

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Câu 2 (1 điểm) Xác định tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ với đường thẳng $y = x + 7$ và viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm ấy.

Câu 3 (1 điểm) a) Giải phương trình: $\frac{1 - \cos x(2 \cos x + 1) - \sqrt{2} \sin x}{1 - \cos x} = 1$.

b) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $(1 + 2i)z + (2 - 3i)\bar{z} = -2 - 2i$. Tính mô đun của z .

Câu 4 (1 điểm) a) Giải phương trình: $x + \log_2(9 - 2^x) = 3$.

b) Gieo đồng thời ba con xúc sắc đồng chất, cân đối. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên ba con là 10.

Câu 5 (1 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 (1-x)(2+e^{2x}) dx$.

Câu 6 (1 điểm) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;4;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$ để $\triangle MAB$ là tam giác đều.

Câu 7 (1 điểm) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh C ; đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ góc 60° và $AB = AA' = a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BB', CC', BC và Q là một điểm trên cạnh AB sao cho $BQ = \frac{a}{4}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và chứng minh rằng $(MAC) \perp (NPQ)$.

Câu 8 (1 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác vuông $ABC, A = 90^\circ, AC > AB$. Gọi H là chân đường cao hạ từ A lên BC . Trên tia BC lấy điểm D sao cho $HA = HD$. Kẻ đường thẳng qua D vuông góc với BC cắt AC tại E . Biết $H(2;1)$, trung điểm của BE là $M(\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$, trung điểm của AB là

$N(\frac{3}{2}; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Câu 9 (1 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt[3]{2x+y-1} - \sqrt[3]{2y} = y - 2x + 1 \\ 2\sqrt{x+y+5} + 3\sqrt{x+2y+11} = x^2 + 3y + 16 \end{cases} \quad x, y \in \mathbb{R}$$

Câu 10 (1 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh rằng :

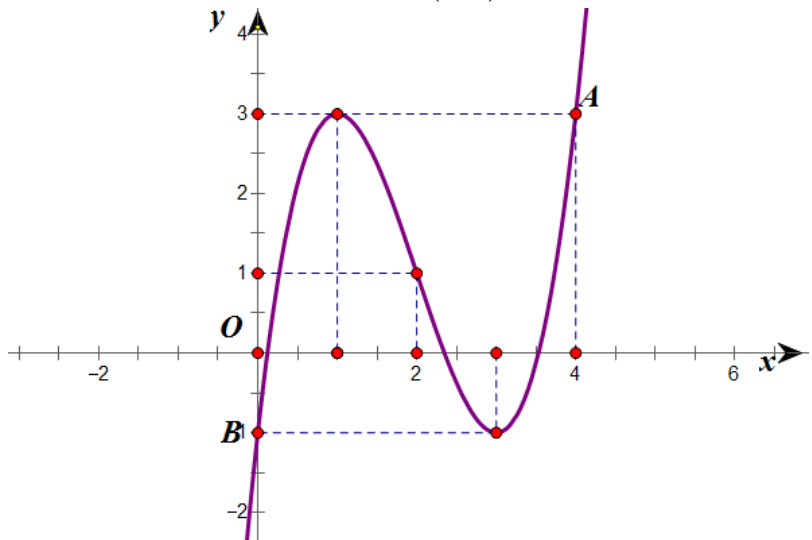
$$\frac{x(y+z)}{4-yz} + \frac{y(z+x)}{4-zx} + \frac{z(x+y)}{4-xy} \geq 2xyz.$$

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN

CÂU 1 (1,0 điểm)	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.	0,25																							
	- Chiều biến thiên: Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$. - Cực trị: Hàm đạt cực đại tại $x = 1$, $y_{CD} = 3$. Hàm đạt cực tiểu tại $x = 3$, $y_{CT} = -1$.	0,25																							
	- Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. - Bảng biến thiên:	0,25																							
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $-\infty \xrightarrow{\quad} 3 \xrightarrow{\quad} -1 \xrightarrow{\quad} +\infty$	x	$-\infty$		1		3		$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y							
x	$-\infty$		1		3		$+\infty$																		
y'		+	0	-	0	+																			
y																									
- Đồ thị: Đồ thị (C) của hàm số đi qua điểm $A(4; 3)$ và cắt trục tung tại điểm $B(0; -1)$.		0,25																							

CÂU 2 (1,0 điểm)	Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{x+1} = x+7 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 8 = 0, x \neq -1$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow y = 5 \\ x = -4 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$. Các giao điểm là $A(-2; 5), B(-4; 3)$	0,25
	$y'(-2) = 3 \Rightarrow$ tiếp tuyến tại A là $y = 3x + 11$.	0,25
	$y'(-4) = \frac{1}{3} \Rightarrow$ tiếp tuyến tại B là $y = \frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$.	0,25

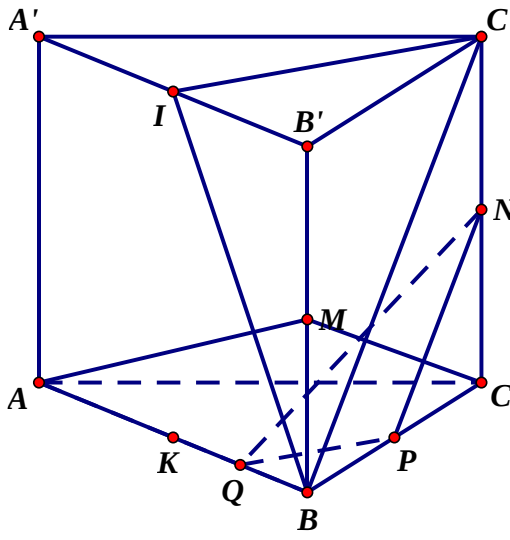
CÂU 3 (1,0 điểm)	a) (0,5 điểm)	
	Điều kiện: $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương:	0,25
	$1 - \cos x(2\cos x + 1) - \sqrt{2}\sin x = 1 - \cos x \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sqrt{2}\sin x - 2 = 0$	
	$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ (thỏa điều kiện)	0,25
	b) (0,5 điểm)	
	Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Phương trình đã cho trở thành: $(1 + 2i)(x + yi) + (2 - 3i)(x - yi) = -2 - 2i$ $\Leftrightarrow (x - 2y) + (2x + y)i + (2x - 3y) + (-3x - 2y)i = -2 - 2i$ $\Leftrightarrow (3x - 5y) + (-x - y)i = -2 - 2i$	0,25

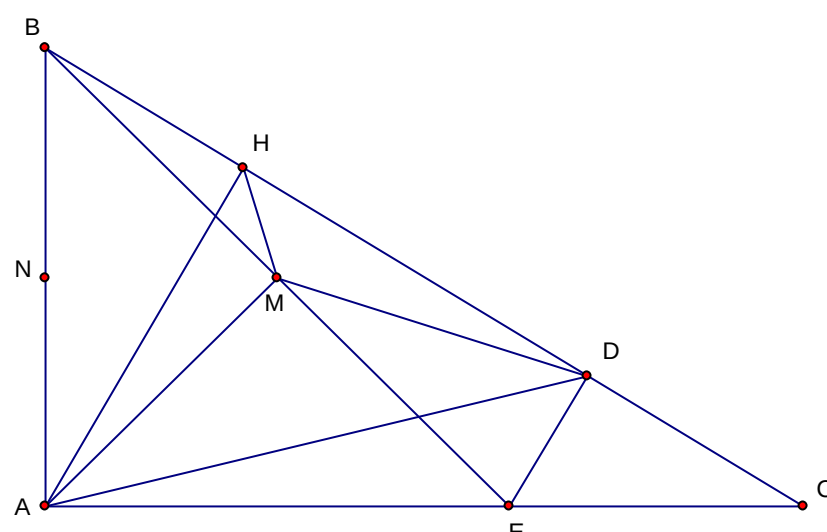
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 5y = -2 \\ -x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ Do đó $z = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$	0,25
--	--	------

CÂU 4 (1,0 điểm)	a) (0,5 điểm)	
	Điều kiện: $9 - 2^x > 0$. Phương trình đã cho tương đương: $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x \Leftrightarrow 9 - 2^x = 2^{3-x}$	0,25
	$\Leftrightarrow 9 - 2^x = \frac{8}{2^x} \Leftrightarrow 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)	0,25
	b) (0,5 điểm)	
	Gọi Ω là tập hợp tất cả các khả năng xảy ra. Ta có $n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ Gọi A là biến cố: "tổng số chấm xuất hiện trên ba con là 10". Các khả năng thuận lợi của A chính là tổ hợp có tổng bằng 10 là: (1;3;6), (1;4;5), (2;2;6), (2;3;5), (3;3;4), (2;4;4) và các hoán vị có thể của các tổ hợp này.	0,25
	Ta có $n(A) = 6 + 6 + 3 + 6 + 3 + 3 = 27$ (do (2;2;6), (3;3;4), (2;4;4) chỉ có 3 hoán vị) Vậy xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{216} = \frac{1}{8}$	0,25

CÂU 5 (1,0 điểm)	$I = \int_0^1 (1-x)(2 + e^{2x}) dx = \int_0^1 2(1-x) dx + \int_0^1 (1-x)e^{2x} dx.$	0,25
	Tính $I_1 = \int_0^1 2(1-x) dx = \int_0^1 (2-2x) dx = (2x - x^2) \Big _0^1 = 1.$	0,25
	Tính $I_2 = \int_0^1 (1-x)e^{2x} dx$. Đặt $\begin{cases} u = 1-x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow I_2 = \frac{(1-x)e^{2x}}{2} \Big _0^1 + \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2} dx = \left(0 - \frac{1}{2}\right) + \frac{e^{2x}}{4} \Big _0^1 = -\frac{1}{2} + \frac{e^2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{e^2 - 3}{4}.$	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = 1 + \frac{e^2 - 3}{4} = \frac{e^2 + 1}{4}.$	0,25

CÂU 6 (1,0 điểm)	Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB $\Rightarrow (Q): x + y - z - 3 = 0$	0,25
	Gọi d là giao tuyến của (P) và (Q) $\Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t + 1 \\ z = t \end{cases}$	0,25
	$M \in d \Rightarrow M(2; t+1; t) \Rightarrow AM = \sqrt{2t^2 - 8t + 11}, AB = \sqrt{12}$	0,25
	ΔMAB đều khi $MA = MB = AB$ $\Leftrightarrow 2t^2 - 8t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{18}}{2} \Rightarrow M\left(2; \frac{6 \pm \sqrt{18}}{2}; \frac{4 \pm \sqrt{18}}{2}\right)$	0,25

CÂU 7 (1,0 điểm)	 Gọi I là trung điểm A'B' thì $\left. \begin{matrix} C'I \perp A'B' \\ C'I \perp AA' \end{matrix} \right\} \Rightarrow C'I \perp (ABA'B')$, suy ra góc giữa BC' và mp(ABB'A') chính là góc C'BI. Suy ra $C'BI = 60^\circ$ $C'I = BI \cdot \tan C'BI = \frac{a\sqrt{15}}{2}$	0,25
	$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{A'B'C'} = AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot CI \cdot A'B' = \frac{a^3 \cdot \sqrt{15}}{4}$	0,25
	Ta có $\left. \begin{matrix} NP // BC' \\ PQ // C'I \end{matrix} \right\} \Rightarrow (NPQ) // (C'BI) \quad (1)$ $\triangle ABM = \triangle BB'I \quad (c - g - c)$ suy ra $AMB = BIB'$ suy ra $AMB + B'BI = 90^\circ \Rightarrow AM \perp BI$ Mặt khác theo chứng minh trên $C'I \perp AM$ nên $AM \perp (C'BI)$ Suy ra $(AMC) \perp (C'BI) \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $(MAC) \perp (NPQ)$	0,25

CÂU 8 (1,0 điểm)	 Ta có $AM = \frac{1}{2}AE; MD = \frac{1}{2}AE \Rightarrow MA = MD$ Từ đó suy ra: $\triangle AHM = \triangle DHM \Rightarrow AHM = DHM = 45^\circ$. Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng HM là $\vec{n}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Gọi $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ là véc tơ pháp tuyến	0,25
----------------------------	---	------

	của đường thẳng AH với $a^2 + b^2 \neq 0$.	
	Ta có $\left \cos \vec{n}, \vec{n}_1 \right = \frac{\left \vec{n} \cdot \vec{n}_1 \right }{\left \vec{n} \right \left \vec{n}_1 \right } = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{ a-b }{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$	0,25
	+ Nếu $a=0 \Rightarrow \vec{n} = 0;1 \Rightarrow AH: y-1=0 \Rightarrow BC: x-2=0 \Rightarrow B(2;b)$. Vì N là trung điểm của AB nên $A(1;4-b)$. Do $A \in AH \Rightarrow 4-b=1 \Rightarrow b=3 \Rightarrow A(1;1), B(2;3)$. Do M là trung điểm của BE $\Rightarrow E(3;0) \Rightarrow AE: x+2y-3=0 \Rightarrow C = AE \cap BC = \left(2; \frac{1}{2}\right)$ Vì $AB < AC$ nên trường hợp này không thỏa mãn.	0,25
	+ Nếu $b=0 \Rightarrow \vec{n} = 1;0 \Rightarrow AH: x-2=0 \Rightarrow BC: y-1=0 \Rightarrow B(b;1)$. Vì N là trung điểm của AB nên $A(3-b;3)$. Do $A \in AH \Rightarrow 3-b=2 \Rightarrow b=1 \Rightarrow A(2;3), B(1;1)$. Do M là trung điểm của BE $\Rightarrow E(4;2) \Rightarrow AE: x+2y-8=0 \Rightarrow C = AE \cap BC = (6;1)$ Ta thấy $AB > AC$ nên trường hợp này thỏa mãn. Vậy $A(2;3), B(1;1), C(6;1)$.	0,25

CÂU 9 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt[3]{2x+y-1} - \sqrt[3]{2y} = y-2x+1 & (1) \\ 2\sqrt{x+y+5} + 3\sqrt{x+2y+11} = x^2+3y+16 & (2) \end{cases} \quad x, y \in \mathbb{R}$	
	Điều kiện: $\begin{cases} x+2y+4 \geq 0 \\ 3x+2y+9 \geq 0 \end{cases}$ Ta có (1) $\Leftrightarrow \sqrt[3]{2x+y-1} + 2x+y-1 = \sqrt[3]{2y} + 2y$ Xét hàm số: $f(u) = u^3 + u$, hàm số $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ Và $f(\sqrt[3]{2x+y-1}) = f(\sqrt[3]{2y}) \Leftrightarrow \sqrt[3]{2x+y-1} = \sqrt[3]{2y} \Leftrightarrow y = 2x-1$	0,25
	Thay $y = 2x-1$ vào phương trình (2), ta được: $2\sqrt{3x+4} + 3\sqrt{5x+9} = x^2 + 6x + 13$ $\Leftrightarrow (2\sqrt{3x+4} - 2(x+2)) + (3\sqrt{5x+9} - 3(x+3)) = x^2 + x$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{-2x(x+1)}{\sqrt{3x+4} + (x+2)} + \frac{-3x(x+1)}{\sqrt{5x+9} + (x+3)} = x(x+1)$ $\Leftrightarrow x(x+1) \left(\frac{2}{\sqrt{3x+4} + (x+2)} + \frac{3}{\sqrt{5x+9} + (x+3)} + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ hoặc } x=-1$ (Vì $\frac{2}{\sqrt{3x+4} + (x+2)} + \frac{3}{\sqrt{5x+9} + (x+3)} + 1 > 1$)	0,25
	Với $x=0$ thì $y=-1$ Với $x=-1$ thì $y=-3$ Thử lại ta thấy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x; y) \in \{(0; -1); (-1; -3)\}$	0,25

CÂU 10 (1,0 điểm)	Với x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z=3$. Chứng minh rằng $\frac{x(y+z)}{4-yz} + \frac{y(z+x)}{4-zx} + \frac{z(x+y)}{4-xy} \geq 2xyz \quad (1)$	
	(1) $\Leftrightarrow \frac{y+z}{yz(4-yz)} + \frac{z+x}{zx(4-zx)} + \frac{x+y}{xy(4-xy)} \geq 2 \quad (2)$ Ta có: $\frac{y+z}{yz(4-yz)} \geq \frac{2\sqrt{yz}}{yz(4-yz)} = \frac{2}{\sqrt{yz(4-yz)}}$	0,25

Đặt $t = \sqrt{yz}, 0 < t < \frac{3}{2}$ Ta có : $\frac{1}{4t-t^3} \geq \frac{-t+4}{9} \Leftrightarrow 9 \geq -4t^2 + t^4 + 16t - 4t^3$ $\Leftrightarrow (t-1)^2(t^2-2t-9) \leq 0 \quad \forall t \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$	0,25
Suy ra : $\frac{y+z}{yz(4-yz)} \geq \frac{2}{\sqrt{yz}(4-yz)} \geq \frac{-2\sqrt{yz}+8}{9}$ Chứng minh tương tự ta có : $\frac{z+x}{zx(4-zx)} \geq \frac{-2\sqrt{zx}+8}{9} ; \frac{x+y}{xy(4-xy)} \geq \frac{-2\sqrt{xy}+8}{9}$	0,25
Từ đó suy ra : $VT(2) \geq \frac{-2(\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}) + 24}{9} \geq \frac{-2(x+y+z) + 24}{9} = 2. (\text{đpcm})$	0,25

Chú ý:

- 1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Điểm bài thi là tổng điểm không làm tròn.