

Mã đề 121

(Đề gồm 05 trang)

Họ, tên thí sinh:SBD:

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A.** $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = -x^5 + x^3 + 2x^2$.

- A.** $y' = -5x^4 + 3x^2 + 4x$. **B.** $y' = 5x^4 + 3x^2 + 4x$.
C. $y' = -5x^4 - 3x^2 - 4x$. **D.** $y' = 5x^4 - 3x^2 - 4x$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2;1)$. Phép tịnh tiến vector $\vec{v}(3;-4)$ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

- A.** $A'(5;-5)$. **B.** $A'(1;-3)$. **C.** $A'(-3;1)$. **D.** $A'(-5;5)$.

Câu 4: Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$.

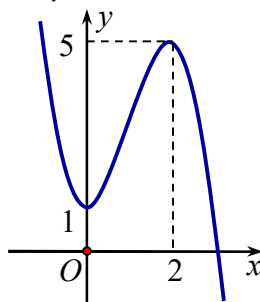
- A.** $y = 2$. **B.** $y = 4$. **C.** $y = \frac{1}{2}$. **D.** $y = -2$.

Câu 6: Tính $I = \int 3^x dx$.

- A.** $I = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $I = 3^x \ln 3 + C$. **C.** $I = 3^x + C$. **D.** $I = 3^x + \ln 3 + C$.

Câu 7: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm?

- A.** $Q(3; 1)$. **B.** $M(1; 3)$. **C.** $P(7; -1)$. **D.** $N(-1; 7)$.

Câu 8: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

- A.** $y = -x^3 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

- A. $\frac{52}{3}$. B. 20. C. 6. D. $\frac{65}{3}$.

Câu 24: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ là
A. $y = 2x + 4$. B. $y = -x + 2$. C. $y = 2x - 4$. D. $y = -2x + 4$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 26: Đặt $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .
A. $\log_6 5 = a + b$. B. $\log_6 5 = a^2 + b^2$. C. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. D. $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$.

Câu 27: Khẳng định nào dưới đây là sai?
A. $\log x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. B. $\log_5 x \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1$.
C. $\log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a > b > 0$. D. $\log_{\frac{1}{5}} a = \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a = b > 0$.

Câu 28: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} \leq 243$ là:
A. $2 \leq x \leq 7$. B. $x < 7$. C. $x \leq 7$. D. $x \geq 7$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $f'(x) = F(x)$, $\forall x \in K$. B. $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in K$.
C. $F(x) = f(x)$, $\forall x \in K$. D. $F'(x) = f'(x)$, $\forall x \in K$.

Câu 30: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$.
A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 31: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.
A. $\frac{3V}{4}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{4}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.BCD$ là:
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 33: Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao bằng 3. Bán kính đường tròn đáy bằng:
A. 2. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 1.

Câu 34: Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0$.
A. $\frac{105\pi}{2}$. B. $\frac{115\pi}{2}$. C. $\frac{297\pi}{4}$. D. $\frac{299\pi}{4}$.

Câu 35: Trên mặt phẳng Oxy ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; 0)$. Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$.
A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{8}{21}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{7}$

Câu 36: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng

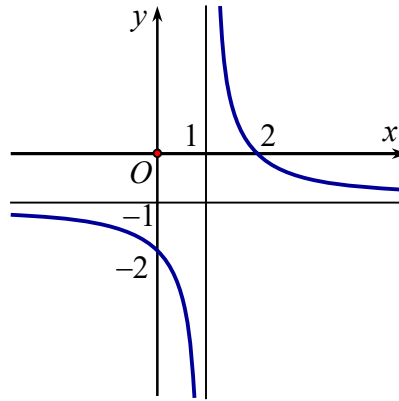
A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b < 0 < a$.

B. $0 < b < a$.

C. $b < a < 0$.

D. $0 < a < b$.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 2.

B. 9.

C. 3.

D. 7.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 2m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (-2; 2)$.

B. $m \in (-1; 1)$.

C. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

D. $m \in (-2; +\infty)$.

Câu 40: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + 4x + 7$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$. Tính tổng tất cả phần tử của S .

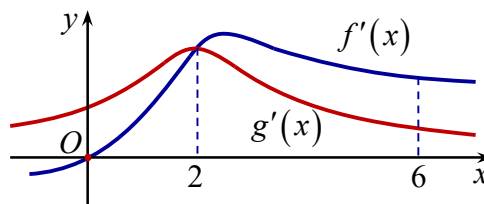
A. 4.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Câu 41: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là

A. $h(6)$, $h(2)$.

B. $h(2)$, $h(6)$.

C. $h(0)$, $h(2)$.

D. $h(2)$, $h(0)$.

Câu 42: Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng M với lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền là 0,6% tháng. Gọi A đồng là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3.500.000.000 < A < 3.550.000.000$.

B. $3.400.000.000 < A < 3.450.000.000$.

C. $3.350.000.000 < A < 3.400.000.000$.

D. $3.450.000.000 < A < 3.500.000.000$.

Câu 43: Với tham số thực k thuộc tập S nào dưới đây để phương trình $\log_2(x+3) + \log_2 x^2 = k$ có một nghiệm duy nhất?

A. $S = (-\infty; 0)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = (4; +\infty)$.

D. $S = (0; +\infty)$.

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị của tham số m bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- A. $m \in (-\infty; 0]$. B. $m \in (0; +\infty)$.
C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Câu 45: Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB = BC = CD = DA = 1$ và AC, BD thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{27}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$.

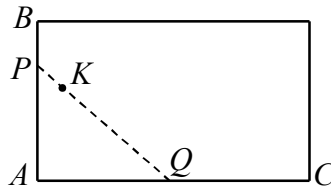
Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 > 1$) là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính giá trị của $S = x_0 + 4y_0$.

- A. $S = 8$. B. $S = \frac{17}{4}$. C. $S = \frac{23}{4}$. D. $S = 2$.

Câu 47: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ có đồ thị (C) và điểm $I(1; 1)$. Biết rằng có hai giá trị của tham số m (kí hiệu m_1, m_2 với $m_1 < m_2$) sao cho hai điểm cực trị của (C) cùng với I tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\sqrt{5}$. Tính $P = m_1 + 5m_2$.

- A. $P = 2$. B. $P = \frac{5}{3}$. C. $P = -\frac{5}{3}$. D. $P = -2$.

Câu 48: Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc nhỏ của hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là 1 m và cách bờ AC là 8 m, rồi dùng một cây sào ngăn một góc nhỏ của hồ để thả bè (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB, AC và cây cọc K (bỏ qua đường kính của sào).



- A. $\frac{5\sqrt{65}}{4}$. B. $5\sqrt{5}$. C. $9\sqrt{2}$. D. $\frac{5\sqrt{71}}{4}$.

Câu 49: Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$ với $a > 1, b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 4$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 50: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, S là điểm đối xứng với O qua CD' . Thể tích của khối đa diện $ABCDSA'B'C'D'$ bằng

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{7}{6}a^3$ C. a^3 D. $\frac{2}{3}a^3$

----- Hết -----

**Thí sinh KHÔNG được sử dụng tài liệu.
Giám thị không giải thích gì thêm.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	B	B	D	A	B	C	C	C	D	C	D	A	C	C	D	B	D	B	A	D	B	D	A
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
C	C	C	B	A	B	A	A	A	A	D	C	D	B	D	A	C	B	A	A	A	A	B	C	B

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

1A	2A	3B	4B	5D	6A	7B	8C	9C	10C
11D	12C	13D	14A	15C	16C	17D	18B	19D	20B
21A	22D	23B	24D	25A	26C	27C	28C	29B	30A
31B	32A	33B	34A	35A	36D	37C	38D	39B	40D
41A	42C	43B	44A	45A	46A	47A	48B	49C	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn A

Ta có $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 2. Chọn A

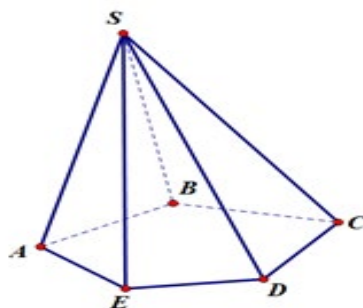
Do công thức $(x^n)' = nx^{n-1}$ nên suy ra $y' = -5x^4 + 3x^2 + 4x$

Câu 3. Chọn B

$$T_v(A) = A' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} x' = -2 + 3 \\ y' = 1 + (-4) \end{cases} \Rightarrow A'(1; -3)$$

Câu 4. Chọn B



Câu 5: Chọn D .

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - 4}{2 - \frac{1}{x}} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ là tiệm cận ngang của hàm số}$$

Câu 6: Chọn A .

$$\text{Vì } I = \int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$$

Câu 7: Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ Loại đáp án A, C.}$$

$$y'' = 6x$$

$$y''(1) = 6 > 0 \text{ nên } x = 1 \text{ là điểm cực tiểu. Vậy chọn B.}$$

Câu 8: Chọn C

Ta có Từ đồ thị ta có đồ thị là hàm số bậc ba với $a < 0$ và $x = 0 \Rightarrow y = 1$

Vậy ta chọn đáp án C.

Câu 9. Chọn C

Dựa vào BBT:

Trên khoảng $(-1; 3)$, y' đổi dấu nên đáp án A sai.

Trên khoảng $(-1; +\infty)$, y' đổi dấu nên đáp án B sai.

Trên khoảng $(-\infty; 1)$, y' đổi dấu nên đáp án D sai

Trên khoảng $(-1; 1)$, $y' < 0$ nên đáp án C đúng

Câu 10. Chọn C

$$\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 \Rightarrow \text{TXĐ: } D = (1; +\infty)$$

Câu 11. Chọn D

Xét hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$

Ta có $y' = \left(\frac{2}{e}\right)^x \cdot \ln\left(\frac{2}{e}\right) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12. Chọn C

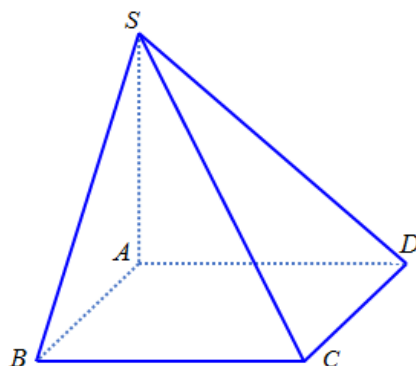
Câu 13. Chọn D

Hình tứ diện có 6 cạnh.

Câu 14. Chọn A

Thể tích của lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao h là: $V = Bh$.

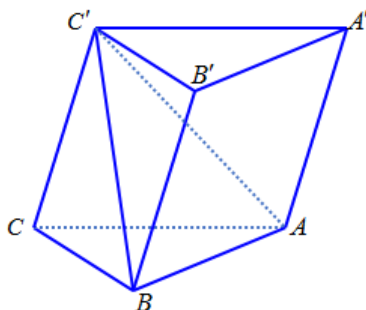
Câu 15. Chọn C



Khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao là $SA = a\sqrt{3}$ và diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 16. Chọn C



Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khối chóp $C'.ABC$ có cùng chiều cao h và diện tích đáy B .

Suy ra: $\frac{V_{C'.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3}Bh}{Bh} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}V$

Câu 17. Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 5.20 = 100\text{m}^2$.

Câu 18. Chọn B

Thể tích khối trụ là $\pi R^2 h$

Câu 19. Chọn D

Ta có

$$\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21} = \sum_{k=0}^{21} C_n^k \cdot x^k \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^{21-k} = \sum_{k=0}^{21} C_n^k \cdot (-2)^{21-k} \cdot x^{3k-42}$$

Để số hạng không chứa x thì $3k - 42 = 0 \Leftrightarrow k = 14$.

Vậy số hạng không chứa x cần tìm là $-2^7 \cdot C_{21}^{14} = -2^7 \cdot C_{21}^7$

Câu 20. Chọn B

Giả sử cấp số nhân đã cho có công bội là $q, (q < 0)$.

Ta có

$$\begin{cases} u_3 = 12 \\ u_7 = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^2 = 12 \\ u_1 \cdot q^6 = 192 \end{cases}$$
$$\Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow \begin{cases} q = 2, (l) \\ q = -2, (tm) \end{cases}, \text{ và } u_1 = 3$$

Vậy $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = -1536$

Câu 21: Chọn A

Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x$.

Do tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ song song với đường thẳng $y = 3x + 2$ nên ta được $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 6x_0 = 3 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 3$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(1; 3)$ là $y = 3(x - 1) + 3 \Leftrightarrow y = 3x$.

Câu 22: Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

Hoặc quan sát bảng biến thiên, tìm các điểm mà đồ thị hàm số đi qua rồi rút ra kết luận.

Câu 23. Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\text{Khi đó: } y' = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$$

Ta có:

$$f(1) = 1 + \frac{4}{1} = 5$$

$$f(2) = 2 + \frac{4}{2} = 4$$

$$f(3) = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$$

Vậy $f_{\min} = f(2) = 4$; $f_{\max} = f(3) = \frac{13}{3}$. Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất là 20.

Câu 24. Chọn D

Xét $y' = 3x^2 - 12x + 9$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = 3 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$

BBT:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Vậy hàm số có hai điểm cực trị là $(1; 2)$ và $(3; -2)$.

Gọi phương trình đi qua hai điểm cực trị dạng $y = ax + b$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1.a + b = 2 \\ 3.a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $y = -2x + 4$.

Câu 25: Chọn A

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$(x+1)^2$	$+$	0	$+$	$+$	$+$
$(x-1)^3$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$2-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 26: Chọn C

Ta có:

$$a = \log_2 5 \Leftrightarrow \log_5 2 = \frac{1}{a}, \quad b = \log_3 5 \Leftrightarrow \log_5 3 = \frac{1}{b}.$$

Khi đó:

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Câu 27. Chọn C

$$\text{Do } 0 < \frac{1}{5} < 1 \text{ nên } \log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow 0 < a < b.$$

Câu 28. Chọn C

$$\text{Do } 3 > 1 \text{ nên } 3^{x-2} \leq 243 = 3^5 \Leftrightarrow x-2 \leq 5 \Leftrightarrow x \leq 7.$$

Câu 29. Chọn B

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên K nên theo định nghĩa nguyên hàm của hàm số ta có: $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 30. Chọn A

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$ là số nghiệm của phương trình

$$\text{hoành độ giao điểm : } x + \frac{2}{x-1} = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 = 2x^2 - 2x \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(TM) \\ x = 2(TM) \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$ cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ $x = -1, x = 2$.

Câu 31. Chọn B

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} + V_{ABC'B'C'}$ mà $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$.

$$\text{Suy ra } V_{ABC'B'C'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2V}{3}$$

Câu 32. Chọn A

Ta có $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp (BCD)$, $A \in (BCD)$

$$\text{Do đó } V_{S.BCD} = \frac{1}{3}SA.S_{BCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}\frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

Câu 33. Chọn B

$$V = \pi R^2 h \Leftrightarrow 4\pi = \pi.R^2.3 \Leftrightarrow R^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 34. Chọn A

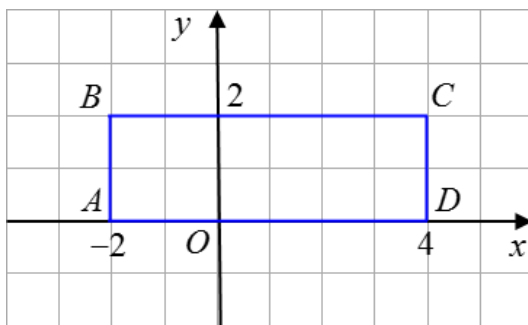
$$\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1(n) \\ \sin 2x = -2(l) \end{cases}$$

$$\sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 \leq \frac{-\pi}{4} + k\pi \leq 10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{41}{4} \Rightarrow k \in \{1, 2, \dots, 10\}$$

$$\Rightarrow S = 10 \cdot \frac{-\pi}{4} + (1 + 2 + \dots + 10) \cdot \pi = \frac{105\pi}{2}.$$

Câu 35. Chọn A



+ Từ hình vẽ ta thấy, trong hình chữ nhật (tính cả trên các cạnh của hình chữ nhật) có tổng cộng 21 điểm có tọa độ nguyên.

Chọn ngẫu nhiên 1 điểm từ 21 điểm có tọa độ nguyên

$$\Rightarrow \text{Số kết quả có thể xảy ra } n(\Omega) = 21.$$

+ Gọi A là biến cố “Con châu chấu đáp xuống điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$, $x, y \in \mathbb{Z}$ ”

Trường hợp 1: $y = 0 \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x \in \{-2; -1; 0; 1\} \Rightarrow$ có 4 cách

Trường hợp 2: $y = 1 \Rightarrow x < 1 \Rightarrow x \in \{-2; -1; 0\} \Rightarrow$ có 3 cách

Trường hợp 3: $y = 2 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow x \in \{-2; -1\} \Rightarrow$ có 2 cách

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ке $BH \perp B'O$.

$$\left. \begin{array}{l} BH \perp AC \\ BH \perp OB' \end{array} \right\} \Rightarrow BH \perp (AB'C) \Rightarrow d(B, (AB'C)) = BH$$

Xét tam giác BOB' vuông tại B : $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37. Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có:

$A(2;0) \in (C) \Rightarrow 2a - b = 0$. Do đó $a = -1$. Vậy $b < a < 0$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}$. Có 7 giá trị thỏa mãn.

Câu 39: Chọn B

$$x^3 - 3x + 2m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x = -2m (*)$$

Đặt $f(x) = x^3 - 3x, x \in \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

(*) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $y_{CT} < -2m < y_{CD} \Leftrightarrow y(1) < -2m < y(-1)$

$$\Leftrightarrow -2 < -2m < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1.$$

Câu 40: Chọn D

$$y' = x^2 + 2(m+1)x + 4 \text{ và } \Delta'_{y'} = (m+1)^2 - 4.$$

TH1: $\Delta'_{y'} \leq 0$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $\Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$. Theo yêu cầu bài toán, (*)

$$\text{Theo định lý Viet, ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}.$$

$$\text{Thay vào phương trình (*), ta được: } 4(m+1)^2 + 16 = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó, } S = 0 + (-2) = -2.$$

Câu 41. Chọn A

$$\text{Ta có } h'(x) = f'(x) - g'(x); h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow x = 2 \in [0; 6].$$

$$h(0) = f(0) - g(0); h(2) = f(2) - g(2); h(6) = f(6) - g(6).$$

$$\text{Có } f(0) - f(6) < g(0) - g(6) \Leftrightarrow f(0) - g(0) < f(6) - g(6) \Leftrightarrow h(0) < h(6). \quad (1)$$

$$\text{Gọi } S_1 \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi } y = 0; y = f'(x), x = 0, x = 2.$$

$$\text{Gọi } S_2 \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi } y = 0; y = g'(x), x = 0, x = 2.$$

$$\text{Theo hình vẽ ta có: } S_1 = \int_0^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0); S_2 = \int_0^2 g'(x) dx = g(2) - g(0).$$

$$S_2 > S_1 \Leftrightarrow g(2) - g(0) > f(2) - f(0) \Leftrightarrow f(0) - g(0) > f(2) - g(2) \Leftrightarrow h(0) > h(2). \quad (2)$$

$$\text{Từ (1); (2) suy ra } h(2) < h(0) < h(6).$$

$$\text{Vậy } \underset{[0;6]}{\text{Max}} h(x) = h(6); \underset{[0;6]}{\text{Min}} h(x) = h(2).$$

Câu 42. Chọn C

Quy đổi 25 năm là 300 tháng.

$$\text{Áp dụng công thức: } A = \frac{A_0}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r) = \frac{4.000.000}{0.6\%} \left[(1+0.6\%)^{300} - 1 \right] (1+0.6\%) = 3.364.866.655.$$

Câu 43. Chọn B

$$\log_2(x+3) + \log_2 x^2 = k \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \neq 0 \\ x^2(x+3) = 2^k \end{cases} \quad (*)$$

Phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất khi và chỉ khi phương trình (*) có đúng một nghiệm

$$x \in (-3; +\infty) \setminus \{0\}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x^2(x+3) \text{ trên tập } (-3; +\infty)$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 + 6x$$

Bảng biến thiên:

x	-3	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	4	0	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta có, phương trình (*) có đúng một nghiệm $x \in (-3; +\infty) \setminus \{0\}$ khi và chỉ khi $2^k > 4 \Leftrightarrow k > 2$.

Vậy $S = (2; +\infty)$

Câu 44. Chọn A

Đặt $2^x = t (t > 0)$.

Bất phương trình đã cho trở thành $\frac{t^2}{4} - m(t+1) > 0 \Leftrightarrow m < \frac{t^2}{4(t+1)}$ (1) (do $t > 0$ nên $t+1 > 0$).

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{4(t+1)}$ liên tục trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t}{4(t+1)^2} > 0 \forall t > 0$.

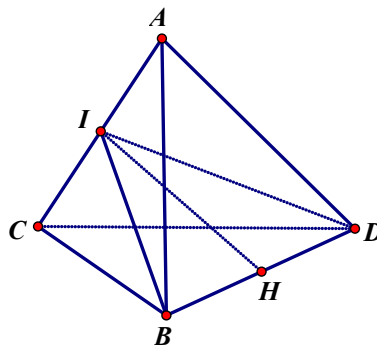
Suy ra hàm số $y = f(t)$ liên tục, đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Suy ra $f(t) > f(0) = 0 \forall t > 0$.

Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ Bất phương trình (1) đúng với mọi $t > 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Vậy với $m \leq 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Chọn A



Gọi I, H lần lượt là trung điểm của AC, BD .

Ta có $\begin{cases} BI \perp AC \\ DI \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (IBD)$ và $V_{IBCD} = V_{IABD}$.

Đặt $AC = BD = x$. Ta có $IB = \sqrt{AB^2 - AI^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$.

Và $IH = \sqrt{IB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}$.

Diện tích tam giác IBD là $S_{IBD} = \frac{1}{2} IH \cdot BD = \frac{x}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}$ với $0 < x < \sqrt{2}$.

$$\text{Suy ra } V_{ABCD} = 2V_{IBCD} = \frac{2}{3}IC \cdot S_{IBD} = \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}} = \frac{x^2}{6} \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x^2 \sqrt{2 - x^2} \quad (0 < x < \sqrt{2}) \text{ với } f'(x) = \frac{x(4 - 3x^2)}{\sqrt{2 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$
y'		+	0
y			$\frac{4\sqrt{6}}{9}$
	0		0

$$\text{Ta có } \max_{(0, \sqrt{2})} f(x) = \frac{4\sqrt{6}}{9}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối tứ diện } ABCD \text{ lớn nhất là } \max_{(0, \sqrt{2})} V = \frac{4\sqrt{6}}{9} : (6\sqrt{2}) = \frac{2\sqrt{3}}{27}.$$

Câu 46. Chọn A

$$\text{Pttt của đồ thị } (C) \text{ tại } M(x_0; y_0) \text{ là: } y = \frac{-1}{2(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + \frac{2x_0 - 1}{2x_0 - 2} \quad (x_0 \neq 1)$$

Tiếp tuyến cắt tiệm cận đứng $x = 1$ tại điểm $A\left(1; \frac{x_0}{x_0 - 1}\right)$ và cắt tiệm cận ngang $y = 1$ tại điểm

$B(2x_0 - 1; 1)$. Với $I(1; 1)$ là giao của hai đường tiệm cận.

$$S_{\Delta OIB} = \frac{1}{2} \cdot d(O; IB) \cdot IB = \frac{1}{2} \cdot |2(x_0 - 1)|$$

$$S_{\Delta OIA} = \frac{1}{2} \cdot d(O; IA) \cdot IA = \frac{1}{2} \left| \frac{1}{x_0 - 1} \right|$$

$$S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot |2(x_0 - 1)| = 8 \cdot \frac{1}{2} \left| \frac{1}{x_0 - 1} \right|$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3, y_0 = \frac{5}{4} \\ x_0 = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } S = x_0 + 4y_0 = 8$$

Câu 47: Chọn A

*TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

* Ta có

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1);$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{cases}.$$

Giả sử hai điểm cực trị của (C) là A và B, khi đó

: $A(m + 1; -2m - 2); B(m - 1; -2m + 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5} = 2R$ (Với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABI). Vậy tam giác ABI vuông tại I .

Ta có

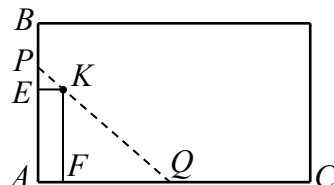
$$A(m+1; -2m-2); B(m-1; -2m+2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5} = 2R,$$

$$\overrightarrow{IA} = (m; -2m-3), \overrightarrow{IB} = (m-2; -2m+1);$$

$$\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow 5m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{5} \end{cases}.$$

Theo giả thiết ta có $m_1 = -1, m_2 = \frac{3}{5} \Rightarrow P = 2$.

Câu 48. Chọn B



Đặt $AP = a, AQ = b$ ($a, b > 0$).

Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của K xuống AB và AC .

Suy ra $KE = 1, KF = 8$.

$$\text{Ta có: } \frac{KE}{AQ} = \frac{PK}{PQ}; \frac{KF}{AP} = \frac{QK}{PQ} \Rightarrow \frac{KF}{AP} + \frac{KE}{AQ} = 1 \text{ hay } \frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1.$$

$$\text{Vì } \frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{ nên } b = \frac{a}{a-8}. \text{ Do } b > 0 \Rightarrow a > 8.$$

$$\text{Khi đó } PQ^2 = a^2 + b^2 = a^2 + \left(\frac{a}{a-8}\right)^2.$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(a) = a^2 + \left(\frac{a}{a-8}\right)^2 \text{ trên khoảng } (8; +\infty).$$

$$\text{Ta có } f'(a) = 2a + \frac{2a}{a-8} \cdot \frac{-8}{(a-8)^2} = \frac{2a[(a-8)^3 - 8]}{(a-8)^3}.$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow (a-8)^3 = 8 \Leftrightarrow a-8 = 2 \Leftrightarrow a = 10.$$

Bảng biến thiên

a	8	10	$+\infty$
$f'(a)$	-	0	+
$f(a)$	$+\infty$	125	$+\infty$

Do đó $\min_{(8; +\infty)} f(a) = f(10) = 125$.

$$\text{Vậy } \min PQ = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}.$$

Câu 49. Chọn C

$$\text{Ta có: } m = \log_a \left(\sqrt[3]{ab}\right) = \frac{1}{3} \log_a(ab) = \frac{1}{3}(1 + \log_a b).$$

$$\Rightarrow 3m = 1 + \log_a b \Rightarrow \log_a b = 3m - 1.$$

$$\text{Do } a > 1, b > 1 \text{ nên } \log_a b > \log_a 1 = 0 \Rightarrow m > \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ta có: } P = \log_a^2 b + 16 \log_b a = \log_a^2 b + \frac{16}{\log_a b} = (3m-1)^2 + \frac{16}{3m-1}, \text{ với } m \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right).$$

$$P' = 6(3m - 1) - \frac{48}{(3m - 1)^2}.$$

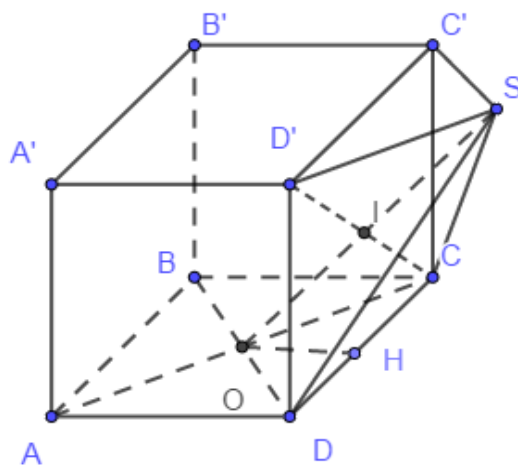
$$P' = 0 \Leftrightarrow 6(3m - 1) - \frac{48}{(3m - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow (3m - 1)^3 = 8 \Leftrightarrow 3m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 1.$$

Bảng biến thiên

m	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
P'	-	0	+
P	$+\infty$	12	$+\infty$

Vậy $\min P = 12 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 50. Chọn B



Thể tích của hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ là $V_{ABCD A'B'C'D'} = a^3$.

Thể tích của hình chóp $S.CDD'C'$ là: $V_{S.CDD'C'} = \frac{1}{3} \cdot d(S, (CDD'C')) \cdot S_{CDD'C'} = \frac{1}{3} \cdot d(O, (CDD'C')) \cdot S_{CDD'C'}$

Kẻ OH vuông góc với CD , ta có $\left. \begin{array}{l} OH \perp CD \\ OH \perp CC' \end{array} \right\} \Rightarrow OH \perp (CDD'C') \Rightarrow d(O, (CDD'C')) = OH = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$.

$$\Rightarrow V_{S.CDD'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}.$$

Ta có $V_{ABCD SA'B'C'D'} = V_{ABCD A'B'C'D'} + V_{S.CDD'C'} = a^3 + \frac{a^3}{6} = \frac{7}{6}a^3$.

-----HẾT-----