SỞ GD&ĐT NGHỆ AN **TRƯỜNG THPT THANH CHƯƠNG 1**	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1 NĂM 2021 Bài thi: TOÁN *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề thi gồm có 06 trang

Họ và tên thí sinh: . . . . Số báo danh: . . . .

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_3=-4$. Số hạng u_6 bằng

A. $u_6=-12$. **B.** $u_6=10$. **C.** $u_6=-13$. **D.** $u_6=-7$.

Câu 2. Cho hình cầu có đường kính bằng 10. Diện tích của hình cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{100\pi}{3}$. **B.** 100π. **C.** 125π. **D.** 25π.

Câu 3. Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=(2x-4)^{-\frac{2}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_4(2a^3)$ bằng

A. $1+\dfrac{3}{2}\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{2}+3\log_2 a$. **D.** $2+6\log_2 a$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{4}{1-2x}$ là?

A. $4\ln|1-2x|+C$. **B.** $-2\ln(1-2x)+C$. **C.** $-2\ln|1-2x|+C$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\ln|1-2x|+C$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có thể tích bằng 18, thể tích khối chóp $A_1.ABC$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

A. 18. **B.** 6^3. **C.** C_6^3. **D.** A_6^3.

Câu 9. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đã cho bằng

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1=-1-i$, $z_2=2-3i$. Số phức liên hợp của $z=z_1-z_2$ là

A. $\bar{z}=-3+2i$. **B.** $\bar{z}=-3-2i$. **C.** $\bar{z}=3-2i$. **D.** $\bar{z}=-3+4i$.

Câu 11. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(2-i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(3;-4)$. **B.** $Q(5;-4)$. **C.** $N(4;-3)$. **D.** $M(3;4)$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=\dfrac{1}{27}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-3$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ -1	$\nearrow$	10

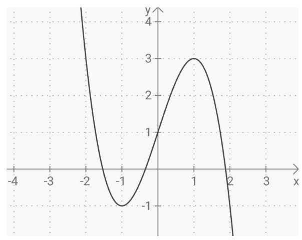
Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp bằng

A. 8. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** 4.

Câu 15. Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $4f^2(x)-9=0$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 17. $\int (x+1)\sin x\,dx$ bằng.

A. $(x+1)\cos x-\sin x+C$. **B.** $\cos x-(x+1)\sin x+C$.

C. $\sin x-(x+1)\cos x+C$. **D.** $(x+1)\cos x+\sin x+C$.

Câu 18. Cho $\int_1^2 \left[3f(x)+2x\right]dx=12$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

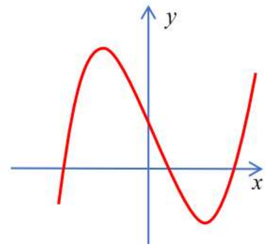
Câu 19. Cho số phức thỏa mãn $(1-2i)z=(1-i)^2$. Phần ảo của số phức z bằng

A. $-\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $-\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\log_4(8-3x)=\frac{1}{2}$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Câu 21. Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+12x+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x-2$. **D.** $y=x^3-12x+2$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;1)$. Biết I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Oy. Độ dài đoạn thẳng IM bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 23. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a-3\log_8 b=3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=6b$. **B.** $a=8b^2$. **C.** $a=8b$. **D.** $b=8a$.

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 25. Gọi z_1, z_1 là hai nghiệm của phương trình $2z^2-z+1=0$. Giá trị biểu thức $P=|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $P=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=\sqrt{2}$. **D.** $P=2$.

Câu 26. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x+2y-2z-3=0$ có bán kính bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-3)\geq -1$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $\left[\dfrac{3}{2};3\right]$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};3\right]$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-1)$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-1;-1;2)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+z-1=0$ và mặt phẳng $(Q):3x-y+2z-2=0$. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp chỉ phương của d?

A. $\vec{b}=(5;-3;1)$. **B.** $\vec{u}=(3;-1;-5)$. **C.** $\vec{a}=(1;-3;5)$. **D.** $\vec{v}=(-3;5;1)$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $\sqrt{5}a$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $70°$. **D.** $45°$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+4=0$ và điểm $M(1;-1;0)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P). Giá trị biểu thức $S=a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 33. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất không đổi trong thời gian gửi là $0,4\%$ /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Sau 5 năm người đó rút số tiền (cả vốn ban đầu và tiền lãi) để mua một chiếc xe máy giá 20 triệu đồng. Số tiền còn thừa hoặc thiếu khi người đó mua xe máy là

A. thiếu 560.000 đồng. **B.** thừa 1.030.000 đồng.

C. thừa 750.000 đồng. **D.** thiếu 940.000 đồng.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $SA=a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. **B.** $\sqrt{7}a$. **C.** $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}a}{2}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $-2x-y+2z+1=0$. **B.** $2x+y-2z-3=0$.

C. $-2x-y+2z+3=0$. **D.** $2x+y-2z+3=0$.

Câu 36. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là hình chữ nhật có chu vi bằng $18\,cm$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng

A. $27\pi\, cm^3$. **B.** $64\pi\, cm^3$. **C.** $32\pi\, cm^3$. **D.** $16\pi\, cm^3$.

Câu 37. Trong không gian cho hình bình hành $ABCD$ có $AB=5; AD=2; \widehat{ABC}=60^0$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình bình hành $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 13π. **B.** 15π. **C.** 12π. **D.** 18π.

Câu 38. Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-2020;2021]$ để đường thẳng $y=3mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ tại ba điểm phân biệt là

A. 1. **B.** 2021. **C.** 670. **D.** 2020.

Câu 39. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4+(m^2-5)x^2+2021$ có ba điểm cực trị là.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1}-5.2^x+1\le 0$ là:

A. $[-2;0]$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\frac{3+i+z}{z+i}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{6}$ **C.** 4 **D.** 2

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-y-z+3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P). Đường thẳng d' đi qua điểm nào sau đây?

A. $K(3;1;7)$. **B.** $M(3;1;5)$. **C.** $N(3;-1;7)$. **D.** $I(-2;-1;2)$.

Câu 43. Biết rằng $\int\limits_0^1 \dfrac{\mathrm{d}x}{x+\sqrt{3x+1}+1}=a\ln 2+b\ln 3+c$, với a; b; c là các số hữu tỷ. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

A. 4. **B.** 0. **C.** 16. **D.** 2.

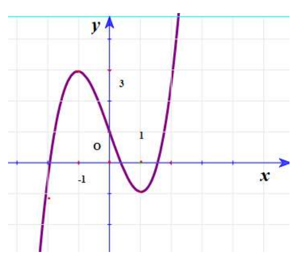
Câu 44. Cho x; y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\dfrac{x^2+2y^2}{x^2+4xy+y^2}+x^2-4xy+3y^2+1\le 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{2x^2-xy+2y^2}{2xy-y^2}$ bằng:

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{17}{5}$.

Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh $BB',CD,B'C'$. Thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $\dfrac{5}{48}$. **B.** $\dfrac{5}{24}$. **C.** $\dfrac{7}{48}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Câu 46. Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left[xf(x-1)\right]^2$ là



A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

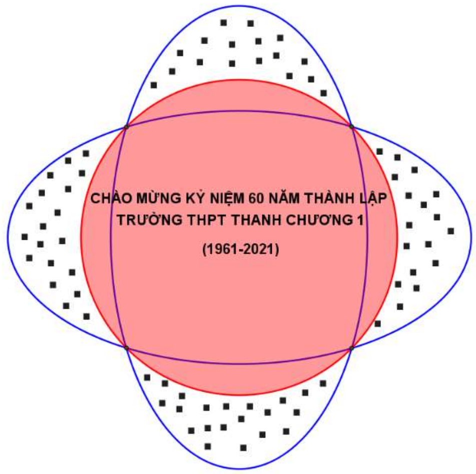
Hàm số $y=3f(2x-1)-4x^3+15x^2-18x+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. **D.** $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x+\sqrt{1+x^2}$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $xf(x)-\dfrac{1+\sqrt{4x+m-1}}{f\left(-1-\sqrt{4x+m-1}\right)}=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 49. Hướng tới kỉ niệm 60 năm thành lập trường THPT Thanh Chương 1. Khối 12K57 thiết kế bồn hoa gồm hai Elip bằng nhau có độ dài trục lớn bằng 8m và độ dài trục nhỏ bằng 4m đặt chồng lên nhau sao cho trục lớn của Elip này trùng với trục nhỏ của Elip kia và ngược lại (như hình vẽ).



Phần diện tích nằm trong đường tròn đi qua 4 giao điểm của hai Elip dùng để trồng cỏ, phần diện tích bốn cánh hoa nằm giữa hình tròn và Elip dùng để trồng hoa. Biết kinh phí để trồng hoa là 300.000 đồng$/1m^2$, kinh phí để trồng cỏ là 200.000 đồng$/1m^2$. Tổng số tiền dùng để trồng hoa và trồng cỏ cho bồn hoa gần với số nào nhất trong các số sau:

A. 6.200.000 đồng. **B.** 8.200.000 đồng. **C.** 8.600.000 đồng. **D.** 9.100.000 đồng.

Câu 50. Xếp 9 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C (trong 5 học sinh lớp 12C có hai bạn An và Bình) thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi học sinh lớp 12B đều được đứng ở giữa hai học sinh lớp 12C, đồng thời hai bạn An và Bình luôn đứng cạnh nhau bằng:

A. $\frac{1}{105}$. **B.** $\frac{1}{132}$. **C.** $\frac{1}{1260}$. **D.** $\frac{1}{210}$.

HẾT

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.B	4.C	5.B	6.B	7.A	8.D	9.D	10.B
11.A	12.C	13.A	14.C	15.D	16.D	17.C	18.A	19.C	20.B
21.D	22.B	23.C	24.C	25.C	26.A	27.A	28.C	29.B	30.B
31.A	32.A	33.D	34.C	35.D	36.A	37.B	38.B	39.A	40.A
41.D	42.C	43.A	44.C	45.A	46.B	47.B	48.D	49.C	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_3 = -4$. Số hạng u_6 bằng

A. $u_6 = -12$. **B.** $u_6 = 10$. **C.** $u_6 = -13$. **D.** $u_6 = -7$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow d = \dfrac{u_2 - u_1}{2} = -3$

Vậy số hạng $u_6 = u_1 + 5d = 2 - 5.3 = -13$.

Câu 2. Cho hình cầu có đường kính bằng 10. Diện tích của hình cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{100\pi}{3}$. **B.** 100π. **C.** 125π. **D.** 25π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\dfrac{10}{2}\right)^2 = 100\pi$.

Câu 3. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x$

YCBT $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ nên chọn B.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (2x-4)^{-\frac{2}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2;+\infty)$

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_4(2a^3)$ bằng

A. $1 + \dfrac{3}{2}\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{2} + 3\log_2 a$. **D.** $2 + 6\log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

$\log_4(2a^3) = \log_{2^2}(2a^3) = \dfrac{1}{2}(\log_2 2 + \log_2 a^3) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}\log_2 a$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{4}{1-2x}$ là?

A. $4\ln\left|1-2x\right|+C$. **B.** $-2\ln\left(1-2x\right)+C$. **C.** $-2\ln\left|1-2x\right|+C$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\ln\left|1-2x\right|+C$.

Lời giải

Chọn B

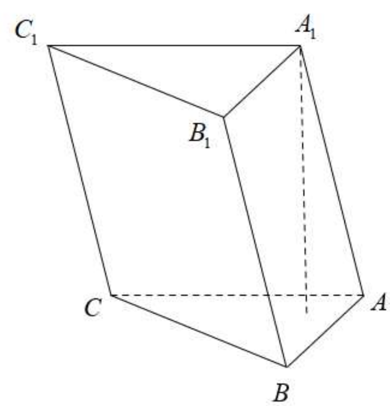
Ta có: $\displaystyle\int\frac{4}{1-2x}dx=-2\ln\left|1-2x\right|+C$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có thể tích bằng 18, thể tích khối chóp $A_1.ABC$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



◆ Ta có: $V_{A_1.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.d\left(A_1.\left(ABC\right)\right)=\dfrac{1}{3}.V_{ABC.A_1B_1C_1}=\dfrac{1}{3}.18=6$.

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

A. 18. **B.** 6^3. **C.** C_6^3. **D.** A_6^3.

Lời giải

Chọn D

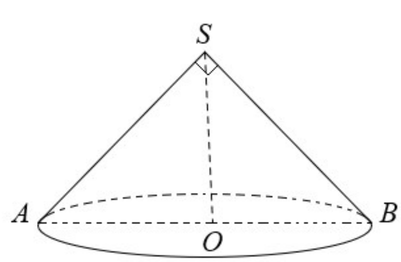
◆ Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 bằng số chỉnh hợp chập 3 của tập hợp 6 chữ số đã cho: A_6^3.

Câu 9. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đã cho bằng

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



◆ Gọi S, O lần lượt là đỉnh và tâm đường tròn đáy của hình nón. Một mặt phẳng đi qua trục cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông cân ΔSAB (như hình vẽ).

◆ Ta có: $SO = \dfrac{1}{2}.AB = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

◆ Thể tích V của khối nón đã cho bằng: $V = \dfrac{1}{3}\pi.OA^2.SO = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^2.\dfrac{\sqrt{6}}{2} = \dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của $z = z_1 - z_2$ là

A. $\bar{z} = -3 + 2i$. **B.** $\bar{z} = -3 - 2i$. **C.** $\bar{z} = 3 - 2i$. **D.** $\bar{z} = -3 + 4i$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $z = z_1 - z_2 = (-1-2) + (-1+3)i = -3 + 2i$.

◆ Vậy số phức liên hợp của $z = z_1 - z_2$ là $\bar{z} = -3 - 2i$.

Câu 11. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (2-i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(3;-4)$. **B.** $Q(5;-4)$. **C.** $N(4;-3)$. **D.** $M(3;4)$.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có: $z = (2-i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 3 - 4i$

◆ Vậy điểm biểu diễn số phức $z = (2-i)^2$ là điểm $P(3;-4)$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = \dfrac{1}{27}$ là

A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Chọn C

◆ $3^{2x+1} = \dfrac{1}{27} = 3^{-3} \Leftrightarrow 2x + 1 = -3 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2$.

◆ Vậy nghiệm của phương trình là $x = -2$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ -1	$\nearrow$	10

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có tiệm cận ngang: $y = 0$ và $y = 10$

◆ Tiệm cận đứng: $x = 1$

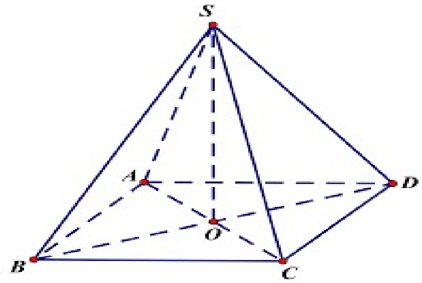
◆ Tổng có 3 đường tiệm cận.

Câu 14. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

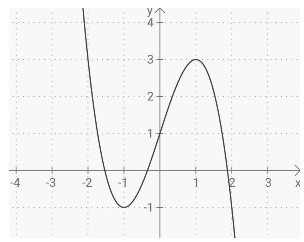


- Áp dụng công thức: $V=\dfrac{1}{3}Bh$

- Đáy là hình vuông nên: $B=2^2=4$; $h=SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{6-2}=2$

- $V=\dfrac{1}{3}.4.2=\dfrac{8}{3}$.

Câu 15. Cho hàm bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $4f^2\left(x\right)-9=0$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

- Ta có: $4f^2\left(x\right)-9=0\Leftrightarrow f^2\left(x\right)=\dfrac{9}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}\\ f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

- Dựa vào đồ thị ta thấy: đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ tại 3 giao điểm và cắt đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ tại 1 giao điểm

- Vậy phương trình $4f^2\left(x\right)-9=0$ có 4 nghiệm thực

Câu 16. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

◆ Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y=-3$.

Câu 17. $\int(x+1)\sin x\mathrm{d}x$ bằng.

A. $(x+1)\cos x-\sin x+C$.
B. $\cos x-(x+1)\sin x+C$.
C. $\sin x-(x+1)\cos x+C$.
D. $(x+1)\cos x+\sin x+C$.

Lời giải

Chọn C

◆ Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\cos x\end{cases}$.

◆ Khi đó $\int(x+1)\sin x\mathrm{d}x=-(x+1)\cos x+\int\cos x\mathrm{d}x=-(x+1)\cos x+\sin x+C$.

Câu 18. Cho $\int\limits_1^2\left[3f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=12$. Khi đó $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3.
B. 2.
C. $\frac{11}{3}$.
D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có

$$\int\limits_1^2\left[3f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=12\Leftrightarrow 3\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^2 2x\mathrm{d}x=12\Leftrightarrow 3\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x+3=12\Leftrightarrow\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3.$$

Câu 19. Cho số phức thỏa mãn $(1-2i)z=(1-i)^2$. Phần ảo của số phức z bằng

A. $-\frac{4}{5}$.
B. $\frac{2}{5}$.
C. $-\frac{2}{5}$.
D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$(1-2i)z=(1-i)^2\Leftrightarrow z=\frac{-2i}{1-2i}=\frac{-2i(1+2i)}{5}=\frac{4-2i}{5}=\frac{4}{5}-\frac{2}{5}i$$

Vậy phần ảo của số phức z bằng $-\frac{2}{5}$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\log_4(8-3x)=\frac{1}{2}$ là

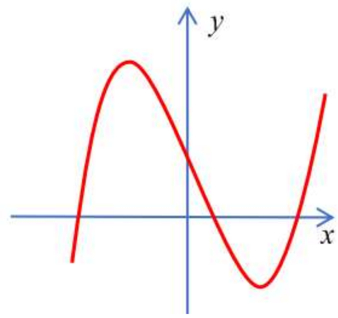
A. $x=3$.
B. $x=2$.
C. $x=1$.
D. $x=-3$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_4(8-3x)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 8-3x=4^{\frac{1}{2}}=2\Leftrightarrow x=2.$$

Câu 21. Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+12x+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x-2$. **D.** $y=x^3-12x+2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm bậc 3 có hệ số $a>0$

(do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)=+\infty$ nếu $a>0$). Loại A, **B.**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên chọn **D.**

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;1)$. Biết I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Oy. Độ dài đoạn thẳng IM bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B

- I là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oy \Rightarrow I(0;3;0)$.

$IM=\sqrt{(-2)^2+1^2}=\sqrt{5}.$

Câu 23. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a-3\log_8 b=3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=6b$. **B.** $a=8b^2$. **C.** $a=8b$. **D.** $b=8a$.

Lời giải

Chọn C

- Ta có: $\log_2 a-3\log_8 b=3 \Leftrightarrow \log_2 a-\log_2 b=3 \Leftrightarrow \log_2\dfrac{a}{b}=3 \Leftrightarrow \dfrac{a}{b}=8 \Leftrightarrow a=8b$.

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

- Ta có: $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin(0;+\infty) \\ x=1\in(0;+\infty)\end{array}\right.$.

- Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

- Suy ra $\underset{(0;+\infty)}{\text{Min}}\, f(x)=3$.

Câu 25. Gọi z_1, z_1 là hai nghiệm của phương trình $2z^2-z+1=0$. Giá trị biểu thức $P=|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $P=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=\sqrt{2}$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2z^2-z+1=0 \Leftrightarrow \left(z-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{16}=0 \Leftrightarrow \left(z-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{7i^2}{16} \Leftrightarrow z=\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{7}i}{4}$

Vậy $P=|z_1|+|z_2|=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2}=\sqrt{2}$.

Câu 26. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x+2y-2z-3=0$ có bán kính bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2+y^2+z^2+4x+2y-2z-3=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-3)\geq -1$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $\left[\frac{3}{2};3\right]$. **D.** $\left(\frac{3}{2};3\right]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}(2x-3)\geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases}2x-3>0\\ 2x-3\leq\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-3>0\\ 2x-3\leq 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{3}{2}\\ x\leq 3\end{cases}$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S=\left(\frac{3}{2};3\right]$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

- Để x_0 là điểm cực trị của $f\left(x\right)$khi và chỉ khi $x_0 \in$TXĐ; $f'\left(x_0\right)=0$ và $f'\left(x\right)$ đổi dấu qua x_0.
- Qua bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(-2;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right), C\left(0;0;-1\right)$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(ABC\right)$?

A. $\overrightarrow{n_2}=\left(-2;2;-1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=\left(1;-1;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=\left(1;1;2\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=\left(-1;-1;2\right)$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(2;2;0\right)$; $\overrightarrow{AC}=\left(2;0;-1\right)$. Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(ABC\right)$
- Khi đó, $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=\left(-2;2;-4\right)=-2\left(1;-1;2\right)$. Vậy một véc-tơ pháp tuyến của $\left(ABC\right)$ là $\overrightarrow{n_3}=\left(1;-1;2\right)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): x-2y+z-1=0$ và mặt phẳng $\left(Q\right): 3x-y+2z-2=0$. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp chỉ phương của d?

A. $\vec{b}=\left(5;-3;1\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(3;-1;-5\right)$. **C.** $\vec{a}=\left(1;-3;5\right)$. **D.** $\vec{v}=\left(-3;5;1\right)$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(1;-2;1\right)$; $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left(3;-1;2\right)$
- Gọi $\overrightarrow{u_d}$ là một véc-tơ chỉ phương của d. Khi đó $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=\left(-3;1;5\right)=-1\left(3;-1;-5\right)$.

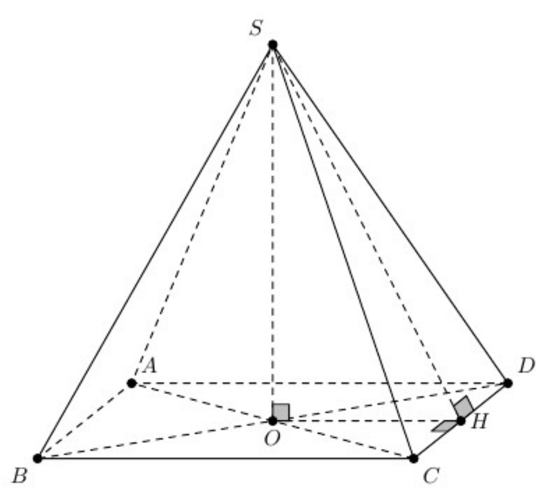
Vậy một một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=\left(3;-1;-5\right)$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $\sqrt{5}a$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $70°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A



◆ Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO\perp\left(ABCD\right)$.

◆ Gọi H là trung điểm cạnh CD. Ta có: $OH\perp CD$ và $HD=OH=\frac{CD}{2}=a$.

◆ Do ΔSCD cân tại S nên $SH\perp CD$.

◆ Vậy góc giữa mặt bên $\left(SCD\right)$ và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là góc $\widehat{SHO}$.

◆ Trong ΔSHD vuông tại H ta có $SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\sqrt{5a^2-a^2}=2a$.

Khi đó $\cos\widehat{SHO}=\frac{OH}{SH}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{SHO}=60^\circ$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-y+z+4=0$ và điểm $M\left(1;-1;0\right)$. Gọi $H\left(a;b;c\right)$ là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng $\left(P\right)$. Giá trị biểu thức $S=a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

◆ Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$.

◆ Khi đó ta có: VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(1;-1;1\right)$.

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases}x=1+t\\y=-1-t\\z=t\end{cases}$.

◆ Do $H=\Delta\cap\left(P\right)$ nên giá trị tham số t ứng với tọa độ H là nghiệm phương trình

$$1+t+1+t+t+4=0\Leftrightarrow t=-2.$$

Vậy tọa độ H là $H\left(-1;1;-2\right)$. Suy ra $S=-1+1-2=-2$.

Câu 33. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất không đổi trong thời gian gửi là $0,4\%$ /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Sau 5 năm người đó rút số tiền (cả vốn ban đầu và tiền lãi) để mua một chiếc xe máy giá 20 triệu đồng. Số tiền còn thừa hoặc thiếu khi người đó mua xe máy là

A. thiếu 560.000 đồng. **B.** thừa $1.030.000$ đồng.

C. thừa 750.000 đồng. **D.** thiếu 940.000 đồng.

Lời giải

Chọn D

◆ Sau 5 năm người đó rút ra số tiền là

$$A=A_0\left(1+r\right)^n=15.000.000\left(1+0,004\right)^{60}\approx 19.059.611 \text{ (đồng).}$$

◆Vậy khi mua xe máy người đó còn thiếu số tiền là

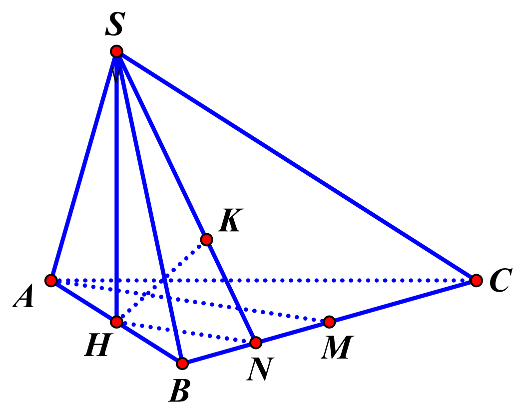
$$20.000.000-19.059.611=940.000 \text{ (đồng).}$$

Câu 34. *Cho hình chóp* $S.ABC$ *có đáy là tam giác đều, tam giác* SAB *vuông cân tại* S *và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy, biết* $SA=a\sqrt{6}$. *Khoảng cách từ điểm* A *đến mặt phẳng* (SBC) *bằng*

A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. **B.** $\sqrt{7}a$. **C.** $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



- Kẻ $SH \perp AB$ (H là trung điểm AB). Suy ra $SH \perp (ABC)$.
- Có $AB^2 = SA^2 + SB^2 = 2SA^2 \Leftrightarrow AB = SA\sqrt{2} = a\sqrt{12} = 2a\sqrt{3}$.
- Và $d(A,(SBC)) = 2d(H,(SBC))$
- Từ H kẻ $HN \perp BC$ ($HN // AM$ với M là trung điểm BC) và kẻ $HK \perp SN$.
- Ta có $HN \perp BC$ và $SH \perp BC$ nên $BC \perp (SHN)$, suy ra $HK \perp BC$.
- Mặt khác $HK \perp BC$ và $HK \perp SN$ nên $HK \perp (SBC)$, suy ra

$d(A,(SBC)) = 2d(H,(SBC)) = 2HK$.

- Có $SH = \frac{1}{2}AB = a\sqrt{3}$; $HN = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2}.\frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$ và

$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{9a^2} = \frac{7}{9a^2} \Rightarrow HK = \frac{3a}{\sqrt{7}}$. Do đó $d(A,(SBC)) = \frac{6a}{\sqrt{7}} = \frac{6a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $-2x - y + 2z + 1 = 0$. **B.** $2x + y - 2z - 3 = 0$.

C. $-2x - y + 2z + 3 = 0$. **D.** $2x + y - 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

- Có (P) đi qua $M(1;-1;2)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{u_d} = (-2;-1;2) = -(2;1;-2)$.

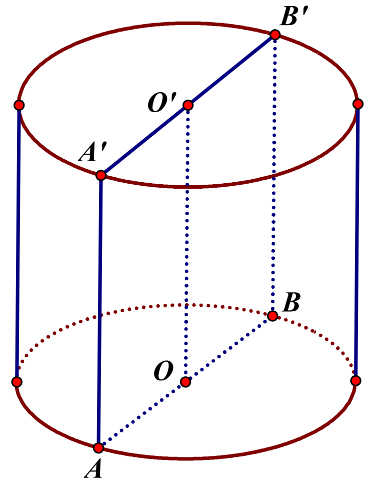
Suy ra $(P): 2(x-1) + 1(y+1) - 2(z-2) = 0$ hay $(P): 2x + y - 2z + 3 = 0$

Câu 36. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là hình chữ nhật có chu vi bằng $18\,cm$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng

A. $27\pi\,cm^3$. **B.** $64\pi\,cm^3$. **C.** $32\pi\,cm^3$. **D.** $16\pi\,cm^3$.

Lời giải

Chọn A



◆ Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Theo đề có $2(2R+h)=18 \Leftrightarrow 2R+h=9$

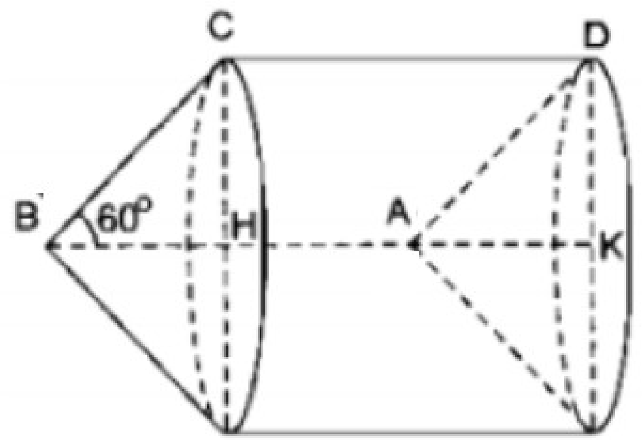
◆ Có $V=R^2\pi.h=\pi R^2(9-2R)=\pi R.R.(9-2R)\le \frac{\pi}{27}(R+R+9-2R)^3=27\pi.$

Câu 37. Trong không gian cho hình bình hành $ABCD$ có $AB=5; AD=2; \widehat{ABC}=60^0$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình bình hành $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 13π. **B.** 15π. **C.** 12π. **D.** 18π.

Lời giải

Chọn B



◆ Kẻ $CH, DK \perp AB$

Khối tròn xoay được tạo ra khi hình bình hành ABCD quay quanh trục AB gồm khối tròn xoay do hình thang vuông $AHCD$ quay quanh cạnh AH và khối nón tròn xoay do tam giác vuông BHC quay quanh cạnh BH

◆ Do $\Delta BHC=\Delta AKD$ nên khối tròn xoay do hình bình hành $ABCD$ quay quanh trục AB có thể tích bằng thể tích khối trụ do hình chữ nhật $KHCD$ quay quanh cạnh $KH=AB=5$

Ta có $CH=BC.\sin 60^0=\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm bằng: $V=\pi\left(CH^2\right).HK=\pi.3.5=15\pi$.

Câu 38. Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-2020;2021]$ để đường thẳng $y=3mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ tại ba điểm phân biệt là

A. 1. **B.** 2021. **C.** 670. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=3mx+1$ là

$x^3-3x+3=3mx+1 \Leftrightarrow x^3+2=3x(m+1)$ (1).

Nếu $x=0$ thì (1) không thỏa mãn.

Nếu $x\neq 0$ ta có (1) $\Leftrightarrow \dfrac{x^3+2}{x}=3(m+1)$.

◆ Xét hàm số $g(x)=\dfrac{x^3+2}{x}$ với $x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có $g'(x)=\dfrac{2x^3-2}{x^2}, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)=\dfrac{x^3+2}{x}$ với $x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

◆ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=3mx+1$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3(m+1)>3 \Leftrightarrow m+1>1 \Leftrightarrow m\in(0;+\infty)$.

Kết hợp với điều kiện $m\in[-2020;2021]$ ta được $m\in(0;2021]$.

Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{1;2;3;...;2021\}$.

Câu 39. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4+(m^2-5)x^2+2021$ có ba điểm cực trị là.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

◆ Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

◆ Ta có $y'=4x^3+2(m^2-5)x=2x\left[2x^2+(m^2-5)\right]$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\dfrac{m^2-5}{2} (1) \end{array}\right.$$

◆ Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow -\dfrac{m^2-5}{2}>0 \Leftrightarrow m^2-5<0 \Leftrightarrow m\in(-\sqrt{5};\sqrt{5})$. Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1}-5.2^x+1\le 0$ là:

A. $[-2;0]$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn A

◆ TXĐ: $\mathcal{D}=\mathbb{R}$

◆ $4^{x+1}-5.2^x+1\le 0 \Leftrightarrow 4.2^{2x}-5.2^x+1\le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}\le 2^x\le 1 \Leftrightarrow -2\le x\le 0$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $\text{w}=\frac{3+i+z}{z+i}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{6}$ **C.** 4 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

◆ Theo bài ra

$\text{w}=\frac{3+i+z}{z+i}\Rightarrow \text{w}z+\text{w}i=3+i+z\Rightarrow z(\text{w}-1)=i(1-\text{w})+3$

$\Rightarrow |z|.|\text{w}-1|=|i(1-\text{w})+3|=|\text{w}-1+3i|$

Đặt $\text{w}=a+bi\Rightarrow 2|a+bi-1|=|(a+bi)+3i-1|\Leftrightarrow 2|a+bi-1|=|(b+3)i+a-1|$

$\Leftrightarrow 4\left[(a-1)^2+b^2\right]=(a-1)^2+(b+3)^2\Leftrightarrow 3(a-1)^2+3b^2-6b-9=0$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+b^2-2b+1-4=0\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2=4$

Tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn bán kính $R=2$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-y-z+3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P). Đường thẳng d' đi qua điểm nào sau đây?

A. $K(3;1;7)$. **B.** $M(3;1;5)$. **C.** $N(3;-1;7)$. **D.** $I(-2;-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có: $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;1)$; $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;-1)$

◆ Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P):

Mặt phẳng (Q) có một vtpt là: $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(2;3;-1)$

◆ Đường thẳng d' là giao tuyến của mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (P):

Đường thẳng d' có một vtcp là: $\overrightarrow{u_{d'}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(4;-1;5)$

Gọi E là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Tọa độ của E là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}\\ \frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}\\ x-y-z+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y=-1\\ y+z=2\\ x-y-z=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=0\\ z=2\end{cases}\Rightarrow E(-1;0;2)$$

Phương trình tham số của đường thẳng d' là: $d':\begin{cases}x=-1+4t\\ y=-t\\ z=2+5t\end{cases}$

Với $t=1 \Rightarrow N(3;-1;7) \in d'$.

Câu 43. Biết rằng $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x+\sqrt{3x+1}+1} = a\ln 2 + b\ln 3 + c$, với a; b; c là các số hữu tỷ. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

A. 4. **B.** 0. **C.** 16. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét $I = \int\limits_0^1 \frac{dx}{x+\sqrt{3x+1}+1}$

Đặt $\sqrt{3x+1} = t \Rightarrow x = \frac{t^2-1}{3} \Rightarrow dx = \frac{2}{3}t\,dt$

Với $x=0 \Rightarrow t=1$

$x=1 \Rightarrow t=2$

$$\Rightarrow I = \int\limits_1^2 \frac{\frac{2}{3}t\,dt}{\frac{t^2-1}{3}+t+1} = 2\int\limits_1^2 \frac{t\,dt}{t^2+3t+2} = 2\int\limits_1^2 \left(\frac{2}{t+2} - \frac{1}{t+1}\right)dt = 2\left(2\ln|t+2| - \ln|t+1|\right)\Big|_1^2$$

$= 10\ln 2 - 6\ln 3$.

Do đó $a=10$; $b=-6$; $c=0$. Khi đó $a+b+c=4$.

Câu 44. Cho x; y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2+2y^2}{x^2+4xy+y^2} + x^2 - 4xy + 3y^2 + 1 \le 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{17}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 \frac{x^2+2y^2}{x^2+4xy+y^2} + x^2 - 4xy + 3y^2 + 1 \le 0$

$\Leftrightarrow \log_2\left(2x^2+4y^2\right) + \left(2x^2+4y^2\right) \le \log_2\left(x^2+4xy+y^2\right) + \left(x^2+4xy+y^2\right)$ (1)

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ trên $(0;+\infty)$

$f'(t) = \frac{1}{t\ln 2} + 1 > 0\ \forall t \in (0;+\infty) \Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Do đó (1) $\Leftrightarrow f\left(2x^2+4y^2\right) \le f\left(x^2+4xy+y^2\right) \Leftrightarrow 2x^2+4y^2 \le x^2+4xy+y^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 4xy + 3y^2 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le \frac{x}{y} \le 3$

Khi đó: $P = \frac{2x^2-xy+2y^2}{2xy-y^2} = \frac{2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} + 2}{2\left(\frac{x}{y}\right) - 1}$

Xét hàm số $g(t) = \frac{2t^2-t+2}{2t-1}$ trên $[1;3]$

$$g'(t)=\frac{4t^2-4t-3}{(2t-1)^2}$$

$$g'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t=\dfrac{3}{2} & (\text{thỏa mãn}) \\ t=-\dfrac{1}{2} & (\text{loại}) \end{array}\right.$$

Ta có: $g(1)=3$; $g(3)=\frac{17}{5}$; $g\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{2}$

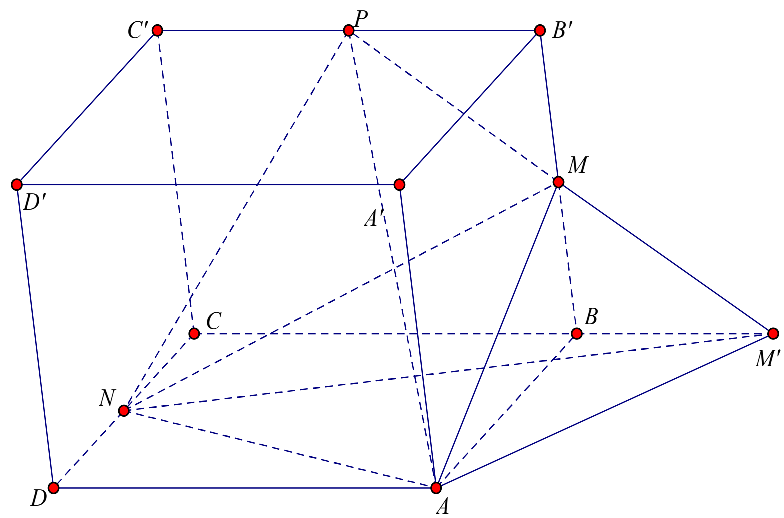
$\Rightarrow \min\limits_{t\in[1;3]} g(t)=\frac{5}{2} \Rightarrow \min P=\frac{5}{2}$.

Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh $BB',CD,B'C'$. Thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $\frac{5}{48}$. **B.** $\frac{5}{24}$. **C.** $\frac{7}{48}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn A



◆ Trong $(BCC'B')$ gọi M' là giao điểm của PM và $CB \Rightarrow$ ta có: $BM'=\frac{1}{2}BC$.

Mà $S_{ABCD}=d(B;CD).CD \Rightarrow S_{\Delta ABM'}=S_{\Delta ADN}=\frac{1}{4}S_{ABCD} \Rightarrow S_{CDAM'}=\frac{5}{4}S_{ABCD}$.

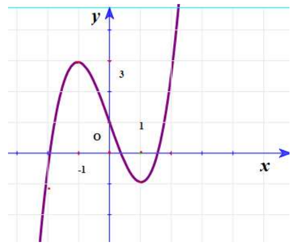
$S_{M'CN}=\frac{1}{2}.\frac{3}{2}d(B;CD).\frac{1}{2}CD=\frac{3}{8}S_{ABCD}$.

$\Rightarrow S_{ANM'}=\frac{5}{4}S_{ABCD}-\frac{1}{4}S_{ABCD}-\frac{3}{8}S_{ABCD}=\frac{5}{8}S_{ABCD}$.

◆ Mà $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.h=1 \Rightarrow V_{P.M'AN}=\frac{1}{3}.\frac{5}{8}S_{ABCD}.h=\frac{5}{24}$.

$V_{P.NMA}=\frac{1}{2}.V_{P.NM'A}=\frac{5}{48}$.

Câu 46. Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left[xf(x-1)\right]^2$ là



A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

◆ Đặt: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Ta có: đồ thị giao với trục Oy tại điểm $(0;1) \Rightarrow d=1$.

◆ Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là $(-1;3)$; $(1;-1)$ nên

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a-2b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ a+b+c+1=-1 \\ -a+b-c+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ a=1 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^3-3x+1.$$

$\Rightarrow f(x-1)=(x-1)^3-3(x-1)+1=x^3-3x^2+3 \Rightarrow f'(x-1)=3x^2-6x$.

◆ $g(x)=\left[xf(x-1)\right]^2 \Rightarrow g'(x)=2xf(x-1)\left[f(x-1)+xf'(x-1)\right]$.

$\Rightarrow g'(x)=2x\left(x^3-3x^2+3\right)\left(4x^3-9x^2+3\right)$.

Suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^3-3x^2+3=0 \\ 4x^3-9x^2+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x\approx 2,532 \\ x\approx 1,347 \\ x\approx -0,879 \\ x\approx 2,076 \\ x\approx 0,694 \\ x\approx -0,52 \end{array}\right.$.

$g'(x)$ là phương trình bậc 7 và có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(2x-1)-4x^3+15x^2-18x+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. **D.** $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta đặt: $y=g(x)=f(2x-1)-4x^3+15x^2-18x+1$.

$\Rightarrow g'(x)=6f'(2x-1)-12x^2+30x-18=6\left[f'(2x-1)-2x^2+5x-3\right]$.

Có $f'(2x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=1 \\ 2x-1=2 \\ 2x-1=3 \\ 2x-1=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{3}{2} \\ x=2 \\ x=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		2		$\frac{5}{2}$		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0		$+$		0		$+$		0	$-$	0	$+$	
$f'(2x-1)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-2x^2+5x-3$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0		?	$-$		?		?		?	

Từ đó, ta có bảng xét dấu như sau:

Dựa vào bảng xét dấu trên, ta kết luận hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x+\sqrt{1+x^2}$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $xf(x)-\dfrac{1+\sqrt{4x+m-1}}{f\left(-1-\sqrt{4x+m-1}\right)}=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=x+\sqrt{1+x^2} \Rightarrow f'(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(x)=x+\sqrt{1+x^2}$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác, ta lại có: $f(-x)=-x+\sqrt{1+x^2}=\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}=\dfrac{1}{f(x)}$.

Nên phương trình tiếp theo tương đương với: $xf(x)-\dfrac{1+\sqrt{4x+m-1}}{f\left(-1-\sqrt{4x+m-1}\right)}=0$.

$\Leftrightarrow xf(x)-\left(1+\sqrt{4x+m-1}\right)f\left(1+\sqrt{4x+m-1}\right)=0$.

$\Leftrightarrow xf(x)=\left(1+\sqrt{4x+m-1}\right)f\left(1+\sqrt{4x+m-1}\right)$.

Đến đây ta xét hàm đặc trưng $y=g(t)=tf(t)=t.\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)=t^2+t\sqrt{t^2+1}$.

Có $g'(t)=2t+\sqrt{t^2+1}+\dfrac{t^2}{\sqrt{t^2+1}}>0, \forall t\in\mathbb{R}$ nên suy ra $g(t)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow g(x)=g\left(1+\sqrt{4x+m-1}\right) \Leftrightarrow x=1+\sqrt{4x+m-1} \Leftrightarrow \sqrt{4x+m-1}=x-1$.

Do $\sqrt{4x+m-1}\ge 0$ nên suy ra $\begin{cases} x-1\ge 0 \\ 4x+m-1=(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ m=x^2-6x+2 \end{cases}$.

Xét hàm $y = p(x) = x^2 - 6x + 2, \forall x \geq 1 \Rightarrow p'(x) = 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (nhận).

Ta có BBT của hàm $p(x)$ như sau:

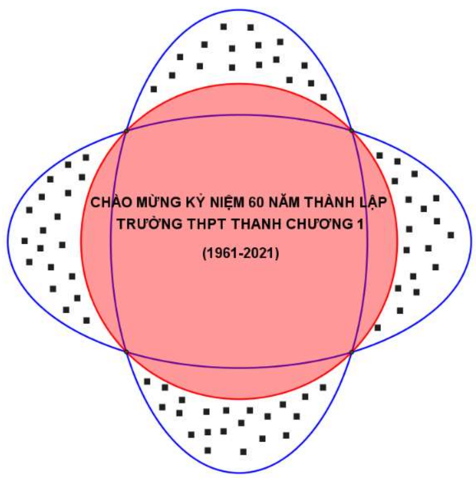
x	1		3		$+\infty$
$p'(x)$		$-$	0	$+$	
$p(x)$	-3	$\searrow$	-7	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT trên để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $m \in \left(p(3); p(1)\right] \Leftrightarrow m \in \left(-7; -3\right]$

.

Như vậy, ta kết luận có tất cả 4 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 49. Hướng tới kỉ niệm 60 năm thành lập trường THPT Thanh Chương 1. Khối 12K57 thiết kế bồn hoa gồm hai Elip bằng nhau có độ dài trục lớn bằng 8m và độ dài trục nhỏ bằng 4m đặt chồng lên nhau sao cho trục lớn của Elip này trùng với trục nhỏ của Elip kia và ngược lại (như hình vẽ).

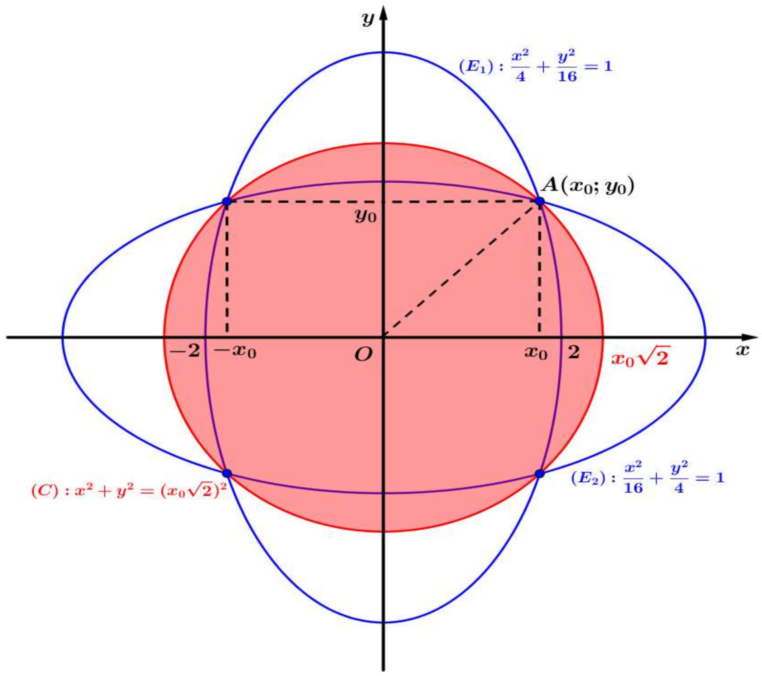


Phần diện tích nằm trong đường tròn đi qua 4 giao điểm của hai Elip dùng để trồng cỏ, phần diện tích bốn cánh hoa nằm giữa hình tròn và Elip dùng để trồng hoa. Biết kinh phí để trồng hoa là 300.000 đồng$/1m^2$, kinh phí để trồng cỏ là 200.000 đồng$/1m^2$. Tổng số tiền dùng để trồng hoa và trồng cỏ cho bồn hoa gần với số nào nhất trong các số sau:

A. 6.200.000 đồng. **B.** 8.200.000 đồng. **C.** 8.600.000 đồng. **D.** 9.100.000 đồng.

Lời giải

Chọn C



- Ta có: độ dài trục lớn bằng 8m và độ dài trục nhỏ bằng 4m, ta có hình vẽ như trên:
- Tiếp theo ta sẽ thiết lập phương trình nửa bên trên trục hoành của cả hai Elip trên

$\Rightarrow$ 2 phương trình đó là: $y_1 = 4\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}; y_2 = 2\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}$.

Gọi $A(x_0; y_0), (x_0 > 0)$ là một trong hai giao điểm của hai đồ thị hàm số y_1, y_2

Từ đó, hoành độ của điểm A chính là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị hàm số y_1, y_2.

$$\Rightarrow 4\sqrt{1-\frac{x^2}{4}} = 2\sqrt{1-\frac{x^2}{16}} \Leftrightarrow 2\sqrt{4-x^2} = \frac{\sqrt{16-x^2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 16(4-x^2) = 16-x^2 \\ 0 < x \le 2 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \pm\frac{4}{\sqrt{5}} \\ 0 < x \le 2 \end{cases} \Rightarrow x_0 = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

Suy ra bán kính của đường tròn đi qua 4 giao điểm của 2 Elip trên là $R = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}}(m)$.

Phương trình nửa trên của đường tròn là: $y_3 = \sqrt{\frac{32}{5}-x^2}$.

Diện tích hình tròn đó là: $\pi R^2 = \pi\left(\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{32\pi}{5}(m^2)$.

Từ đó ta tính được kinh phí trồng cỏ là: $200.000\times\left(\frac{32\pi}{5}\right)$ đồng.

Ta có diện tích giới hạn bởi hai đường y_3, y_2 là:

$$S_1 = \int_{-x_0}^{x_0}\left(\sqrt{\frac{32}{5}-x^2} - 2\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}\right)dx.$$

Diện tích phần hình giới hạn bởi hai đồ thị y_1, y_2 cùng với trục hoành đó là

$$S_2 = 2\left(\int_0^{x_0} 2\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}\mathrm{d}x + \int_{x_0}^{2} 4\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}\mathrm{d}x\right).$$

Từ đó ta suy ra diện tích dùng để trồng hoa là: $S = 4\left[\frac{1}{2}S_{elip} - \left(S_1 + S_2\right)\right]$.

Như vậy giá tiền trồng hoa là: $300000 \times S$.

Vậy tổng giá tiền dùng để trồng hoa và trồng cỏ cho bồn hoa bằng

$300000 \times S + 200.000 \times \left(\frac{32\pi}{5}\right) \approx 8.600.000$ (đồng).

Câu 50. Xếp 9 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C (trong 5 học sinh lớp 12C có hai bạn An và Bình) thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi học sinh lớp 12B đều được đứng ở giữa hai học sinh lớp 12C, đồng thời hai bạn An và Bình luôn đứng cạnh nhau bằng:

A. $\frac{1}{105}$. **B.** $\frac{1}{132}$. **C.** $\frac{1}{1260}$. **D.** $\frac{1}{210}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có: không gian mẫu là "Xếp 9 học sinh vào một hàng ngang bất kì".

$\Rightarrow n(\Omega) = 9!$

◆ Gọi A là biến cố " Xếp 9 học sinh thành hàng ngang để mỗi học sinh lớp 12B đều được đứng ở giữa hai học sinh lớp 12C, đồng thời hai bạn An và Bình luôn đứng cạnh nhau".

Do hai bạn An và Bình luôn đứng cạnh nhau nên ta xem như An và Bình tạo 1 vị trí cố định chiếm 2 chỗ trong 9 chỗ của 1 hàng ngang, như vậy sẽ có 4 vị trí cho học sinh lớp 12C, ta sẽ xếp học sinh 12C đầu tiên: có $4!$ cách.

Giữa các học sinh lớp 12C sẽ có 3 vị trí trống, ta sẽ xếp 2 học sinh 12B vào: A_3^2 cách.

Suy ra có 2! cách đổi chỗ An và Bình.

Cuối cùng ta xếp hs lớp A bằng cách bỏ 2 bạn 2 học sinh 12A vào 3 chỗ trống có A_3^2 cách.

Như vậy xác suất cần tìm chính là: $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2!.4!.\left(A_3^2\right)^2}{9!} = \frac{1}{210}$.

HẾT