hàm số $y = \frac{2\cos^2 x + |\cos x| + 1}{|\cos x| + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Khi đó $M+m$ bằng
 A. -4 . B. -5 . C. -6 . D. 3 .
- Câu 26.** Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng
 A. 64 cm^2 . B. 4 cm^2 . C. 16 cm^2 . D. 8 cm^2 .
- Câu 27.** Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích 48 cm^2 , hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng
 A. $16\sqrt{3} \text{ cm}$. B. $4\sqrt{3} \text{ cm}$. C. 24 cm . D. $8\sqrt{3} \text{ cm}$.
- Câu 28.** Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = 6t^2 - t^3$, vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng
 A. 2 (s). B. 12 (s). C. 6 (s). D. 4 (s).
- Câu 29.** Tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a ($a > 0$)?
 A. $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$. B. $\frac{a^2}{9}$. C. $\frac{2a^2}{9}$. D. $\frac{a^2}{3\sqrt{3}}$.

Câu 30. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0.025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất bằng

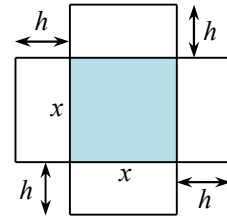
A. 100 mg. B. 20 mg. C. 30 mg. D. 0 mg.

Câu 31. Cho ΔABC đều cạnh a . Người ta dựng một hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN nằm trên BC , hai đỉnh P, Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định vị trí của điểm M sao cho hình chữ nhật có diện tích lớn nhất ?

A. $BM = \frac{2a}{3}$. B. $BM = \frac{a}{2}$. C. $BM = \frac{a}{3}$. D. $BM = \frac{a}{4}$.

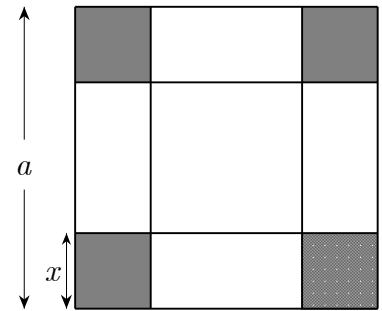
Câu 32. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo mẫu như hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x cm, chiều cao h cm và có thể tích 500 cm^3 . Giá trị của x để diện tích của mảnh các tông nhỏ nhất bằng

A. 100 cm. B. 300 cm.
C. 10 cm. D. 1000 cm.



Câu 33. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a . Người ta cắt ở 4 góc 4 hình vuông bằng nhau (vùng tô đậm), rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp. Tìm cạnh của hình vuông bị cắt sao cho thể tích của khối hộp là lớn nhất?

A. $\frac{5a}{6}$. B. $\frac{a}{6}$.
C. $\frac{a}{12}$. D. $\frac{a}{9}$.



Câu 34. Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích của hộp bằng 18 lít. Để tốn ít vật liệu nhất thì kích thước của thùng là

A. $x = 2; y = 6; z = \frac{3}{2}$. B. $x = 1; y = 3; z = 6$.
C. $x = \frac{3}{2}; y = \frac{9}{2}; z = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}; y = \frac{3}{2}; z = 24$.

Câu 35. Xét các số thực x, y thay đổi và thỏa mãn $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 + 2xy \leq 32$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^3 + y^3 + 3(xy - 1)(x + y - 2)$ là

A. $\frac{7 + \sqrt{5}}{4}$. B. $\frac{17 - 5\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{7 - \sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{17 + 5\sqrt{5}}{4}$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

MỨC NHẬN BIẾT, THÔNG HIỂU

- Câu 36.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 5 + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ là
- A. $\min_{[1;3]} y = -1$. B. $\min_{[1;3]} y = 0$. C. $\min_{[1;3]} y = \frac{-2}{3}$. D. $\min_{[1;3]} y = -9$.
- Câu 37.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ là
- A. $\max_{[0;2]} y = \frac{3}{2}$. B. $\max_{[0;2]} y = 1$. C. $\max_{[0;2]} y = -2$. D. $\max_{[0;2]} y = 5$.
- Câu 38.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 5$ trên đoạn $[0; 2]$ là
- A. $\min_{[0;2]} y = -12, \max_{[0;2]} y = 5$. B. $\min_{[0;2]} y = -11, \max_{[0;2]} y = 7$.
- C. $\min_{[0;2]} y = -12$ và không có giá trị lớn nhất. D. $\max_{[0;2]} y = 7$ và không có giá trị nhỏ nhất.
- Câu 39.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng
- A. -3 . B. 1 . C. -5 . D. $-\frac{9+7\sqrt{6}}{9}$.
- Câu 40.** Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ lần lượt là
- A. $\frac{31}{8}$ và 5 . B. 3 và 5 . C. 3 và $\frac{31}{8}$. D. 5 và $\frac{31}{8}$.
- Câu 41.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ lần lượt là
- A. $\frac{15}{8}$ và 5 . B. 1 và 5 . C. 1 và $\frac{15}{8}$. D. 5 và $\frac{15}{8}$.
- Câu 42.** Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{1-x^2}$ trên $[-1; 1]$ có giá trị nhỏ nhất và lớn nhất lần lượt là m và n . Khi đó, $T = m + n$ có giá trị bằng
- A. $T = 0$. B. $T = -1$. C. $T = 1$. D. $t = 2$.
- Câu 43.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 5$ trên đoạn $[0; 2]$ là
- A. $\min_{[0;2]} y = -12, \max_{[0;2]} y = 5$. B. $\min_{[0;2]} y = -11, \max_{[0;2]} y = 7$.
- C. $\min_{[0;2]} y = -12$ và không có giá trị lớn nhất. D. $\max_{[0;2]} y = 7$ và không có giá trị nhỏ nhất.
- Câu 44.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào tồn tại giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó?
- A. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. B. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. D. $y = \frac{x^2 - 2x}{x-1}$.
- Câu 45.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$
- A. $\frac{-1}{3}$ B. 5 . C. -5 . D. $\frac{1}{3}$.

- Câu 46.** Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$
A. $M = 11; m = 2.$ **B.** $M = 3; m = 2.$ **C.** $M = 11; m = 3.$ **D.** $M = 5; m = 2.$
- Câu 47.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ trên đoạn $[2; 4]$
A. $-18.$ **B.** $9.$ **C.** $-23.$ **D.** $-16.$
- Câu 48.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$
A. có giá trị nhỏ nhất bằng $-1.$ **B.** có giá trị lớn nhất bằng $3.$
C. có giá trị nhỏ nhất bằng $3.$ **D.** có giá trị lớn nhất bằng $-1.$
- Câu 49.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{3 - 2x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ là bao nhiêu?
A. $\sqrt{5}.$ **B.** $3.$ **C.** $1.$ **D.** $\sqrt{3}.$
- Câu 50.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là bao nhiêu?
A. $3.$ **B.** $2.$ **C.** $6.$ **D.** $4.$
- Câu 51.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên $[-4; 4]$ là M, n .
 . Tìm M, n .
A. $M = 20; n = -2.$ **B.** $M = 10; n = -11.$
C. $M = 40; n = -41.$ **D.** $M = 40; n = 31.$
- Câu 52.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 18x$ trên $[0; +\infty)$ là bao nhiêu?
A. $1.$ **B.** $0.$ **C.** $2.$ **D.** $-1.$
- Câu 53.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:
- | | | | | |
|------|-------|------|-----|----------------|
| x | -3 | -1 | 1 | $\frac{3}{2}$ |
| y' | $+$ | 0 | $-$ | 0 |
| y | -15 | 5 | 1 | $\frac{15}{8}$ |
- Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[-3; \frac{3}{2}\right]$ là
- A.** 5 và $-15.$ **B.** 5 và $1.$ **C.** $\frac{15}{8}$ và $-15.$ **D.** $\frac{15}{8}$ và $1.$
- Câu 54.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là
A. $6.$ **B.** $10.$ **C.** $15.$ **D.** $11.$
- Câu 55.** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$). Khẳng định nào sau là **sai** ?
A. Nếu $a > 0$ và $b > 0$ thì hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.
B. Nếu $a < 0$ và $b < 0$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất.
C. Nếu $a > 0$ và $b < 0$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất.
D. Nếu $a < 0$ và $b > 0$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất .
- Câu 56.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ bằng
A. $-2.$ **B.** $2.$ **C.** $0.$ **D.** $-\frac{1}{2}.$

Câu 57. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 5x + 7$ trên đoạn $[-5;0]$ bằng

- A. 7. B. -143. C. 6. D. 8.

Câu 58. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.
 B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -1.
 C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -1 và 1.
 D. Giá trị lớn nhất của hàm số là 1.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		0	
		+	-
y			
	-1	2	1

Câu 59. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[2; +\infty)$.

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. 0. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 60. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$ là

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 61. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2 - x}$ trên $[0;2]$ là

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. 0.

MỨC VẬN DỤNG

Câu 62. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x^2|$ trên $[-2;4]$ là

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 20.

Câu 63. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + 1|$ trên $[-2;2]$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 64. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2 - x} + 2\sqrt{2x - x^2}$ trên $[0;2]$ là

- A. 4. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 0.

Câu 65. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} - 2\sqrt{-x^2 + 4x - 3}$ trên $[1;3]$ là

- A. 0. B. $\frac{9}{4}$. C. $\sqrt{2}$. D. $-\sqrt{2}$.

Câu 66. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2\sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x$ trên $[0;\pi]$ là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. 0. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

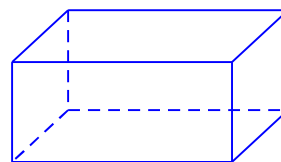
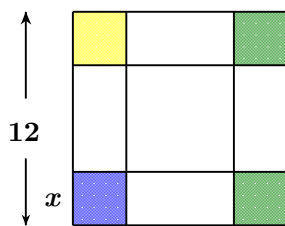
Câu 67. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$, với $x^2 + y^2 \neq 0$. Giá trị lớn nhất của P là

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 4.

Câu 68. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$, với $x, y \neq 0$. Giá trị lớn nhất của P là

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 4.

- Câu 69.** Cho biểu thức $P = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$, với $x, y \neq 0$. Giá trị nhỏ nhất của P là
 A. 1. B. 0. C. -1. D. -2.
- Câu 70.** Cho biểu thức $P = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$, với $x, y \neq 0$. Giá trị lớn nhất của P là
 A. 1. B. 0. C. -1. D. 2.
- Câu 71.** Cho $x^2 - xy + y^2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2$ là
 A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.
- Câu 72.** Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x + y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y}$. Khi đó, giá trị của $M + m$ bằng
 A. 44. B. 41. C. 43. D. 42.
- Câu 73.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm m để khoảng cách giữa các điểm cực đại và cực tiểu là nhỏ nhất?
 A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.
- Câu 74.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB cũng đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.
 A. -9. B. $-\frac{25}{9}$. C. $-\frac{16}{25}$. D. 1.
- Câu 75.** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho và có hệ số góc m . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho tổng các khoảng cách từ hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho đến Δ nhỏ nhất là
 A. 0. B. $\pm\frac{1}{2}$. C. \emptyset . D. ± 1 .
- Câu 76.** Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông sao cho thể tích khối hộp được tạo thành là $8dm^3$ và diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế là
 A. $2\sqrt[3]{2} dm$. B. $2dm$. C. $4dm$. D. $2\sqrt{2} dm$.
- Câu 77.** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

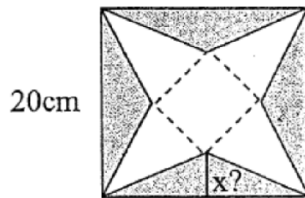


- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 78. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?
A. 24 con. **B.** 21 con. **C.** 12 con. **D.** 11 con.

Câu 79. Người ta tiêm một loại thuốc vào mạch máu ở cánh tay phải của một bệnh nhân. Sau thời gian là t giờ, nồng độ thuốc hấp thu trong máu của bệnh nhân đó được xác định theo công thức $C(t) = \frac{0,28t}{t^2 + 4}$ ($0 < t < 24$). Hỏi sau bao nhiêu giờ thì nồng độ thuốc hấp thu trong máu của bệnh nhân đó là cao nhất?
A. 24 giờ. **B.** 4 giờ. **C.** 2 giờ. **D.** 1 giờ.

Câu 80. Từ một tờ giấy hình vuông cạnh 20cm , người ta cắt ra 4 tam giác bằng nhau (như hình vẽ). Sau đó gấp tờ giấy dọc theo đường chấm, ta được 1 hình chóp tứ giác đều. Tính chiều cao của tam giác cân cắt ra sao cho hình chóp tạo thành có thể tích lớn nhất.



A. $x = 1\text{cm}$. **B.** $x = 2\text{cm}$. **C.** $x = 4\text{cm}$. **D.** $x = 5\text{cm}$.

Câu 81. Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau ít phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?
A. 10 phút. **B.** 20 phút. **C.** 30 phút. **D.** 40 phút.

Câu 82. Một công ty sản xuất ra x sản phẩm với giá p đồng/một sản phẩm (đơn vị 100000 đồng). Phương trình giá theo nhu cầu tiêu thụ là $p = 1312 - 2x$. Tổng chi phí cho sản phẩm được xác định theo công thức $C(x) = x^3 - 77x^2 + 1000x + 100$. Số sản phẩm cần sản xuất để công ty có lợi nhuận cao nhất là
A. 52 sản phẩm. **B.** 53 sản phẩm. **C.** 54 sản phẩm. **D.** 55 sản phẩm.

Câu 83. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp là ít nhất (diện tích toàn phần của lon là nhỏ nhất). Bán kính đáy vỏ lon là bao nhiêu khi ta muốn có thể tích lon là 314cm^3 ?
A. $r = \sqrt[3]{\frac{314}{\pi}}\text{cm}$. **B.** $r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}}\text{cm}$. **C.** $r = 942.\sqrt[3]{2\pi}\text{cm}$. **D.** $r = \sqrt[3]{\frac{314}{2\pi}}\text{cm}$.

Câu 84. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Liều thuốc cần tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để giảm nhiều nhất là
A. 20mg . **B.** $0,5\text{mg}$. **C.** $2,8\text{mg}$. **D.** 15mg .

Câu 85. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3, t = 0; 1; 2; \dots; 25$. Nếu

coi f là hàm số có đạo hàm trên đoạn $[0;25]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xác định thời điểm t mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất?

- A. $t = 25$. B. $t = 30$. C. $t = 15$. D. $t = 5$.

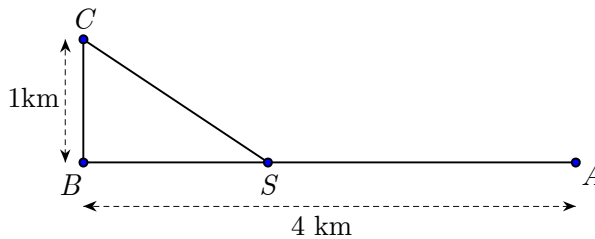
Câu 86. Một tạp chí được bán với giá 20 nghìn đồng một cuốn, chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$ (đơn vị 10 nghìn đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 4 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình thấp nhất là

- A. 1000 cuốn. B. 2000 cuốn. C. 10000 cuốn. D. 100000 cuốn.

Câu 87. Một người muốn mua một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích bằng 100m^2 để làm khu vườn. Hỏi người đó phải mua mảnh đất có kích thước như thế nào để chi phí xây dựng bờ rào là ít tốn kém nhất?

- A. $10\text{m} \times 10\text{m}$. B. $4\text{m} \times 25\text{m}$. C. $5\text{m} \times 20\text{m}$. D. $5\text{m} \times 30\text{m}$.

Câu 88. Một đường dây điện được nối từ nhà máy điện trên đất liền ở vị trí A đến vị trí C trên một hòn đảo. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến đất liền là $BC = 1\text{km}$, khoảng cách từ A đến B là 4km . Người ta chọn một vị trí là điểm S nằm giữa A và B để mắc đường dây điện đi từ A đến S , rồi từ S đến C như hình vẽ dưới đây. Chi phí mỗi km dây điện trên đất liền mất 3000USD , mỗi km dây điện đặt ngầm dưới biển mất 5000USD . Hỏi điểm S phải cách A bao nhiêu km để chi phí mắc đường dây điện là ít nhất.



- A. 3km . B. 1km . C. 2km . D. $1,5\text{km}$.

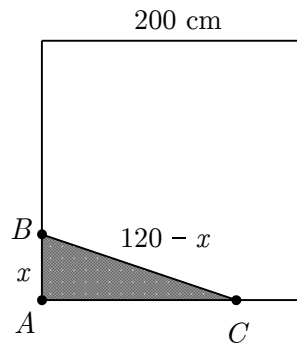
Câu 89. Doanh nghiệp Alibaba cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^2$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp Alibaba cần sử dụng máy A làm việc trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày)

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 7.

Câu 90. Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inóc có nắp đậy với thể tích là $k\text{m}^3$ ($k > 0$). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bề dày vỏ inóc không đáng kể)

- A. $\sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{2\pi}{k}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{k}{2}}$.

Câu 91. Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200cm . Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ sau:



Biết $AB = x$ ($x < 60\text{ cm}$) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120cm . Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

- A. $x = 40\text{cm}$. B. $x = 50\text{cm}$. C. $x = 30\text{cm}$. D. $x = 20\text{cm}$.

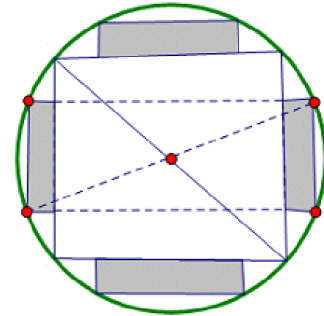
Câu 92. Từ một khúc gỗ tròn hình trụ có đường kính bằng 40 cm , cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và bốn miếng phụ được tô màu xám như hình vẽ dưới đây. Tìm chiều rộng x của miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất.

A. $x = \frac{3\sqrt{34} - 17\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$.

B. $x = \frac{3\sqrt{34} - 19\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$.

C. $x = \frac{5\sqrt{34} - 15\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$.

D. $x = \frac{5\sqrt{34} - 13\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$.



---HẾT---

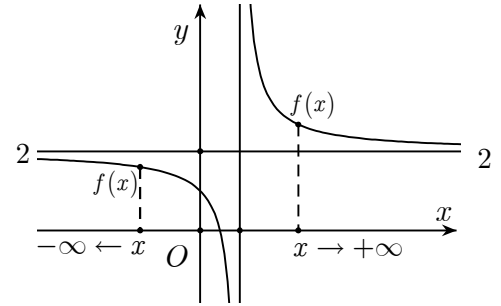
Chủ đề 03.
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Đường tiệm cận ngang

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty), (-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất** một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$$

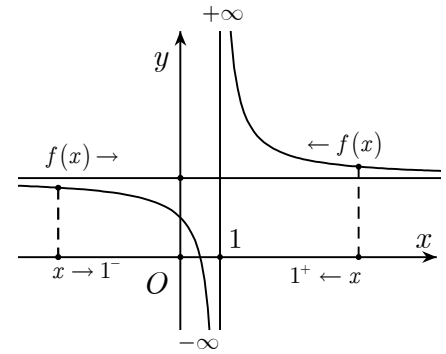


- Chú ý:**

- Tập xác định của hàm số phải có “chứa ∞ ”
- Để tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chỉ cần tính giới hạn của hàm số đó tại $\pm\infty$. Nếu ở “vị trí” nào ra kết quả hữu hạn thì ta kết luận có tiệm cận ngang ở “vị trí” đó.

2. Đường tiệm cận đứng

- Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất** một trong các điều kiện sau được thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \infty$



- Chú ý:**

- Ta tìm nghiệm của mẫu, giả sử nghiệm đó là $x = x_0$
- Để tìm tiệm cận đứng, ta tính giới hạn tại $x = x_0$. Nếu có $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \infty$ thì ta kết luận $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng.

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng toán 1. Cho hàm số $y = f(x)$, xác định tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 1. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 1}{x + 2}$

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Câu 2. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{2x - 1}$

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $x = -2$.

Câu 3. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. Không tồn tại. D. $y = -2$.

Câu 4. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$

- A.** $x = -3$. **B.** $x = \pm 3$. **C.** $y = \pm 3$. **D.** $y = 1$.
- Câu 5.** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-3x + 2}{x + 2}$
- A.** $y = -3$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -3$. **D.** $y = -2$.
- Câu 6.** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$
- A.** $y = 0$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.
- Câu 7.** Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 4}{x - 1}$ là
- A.** $I(1; 2)$. **B.** $I(2; 1)$. **C.** $I(-1; -2)$. **D.** $I(-2; -1)$.
- Câu 8.** Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3 - x}{x + 2}$ là
- A.** $I(2; 3)$. **B.** $I(-2; 3)$. **C.** $I(-1; -2)$. **D.** $I(-2; -1)$.
- Câu 9.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
- A.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -3$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -3$.
- Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
- A.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang $y = 2$ và một tiệm cận đứng $x = 1$.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = 1$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = 2$.
- Câu 11.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{(x - 1)(x - 2)}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 12.** Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 2}}{3x + 1}$
- A.** $y = \pm \frac{2}{3}$. **B.** $y = \frac{2}{3}$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = \pm 1$.
- Câu 13.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2016}{\sqrt{x^2 - 2016}}$ là
- A.** $y = 1; y = -1$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = -\sqrt{2016}$. **D.** $y = \sqrt{2016}$.
- Câu 14.** Gọi n, d lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1 - x}}{(x - 1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.** $n = d = 1$. **B.** $n = 0; d = 1$. **C.** $n = 1; d = 2$. **D.** $n = 0; d = 2$.
- Câu 15.** Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x + 1}}{\sqrt{x - 2}}$. Các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình lần lượt là

- Câu 22.** Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m - n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ nhận trục hoành và trục tung làm 2 tiệm cận. Khi đó, $m + n$ bằng
A. 6. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 9.
- Câu 23.** Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả giá trị của m để (C) không có tiệm cận đứng.
A. $m = 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 0$ hoặc $m = 1$.
- Câu 24.** Cho hàm số $y = \frac{x + 5}{x^2 + 6x + m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có ba tiệm cận?
A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > 9$. **C.** $m < 9$ và $m \neq 5$. **D.** $m > 9$ và $m \neq 5$.
- Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận?
A. $m = 1$ và $m = 4$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 0$.
- Câu 26.** Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có 2 tiệm cận đứng.
A. $m < 1$ và $m \neq -8$. **B.** $m \neq 1$ và $m \neq -8$.
C. $m > 1$ và $m \neq -8$. **D.** $m > 1$.
- Câu 27.** Cho hàm số $y = \frac{x - 1}{mx - 1}$ (m là tham số). Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng?
A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$. **B.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 28.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 1}{\sqrt{mx^2 + 4}}$ có hai tiệm cận ngang.
A. $m = 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $-2 < m < 2$.
- Câu 29.** Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8?
A. $m = 2$. **B.** $m = \pm \frac{1}{2}$. **C.** $m = \pm 4$. **D.** $m \neq \pm 2$.
- Câu 30.** Cho hàm số $y = \frac{x + 2}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận nhỏ nhất.
A. $M(0; -1)$. **B.** $M(2; 2)$. **C.** $M(1; -3)$. **D.** $M(4; 3)$.

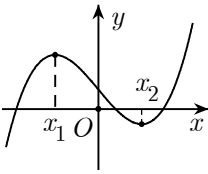
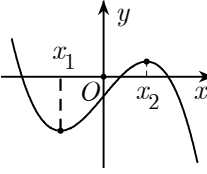
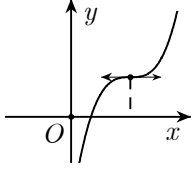
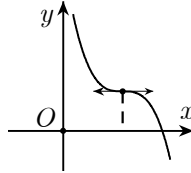
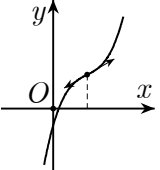
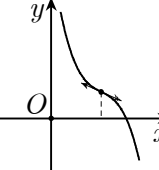
---HẾT---

Chủ đề 4. ĐỒ THỊ HÀM SỐ

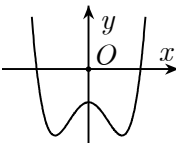
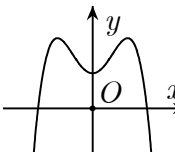
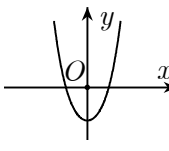
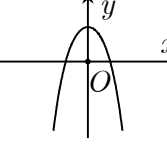
I. ĐỒ THỊ CỦA NHỮNG HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

1. Hàm bậc hai $y = ax^2 + bx + c$: Có đồ thị là một đường parabol với đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

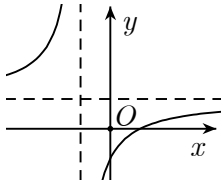
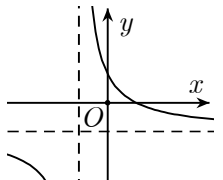
2. Hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0. D = \mathbb{R}; y' = 3ax^2 + 2bx + c$ (*)

Điều kiện	$a > 0$	$a < 0$	Ghi nhớ
$y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt \Leftrightarrow hàm số có hai cực trị.			<p>❶ Hàm số có hai cực trị $b^2 - 3ac > 0$. Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm cực trị (nghiệm của (*)). Ta có:</p> $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$ $x_1 x_2 = \frac{c}{3a}$
$y' = 0$ có nghiệm kép \Leftrightarrow hàm số không có cực trị.			<p>❷ Hoành độ điểm uốn:</p> $y'' = 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}.$
$y' = 0$ vô nghiệm \Leftrightarrow hàm số không có cực trị.			<p>❸ Phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị: $h(x) = y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$.</p>

3. Hàm bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0. D = \mathbb{R}; y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$

Điều kiện	$a > 0$	$a < 0$	Ghi nhớ
$y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt \Leftrightarrow hàm số có ba cực trị.			<p>❶ Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$</p> <p>❷ Hàm số có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0$ (a và b không đồng thời bằng 0)</p> <p>❸ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A, B, C (A \in Oy)$. Khi đó:</p>
$y' = 0$ có đúng một nghiệm $x = 0 \Leftrightarrow$ hàm số có đúng 1 cực trị thuộc trục tung.			<p>• $\cos A = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a}$</p> <p>• $S_{\Delta ABC}^2 = -\frac{b^5}{a^3}$</p>

4. Hàm nhất biến $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ (với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$). $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}; y' = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$

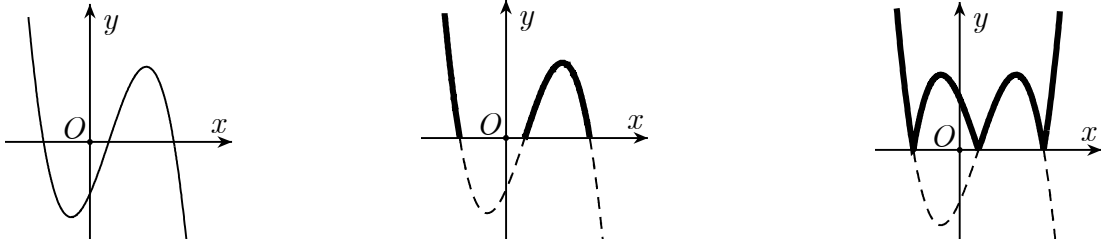
$ad - cb > 0$	$ad - cb < 0$	Ghi nhớ
		<p>❶ Đồ thị hàm số luôn có</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ • Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$

II. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ CHỨA ẨN TRONG DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

1. Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$

- ❶ Giữ nguyên phần đồ thị nằm trên Ox của (C) , ta được (C_1) .
 - ❷ Lấy đối xứng phần đồ thị nằm dưới Ox của (C) qua Ox , ta được (C_2) .
- Suy ra, đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là $(C') = (C_1) \cup (C_2)$.

❸ Minh họa:

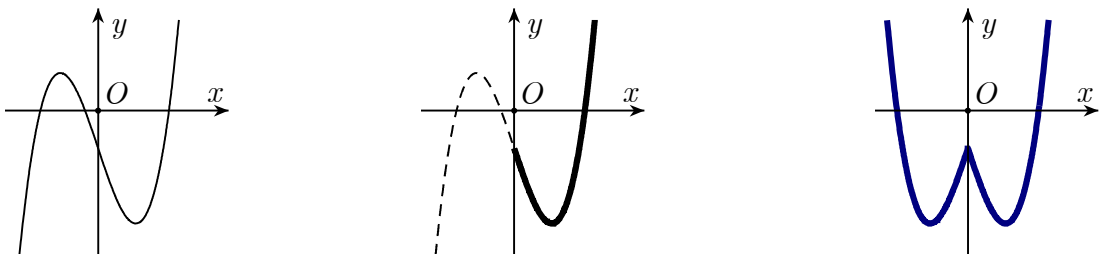


2. Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$

- ❶ Giữ nguyên phần đồ thị nằm bên phải Oy của (C) , ta được (C_1) .
- ❷ Bỏ “hẳn” phần đồ thị bên trái Oy của (C)
- ❸ Lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua Oy , ta được (C_2)

Suy ra, đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ là $(C') = (C_1) \cup (C_2)$

❹ Minh họa:



III. CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐỒ THỊ

Dạng 1. Nhận dạng đồ thị (hoặc bảng biến thiên)

Câu 1. Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$ B. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$
 C. $y = x^4 + 3x^2 - 1$ D. $y = -x^4 - 3x^2 + 1$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

Câu 2. Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$
 B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$
 C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$
 D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Câu 3. Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$
 B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$
 C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$
 D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

Câu 4. Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x + 1}{x - 2}$

B. $y = \frac{x - 1}{2x + 1}$

C. $y = \frac{x + 1}{x - 2}$

D. $y = \frac{x + 3}{2 + x}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

Câu 5. Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$

B. $y = \frac{x - 1}{2x + 1}$

C. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$

D. $y = \frac{x + 2}{1 + x}$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

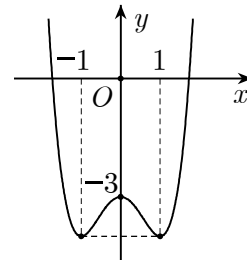
Câu 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$

B. $y = x^4 + 2x^2 - 3$

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$

D. $y = x^4 - x^2 - 3$



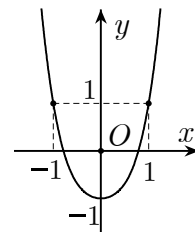
Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^2 - 1$

B. $y = -x^2 - 1$

C. $y = x^4 - x^2 - 1$

D. $y = x^4 + x^2 - 1$



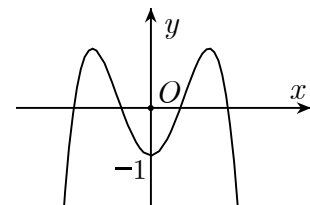
Câu 8. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

C. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$



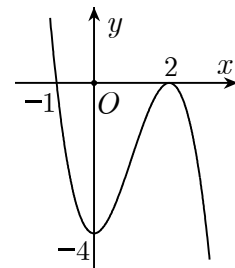
Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$

D. $y = -x^3 + 3x - 4$



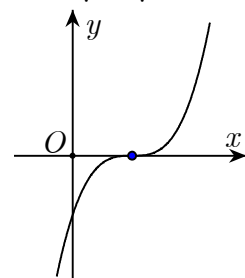
Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = (x - 1)^3$

B. $y = -x^3 + 1$

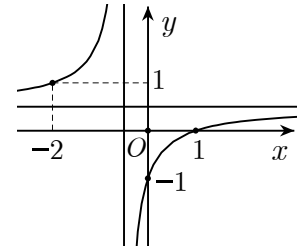
C. $y = x^3 - 1$

D. $y = (x + 1)^3$



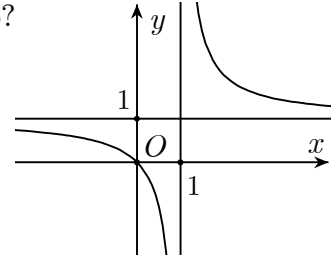
Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x+1}{2x+1}$ B. $y = \frac{x+2}{x+1}$
 C. $y = \frac{x+1}{2x-1}$ D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$

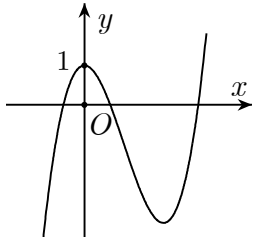
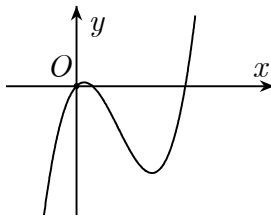
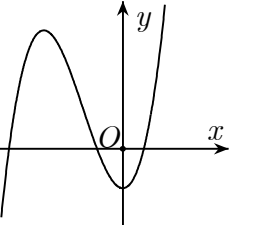
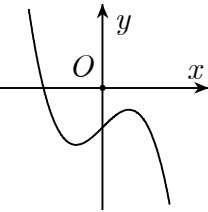


Câu 12. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

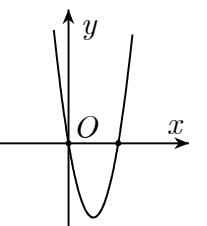
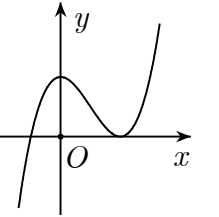
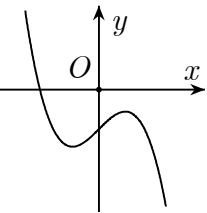
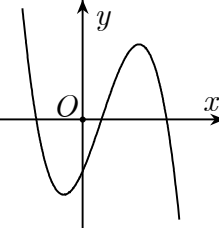
- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$ B. $y = \frac{x}{x+1}$
 C. $y = \frac{-x}{x+1}$ D. $y = \frac{x}{x-1}$



Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x - 1$. Biết đồ thị $y = f'(x)$ là một trong bốn hình sau. Hỏi đó là hình nào?

- A.  B. 
- C.  D. 

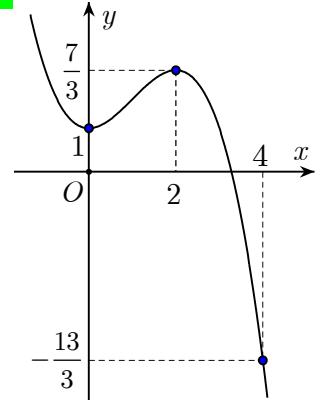
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = (x-1)^2(2x+1)$. Biết đồ thị $y = f'(x)$ là một trong bốn hình sau. Hỏi đó là hình nào?

- A.  B. 
- C.  D. 

Dạng 2. Xác định các hệ số a, b, c, d .

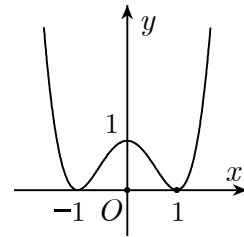
Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Xác định a, b, c .

- A. $a = -\frac{1}{3}, b = 1, c = 0, d = 1$.
- B. $a = -\frac{1}{3}, b = 1, c = -2, d = 1$.
- C. $a = -1, b = 1, c = 0, d = 1$.
- D. $a = -1, b = -1, c = 0, d = 1$.



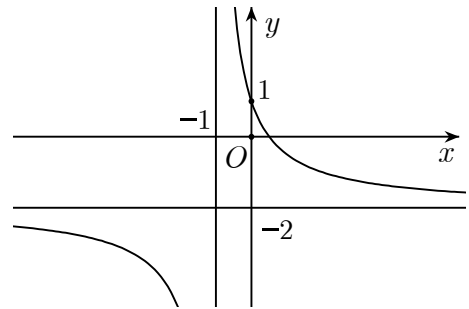
Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Xác định các hệ số a, b, c .

- A. $a = 2, b = -2, c = 1$.
- B. $a = -1, b = 2, c = 1$.
- C. $a = 1, b = -2, c = -1$.
- D. $a = 1, b = -2, c = 1$.



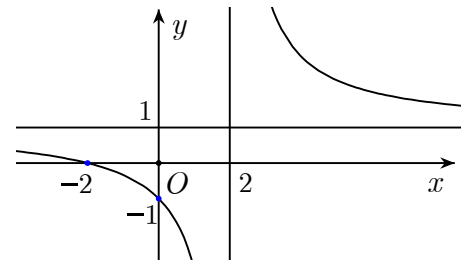
Câu 1. Tìm a, b để hàm số $y = \frac{ax + b}{x + 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

- A. $a = -1, b = -2$.
- B. $a = 1, b = -2$.
- C. $a = -2, b = 1$.
- D. $a = 2, b = 1$.



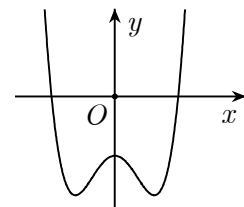
Câu 2. Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax + 2}{cx + b}$ có đồ thị như hình vẽ.

- A. $a = 2, b = 2; c = -1$.
- B. $a = 1; b = 1; c = -1$.
- C. $a = 1, b = 2; c = 1$.
- D. $a = 1, b = -2; c = 1$.



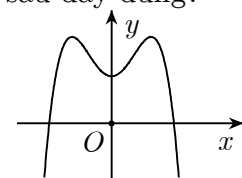
Câu 17. Cho đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$.
- B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- C. $a > 0, b > 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c < 0$.



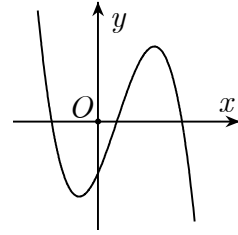
Câu 18. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$.
- B. $a < 0, b < 0, c < 0$.
- C. $a > 0, b < 0, c < 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



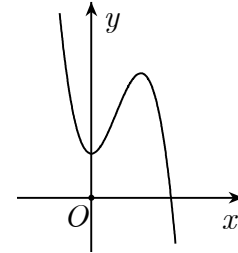
Câu 19. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$
- B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$
- C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$
- D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0.$



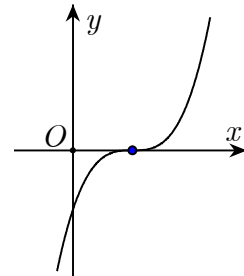
Câu 20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$
- B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0.$
- C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$
- D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0.$



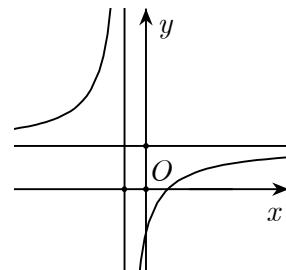
Câu 21. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$
- B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0.$
- C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$
- D. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0.$



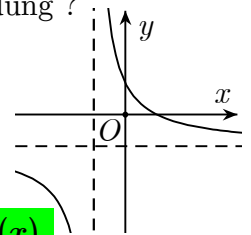
Câu 22. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $bd < 0, ab > 0.$
- B. $ad > 0, ab < 0.$
- C. $bd > 0, ad > 0.$
- D. $ab < 0, ad < 0.$



Câu 23. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $bd < 0, ab > 0.$
- B. $ad > 0, ab < 0.$
- C. $bd > 0, ad > 0.$
- D. $ab < 0, ad < 0.$



Dạng 3. “Đọc” bảng biến thiên (hoặc đồ thị) hàm số $y = f(x)$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[-3; 2)$, có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\min_{[-3; 2)} y = -2.$
- B. $\max_{[-3; 2)} y = 3.$
- C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1.$
- D. Giá trị cực tiểu của hàm số đạt được tại $x = 1.$

x	-3	-1	1	2			
y'		+	0	-	0	+	
y			0		-5		3

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình bên.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

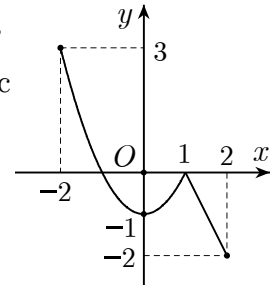
Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.
- C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$.
- D. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 2$.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	-	0	-	0	+
y	$+\infty$	$+\infty$	-1	$+\infty$	

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

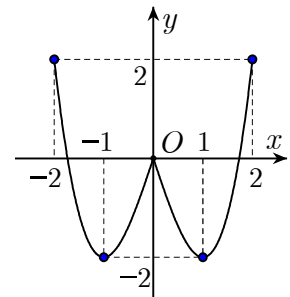
- A. $x = -2$.
- B. $x = 0$.
- C. $x = 1$.
- D. $x = 2$.



Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị trên đoạn $[-2;2]$ như sau.

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

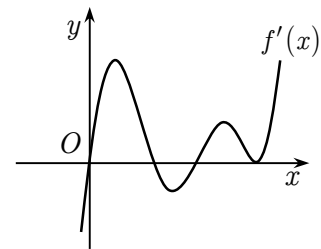
- A. $\max_{[-2;2]} f(x) = f(2)$.
- B. $\max_{[-2;2]} f(x) = f(-2)$.
- C. $\min_{[-2;2]} f(x) = f(1)$.
- D. $\min_{[-2;2]} f(x) = f(0)$.



Dạng 4. “Đọc” đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

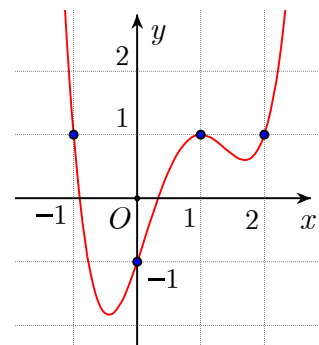
Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0



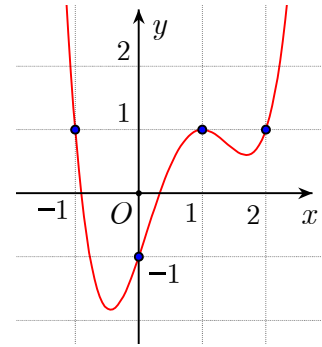
Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x) - x$. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -1$.
- B. $x = 0$.
- C. $x = 1$.
- D. $x = 2$.



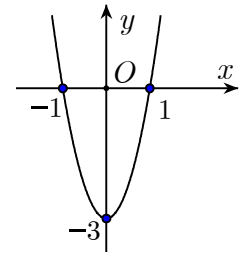
Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x) - x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $g(-1) < g(1) < g(2)$.
- B. $g(2) < g(1) < g(-1)$.
- C. $g(2) < g(-1) < g(1)$.
- D. $g(1) < g(-1) < g(2)$.



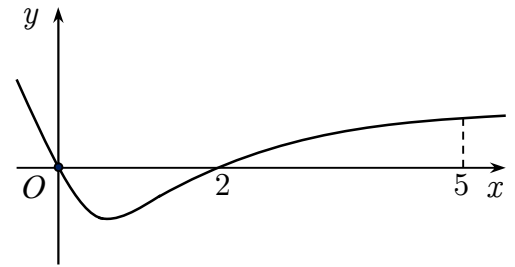
Câu 32. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$) có đồ thị (C) và đồ thị $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ bên. Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm. Hỏi đồ thị (C) đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(-2;1)$.
- B. $N(2,2)$.
- C. $Q(1;0)$.
- D. $P(3;15)$.



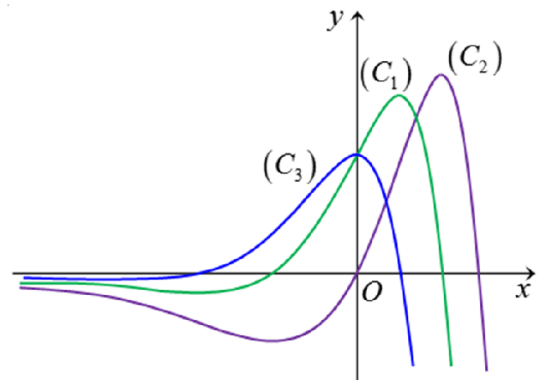
Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Tìm giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$

- A. $f(0)$.
- B. $f(2)$.
- C. $f(5)$.
- D. $f(3)$.



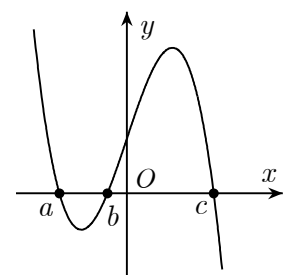
Câu 34. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây. Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào ?

- A. $(C_3); (C_2); (C_1)$.
- B. $(C_2); (C_1); (C_3)$.
- C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.
- D. $(C_1); (C_3); (C_2)$.



Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(b) = 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- A. 1 điểm.
- B. 2 điểm.
- C. 3 điểm
- D. 4 điểm.



Dạng 5. Dùng đồ thị để biện luận nghiệm của phương trình

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

- A. $[-1; 2]$. B. $(-1; 2)$.
 C. $(-1; 2]$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty; -2]$ và $[2; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-2	2	$\frac{7}{4}$	$+\infty$
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	22	2	$\frac{7}{4}$	$+\infty$

- A. $\left[\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$ B. $[22; +\infty)$
 C. $\left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$ D. $\left(\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	3	5	3	$+\infty$

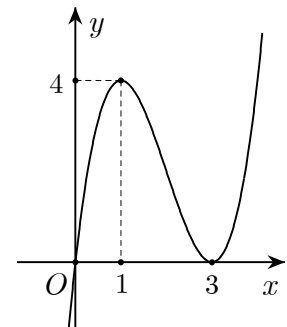
- A. $m \leq -1$. B. $m = -\frac{1}{3}$.
 C. $-1 < m < -\frac{1}{3}$. D. $m < -1$ hoặc $m > -\frac{1}{3}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như dưới đây. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$+$	$+$	0	$-$
y	0	$+\infty$	-1	$-\infty$

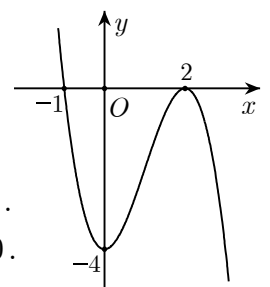
- A. $(0; +\infty) \cup \{-1\}$. B. $(0; +\infty)$.
 C. $[0; +\infty)$. D. $[0; +\infty) \cup \{-1\}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như hình bên. Dựa vào đồ thị (C), tìm m để phương trình $x^3 - 6x^2 + 9x - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?



- A. $0 < m < 4$
 B. $m = 0$ hoặc $m = 4$
 C. $-1 < m < 2$
 D. $m = 3$ hoặc $m = 4$

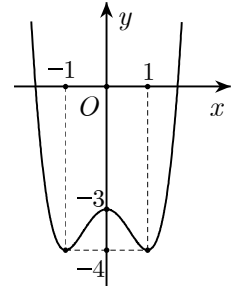
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có 1 nghiệm duy nhất.



- A. $m > 2$ hoặc $m < -4$ B. $m < -1$ hoặc $m > 2$.
 C. $-4 < m < 0$. D. $m < -4$ hoặc $m > 0$.

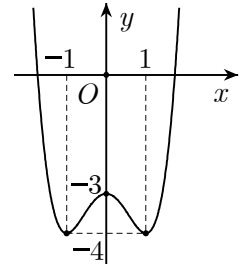
Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị của m để phương trình $f(x) - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt ?

- A. $m = -4$ hoặc $m > -3$.
- B. $m \geq -3$.
- C. $-4 < m < -3$.
- D. $m = -1$ hoặc $m = 1$.



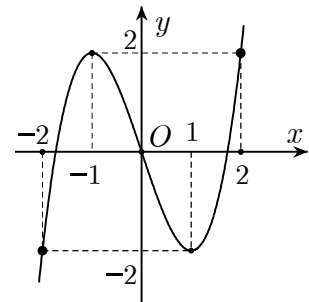
Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi phương trình $|f(x)| = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

- A. 6.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



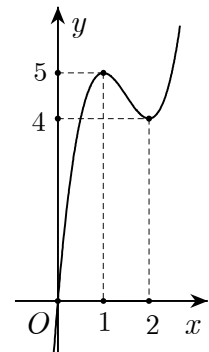
Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. 4.
- B. 5.
- C. 3.
- D. 6.



Câu 45. Biết hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ có đồ thị như hình bên. Tìm m để phương trình $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| = m$ có đúng 6 nghiệm thực.

- A. $2 < m < 7$
- B. $4 < m < 5$
- C. $m < 2$
- D. $m > 7$.

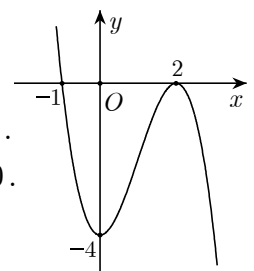


Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3 - 3x^2 + 2 = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.

- A. $-2 \leq m \leq 2$.
- B. $0 < m < 2$.
- C. $-2 < m < 2$.
- D. $0 \leq m \leq 2$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị của m để phương trình $|f(|x|)| = m$ có đúng 2 nghiệm.

- A. $m > 2$ hoặc $m < -4$.
- B. $m < -1$ hoặc $m > 4$.
- C. $m = 0$ hoặc $m > 4$.
- D. $m < -4$ hoặc $m > 0$.

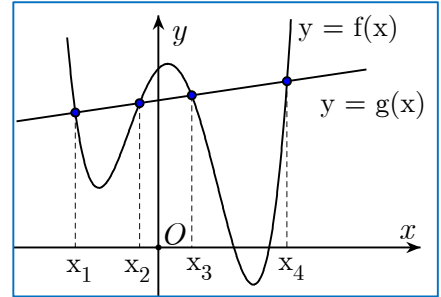


-----HẾT-----

Chủ đề 5. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ**Bài toán 1. Xác định tọa độ giao điểm (số giao điểm) bằng phương pháp đại số****PHƯƠNG PHÁP**

Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$, ta thực hiện các bước sau:

- ❶ Lập phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = g(x)$ (*)
- ❷ Giải phương trình (*), tìm x_0
- ❸ Thay x_0 vào một trong hai hàm số $y = f(x)$ hoặc $y = g(x)$ để tìm y_0
- ❹ Kết luận giao điểm $(x_0; y_0)$.

**CHÚ Ý**

- ❶ Nếu (*) có n nghiệm $x_0 \in D_f \cap D_g$ thì hai đồ thị trên sẽ có đúng n giao điểm. Vì thế việc biện luận số giao điểm của hai đồ thị, ta thường chuyển về bài toán biện luận số nghiệm của (*).
- ❷ Trục hoành (Ox) có phương trình $y = 0$.

- Câu 1.** Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ với trục hoành và có hoành độ dương. Tọa độ điểm M là
- A. $M(4; -1)$. B. $M(4; 0)$. C. $M(2; 0)$. D. $M(2; -2)$.
- Câu 2.** Số giao điểm của đường thẳng $y = -2x + 2$ với đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ là
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 3.** Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .
- A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 0$. C. $y_0 = 2$. D. $y_0 = -1$.
- Câu 4.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x - 3)(x^2 + x + 4)$ với trục hoành là
- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.
- Câu 5.** Đồ thị hàm số $y = -x^4 + x^2$ có số giao điểm với trục hoành là
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 6.** Tìm số giao điểm n của hai đồ thị $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2$.
- A. $n = 4$. B. $n = 2$. C. $n = 0$. D. $n = 1$.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x) = -x^5 + 5x^3$. Xác định số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với trục hoành.
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 8.** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ và đường thẳng $y = -2$ là
- A. $(1; -2)$. B. $(-2; -2)$. C. $(-1; -2)$. D. $(0; -2)$.
- Câu 9.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ và đường thẳng $y = -2x$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 10. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$. Khi đó, hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

- A. 2. B. 1. C. $5/2$. D. $-5/2$.

Câu 11. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x + 3}{x - 1}$ và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tính $y_A + y_B$.

- A. $y_A + y_B = -2$. B. $y_A + y_B = 2$. C. $y_A + y_B = 4$. D. $y_A + y_B = 0$.

Câu 12. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt đường thẳng $y = 2$ tại hai điểm phân biệt A, B . Khi đó diện tích tam giác OAB bằng (O là gốc tọa độ)

- A. $S_{\Delta OAB} = 1$. B. $S_{\Delta OAB} = 3$. C. $S_{\Delta OAB} = 6$. D. $S_{\Delta OAB} = 2$.

Câu 13. Đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và đồ thị hàm số $y = 5 + \frac{3}{x}$ cắt nhau tại hai điểm A và B . Khi đó, độ dài AB là

- A. $AB = 8\sqrt{5}$. B. $AB = 25$. C. $AB = 4\sqrt{2}$. D. $AB = 10\sqrt{2}$.

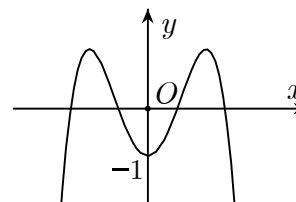
Câu 14. Đồ thị của các hàm số $y = x^3 + x^2 - 3x - 2$ và $y = x^2 - x - 1$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt M, N, P . Tìm bán kính R của đường tròn đi qua 3 điểm M, N, P .

- A. $R = 1$. B. $R = \frac{3}{2}$. C. $R = 2$. D. $R = \frac{5}{2}$.

Bài toán 2. Xác định số giao điểm bằng đồ thị

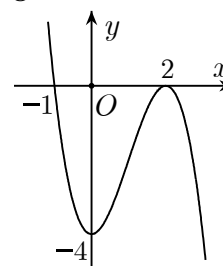
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xác định số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$

- A. 2. B. 4.
C. 3. D. 5.



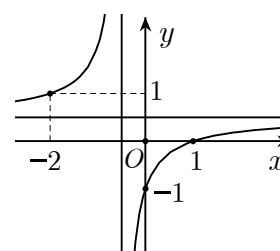
Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xác định số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -1$.

- A. 2. B. 0.
C. 3. D. 1.



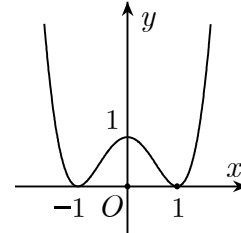
Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xác định số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với đường thẳng $y = x - 1$.

- A. 2. B. 0.
C. 3. D. 1.



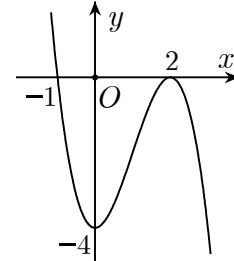
Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $m > 1$. B. $m = \frac{1}{2}$.
 C. $0 < m < 1$. D. $m < 0$.



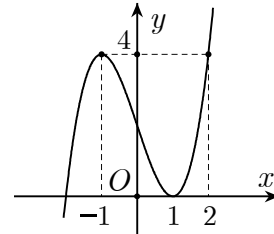
Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị của m để phương trình $f(x) = m - 2$ có 3 nghiệm phân biệt

- A. $-2 < m < 2$ B. $-2 \leq m \leq 2$
 C. $m > 2$ D. $m \leq 2$.



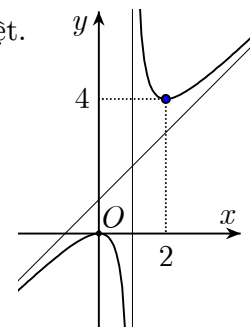
Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị bên dưới. Khi đó giá trị m để phương trình $-x^3 + 3x - 5m + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt, trong đó có 2 nghiệm âm và một nghiệm dương là

- A. $-\frac{1}{5} < m < \frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{5} < m < \frac{3}{5}$.
 C. $-\frac{1}{5} < m < \frac{3}{5}$. D. $m = \frac{1}{5}$.



Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hỏi với giá trị thực nào của m thì đường thẳng $y = 2m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

- A. $m = 2$.
 B. $0 < m < 2$.
 C. $m = 0$.
 D. $m < 0$ hoặc $m > 2$.



Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $[-4; 2)$. B. $(-4; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(-4; 2]$.

Bài toán 3. Tương giao của đồ thị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) với đường thẳng $\Delta: y = ex + f$

Xét phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = ex + f$ (*)

(*) có nghiệm “đẹp” $x = x_0$

(*) không có nghiệm “đẹp”

❶ Đưa phương trình (*) về dạng:
 $(x - x_0)(ax^2 + b'x + c') = 0$

❷ Đặt $g(x) = ax^2 + b'x + c'$, $\Delta = b'^2 - 4ac'$

- (*) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(x_0) \neq 0 \end{cases}$
 (Đồ thị cắt đường thẳng Δ tại 3 điểm phân biệt)
- (*) có đúng 2 nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ -\frac{b'}{2a} \neq x_0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} \Delta > 0 \\ g(x_0) = 0 \end{cases}$
 (Đồ thị cắt đường thẳng Δ tại hai điểm phân biệt)
- (*) có đúng 1 nghiệm
 $\Leftrightarrow \Delta < 0$ hoặc $\begin{cases} \Delta = 0 \\ -\frac{b'}{2a} = x_0 \end{cases}$
 (Đồ thị cắt đường thẳng Δ đúng 1 điểm)

❸ Chú ý: Trong trường hợp a có chứa tham số, ta cần kiểm tra khả năng $a = 0$.

❶ Đưa phương trình (*) về dạng
 $h(x) = k(m)$
 (Biến đổi và cô lập tham số m về một phía)

❷ Khi đó, số nghiệm của (*) bằng số giao điểm của đồ thị $y = h(x)$ với đường thẳng $d: y = k(m)$ (song song hoặc trùng Ox)

- Lập bảng biến thiên của hàm $y = h(x)$ trên miền đang xét.
- Tịnh tiến d theo phương “nằm ngang”. Quan sát số giao điểm và kết luận.

Câu 23. Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị các hàm số: $y = (x - 1)(x^2 - mx + m^2 - 3)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \in (-2; 2) \setminus \{-1\}$ B. $m \in (-2; 3)$ C. $m \in [-2; 2] \setminus \{-1\}$ D. $m \in [-2; 3]$

Câu 24. Tìm tất cả giá trị của m để các đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 2m$ và $y = -x + 2$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

- A. $m < 0$. B. $m \neq -1; m < \frac{5}{4}$ C. $m > 0$. D. $m > 1$.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x$ cắt đường thẳng $y = k(x - 1)$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi k thuộc

- A. $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \setminus \{-1\}$. D. $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m + 2)x - m$ và đồ thị hàm số $y = 2x - 2$ có ba điểm chung phân biệt.

- A. $m < 2$. B. $m > 2$. C. $m < 3$. D. $m > 3$.

Câu 27. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN - QUẢNG TRỊ) Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị (C) . Giả sử (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 (với $x_1 < x_2 < x_3$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$. B. $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.
 C. $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$. D. $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hai hàm số $y = x^3 - 2x^2 - mx + 2$ và $y = x^2 - m$ cắt nhau tại một điểm duy nhất.

- A. $m = -3$. B. $m < -3$. C. $m \leq 3$. D. $m \leq -3$.

Câu 29. (CHUYÊN LAM SƠN - THANH HÓA) Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị $(C_m): y = x^3 + 3mx^2 - m^3$ cắt đường thẳng $d: y = m^2x + 2m^3$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83$.

- A. $m = -1; m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 30. Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $y = m(x - 1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$.

- A. $m = -2$. B. $m = -3$. C. $m < -3$. D. $m > -2$.

Câu 31. Đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m + 3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;4), B$ và C sao cho diện tích tam giác MBC bằng 4, với $M(1;3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- A. $m = 2$ hoặc $m = 3$. B. $m = -2$ hoặc $m = 3$.
 C. $m = 3$. D. $m = -2$ hoặc $m = -3$.

Câu 32. (THPT Quốc Gia 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$

- A. $m \in (-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$. B. $m \in \mathbb{R}$.
 C. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$. D. $m \in (-2; +\infty)$.

Câu 33. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt $x^3 + 3x^2 - 9x + m = 0$

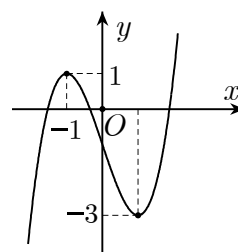
- A. $-27 < m < 5$ B. $-5 < m < 27$ C. $-5 \leq m \leq 27$ D. $m \neq 0$.

Câu 34. Tìm giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

- A. $-3 < m < 1$. B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$. C. $m < 1$. D. $m > -3$.

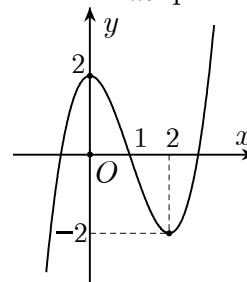
Câu 35. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Giá trị của m để phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau là

- A. $m = 0$. B. $1 < m < 3$.
 C. $-3 < m < 1$. D. $m = 0, m = 3$.



Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình vẽ. Với giá trị nào của m phương trình $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

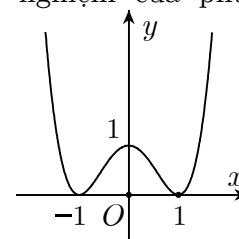
- A. $m < 2$. B. $-2 < m < 2$.
 C. $0 < m \leq 2$. D. $0 < m < 2$.



Bài toán 4. Tương giao của đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) với đường thẳng $\Delta : y = d$

Câu 37. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có đồ thị như hình bên. Tìm số nghiệm của phương trình $-x^4 + 2x^2 + 1 = 0$

- A. 3 B. 2
 C. 4 D. 1.



Câu 38. Với giá trị nào của m thì phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có 4 nghiệm phân biệt?

- A. $m = 1$. B. $0 < m < 1$. C. $m < 0$. D. $m > 1$.

Câu 39. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ cắt đường thẳng $y = 4m$ tại 4 điểm phân biệt?

- A. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$. B. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$. C. $m \leq \frac{3}{4}$. D. $m > \frac{-13}{4}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m^2 + 2)x^2 + m^4 + 3$ có đồ thị (C_m) , m là tham số thực. Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 là hoành độ giao điểm của (C_m) với Ox . Biết $m = m_0$ thì $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4 = 11$. Khi đó m_0 thuộc tập nào sau đây?

- A. $m_0 \in (-1; 1)$. B. $m_0 \in (0; 1)$. C. $m_0 \in (-2; -1)$. D. $m_0 \in (-1; 0)$.

Câu 41. Cho hàm số $y = x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m$ (1), m là tham số thực. Tìm m để đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị (1) tại 4 điểm có hoành độ nhỏ hơn 2.

- A. $\begin{cases} -\frac{1}{3} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} -\frac{1}{3} < m < 2 \\ m \neq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} -\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3} \\ m \neq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} -\frac{1}{3} < m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Bài toán 5. Tương giao của đồ thị hàm phân thức $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - cb \neq 0$) với đường thẳng

$\Delta : y = ex + f$

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tìm m để đường thẳng $d : y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt?

- A. $1 < m < 4$ B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tìm m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại một điểm duy nhất?

- A. $1 < m < 4$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$

Câu 44. (THANH CHƯƠNG I – NGHỆ AN) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = 1 - x$ tại hai điểm phân biệt.

- A. $(-\infty; 2]$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 45. Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng $d: y = mx + 1 - 2m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{3-x}{x-1}$ tại 2 điểm thuộc 2 nhánh khác nhau của đồ thị (C) .

- A. $m < 2$. B. $-1 < m < 0$. C. $m \leq -1$. D. $m > 0$.

Câu 46. (CHU VĂN AN L2 – HN) Biết rằng đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm của tam giác OAB thuộc đồ thị (C) , với $O(0;0)$ là gốc tọa độ. Khi đó giá trị của tham số m thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $(-\infty; -3]$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; 3]$. D. $(-5; -2]$.

Câu 47. (CHUYÊN NGUYỄN QUANG ĐIỀU) Biết rằng đường thẳng $d: y = -x + m$ luôn cắt đường cong $(C): y = \frac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. $\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 48. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại hai điểm phân biệt A, B . Khi đó diện tích tam giác OAB bằng (O là gốc tọa độ)

- A. $S_{\Delta OAB} = 1$. B. $S_{\Delta OAB} = \frac{3}{2}$. C. $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}$. D. $S_{\Delta OAB} = 2$.

Câu 49. Biết $m = m_0$ thì đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm của đoạn AB thuộc trục tung. Khi đó m_0 thuộc tập nào sau đây?

- A. $m_0 \in (-1; 1)$. B. $m_0 \in (0; 2)$. C. $m_0 \in (-2; -1)$. D. $m_0 \in (-1; 0)$.

Câu 50. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 4$.

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 3\sqrt{2}$. C. $m = \pm 2\sqrt{6}$ D. $m = 0$.

-----HẾT-----

Chủ đề 6

TIẾP TUYẾN VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ, SỰ TIẾP XÚC CỦA HAI ĐƯỜNG CONG

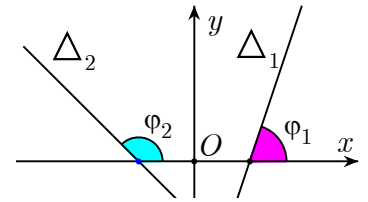
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

❶ Đường thẳng đi qua $M_0(x_0; y_0)$ có hệ số góc k , có phương trình

$$y - y_0 = k(x - x_0).$$

Lưu ý Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : y = k_1x + m_1$ và $\Delta_2 : y = k_2x + m_2$.

- $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2$ và $m_1 \neq m_2$
- $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$
- $k_1 = \tan \varphi_1, k_2 = \tan \varphi_2$ ($\varphi_1, \varphi_2 \neq 90^\circ$)

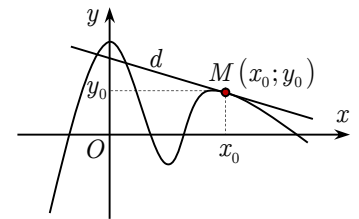


❷ **Tiếp tuyến:** Cho hàm số $y = f(x)$, có đồ thị (C) . Tiếp tuyến d của đồ thị (C) tại điểm

$M_0(x_0; y_0) \in (C)$ có dạng $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

Trong đó

- Điểm $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ được gọi là tiếp điểm. (với $y_0 = f(x_0)$).
- $k = f'(x_0)$ là **hệ số góc** của tiếp tuyến d .



❸ **Điều kiện tiếp xúc:** Cho hai hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và $y = g(x)$ có đồ thị (C')

(C) và (C') tiếp xúc nhau khi chỉ khi hệ phương trình

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}$$

có nghiệm x_0 và x_0 là hoành độ tiếp điểm.

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Bài toán 1. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $(C) : y = f(x)$ cho trước tại điểm $M(x_0; y_0)$

- Tính $f'(x)$. Từ đây tính $f'(x_0)$ hoặc bấm máy $\left. \frac{d}{dx}(f(x)) \right|_{x=x_0}$
- Thay ba đại lượng x_0, y_0 và $f'(x_0)$ vào công thức $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$
- Thu gọn kết quả về dạng $y = ax + b$ hoặc $ax + by + c = 0$.

LƯU Ý: Đôi khi trong bài toán chưa cho đầy đủ $(x_0; y_0)$. Ta thường gặp các loại sau:

- ❶ Nếu đề cho biết trước hoành độ tiếp điểm x_0 , ta chỉ việc thay vào hàm số và tính $y_0 = f(x_0)$
- ❷ Nếu đề cho biết trước tung độ tiếp điểm y_0 , ta giải phương trình $f(x) = y_0$, sẽ tìm được x_0 .
- ❸ Nếu đề cho biết x_0 là nghiệm của phương trình $h(x) = l(x)$, hoặc là hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = h(x)$ và $y = l(x)$ thì ta chỉ việc giải phương trình $h(x) = l(x)$ để tìm x_0 .

- Câu 1.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 1$ tại điểm $M(1;1)$ là
A. $y = -2x - 1.$ **B.** $y = 4x - 3.$ **C.** $y = 2x - 1.$ **D.** $y = 2x + 3.$
- Câu 2.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có hệ số góc bằng
A. $-2.$ **B.** $0.$ **C.** $1.$ **D.** $2.$
- Câu 3.** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm cực đại là
A. $y = -3.$ **B.** $y = \pm 1.$ **C.** $y = 0.$ **D.** $y = -2.$
- Câu 4.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là
A. $y = -3x + 1.$ **B.** $y = 3x + 3.$ **C.** $y = x.$ **D.** $y = -3x - 6.$
- Câu 5.** Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ tại điểm có tung độ bằng 3 là
A. $x - 2y - 7 = 0.$ **B.** $x + y - 8 = 0.$ **C.** $2x - y - 9 = 0.$ **D.** $x + 2y - 9 = 0.$
- Câu 6.** Biết k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại điểm có tung độ bằng 8. Tính $k_1 + k_2$
A. $k_1 + k_2 = -1.$ **B.** $k_1 + k_2 = 1.$ **C.** $k_1 + k_2 = 2.$ **D.** $k_1 + k_2 = 0.$
- Câu 7.** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y''(x) = 0$ là
A. $y = -3x + 8.$ **B.** $y = -6x + 6.$ **C.** $y = 3x + 2.$ **D.** $y = 5.$
- Câu 8.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - \frac{9}{4}$ tại giao điểm của nó với trục Ox và có hoành độ dương là
A. $y = -3x + 9.$ **B.** $y = 3x - 9.$
C. $y = -15x + 45.$ **D.** $y = 15x - 45.$
- Câu 9.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = \frac{1-x}{1+x}$ tại giao điểm của (C) và Ox là
A. $y = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}.$ **B.** $y = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2}.$ **C.** $y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}.$ **D.** $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}.$
- Câu 10.** Cho đồ thị $(C): y = 2x^3 - 3x^2 + 9x - 4$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng $y = 7x + 4$.
A. $y = 21x - 24.$ **B.** $y = 21x + 18.$ **C.** $y = 9x - 5.$ **D.** $y = 9x + 5.$
- Câu 11.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Ba tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và đường thẳng $(d): y = x - 2$ có tổng hệ số góc là
A. $12.$ **B.** $5.$ **C.** $15.$ **D.** $18.$
- Câu 12.** Cho hàm số $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 1$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến tại điểm $A(-3; -2)$ của đồ thị (C) cắt đồ thị tại điểm thứ hai có tọa độ là ?
A. $(-3; -2).$ **B.** $(-2; 1).$ **C.** $(2; 33).$ **D.** $(-1; 0).$

- Câu 13.** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(1;5)$ và B là giao điểm thứ hai của d với (C) . Khi đó, diện tích tam giác OAB bằng
- A. $S_{\Delta OAB} = 24$. B. $S_{\Delta OAB} = 12$. C. $S_{\Delta OAB} = 5$. D. $S_{\Delta OAB} = 6$.
- Câu 14.** Định m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + 3m + 1$ tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua điểm $A(0;2)$
- A. $m = -1$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.
- Câu 15.** Định m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{mx-1}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 1 đi qua điểm $A(1;-2)$
- A. $m = 1$. B. $m = 3$. C. $m = -3$. D. $m = -1$.

Dạng 2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ có hệ số góc k cho trước.

❖ **Phương pháp**

- Giải phương trình $f'(x) = k$ (*), ta tìm nghiệm x_0 .
- Thay x_0 vào hàm số $y = f(x)$, tìm y_0
- Với mỗi tiếp điểm $(x_0; y_0)$, ta được tiếp tuyến $d: y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

LƯU Ý: Đề bài thường cho hệ số góc tiếp tuyến dưới các dạng sau:

- 1 Tiếp tuyến $d // \Delta: y = ax + b \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0) = a$.
- 2 Tiếp tuyến $d \perp \Delta: y = ax + b, (a \neq 0) \Rightarrow f'(x_0).a = -1$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0) = -\frac{1}{a}$.
- 3 Tiếp tuyến tạo với trục hoành một góc α thì hệ số góc của tiếp tuyến d là $k = \pm \tan \alpha$.
- 4 Tiếp tuyến cắt Ox, Oy lần lượt tại A và B thỏa $OA = m.OB \Rightarrow k = \pm \frac{OB}{OA}$
- 5 Tiếp tuyến có hệ số góc k nhỏ nhất (lớn nhất) $\Rightarrow k = \min f'(x)$ ($k = \max f'(x)$)

- Câu 16.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có hệ số góc bằng -9 có phương trình là
- A. $y = -9x + 11$. B. $y = 9x + 11$.
C. $y = 9x - 11$. D. $y = -9x - 11$.
- Câu 17.** Cho đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc bằng 3
- A. $y = 3x - 2$ và $y = 3x + 4$. B. $y = 3x + 5$ và $y = 3x + 1$.
C. $y = 3x + 2$ và $y = 3x - 2$. D. $y = 3x - 1$ và $y = 3x - 5$.
- Câu 18.** Cho hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P) . Nếu tiếp tuyến tại điểm M của (P) có hệ số góc bằng 8 thì hoành độ điểm M là
- A. $x_M = 0$. B. $x_M = 5$. C. $x_M = -6$. D. $x_M = 12$.
- Câu 19.** Trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 2$, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng
- A. 0. B. -12 . C. 10. D. 3.

- Câu 20.** Phương trình đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = 9x + 32$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$?
- A. $y = 9x - 32$. B. $y = 9x - 18$. C. $y = 9x + 2$. D. $y = 9x + 18$.
- Câu 21.** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C) . Số tiếp tuyến với đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = -9x - 7$ là
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 22.** Cho đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{x+1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 2x - 1$.
- A. $y = 2x + 1$ và $y = 2x + 7$. B. $y = 2x + 7$.
C. $y = 2x - 1$ và $y = 2x + 7$. D. $y = 2x - 1$.
- Câu 23.** Cho đồ thị $(C): y = -x^4 - x^2 + 6$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{6}x - 1$
- A. $y = -6x + 10$. B. $y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$. C. $y = \frac{1}{6}x + \frac{23}{6}$. D. $y = -6x - 2$.
- Câu 24.** Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \frac{x+1}{x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $3y - x + 1 = 0$
- A. $y = -3x + 13$ và $y = -3x + 1$. B. $y = 3x + 1$ và $y = 3x - 1$.
C. $y = -3x - 5$ và $y = -3x - 3$. D. $y = -3x + 13$ và $y = -3x + 5$.
- Câu 25.** Cho đồ thị $(C): y = f(x) = x^4 - x^2 + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến cắt Ox, Oy tại 2 điểm A, B thỏa $OB = 2OA$
- A. $y = 2x - 1$ và $y = -2x - 1$. B. $y = 2x + 2$ và $y = -2x + 3$.
C. $y = 2x - 3$ và $y = -2x - 2$. D. $y = 2x + 1$ và $y = -2x + 1$.
- Câu 26.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (1).Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc tọa độ O .
- A. $y = -x - 2$. B. $y = -x$. C. $y = -x + 2$. D. $y = -x + 1$.

Dạng 3. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(x_A; y_A)$

❖ **Phương pháp**

- Đường thẳng d qua $A(x_A; y_A)$ và có hệ số góc k là $y = k(x - x_A) + y_A$
- Xét hệ:
$$\begin{cases} f(x) = k(x - x_A) + y_A \\ f'(x) = k \end{cases} \Rightarrow f(x) = f'(x)(x - x_A) + y_A \quad (*)$$
- Giải (*), tìm $x_0 \Rightarrow y_0$
- Với mỗi tiếp điểm $(x_0; y_0)$, ta được tiếp tuyến $d: y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

LƯU Ý: (*) có n nghiệm, ta được n tiếp tuyến.

Câu 27. Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \frac{x+2}{x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(-6; 5)$.

- A. $y = -x - 1$ và $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$. B. $y = -x + 1$ và $y = -\frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$.
 C. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{13}{2}$ và $y = -x - 11$. D. $y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{2}$ và $y = -x + 11$.

Câu 28. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ đi qua điểm $I(2; 1)$?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 29. Hai tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ đi qua điểm $(2; 3)$ có hệ số góc là

- A. 2 và 6. B. 1 và 4. C. 0 và 3. D. -1 và 2.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến tại điểm N của (C) cắt đồ thị (C) tại điểm thứ hai là $M(-1; -2)$. Khi đó tọa độ điểm N là

- A. $(-1; -4)$. B. $(2; 5)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; 1)$.

Dạng 4. Các bài toán xác định tham số m liên quan đến tiếp tuyến

Câu 31. Đường thẳng $y = 3x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 2$ khi

- A. $m = \pm 2$. B. $m = 4; m = 0$. C. $m = \pm 2$. D. $m = 1; m = -1$

Câu 32. Cho hàm số $y = x^2 - 5x - 8$ có đồ thị (P) . Biết đường thẳng $d: y = 3x + m$ tiếp xúc với (P) tại điểm M . Tọa độ điểm M là

- A. $M(-4; -12)$. B. $M(4; 12)$. C. $M(4; -12)$. D. $M(-4; 12)$.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + m + 1$ tiếp xúc với trục hoành khi

- A. $m = \pm 1$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m \neq 1$.

Câu 34. Xác định m để đường thẳng $y = mx - 2m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$?

- A. $m = 2$. B. $m = -1$. C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -9 \end{cases}$.

- Câu 35.** Định m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3mx + 1$ có 2 tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{2}$.
- A. $m < 2$. B. $m < 1$. C. $m > 1$. D. $m > 2$.
- Câu 36.** Định m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + 3m + 1$ có 3 tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = (4 - 2m)x + \frac{1}{3}$
- A. $m > \frac{5}{2}$ và $m \neq 4$. B. $m > \frac{-5}{2}$ và $m \neq 4$.
- C. $m > \frac{-3}{2}$ và $m \neq 6$. D. $m > \frac{3}{2}$ và $m \neq 6$.
- Câu 37.** Định m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx - 1}{x - 2}$ có đúng một tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -x + \frac{1}{3}$.
- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{3}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{1}{3}$.
- Câu 38.** Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 3$ vuông góc với đường thẳng $x + 9y - 1 = 0$
- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. D. $m = 2$.
- Câu 39.** Cho hàm số $y = \frac{-x + 1}{2x - 1}$ có đồ thị là (C) , đường thẳng $d: y = x + m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B . Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.
- A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = 3$. D. $m = -5$.
- Câu 40.** Cho hàm số $y = x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx - 3m + 4$ (1), m là tham số. Gọi d là tiếp tuyến với đồ thị (1) tại điểm A có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến d cắt đồ thị (1) tại điểm B khác A . Biết $m = m_0$ thì tam giác OAB vuông tại O . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $m_0 \in (-1; 0)$. B. $m_0 \in (0; 1)$. C. $m_0 \in (1; 2)$. D. $m_0 \in (2; 3)$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

- Câu 41.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 2}{x + 1}$ tại điểm $K(0; -2)$ là
- A. $y = -3x - 2$. B. $y = 3x - 2$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x - 2$.
- Câu 42.** Cho Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 2}$ tại điểm $(1; -2)$. Hệ số góc của Δ bằng
- A. -3 . B. -1 . C. 1 . D. 3 .
- Câu 43.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x - 1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có phương trình là
- A. $y = -x - 2$. B. $y = 2x$. C. $y = x - 1$. D. $y = -2x - 4$.
- Câu 44.** Viết phương trình tiếp tuyến của d của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + x - 4$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành.

- A. $y = x - 7$. B. $y = 8x - 8$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = 1$.

Câu 45. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của nó với đồ thị $y = -x - 2$, biết tọa độ tiếp điểm có hoành độ dương.

- A. $y = -9x + 12$. B. $y = -9x + 13$. C. $y = -9x + 14$. D. $y = 9x + 8$.

Câu 46. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ cắt hai trục tọa độ lần lượt tại A và B . Diện tích tam giác OAB bằng

- A. $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}$. B. $S_{\Delta OAB} = 2$. C. $S_{\Delta OAB} = 3$. D. $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{4}$.

Câu 47. Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị $(C): y = \frac{x+1}{x-1}$ tại giao điểm của (C) với trục tung là

- A. $k = 2$. B. $k = 0$. C. $k = 2$. D. $k = -2$.

Câu 48. Định m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3mx + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 đi qua điểm $A(1;3)$.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Câu 49. Tiếp tuyến của parabol $y = 4 - x^2$ tại điểm $(1;3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Diện tích tam giác vuông đó là

- A. $S = \frac{25}{4}$. B. $S = \frac{5}{4}$. C. $S = \frac{25}{2}$. D. $S = \frac{5}{2}$.

Câu 50. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

- A. Song song với trục hoành. B. Có hệ số góc dương.
C. Song song với đường thẳng $x = 1$. D. Có hệ số góc bằng -1 .

Câu 51. Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ với trục Oy . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị trên tại điểm M là

- A. $y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$. B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$. C. $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$. D. $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$.

Câu 52. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ thỏa mãn $f''(x) = 0$ là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = -3x + 3$ C. $y = -x - 1$. D. $y = -3x - 3$.

Câu 53. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x$ có đồ thị (C) . Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm thuộc (C) mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2007$. Khi đó, $x_1 + x_2$ bằng

- A. $-\frac{4}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. -1 . D. $\frac{1}{3}$.

Câu 54. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) . Gọi d là tiếp tuyến tại điểm $M \in (C)$. Xác định tọa độ điểm M để d có hệ số góc lớn nhất?

- A. $M(-1;2)$. B. $M(-2;0)$. C. $M(0;4)$. D. $M(1;0)$.

Câu 55. Cho đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x + 5$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến cắt Ox, Oy tại 2 điểm A, B thỏa $OB = 9OA$

- A. $y = 9x - 9$ và $y = 9x + 21$. B. $y = 9x - 1$ và $y = 9x + 1$.
 C. $y = 9x - 2$ và $y = 9x + 5$. D. $y = 9x - 11$ và $y = 9x + 21$.

Câu 56. Cho hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có đồ thị (C) và gốc tọa độ O . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) , biết Δ cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân. Phương trình Δ là

- A. $y = x + 1$. B. $y = x + 4$. C. $y = x - 4$. D. $y = x$.

Câu 57. Số tiếp tuyến đi qua điểm $A(1; -6)$ của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 58. Cho hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2$ có đồ thị (C) . Định m để qua điểm nằm trên trục hoành có hoành độ bằng -1 kẻ được 3 tiếp tuyến với (C)

- A. $-8 < m < 0$. B. $0 < m < 8$.
 C. $m > 8$ hay $m < 0, m \neq -1$. D. $m < -8$ hay $m > 0, m \neq 1$.

Câu 59. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C) . Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua $A(1; 3)$?

- A. $m = \frac{7}{9}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{7}{9}$.

Câu 60. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 3m + 4$ tiếp xúc với trục hoành.

- A. $\begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{1}{3} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -3 \\ m = \frac{1}{3} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 0 \end{cases}$.

Câu 61. Hai đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = mx^2 - 3$ tiếp xúc nhau khi và chỉ khi

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = \pm\sqrt{2}$. D. $m = 0$.

Câu 62. Cho hàm số $y = x^4 - (3m+5)x^2 + 4$ có đồ thị (C_m) . Để đồ thị (C_m) tiếp xúc với đường thẳng $d: y = -6x - 3$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = -1$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.

Câu 63. Tìm m, n để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{mx+2}{nx+3}$ tại điểm $M(-2; -4)$ song song với đường thẳng $y = 7x + 5$.

- A. $m = -1; n = 2$. B. $m = 2; n = -1$. C. $m = 3; n = 1$. D. $m = 1; n = 3$.

Câu 64. Định m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + 3m + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ vuông góc với đường thẳng $y = -x + \frac{1}{3}$.

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{5}{2}$. C. $m = \frac{-5}{2}$. D. $m = \frac{-3}{2}$.

Câu 65. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ (1), m là tham số thực. Kí hiệu (C_m) là đồ thị hàm số (1); d là tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ bằng 1. Tìm m để khoảng cách từ điểm $B\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ đến đường thẳng d đạt giá trị lớn nhất?

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 66. Cho hàm số $y = x^3 - (m-1)x^2 - 3x + m + 1$ (1), m là tham số. Biết m_1 và m_2 là hai giá trị của tham số m để tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại điểm có hoành độ bằng 1 tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2. Tính $m_1 + m_2$.

- A. $m_1 + m_2 = 0$. B. $m_1 + m_2 = 2$. C. $m_1 + m_2 = 1$. D. $m_1 + m_2 = -1$.

Câu 67. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C). Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số a để tiếp tuyến của (C) tại điểm $x_0 = -\frac{b}{3a}$ có hệ số góc nhỏ nhất.

- A. $a < 0$. B. $a > 0$. C. $-1 < a < 0$. D. $0 < a < 1$.

Câu 68. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C). Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số a để tiếp tuyến của (C) tại điểm $x_0 = -\frac{b}{3a}$ có hệ số góc lớn nhất.

- A. $a < 0$. B. $a > 0$. C. $-1 < a < 0$. D. $0 < a < 1$.

Câu 69. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C). Tìm điều kiện của a, b, c để mọi tiếp tuyến của của (C) đều có hệ số góc dương.

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

Câu 70. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C). Tìm điều kiện của a, b, c để mọi tiếp tuyến của của (C) đều có hệ số góc dương.

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

Câu 71. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ dương và có đạo hàm $f'(x), g'(x)$ trên \mathbb{R} . Biết rằng tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ của đồ thị ba hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và $y = \frac{f(x)+1}{g(x)+1}$ có cùng hệ số góc và khác 0. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(0) \leq -\frac{3}{4}$. B. $f(0) \geq -\frac{3}{4}$. C. $f(0) \geq \frac{3}{4}$. D. $f(0) \leq \frac{3}{4}$.

Câu 72. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ có đồ thị (H). Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc (H) sao cho tiếp tuyến của (H) tại A và B song song nhau. Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn AB

- A. $AB_{\min} = 3\sqrt{2}$. B. $AB_{\min} = \sqrt{3}$. C. $AB_{\min} = \sqrt{6}$. D. $AB_{\min} = 2\sqrt{6}$.

Câu 73. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ có đồ thị (H). Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc (H) sao cho tiếp tuyến của (H) tại A và B song song nhau. Tính tổng $x_1 + x_2$

- A. $S = 0$. B. $S = -1$. C. $S = 2$. D. $S = 1$.

Câu 74. Cho các hàm số $y = f(x), y = f[f(x)], y = f(x^4 + 2)$ có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2), (C_3)$. Biết tiếp tuyến của $(C_1), (C_2)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ có phương trình lần lượt là $y = 2x + 1, y = 6x + 1$. Tìm phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

A. $y = 12x - 5$. B. $y = 6x - 3$. C. $y = 24x - 21$. D. $y = 12x - 9$.

Câu 75. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ có đồ thị (H) . Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc (H) sao cho tiếp tuyến của (H) tại A và B có cùng hệ số góc k . Biết diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $k < -9$. B. $-9 \leq k < -6$. C. $-6 \leq k < -3$. D. $-3 \leq k < 0$.

Câu 76. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) . Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ với $x_1 > x_2$ là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B có cùng hệ số góc k . Khi đó, đường thẳng qua hai điểm A, B có phương trình là

A. $y = \frac{1}{3}(6-k)x + 1$. B. $y = \frac{1}{3}(k-6)x - 1$.
C. $y = \frac{1}{3}(k-6)x + 1$. D. $y = \frac{1}{3}(6-k)x - 1$.

Câu 77. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) . Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ với $x_1 > x_2$ là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song nhau và $AB = 6\sqrt{37}$. Tính $S = 2x_1 - 3x_2$.

A. $S = 15$. B. $S = 90$. C. $S = -15$. D. $S = -90$.

Câu 78. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Trên (C) có hai điểm phân biệt A và B sao cho tiếp tuyến tại A, B có cùng hệ số góc k và O, A, B thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $-3 < k < 0$. B. $0 < k < 3$. C. $8 < k < 12$. D. $4 < k < 8$.

Câu 79. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ có đồ thị (C) . Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A, B có cùng hệ số góc k . Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của k để $AB = 6$. Tính tổng các phần tử của S .

A. 3. B. 230. C. 9. D. $\frac{13}{2}$.

Câu 80. Gọi d là tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 9x - 11$. Hỏi đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M\left(-5; \frac{2}{3}\right)$. B. $P\left(5; -\frac{2}{3}\right)$. C. $N\left(2; -\frac{5}{3}\right)$. D. $Q\left(-2; \frac{5}{3}\right)$.

Câu 81. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = f[f(x)]$, $y = f(x^2 + 1)$ có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) , (C_3) . Biết tiếp tuyến của (C_1) , (C_2) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ có phương trình lần lượt là $y = 2x + 1$, $y = 4x + 3$. Hỏi tiếp tuyến của (C_3) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ qua điểm nào sau đây?

A. $(2; 11)$. B. $(-2; 11)$. C. $(-2; 21)$. D. $(2; -21)$.

-----HẾT-----