

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM**CHUYÊN ĐỀ 1: DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN**

Câu 1. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Dãy số 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; ... không phải là một cấp số cộng.

B. Dãy số $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$ là một cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$.

C. Dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \dots$ là một cấp số cộng có ba số hạng và $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$.

D. Dãy số -2; -2; -2; -2; ... là một cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 0 \end{cases}$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với các số hạng khác 0, và $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85 \end{cases}$. Số hạng đầu u_1 bằng

A. $u_1 = 1; u_1 = 2$.

B. $u_1 = 1; u_1 = 8$.

C. $u_1 = 1; u_1 = 5$.

D. $u_1 = 1; u_1 = 9$.

Câu 3. Cho dãy số có các số hạng đầu là: 8, 15, 22, 29, 36, ... Công thức số hạng tổng quát của dãy số đã cho là

A. $u_n = 7n + 7$.

B. $u_n = 7n$.

C. Không viết được dưới dạng công thức.

D. $u_n = 7n + 1$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a : hằng số). Số hạng u_{n+1} bằng

A. $\frac{an^2}{n+2}$.

B. $\frac{an^2+1}{n+1}$.

C. $\frac{a(n+1)^2}{n+2}$.

D. $\frac{a(n+1)^2}{n+1}$.

Câu 5. Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng và $C = 5A$. Số đo các góc A, B, C theo thứ tự bằng

A. $10^\circ, 120^\circ, 50^\circ$.

B. $15^\circ, 105^\circ, 60^\circ$.

C. $5^\circ, 60^\circ, 25^\circ$.

D. $20^\circ, 60^\circ, 100^\circ$.

Câu 6. Số x thỏa mãn $1; x^2; 6 - x^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

- A. ± 1 . B. $\pm\sqrt{2}$. C. ± 2 . D. $\pm\sqrt{3}$.

Câu 7. Biết phương trình $x^3 + ax + b = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng, (a, b là các hằng số). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $b = 0; a > 0$. B. $b > 0; a < 0$. C. $b = 0; a < 0$. D. $b = 0; a = 1$.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tổng $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$ bằng

- A. -1242 . B. -1222 . C. -1276 . D. -1286 .

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số (u_n) ?

- A. 15. B. 16. C. 19. D. 17.

Câu 10. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -\frac{1}{2}; d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1; \dots$ B. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$

- C. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \dots$ D. Dạng khai triển: $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; \dots$

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}; u_7 = -32$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\pm\frac{1}{2}$. B. ± 2 . C. ± 4 . D. ± 1 .

Câu 12. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3; u_6 = 27$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 8.

Câu 13. Cho dãy số $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng, bị chặn. B. Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn trên. D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 14. Cho cấp số nhân có 7 số hạng, số hạng thứ tư bằng 6 và số hạng thứ bảy gấp 243 lần số hạng thứ hai. Hãy tìm số hạng còn lại của cấp số nhân đó.

- A. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{5}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$.

- B. $u_1 = \frac{2}{7}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$.

C. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 21; u_6 = 54; u_7 = 162.$

D. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162.$

Câu 15. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}.$

B. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}.$

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}.$

D. $u_n = \frac{5 + (n+1)(n+2)}{2}.$

Câu 16. Dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$ có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên?

A. 2.

B. Không có.

C. 1.

D. 4.

Câu 17. Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2 - c^2 = ab - bc.$

B. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc.$

C. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc.$

D. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc.$

Câu 18. Xét tính tăng giảm của dãy số $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}.$

A. Dãy số giảm.

B. Dãy số không tăng không giảm.

C. Dãy số tăng.

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 19. Cho các số $5x - y; 2x + 3y; x + 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng; các số

$(y+1)^2; xy+1; (x-1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm $(x; y).$

A. $(x; y) = (0; 0), \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right), \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right).$

B. $(x; y) = (0; 0), \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right), \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right).$

C. $(x; y) = (0; 0), \left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}\right), \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right).$

D. $(x; y) = (0; 0), \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right), \left(-\frac{13}{4}; -\frac{13}{10}\right).$

Câu 20. Dãy số $u_n = 2n + 3$ là cấp số cộng có công sai bằng

A. $d = -2.$

B. $d = 2.$

C. $d = 5.$

D. $d = 3.$

Câu 21. Cho dãy số $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}; \dots$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Dãy số là cấp số nhân với $u_1 = -1; q = -\frac{1}{3}.$

B. Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$.

C. Dãy số không phải là cấp số nhân.

D. Dãy số là dãy số không tăng không giảm.

Câu 22. Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu có 10^5 tế bào thì sau hai giờ sẽ phân chia được thành bao nhiêu tế bào?

A. $2^7 \cdot 10^5$ tế bào. **B.** $2^6 \cdot 10^5$ tế bào. **C.** $2^5 \cdot 10^5$ tế bào. **D.** 2^6 tế bào.

Câu 23. Cho dãy số có 4 số hạng đầu là: $-1, 3, 19, 53$. Số hạng thứ 10 của dãy số này bằng

A. 97. **B.** 71. **C.** 1414. **D.** 971.

Câu 24. Xét tính bị chặn của dãy số $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

A. Bị chặn. **B.** Bị chặn trên. **C.** Bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn.

Câu 25. Xét tính tăng giảm của dãy số $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n + 1}$.

A. Dãy số giảm. **B.** Dãy số tăng.
C. Dãy số không tăng không giảm. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 26. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 20x^2 + (m-1)^2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 7 **B.** -2 **C.** 2 **D.** Đáp án khác.

Câu 27. Tổng $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + \dots + 2004.2^{2003}$ bằng

A. $2003.2^{2004} + 1$. **B.** $2004.2^{2004} - 1$. **C.** $2003.2^{2004} - 1$. **D.** $2^{2004} + 1$.

Câu 28. Tổng $S = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots 11}_n$ bằng

A. $\frac{10}{81}(10^{n-1} - 1) - \frac{n}{9}$. **B.** $\frac{10}{81}(10^{n-1} - 1) + \frac{n}{9}$.
C. $\frac{1}{81}(10^{n-1} - 1) - \frac{n}{9}$. **D.** $\frac{10}{81}(10^n - 1) - \frac{n}{9}$.

Câu 29. Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây?

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2}u_n \end{cases}$. **B.** $u_n = n^2 + 1$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_n \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$.

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2; q = -5$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân đã cho là

A. $u_n = (-2) \cdot 5^n$.

B. $u_n = (-2) \cdot (-5)^{n-1}$.

C. $u_n = 2 \cdot 5^{n-1}$.

D. $u_n = 2 \cdot (-5)^{n-1}$.

CHUYÊN ĐỀ 2: GIỚI HẠN DÃY SỐ

Câu 1. Giá trị của giới hạn $\lim \frac{1+2+\dots+n}{(n+2)(n+3)}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 4.

Câu 2. Giá trị của giới hạn $\lim \left(\sqrt{4n^2+1} - \sqrt[3]{8n^3+n^2} \right)$ bằng

A. 0.

B. $-\infty$.

C. $-\frac{1}{12}$.

D. $+\infty$.

Câu 3. Giá trị của giới hạn $\lim \frac{2^n + 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+2}}$ bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{2}{9}$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{4n^2 + n + 2}{an^2 + 5}$, với a là hằng số. Để dãy số đã cho có giới hạn bằng 2, giá trị của a bằng

A. -4.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Câu 5. Giới hạn $\lim \frac{1+2+2^2+\dots+2^n}{7 \cdot 2^n + 4}$ bằng

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) bởi công thức
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}, n \geq 1 \end{cases}$$

Tìm giới hạn I của dãy số (u_n) .

A. $I = 1$.

B. $I = \frac{2}{3}$.

C. Không tồn tại giới hạn của dãy (u_n) .

D. $I = +\infty$.

Câu 7. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim \frac{2n^2 - 3n^4}{-2n^4 + n^2}.$

B. $\lim \frac{3 + 2n^3}{2n^2 - 1}.$

C. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}.$

D. $\lim \frac{2n - 3n^3}{-2n^2 - 1}.$

Câu 8. Giá trị của giới hạn $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{3}.$

C. 0.

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 9. Giá trị của $\lim \frac{n^3 + n \sin^2 n}{10000n^3 - n + 2}$ bằng

A. 0,0001.

B. $\frac{1}{1000}.$

C. 0.

D. 0,00001.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) bởi công thức $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2}, n \geq 1 \end{cases}$, với a là hằng số. Giới hạn $\lim u_n$ bằng

A. $+\infty.$

B. $\frac{a}{2}.$

C. 0.

D. $I = a - \frac{1}{2}.$

Câu 11. Cho dãy số (u_n) bởi công thức $\begin{cases} u_1 = 9 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3}, n \geq 1 \end{cases}$. Tổng vô hạn $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ bằng

A. 14.

B. 15.

C. $\frac{27}{2}.$

D. 16.

Câu 12. Giới hạn $\lim \frac{(2n^3 + 1)^5 (n + 2)^{35}}{(2n^2 + 1)^{25}}$ bằng

A. $\frac{1}{2^{20}}.$

B. 0.

C. $\frac{1}{2^{25}}.$

D. $\frac{1}{10000}.$

Câu 13. Giá trị của giới hạn $\lim \left(\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n \right)$ bằng

A. $\frac{1}{3}.$

B. 0.

C. $-\frac{2}{3}.$

D. 1.

Câu 14. Với a là hằng số dương, giá trị của giới hạn $\lim \left(\sqrt{n^2 + an} - n \right)$ bằng

A. $a.$

B. 0.

C. $\frac{a}{2}.$

D. $2a.$

Câu 15. Giới hạn $\lim \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} \right)$ bằng

A. 3.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}.$

D. $+\infty.$

Câu 16. Giới hạn $\lim \left[3^n - \sqrt{5}^n \right]$ bằng

A. $-\sqrt{5}$.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 3.

Câu 17. Tính $I = \lim \frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt[3]{3n^3+2}}{\sqrt[4]{2n^4+n+2} - n}$.

A. $I = \frac{1-\sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{2}-1}$.

B. $I = -\frac{234}{99}$.

C. $I = +\infty$.

D. $I = -\infty$.

Câu 18. Giới hạn $\lim \frac{2.1^2 + 3.2^2 + \dots + (n+1)n^2}{n^4}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 19. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + 1}$, trong đó a là tham số. Để $\lim u_n = -1$, giá trị của a bằng

A. 2.

B. -2.

C. 3.

D. -3.

Câu 20. Giới hạn $\lim \left[n \left(\sqrt{n^2 + n + 8} - \sqrt{n^2 + n + 1} \right) \right]$ bằng

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{15}{4}$.

C. $\frac{70}{19}$.

D. 3.

Câu 21. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = +\infty$.

B. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim |u_n| = 0$.

C. Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim |u_n| = a$.

D. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = -\infty$.

Câu 22. Giới hạn $\lim \frac{\sqrt{9n^2 - n} - \sqrt{n+2}}{3n-2}$ bằng

A. 3.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. 1.

Câu 23. Giá trị của $\lim \frac{n \sin n - 3n^2}{n^2}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 1.

D. -3.

Câu 24. Cho dãy số có giới hạn (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, n \geq 1 \end{cases}$. Giới hạn $\lim u_n$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. 2.

Câu 25. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{n}{2}}{n^2 + 1}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{8}$. D. 1.

Câu 26. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}} \right)$ bằng

- A. $+\infty$. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \begin{cases} \frac{n+1}{100n+1} & \text{khi } n = 2k \\ \frac{1}{n} & \text{khi } n = 2k+1 \end{cases}, k \in \mathbb{N}^*$.

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$.
 B. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ với n lẻ và $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{100}$ với n chẵn.
 C. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ không tồn tại.
 D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{100}$.

Câu 28. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1) \sqrt{\frac{2n+2}{n^4 + n^2 - 1}}$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 29. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n, n \geq 1 \end{cases}$. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{3^n + 1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 0. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{bn^2 + 3n - b}{5n^2 + 2n + 2b}$, (b là hằng số). Gọi S là tập tất cả các giá trị của b để

dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

CHUYÊN ĐỀ 3: ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG

Câu 1. (NB) Cho các giả thiết sau, giả thiết nào kết luận được đường thẳng $a \parallel (P)$?

- A. $a \cap (P) = \emptyset$. B. $a \sqcap b$ và $b \sqcap (P)$.
- C. $a \sqcap b$ và $b \subset (P)$. D. $a \sqcap b, b \cap c = I$ và $(P) = mp(b, c)$.

Câu 2. (NB) Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- B. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng không song song và không cắt nhau thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Câu 3. (NB) Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang với đáy AB, CD . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD, BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

- A. Đường thẳng qua S và song song với AD .
- B. Đường thẳng qua S và song song với EF .
- C. Đường thẳng qua S và song song với AF .
- D. Đường thẳng qua S và qua giao điểm của cặp đường thẳng AB, SC .

Câu 4. (NB) Cho hình chóp $S.ABCD$, O là giao điểm của AC, BD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Mặt phẳng (α) thay đổi qua MN cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại P, Q không trùng với các đỉnh của hình chóp. Xét các mệnh đề sau:

- (1) $AC \sqcap (\alpha)$.
- (2) $(\alpha) \sqcap (ABCD)$.
- (3) MN, PQ, SO đồng quy tại một điểm.

Các mệnh đề **đúng** là:

- A. Chỉ (1) và (3). B. Chỉ (1) và (2). C. Chỉ (2) và (3). D. (1), (2) và (3).

Câu 5. (NB) Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trung điểm AC, BC . Điểm E thuộc cạnh AD

sao cho $\frac{DE}{DA} = \frac{1}{3}$, (MNE) cắt cạnh BD tại điểm P . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $\overrightarrow{EP} = \frac{2}{3} \overrightarrow{MN}$.
- B. ME, NP cắt nhau tại một điểm thuộc đường thẳng CD .
- C. $ME \sqcap NP$.

D. $MNPE$ là một hình thang.

Câu 6. (TH) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. (BIJ) giao với (BCD) theo một giao tuyến qua B và song song với CD .

B. $CD \parallel (BIJ)$.

C. $IJ \parallel CD$.

D. AJ, DI là 2 đường thẳng cắt nhau.

Câu 7. (TH) Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho

$\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{BC} = \frac{1}{3}$, (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ

diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là:

A. Một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

B. Một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.

C. Một hình bình hành.

D. Một tam giác.

Câu 8. (TH) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD và I là trung điểm của OM . Xét các khẳng định sau:

(1) $ON \parallel SB$.

(2) $BC \parallel (OMN)$.

(3) Thiết diện của hình chóp cắt bởi (OMN) là hình bình hành.

(4) $NI \parallel (SBC)$.

Số khẳng định đúng là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 9. (VD) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc cạnh SC sao cho

$\frac{SN}{SC} = \frac{1}{4}$. Gọi E là giao điểm của MN và d , F là giao điểm của AE và SD . Tính tỉ số $t = \frac{S_{FDA}}{S_{FSE}}$?

A. $t = 64$.

B. $t = 6$.

C. $t = 8$.

D. $t = 36$.

Câu 10. (VD) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD , Q là điểm thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. Gọi R, P lần lượt là giao điểm của (MNQ) với SB và SD . Đặt $t = \frac{S_{PQR}}{S_{MNPQR}}$, tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $t = \frac{12}{55}$. B. $t = \frac{4}{15}$. C. $t = \frac{3}{8}$. D. $t \notin \left\{ \frac{4}{5}; \frac{12}{55}; \frac{3}{8} \right\}$.

CHUYÊN ĐỀ 4: HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là điểm di động trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$ ($k \in \mathbb{Q}, 0 < k < 1$). Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (ABC) . Tìm k để mặt phẳng (α) cắt cắt hình chóp $S.ABC$ theo một thiết diện có diện tích bằng nửa diện tích của tam giác ABC .

- A. $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $k = \frac{1}{3}$. C. $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. Gọi M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD , cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là:

- A. $\frac{400}{9}$. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{16}{9}$.

Câu 3. Trong hình hộp (hoặc lăng trụ, hoặc hình chóp cụt) đoạn thẳng nối hai đỉnh mà hai đỉnh đó không cùng nằm trên một mặt nào của hình hộp (hoặc lăng trụ, hoặc hình chóp cụt), được gọi là đường chéo của nó. Tìm mệnh đề đúng.

- A. Hình lăng trụ tứ giác có các đường chéo đồng quy.
B. Hình lăng trụ có các đường chéo đồng quy.
C. Hình chóp cụt có các đường chéo đồng quy.
D. Hình hộp có các đường chéo đồng quy.

Câu 4. Cho các mệnh đề sau:

- (1) Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì chúng song song với nhau.
- (2) Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- (3) Bất kì đường thẳng nào cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cũng cắt mặt phẳng còn lại.

Số mệnh đề **sai** là

A. 0.

B. 1.

C. 3

D. 2.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm bất

kỳ nằm trong đoạn thẳng SO . Mặt phẳng (α) qua M và song song với $(ABCD)$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

A. Hình bình hành.

B. Hình ngũ giác.

C. Hình tam giác.

D. Hình thang cân.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn OA và $AI = x$ ($0 < x < a$).

Tính diện tích thiết diện theo a, b và x .

A. $\frac{2bx^2\sqrt{3}}{a^2}$.

B. $\frac{b^2x^2\sqrt{3}}{a^2}$.

C. $\frac{3bx^2\sqrt{2}}{a^2}$.

D. $\frac{b^2x^2\sqrt{2}}{a^2}$.

Câu 7. Chọn khẳng định đúng?

A. Qua một điểm có vô số mặt phẳng song song với một mặt phẳng cho trước.

B. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng, có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

C. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng, tồn tại duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

D. Qua một điểm tồn tại duy nhất một mặt phẳng song song với một mặt phẳng cho trước.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD, AB = 3CD$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SB, SC và K là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) . Tính tỉ số $\frac{SK}{SD}$.

A. $\frac{SK}{SD} = \frac{3}{5}$.

B. $\frac{SK}{SD} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{SK}{SD} = \frac{4}{7}$.

D. $\frac{SK}{SD} = \frac{2}{3}$.

Câu 9. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

A. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .

C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .

D. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma), ((\gamma)$ là mặt phẳng nào đó).

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\angle BAC = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{16}{9}$. B. $\frac{25}{9}$. C. $\frac{14}{9}$. D. 1.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (các đỉnh lấy theo thứ tự đó), AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O' . Khi đó $(AB'D')$ sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $(A'OC')$. B. (BDA') . C. (BDC') . D. (BCD) .

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β) .

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $(a) \parallel (\beta)$.

D. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

Câu 13. Đặc điểm nào sau đây là đúng với hình lăng trụ?

- A. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.
B. Đáy của hình lăng trụ là hình bình hành.
C. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên là hình bình hành.
D. Hình lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành.

Câu 14. Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Mặt phẳng (α) qua M song song với (SBC) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

- A. Hình bình hành. B. Hình vuông. C. Hình tam giác. D. Hình thang.

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a . Các điểm M, N lần lượt trên AD', BD sao cho $AM = DN = x$ ($0 < x < a\sqrt{2}$). Khi đó với mọi giá trị x thì đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(AD'C'B)$. B. $(A'DC'B)$. C. $(A'D'CB)$. D. $(ADC'B')$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB \parallel CD)$ và $AB = 2CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB và AB . Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD) ?

- A. (BCI) . B. (BIJ) . C. (CIJ) . D. (SJC) .

Câu 17. Cho đường thẳng $a \subset mp(P)$ và đường thẳng $b \subset mp(Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. a và b chéo nhau. B. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.
C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$. D. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

Câu 18. Cho hình chóp cắt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2}$. Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 19. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các tia song song với nhau, cùng nằm về một phía và không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng (α) đi qua A và cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B_0, C_0, D_0 với $BB_0 = 2, DD_0 = 4$. Tính độ dài đoạn CC_0 .

- A. $CC_0 = 4$. B. $CC_0 = 6$. C. $CC_0 = 5$. D. $CC_0 = 3$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

- A. Hình bình hành B. Tam giác cân không đều.
C. Tam giác vuông. D. Tam giác đều.

Câu 21. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (IBD) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình chữ nhật. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. tam giác.

Câu 22. Phát biểu nào dưới đây là định lý Thales trong không gian?

- A. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến song song các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kỳ các đoạn thẳng tương ứng bằng nhau.
C. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kỳ các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

D. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến song song các đoạn thẳng tương ứng bằng nhau.

Câu 23. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
- B.** Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau thì song song với nhau.
- C.** Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song thì song song với nhau.
- D.** Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song với nhau.

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AMN) với hình lăng trụ đã cho là

- A.** Hình bình hành.
- B.** Hình tam giác vuông.
- C.** Hình thang.
- D.** Hình tam giác cân.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6$, $CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$.

Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.
- B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
- C.** 2.
- D.** $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Câu 26. Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Chu vi của thiết diện tính theo $AM = x$ là

- A.** $x(1 + \sqrt{3})$.
- B.** $2x(1 + \sqrt{3})$.
- C.** $3x(1 + \sqrt{3})$.
- D.** Không tính được.

Câu 27. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi D, E, F, P, Q theo thứ tự là trung điểm của các cạnh $CC', AB, A'A, BB'$ và $B'C'$. Khi đó, mặt phẳng (EDF) sẽ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.** $(A'PQ)$.
- B.** $(A'BQ)$.
- C.** $(A'BC')$.
- D.** $(A'PC')$.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD và M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BD, CD . Khẳng định nào đúng?

- A.** $(DIK) \parallel (ABC)$.
- B.** $(IJK) \parallel (BCD)$.
- C.** $(KMN) \parallel (ABC)$.
- D.** $(IJK) \parallel (AMD)$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** (NOM) cắt (OPM) .
- B.** $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(NMP) \cap (SBD)$.

D. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O , $AB = 8$, $SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là:

A. 12.

B. $6\sqrt{5}$.

C. $5\sqrt{5}$.

D. 13.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1. Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết

1) $u_n = \frac{1}{n^2 + 1}$;

2) $u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$;

3) $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$;

4) $u_n = n + \cos^2 n$;

5) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{u_{n-1} + 8}{2} \end{cases} \quad (\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$;

6) $u_n = \sqrt[3]{n+2} - \sqrt[3]{n+1}$.

Bài 2. Xét tính đơn điệu và bị chặn của dãy số (u_n) biết

1) $u_n = \frac{2n+1}{n+3}$;

2) $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$;

3) $u_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$;

4) $u_n = \frac{\sin 2n + \cos 3n}{5n+1}$;

5) $\begin{cases} u_1 = \sqrt{2} \\ u_n = \sqrt{2 + u_{n-1}} \end{cases} \quad (\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$;

6) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{u_{n-1} + 8}{2} \end{cases} \quad (\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$.

Bài 3. Các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng?

1) $(u_n): u_n = 3n+1$;

2) $(u_n): u_n = \frac{n^2 + 4}{n+2}$;

3) $(u_n): S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 3n^2 + 2n + 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$;

4) $(u_n): u_n = n + \sin n$.

Bài 4.

1) Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có: $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26. \end{cases}$

2) Tìm 5 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 25 và tổng các bình phương của chúng bằng 165.

3) Tìm 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 16 và tổng các nghịch đảo của chúng bằng $\frac{176}{105}$.

Bài 5.

- 1) Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_3 = 15, u_5 = 135$. Tính tổng 20 số hạng đầu của cấp số nhân đó.
- 2) Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_6 = 244 \\ u_4 + u_5 = 36 \end{cases}$. Tính u_{11} .

Bài 6.

- 1) Tìm ba số có tổng bằng 124 là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân và đồng thời là số hạng thứ 3, 13, 15 của một cấp số cộng.
- 2) Bốn số lập thành cấp số nhân, nếu lấy chúng trừ tương ứng đi 2, 1, 7, 27 ta được một cấp số cộng. Tìm bốn số đã cho.

Bài 7.

- 1) Tìm m để phương trình $x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.
- 2) Tìm m để phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.
- 3) Tìm m để phương trình $x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 2(m+1) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân.

Bài 8.

- 1) Ba số a, b, c lập thành cấp số cộng. Chứng minh: $a^2 + 8bc = (2b + c)^2$.
- 2) Cho ba số dương a, b, c lập thành cấp số nhân.

Chứng minh ba số $\sqrt[3]{abc}, \sqrt{ab + bc + ca}, (a + b + c)$ cũng lập thành cấp số nhân.

- 3) Cho (a_n) là cấp số cộng có các số hạng là các số dương. Chứng minh rằng

$$\text{a) } \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{n-1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_n}}; \quad \text{b) } \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n}.$$

- 4) Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Chứng minh $\cos A, \cos B, \cos C$ lập thành cấp số cộng

khi và chỉ khi $\tan \frac{A}{2}, \tan \frac{B}{2}, \tan \frac{C}{2}$ lập thành cấp số cộng.

Bài 9. Tính các tổng sau

- 1) $S_1 = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2;$
- 2) $S_5 = \frac{1}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{5}{5^3} + \dots + \frac{2n-1}{5^n} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$
- 3) $S_2 = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{2014 \text{ c/s } 9};$
- 4) $S_4 = 3 + 2.3^2 + 3.3^3 + 4.3^4 + \dots + 2013.3^{2013};$

Bài 10. Tìm công thức số hạng tổng quát của các dãy số sau

$$1) (u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n + 11 \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*;$$

$$2) (u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{7-5u_n}{3} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*;$$

$$3) (u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{5u_n + 2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*;$$

$$4) \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3u_n + 1} \end{cases} \quad (\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N});$$

$$5) \begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1} \end{cases} \quad (\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N});$$

$$6) \begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 4 \\ u_{n+1} = 4u_n - 3u_{n-1} \end{cases} \quad (\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}).$$

Bài 11. Tìm giới hạn của các dãy số sau

$$1) u_n = \frac{n^2 - 2n + 3}{n\sqrt{n^2 + n + 1}};$$

$$2) u_n = \frac{n^3 - n\sqrt{n} + 1}{-n^4 - n + 3};$$

$$3) u_n = \frac{n - \sqrt{n^2 + 2n - 1}}{2n + \sqrt{4n^2 - 3n + 1}};$$

$$4) u_n = \frac{\sqrt{n^2 + n - 1} - \sin^2 n}{\cos n + \sqrt{n^2 - 1}};$$

$$5) u_n = (1-n) \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{n(n^2 - 4n + 5)}};$$

$$6) u_n = \frac{(-2n-3)^{10} (3-5n^2)(2+2n)^{20}}{(5n^2 - 4n + 1)(7-64n^5)^6};$$

$$7) u_n = \frac{n(1+3+5+\dots+(2n-1))}{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2};$$

$$8) u_n = \frac{2+4+8+\dots+2^{2n+1}}{4+16+64+\dots+16^n};$$

$$9) u_n = \frac{2^n + 3^n + n - 1}{2^{n+1} + 4 \cdot 3^n};$$

$$10) u_n = \frac{3^n - 3n}{2^{2n+1} + 3^{n+2}};$$

$$11) u_n = \frac{n + \sqrt[3]{1-n^3}}{n - \sqrt{n^2 - 1}};$$

$$12) u_n = 3n - \sqrt{4n^2 - 2n - 1};$$

$$13) u_n = \sqrt{n^2 - 3n + 1} - \sqrt{n^2 + n - 1};$$

$$14) u_n = n + 1 - \sqrt[3]{n^3 - 2n^2 + 1};$$

$$15) u_n = \sqrt{2n^2 - 2n - 1} - \sqrt[3]{4n^3 + 1};$$

$$16) u_n = 2n - \sqrt{n^2 - n} - \sqrt[3]{n^3 + 1}.$$

Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD . Gọi M là trung điểm của SA và N là một điểm thuộc cạnh SC , (N không trùng với trung điểm SC).

- 1) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng hai mặt phẳng (ABN) và (CDM) .
- 2) Xác định giao điểm của MN với mặt phẳng (SBD) .
- 3) Gọi P là điểm thuộc cạnh AB . Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNP) .

Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là một điểm di động trên cạnh AB và (α) là mặt phẳng qua M , song song với BC, SA .

- 1) Xác định các điểm N, P, Q lần lượt là giao điểm của (a) với SB, SC, CD . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?
- 2) Gọi $I = MN \cap PQ$. Chứng minh I nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm $O, AC = a, BD = b$, tam giác SBD đều.

- 1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- 2) Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD, SCD . Chứng minh GG' song song với mặt phẳng (SAC) .
- 3) Gọi M là điểm di động trên đoạn AO với $AM = x, \left(0 < x \leq \frac{a}{2}\right)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (SBD) . Tìm thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$.
- 4) Tính diện tích thiết diện tìm được ở câu c) theo a, b, x . Tìm x để diện tích này đạt giá trị lớn nhất.

Bài 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a . Trên các cạnh $AB, CC', C'D'$ và AA' lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = C'N = C'P = AQ = x (0 \leq x \leq a)$.

- 1) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng và MP, NQ cắt nhau tại một điểm cố định.
- 2) Chứng minh $(MNPQ)$ đi qua một đường thẳng cố định.
- 3) Dựng thiết diện của hình hộp khi cắt bởi $(MNPQ)$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của chu vi thiết diện.