

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ
ĐỒ THỊ HÀM SỐ TRONG CÁC ĐỀ THI THỬ
THQG

Mục lục

1	Mức độ nhận biết	3
2	Mức độ thông hiểu	66
3	Mức độ vận dụng thấp	174
4	Mức độ vận dụng cao	250
5	Các bài toán vận dụng thực tế	292

NỘI DUNG CÂU HỎI

1 Mức độ nhận biết

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa x_0 . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

- A. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$.
- B. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_0$ thì $f''(x_0) < 0$.
- C. Nếu hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$ thì $f'(x_0) = 0$.
- D. Hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$ khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$.

Lời giải.

Đáp án “Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$ ” và “Hàm số đạt cực trị tại $x = x_0$ khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$ ” cùng **sai**. Chẳng hạn xét hàm số $f(x) = x^3$ có $f'(x) = 3x^2$, $f'(0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nhưng hàm số không đạt cực trị tại $x = 0$.

Đáp án “Nếu hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_0$ thì $f''(x_0) < 0$ ” **sai** vì ít nhất ta cần có $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định chứ không phải $f''(x) < 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2. Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ là

- A. $y = 2; x = 1$.
- B. $y = 1; x = 1$.
- C. $y = -2; x = 1$.
- D. $y = 1; x = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 1$ suy ra đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x+2) = 3 > 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0, x-1 > 0 \forall x > 1$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x-1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(5-2x)^2$ trên $[0; 3]$ là

- A. $\frac{250}{3}$.
- B. 0.
- C. $\frac{250}{27}$.
- D. $\frac{125}{27}$.

Lời giải.

Ta có $y = 4x^3 - 10x^2 + 25x \Rightarrow y' = 12x^2 - 40x + 25$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \in [0; 3] \\ x = \frac{5}{6} \in [0; 3] \end{cases}$$

Ta có $y(0) = 0; y\left(\frac{5}{2}\right) = 0; y\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{250}{27}; y(3) = 3$.

Vậy $\max_{[0;3]} y = y\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{250}{27}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 4.

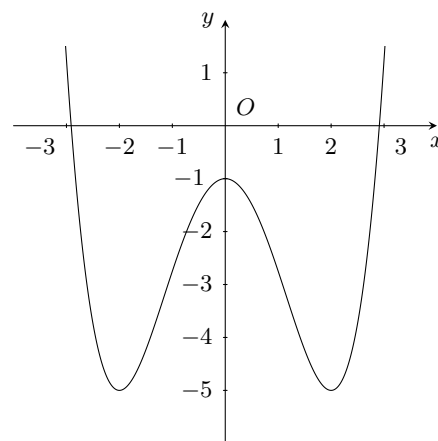
Đồ thị trong hình vẽ bên là của hàm số

A. $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 1$.

B. $y = \frac{1}{4}x^4 - x^2 - 1$.

C. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 - 1$.



Lời giải.

Nhìn vào đồ thị có dạng là đồ thị hàm số trùng phương có hệ số $a > 0$, có điểm cực đại $(0; -1)$ và điểm cực tiểu $(-2; -5)$ và $(2; -5)$.

Vì $a > 0$ nên loại đáp án $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 - 1$.

Thay điểm cực tiểu vào các đáp án còn lại ta được kết quả.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5.

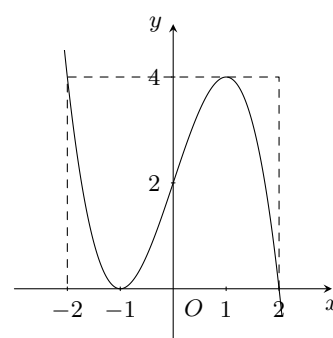
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.



Lời giải.

Căn cứ vào đồ thị, ta có

$f'(x) < 0, \forall x \in (-2; -1)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (-1, 0)$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

$f'(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 6. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $(1; +\infty)$?

A. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

C. $y = \frac{x^3}{2} - x^2 - 3x + 1$.

D. $y = \sqrt{x-1}$.

Lời giải.

Ta có: $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x - 3$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	
y	$+\infty$		$-\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 7. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$.

A. Đồng biến trên $(-2; 3)$.

B. Nghịch biến trên $(-2; 3)$.

C. Nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

D. Đồng biến trên $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

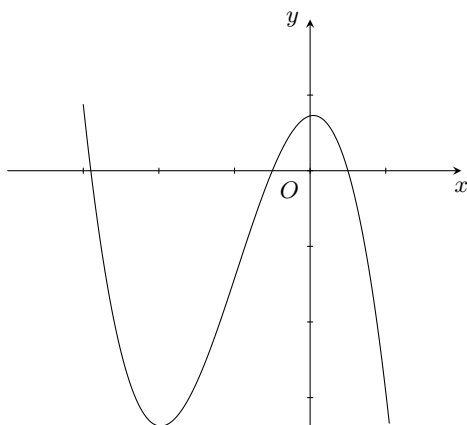
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{97}{12}$	$\searrow -\frac{51}{4}$	$\nearrow +\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2; 3)$.

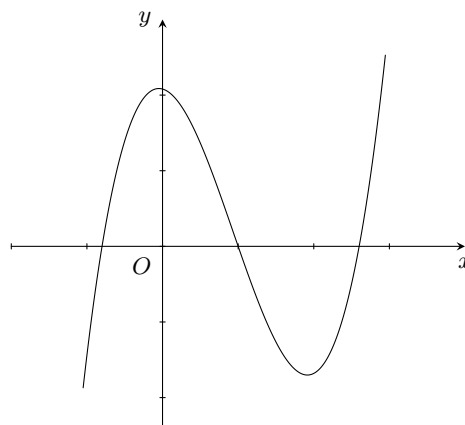
Chọn đáp án **(B)**

□

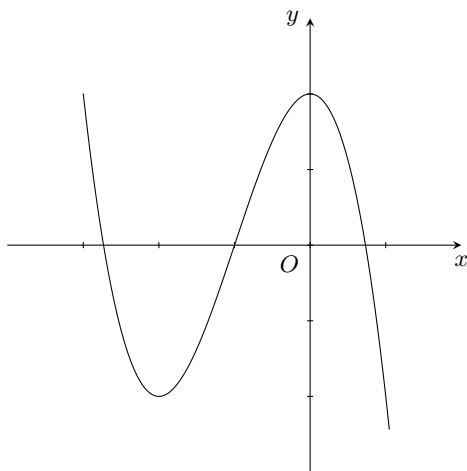
Câu 8. Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ có dạng



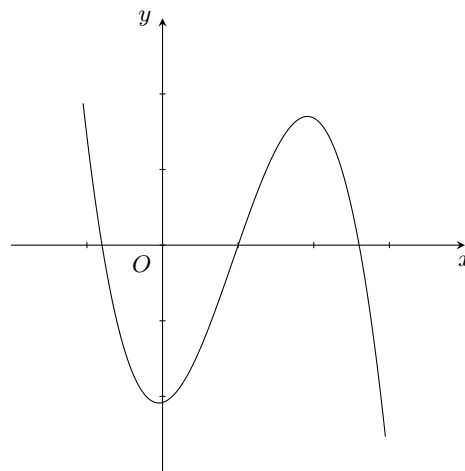
A.



B.



C.



D.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên chọn hình đồ thị có nhánh bên phải hướng xuống.

Chọn đồ thị đi qua điểm $(0; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-x^2}$ xác định trên tập $\mathcal{D} = [0; 1]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất trên $\mathcal{D}$.
- B. Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathcal{D}$.
- C. Hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $\mathcal{D}$.
- D. Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathcal{D}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \sqrt{x-x^2} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in [0; 1]$.

Ta có $f(0) = 0$; $f(1) = 0$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

Vậy $\max_{[0;1]} y = \frac{1}{2}$ khi $x = \frac{1}{2}$, $\min_{[0;1]} y = 0$ khi $\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

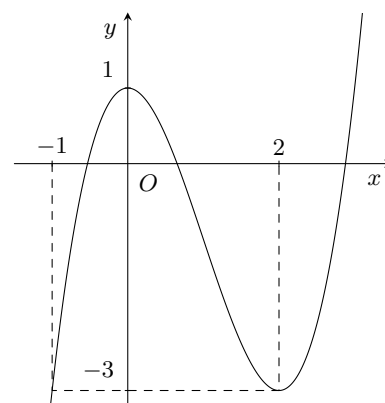
Chọn đáp án **A**

□

Câu 10.

Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây

- A. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$.
- B. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.
- C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
- D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số là đồ thị hàm bậc ba với $a > 0$. Mặt khác, đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(2; -3)$ nên đáp án là $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{3}{2}x^4 - 2mx^2 + \frac{7}{3}$ có cực tiểu mà không có cực đại.

- A. $m \geq 0$.
- B. $m \leq 0$.
- C. $m \geq 1$.
- D. $m = -1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^3 - 4mx = 2x(3x^2 - 2m)$.

Do đó hàm số trùng phương có cực tiểu mà không có cực đại khi phương trình $y' = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 0$, tương đương $m \leq 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 12. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên đoạn $[1; 2]$. Khi đó tổng $M + N$ bằng

- A. 2.
- B. -2.
- C. 0.
- D. -4.

Lời giải.

Ta có $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [1; 2] \\ x = 2 \in [1; 2] \end{cases}$.

$f(1) = -1, f(2) = -3$.

Suy ra $N = \min_{[1;2]} f(x) = f(2) = -3$, $N = \max_{[1;2]} f(x) = f(1) = -1$.

Vậy $M + N = -4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên là:

A. $x = -4$.

B. $y = 2$.

C. $x = 4$.

D. $y = \frac{-3}{4}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{x+4} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x+4} = 2.$$

Vậy $y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)** □

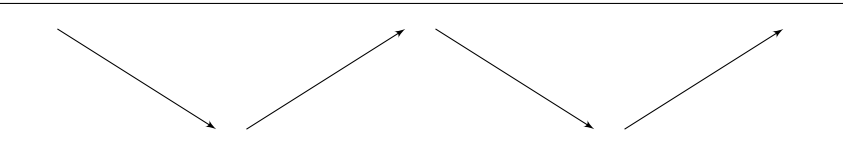
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số.

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y									

Lời giải.

Dựa vào BBT suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

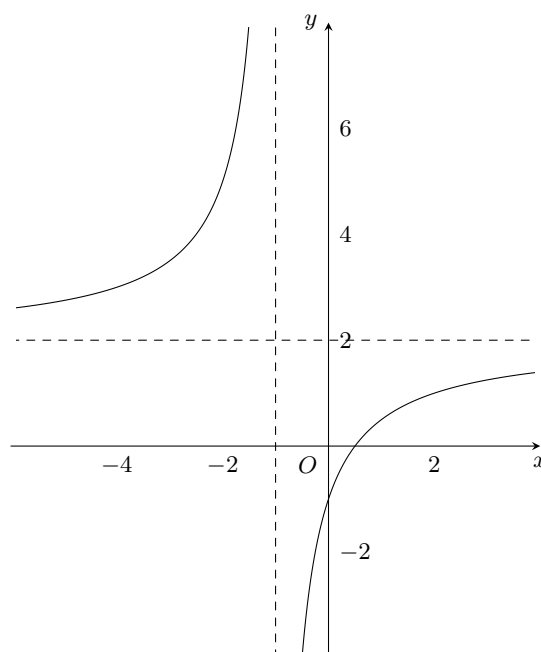
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định hàm số trên.

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{3x+1}{2x+2}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số nhận đường $x = -1$ là tiệm cận đứng nên ta loại ngay đáp án A và B vì đồ thị của hai hàm số này đều nhận đường $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số nhận đường $y = 2$ là tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Vậy hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

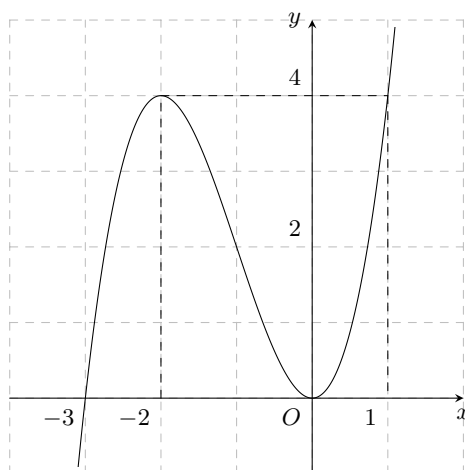
Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khoảng đồng biến của hàm số.

A. $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

B. $(-3; +\infty)$.

C. $(-\infty; -3)$ và $(0; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 17. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.

C. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

D. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 18. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2 - 5x + 6)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) không cắt trục hoành.

B. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

D. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm.

Lời giải.

Ta có $(x-2)(x^2-5x+6)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$. Suy ra đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 19. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng.

A. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 16x.$$

Ta có: $y' < 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 20.

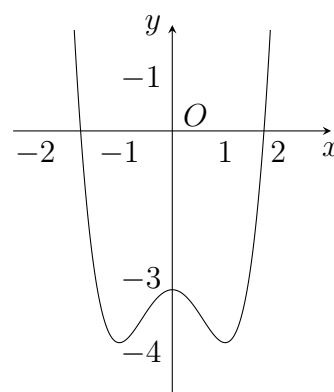
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong 4 hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.

A. $y = -x^3 + x^2 - 2$.

B. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^2 + x - 1$.



Lời giải.

Đồ thị đi qua điểm $M(0; -3)$, suy ra loại các phương án A, B, D.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 21. Điểm cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. $x = 25$.

B. $x = 3$.

C. $x = 7$.

D. $x = -1$.

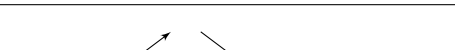
Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

Do đó điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 22.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; -2)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Lời giải.

Ta có $y' < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1) \Rightarrow y' < 0, \forall x \in (-\infty; -2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 23. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ tại điểm $M(1; 0)$ là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = -4x - 4$. C. $y = -4x + 4$. D. $y = -4x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 1 \Rightarrow y'(1) = -4$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1; 0)$ là $y = -4(x - 1) \Leftrightarrow y = -4x + 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 24. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng:

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$ trên $\mathcal{D} = [0; 3]$.

$$y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin \mathcal{D} \\ x = 1 \in \mathcal{D}. \end{cases}$$

Ta có: $y(0) = y(3) = 0, y(1) = -1$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[0; 3]$ bằng 0.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

- A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $y = 1$. D. $x = 1$.

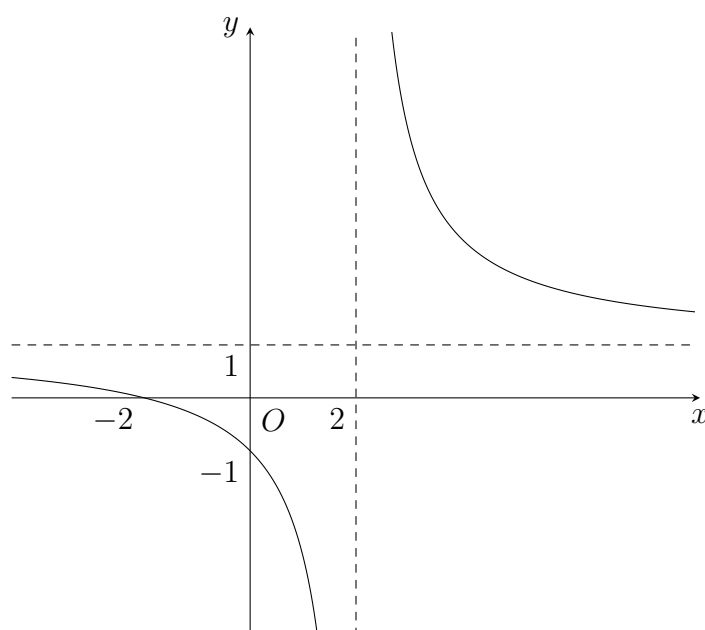
Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$.

Do đó tiệm cận ngang của đồ thị đã cho là $y = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 26. Đồ thị sau đây là của một trong 4 hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$. B. $y = \frac{x + 2}{x - 2}$. C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$. D. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$. Vậy hàm số cần tìm là

$$y = \frac{x+2}{x-2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 27. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có bảng biến thiên sau, tìm a và b .

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	a $\nearrow$ 0 $\searrow$ b $\nearrow$ $+\infty$				

A. $a = +\infty; b = 2$.

B. $a = -\infty; b = -4$.

C. $a = -\infty; b = 1$.

D. $a = +\infty; b = 3$.

Lời giải.

Phương pháp:

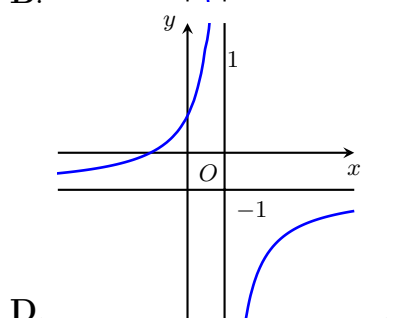
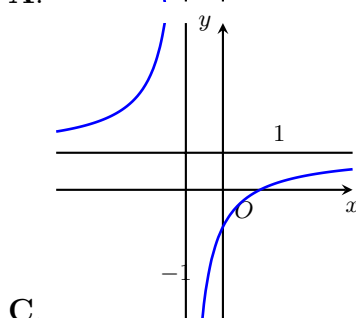
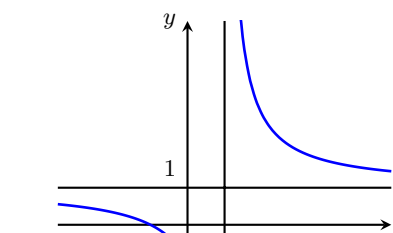
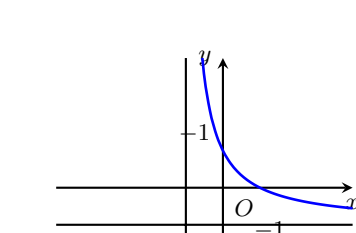
Tính giới hạn của hàm số khi x tiến đến $-\infty$ để tìm a và tính giá trị của hàm số tại $x = 0$ để tìm b .

Cách giải:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, y(0) = -4 \Rightarrow a = -\infty; b = -4.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 28. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có dạng



Lời giải.

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0, c \neq 0$) có TCD: $x = -\frac{d}{c}$ và TCN: $y = \frac{a}{c}$.

Nếu $ad-bc > 0$ thì hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Nếu $ad-bc < 0$ thì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có TCD: $x = 1$ và TCN $y = -1$ và đồng biến trên từng khoảng xác định do $1 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) = 2 > 0$.

Vậy chọn đồ thị ở câu D.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 29. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn đáp án **D**.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$. Ta xét các khẳng định sau:

- 1) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x_0)$ là giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
- 2) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x_0)$ là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
- 3) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 và đạt cực tiểu tại điểm x_1 ($x_0, x_1 \in (a; b)$) thì ta luôn có $f(x_0) > f(x_1)$.

Số khẳng định đúng là?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. 3.

Lời giải.

Chọn đáp án **C**.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 31. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số đã cho có đạo hàm không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên nó không có cực trị.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

- A. $\min_{[2;4]} y = 3$.
- B. $\min_{[2;4]} y = 7$.
- C. $\min_{[2;4]} y = 5$.
- D. $\min_{[2;4]} y = 0$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin [2; 4] \\ x = -1 \notin [2; 4] \end{cases}$ mà $\begin{cases} f(2) = 7 \\ f(4) = 57 \end{cases} \Rightarrow \min_{[2;4]} y = 7$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 33. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $y = 5$. B. $y = 0$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Lời giải.

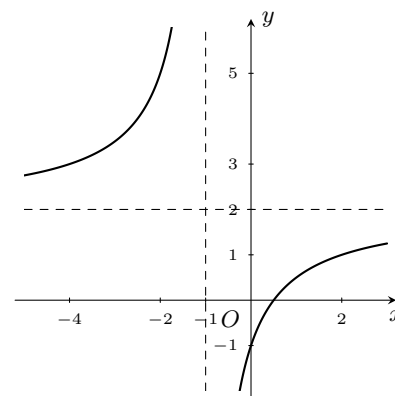
Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{x-1} = 1 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 34. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
 B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.
 C. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.
 D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1 \Rightarrow$ loại đáp án C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1) \Rightarrow$ loại đáp án B và D.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{x+1}{2-x} = \frac{x+1}{-x+2} = \frac{3}{(-x+2)^2} > 0, \forall x \neq 2$. Do đó hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	2	-2	$2\sqrt{5}$	

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$. B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$. C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$. D. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên có $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 37. Tìm cực trị của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 + 4$?

A. $x_{CD} = -1, x_{CT} = 0$.

B. $x_{CD} = 5, x_{CT} = 4$.

C. $x_{CD} = 0, x_{CT} = -1$.

D. $x_{CD} = 4, x_{CT} = 5$.

Lời giải.

+Ta có $y' = 6x^2 + 6x = 6x(x + 1) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

+Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$	5	4	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $y_{CD} = 5; y_{CT} = 4$.

Thử nghiệm: Bài toán hỏi cực trị hàm số nên loại A, C. Mặt khác $y_{CD} > y_{CT}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 38. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2 - 2x}{x + 1}$.

A. $y = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = -2$.

D. $y = 2$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 - 2x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2}{x} - 2}{1 + \frac{1}{x}} = -2 \Rightarrow y = -2$ là đường tiệm cận ngang của

hàm số.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 39.

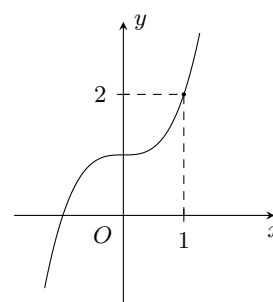
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho bởi các phương án A, B, C, D dưới đây.

A. $y = 2x^3 + 1$.

B. $y = x^3 + x + 1$.

C. $y = x^3 + 1$.

D. $y = -x^3 + 2x + 1$.



Lời giải.

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị là dạng đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$ nên ta loại đáp D.

Mặt khác đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(1; 2)$, thay vào hàm số ở các đáp án A, B, C thì chỉ có C thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 40. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 1} = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 1}$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4(x + 1)}{(x + 1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x + 1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 1}$ có

tiệm cận đứng $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tất cả hai đường tiệm cận. Chọn đáp án A.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 41. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-1	0	$-\infty$

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng -1 .
 C. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng 0 .
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 42. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4 - x^2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4)(x^2 - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là 4.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 43. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và khoảng $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định là $\mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng xét dấu của y' như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Do đó, hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 1)$.

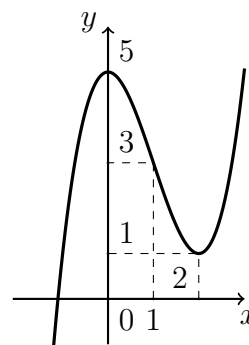
Chọn đáp án **C**

□

Câu 44.

Đường cong như hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 5$.
 B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 5$.
 C. $y = x^3 - 3x^2 + 5$.
 D. $y = x^3 - 3x + 5$.

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba có $a > 0$ do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ Loại đáp án A. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 1) \Rightarrow$ loại các đáp án B và D.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 45.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 5.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Lời giải.

Giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

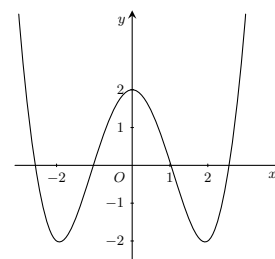
Chọn đáp án **D**

□

Câu 46.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-1; 1)$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 47. Cho hàm $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 4$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 48. Đường cong trong hình bên

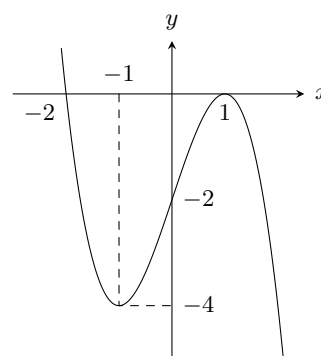
là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x - 2$.

B. $y = -x^3 + 3x + 2$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = -x^3 + 3x - 2$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$ và đồ thị cắt trục Oy tại điểm -2 nên hàm số có hệ số tự do bằng -2 .

Do đó đáp án đúng là $y = -x^3 + 3x - 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 49. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

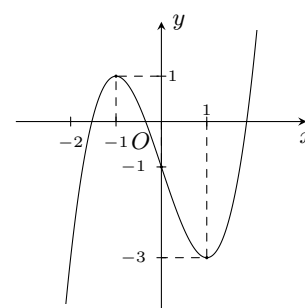
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 1)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-1; 1)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, hàm số đồng biến trên $(-2; -1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 50. Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

B. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 51. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

B. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

C. Hàm số có 1 điểm cực trị.

D. Hàm số có 2 điểm cực trị.

Lời giải.

Do hàm số trùng phương có hệ số $a > 0$ và $ab < 0$, suy ra hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 52. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. -5 .

C. 5 .

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in [0; 2]$ mà $y(0) = \frac{1}{3}, y(2) = -5$.

Vậy $\max_{x \in [0; 2]} y = y(0) = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 53. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên $[1; 2]$. Khi đó tổng $M + N$ bằng

A. 2 .

B. -4 .

C. 0 .

D. -2 .

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Do $f(1) = -1, f(2) = -3$ suy ra $\max_{x \in [1; 2]} y = y(1) = -1$ và $\min_{x \in [1; 2]} y = y(2) = -3$.

Vậy $M + N = -4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -5, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ và có bảng biến thiên như sau

x	-3	-1	1	2	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	-5	0	-2	3	

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3; 2)$.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0 .

C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3; 2)$ bằng 0 .

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2 .

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $(-3; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 55. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm

A. $M(1; 3)$.

B. $N(-1; 7)$.

C. $Q(3; 1)$.

D. $P(7; -1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3. y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

$y'' = 6x$. Ta có $y''(1) = 6 > 0$ và $y(1) = 3$.

Do đó điểm cực tiểu của đồ thị là $M(1; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 56.

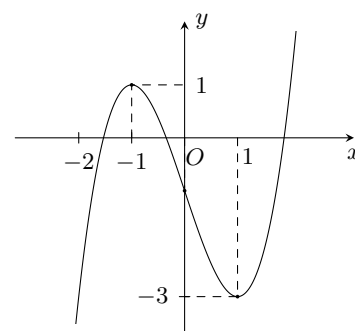
Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên?

A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$.

C. $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x - 1$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

**Lời giải.**

Đồ thị đi qua điểm $(0; -1)$ nên phương án D bị loại và đồ thị đi qua điểm $(2; 1)$ nên B loại.

Đồ thị có hai điểm cực trị nên phương án C bị loại (có $y' = x^2 + 3 > 0$).

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 3)$, thay vào phương án A thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 57. Đồ thị hàm số $y = \frac{2017x - 2018}{x + 1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x = 2017$.

B. $x = -1$.

C. $y = -1$.

D. $y = 2017$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2017x - 2018}{x + 1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2017x - 2018}{x + 1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 58. Hàm số $y = \frac{x - 7}{x + 4}$ đồng biến trên khoảng

A. $(-5; 1)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(-6; 0)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$.

Ta có $y' = \frac{11}{(x + 4)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$.

Do đó hàm số $y = \frac{x - 7}{x + 4}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$ và $(-4; \infty)$.

Vậy hàm số $y = \frac{x - 7}{x + 4}$ đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 59.

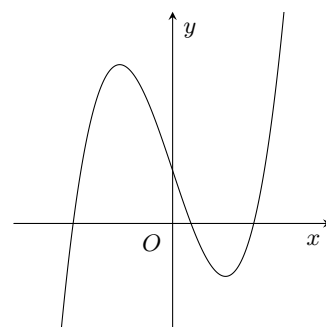
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình bên ?

A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -x^2 + x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy đây là hàm bậc ba và có hệ số $a > 0$ nên đáp án là hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 60. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 20$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-3; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}; y' > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1.$

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 61. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

A. $x = -1$.

B. $x = -2$.

C. $y = 2$.

D. $y = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-2x}{x+1} = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 62.

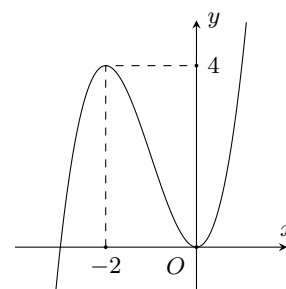
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khoảng đồng biến của hàm số.

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$ và $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.

**Lời giải.**

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 63. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho

A. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

B. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 64. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1; 1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

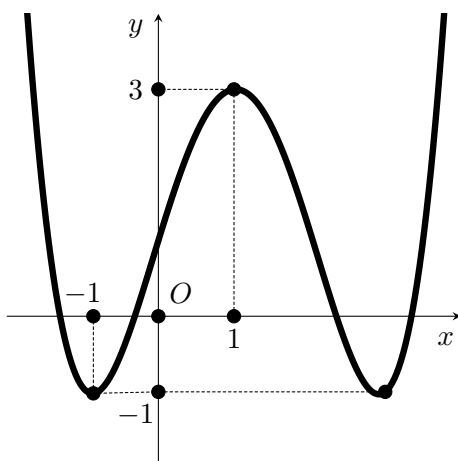
Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng cách đọc đồ thị hàm số để tìm khoảng đồng biến, nghịch biến.

Xét từ trái qua phải trên khoảng $(a; b)$ nếu đồ thị đi xuống thì hàm số nghịch biến trên $(a; b)$, nếu đồ thị đi lên thì hàm số đồng biến trên $(a; b)$.

Cách giải:

Từ hình vẽ ta thấy: Xét từ trái qua phải thì đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-1; 1)$.

Nên hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$ suy ra hàm số đồng biến trên $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 66. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $y = -2$.

D. $y = 3$.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($x \neq -\frac{d}{c}$) nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c}$ làm tiệm cận ngang và đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ làm tiệm cận đứng.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ nhận đường thẳng $y = -2$ làm tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 67. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.*Phương pháp:*Quan sát bảng biến thiên và tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ rồi kết luận.*Cách giải:*Quan sát bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $[-1; 2]$ thì hàm số đạt GTNN bằng 0 tại $x = 0$ và đạt GTLN bằng 3 tại $x = -1$.Do đó $M = 3; m = 0 \Rightarrow M + m = 3 + 0 = 3$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 68. Bảng biến thiên ở hình bên là của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗ 3		↘ -1		↗ $+\infty$

A. $y = x^3 - 5x^2 + x + 6$.

B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 7$.

D. $y = x^4 + x^2 - 3$.

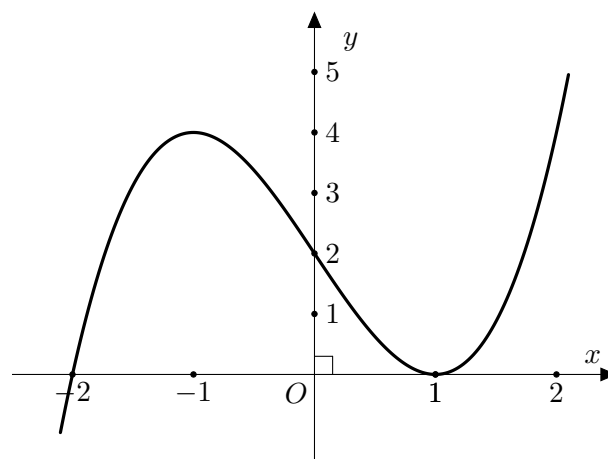
Lời giải.*Phương pháp:*

Dựa vào cách đọc Bảng biến thiên để xác định hàm số.

Tìm ra các điểm thuộc đồ thị hàm số rồi thay tọa độ vào các hàm số ở đáp án để loại trừ.

*Cách giải:*Từ bảng biến thiên, ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên loại $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 7$ và $y = x^4 + x^2 - 3$.Ta thấy điểm $(3; -1)$ thuộc đồ thị hàm số $f(x)$ nên thay $x = 3$; $y = -1$ vào hai hàm số ở phương án $y = x^3 - 5x^2 + x + 6$ và phương án $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ ta thấy chỉ có hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ thỏa mãn nên hàm số cần tìm là $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.Chọn đáp án **B**

□

Câu 69.Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận **đúng**

- A. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = 2$. B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là -1 .
 C. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$. D. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu là 0 .

Lời giải.

Phương pháp:

Dựa vào cách đọc đồ thị hàm số để tìm điểm cực trị.

Ở đây cần lưu ý giá trị cực trị của hàm số là trung độ điểm cực trị của đồ thị hàm số, điểm cực trị của hàm số là hoành độ điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Cách giải:

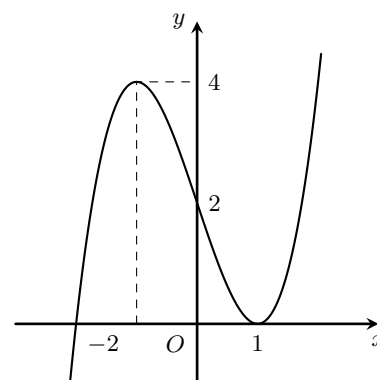
Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số nhận $(1; 0)$ làm điểm cực tiểu và điểm $(-1; 4)$ làm điểm cực đại. Nên hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu là $y_{CT} = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 70.

Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - x^2 + 1$. B. $y = x^3 + x^2 + 1$.
 C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.



Lời giải.

Từ đồ thị thấy hệ số $a > 0$ và đi qua điểm $A(0; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 71. Cho hàm số $y = \frac{8x - 5}{x + 3}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Ta có $y' = \frac{29}{(x+3)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Chọn đáp án **D** □

Câu 72. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$	

- A. $y = -x^3 - 3x - 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải.

Cách 1: Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $a > 0$ nên hàm số có bảng biến thiên là $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Cách 2: Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

BBT:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow -1$	$\searrow -5$	$\nearrow +\infty$	

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 73. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 74.

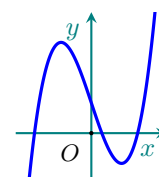
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Giá trị cực đại dương.

C. Điểm cực tiểu âm.

D. Giá trị cực tiểu dương.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

- Hàm số có hai cực trị $\Rightarrow A$ sai.
- Điểm cực đại nằm phía trên trục hoành $\Rightarrow$ Giá trị cực đại dương $\Rightarrow B$ đúng.
- Điểm cực tiểu nằm phía bên phải trục tung $\Rightarrow$ Điểm cực tiểu dương $\Rightarrow C$ sai.
- Điểm cực tiểu nằm phía dưới trục hoành $\Rightarrow$ Giá trị cực tiểu âm $\Rightarrow D$ sai.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 75. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$			3			$-\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$		
		0		0			

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 3)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 76. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

- A. $x = 1$. B. $y = 5$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là } y = 0.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 77. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 24. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Mặt khác: $f(-2) = -2; f(2) = 6; f(1) = 2; f(-1) = 6$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ là 6.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 78. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	$\frac{5}{2}$	0		$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ nên chọn đáp án D.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 79. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x + 3 = x \Leftrightarrow x^3 - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}.$$

Phương trình có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ cắt đường thẳng $y = x$ tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 80.

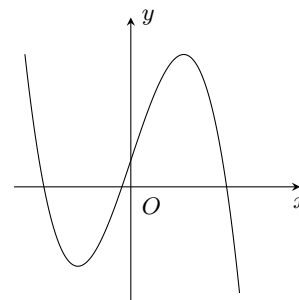
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 1.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 81.

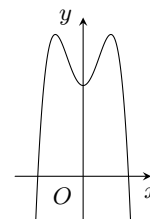
Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ bên?

A. $y = -x^2 + x - 4$.

B. $y = x^4 - 3x^2 - 4$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 + 4$.

D. $y = -x^4 + 3x^2 + 4$.



Lời giải.

+) Quan sát đường cong có dạng như hình vẽ bên là đồ thị của hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) $\Rightarrow$ đáp án A, C loại.

+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$ (hoặc $y(0) > 0$).

Vậy loại đáp án B, chọn đáp án D.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 82. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\max_{[1;3]} f(x) = 5$.

B. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$.

C. $\max_{[1;3]} f(x) = -6$.

D. $\max_{[1;3]} f(x) = 0$.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$. Ta có

$$f'(x) = 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin [1; 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [1; 3] \end{cases}$$

Mà $f(1) = 0$, $f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}$, $f(3) = -6$.

Vậy $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 83. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 1$ và $y = 2$.

B. $x = 2$ và $y = 1$.

C. $x = 1$ và $y = -3$.

D. $x = -1$ và $y = 2$.

Lời giải.

Hàm số đã cho là hàm nhất biến nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$, đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 84.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$ 0 $+$	
y	$+\infty$  $-\infty$		$+\infty$  -2  $+\infty$	

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

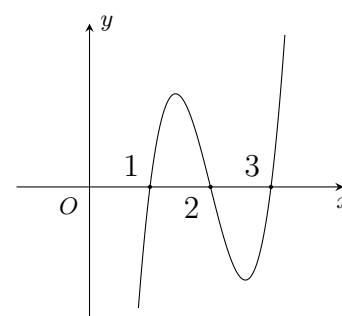
Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$, $(0; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Do đó, khẳng định “Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ ” sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 85.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bốn điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.

Lời giải.

Vì phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm và khi qua 3 nghiệm $f'(x)$ đều đổi dấu nên đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 86.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y							
	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 87. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$

A. $\min_{[2;3]} y = -3.$

B. $\min_{[2;3]} y = 3.$

C. $\min_{[2;3]} y = 2.$

D. $\min_{[2;3]} y = 4.$

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow$ Hàm số đã cho nghịch biến trên $[2; 3]$.

Suy ra $\min_{[2;3]} y = y(3) = 2.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 88.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ.

Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-2; 0).$

B. $(-4; -2).$

C. $(0; 2).$

D. $(2; 4).$

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f'(x) = 2$ có hai nghiệm phân biệt là $x = 2$ và $x = a$ với $-1 < a < 0$.

Đặt $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ thì $g'(x) = -\frac{1}{2}f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1.$

Ta có $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2.$

— $f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2 \Rightarrow 2 < 1 - \frac{x}{2} < 3 \Leftrightarrow -4 < x < -2.$

— $f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2 \Rightarrow -1 < 1 - \frac{x}{2} < a \Leftrightarrow 2 - 2a < x < 4.$

Vì $-1 < a < 0$ nên $2 < 2 - 2a < 4$. Do đó $(2 - 2a; 4) \subset (2; 4).$

Vậy hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên $(-4; -2).$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 89.

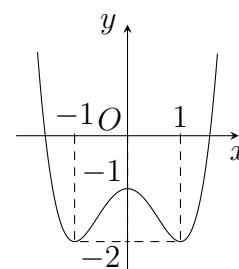
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. $-2.$

B. $0.$

C. $-1.$

D. $1.$



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta suy ra giá trị cực đại bằng -1 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 90. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$?

A. $y = 2.$

B. $y = \frac{1}{2}.$

C. $y = 4.$

D. $y = -2.$

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ nên đường thẳng $y = -2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 91. Hàm số $y = x^4 - x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; \frac{1}{2})$. B. $(\frac{1}{2}; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 4x^3$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 92. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		1		$+\infty$	
	0		-3		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 93. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-5}{x-2}$ là

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = 3$. D. $y = 3$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-5}{x-2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-5}{x-2} = -\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

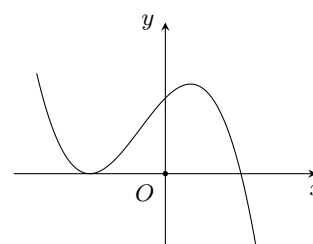
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 94.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số, số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 95. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 20$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-3; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(-3; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 - 6x + 9 = -3(x^2 + 2x - 3)$.

Khi đó $y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow x \in (-3; 1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 96. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ có điểm cực tiểu là

- A. $(-1; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(1; -2)$. D. $(-1; -2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 3 = 3(1 - x^2)$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

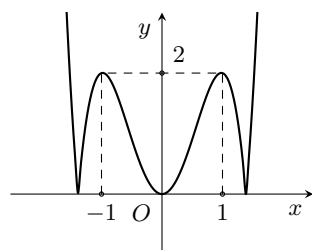
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 97. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có 5 cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 98. Họ nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi$. D. $x = k\pi$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 99.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
 C. Hàm số có 3 cực tiểu.
 D. Hàm số có giá trị cực tiểu là 0.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		2		1		4		$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 100.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -2$ và tiệm cận đứng $x = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 101. Hai đồ thị của hai hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và $y = 3x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 3x^2 - 2x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$$

Vậy hai đồ thị của hai hàm số đã cho có 3 điểm chung.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 102.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$.
 C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		0		-1		0		$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 103. Đồ thị hàm số $y = -x^4 - x^2 + 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Đạo hàm đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi qua $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực trị duy nhất của hàm số.

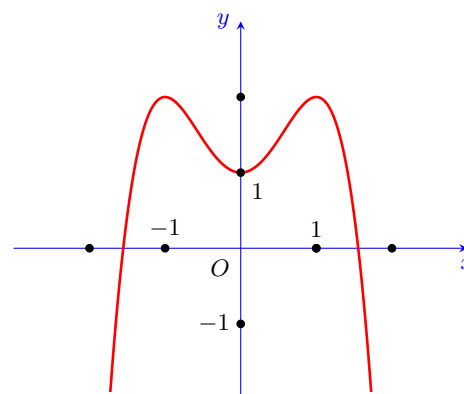
Chọn đáp án **C**

□

Câu 104.

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Lời giải.

Đây là hàm số bậc 4 trùng phương có 3 cực trị và đồ thị hướng xuống nên $a < 0, b > 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 105. Phương trình các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1 - 3x}{x + 2}$ lần lượt là

- A. $x = -2$ và $y = -3$. B. $y = -2$ và $x = -3$. C. $x = -2$ và $y = 1$. D. $x = 2$ và $y = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1 - 3x}{x + 2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1 - 3x}{x + 2} = -\infty$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - 3x}{x + 2} = -3$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -3$.

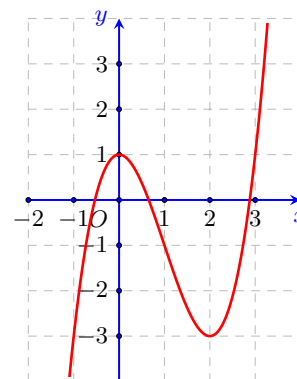
Chọn đáp án **A**

□

Câu 106.

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$.



Lời giải.

ĐTHS có điểm cực đại $(0; 1)$ điểm cực tiểu $(2; -3)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 107. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		0		$+\infty$
		-1		-1	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

- A. $-2 < m < -1$. B. $m = -2, m \geq -1$. C. $m > 0, m = -1$. D. $m = -2, m > -1$.

Lời giải.

Ta có $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm khi

$$\begin{cases} m + 1 = -1 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m > -1. \end{cases}$$

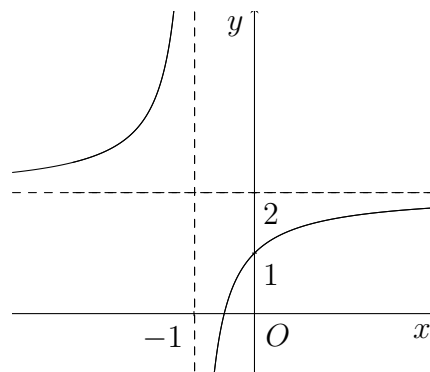
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 108.

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{x+3}{1-x}$.
C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$ và cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 109. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_{\pi}(4x^2 + 1)$. B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Lời giải.

Ta có: $0 < \frac{2}{e} < 1 \Rightarrow$ hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 110. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x-2m}$ với tham số $m \neq 0$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

- A. $2x + y = 0$. B. $x - 2y = 0$. C. $y = 2x$. D. $x + 2y = 0$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = m \Rightarrow$ đường thẳng $y = m$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Hơn nữa $\lim_{x \rightarrow (2m)^+} y = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = 2m$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Suy ra giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $(2m; m)$ thuộc đường thẳng $x = 2y$.

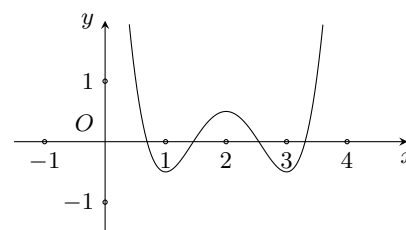
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 111.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta có hàm số có 3 cực trị, trong đó có 2 cực tiểu và một cực đại.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 112.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 0$.
 B. Hàm số có điểm cực đại $x = 5$.
 C. Hàm số có điểm cực tiểu $x = -1$.
 D. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	5	-1	$+\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 113. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên toàn trục số?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$. B. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$.
 C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x^2 - 2x + 1) = -3(x - 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên toàn trục số.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 114. Hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = -x^3 - 4x = 0 \iff x = 0$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	2	$-\infty$

Vậy hàm số có một điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 115. Hàm số $y = x^3 - 9x^2 + 1$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$.

- A. 6. B. -106. C. 0. D. -107.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 18x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}. \text{ Vậy } x_1 + x_2 = 0 + 6 = 6.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 116.

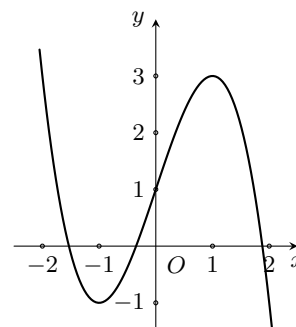
Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta có $a < 0$ và hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1, x = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 117. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$\textcircled{1} f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

② Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Vậy hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 118. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

$$\textcircled{1} y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$$

② Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

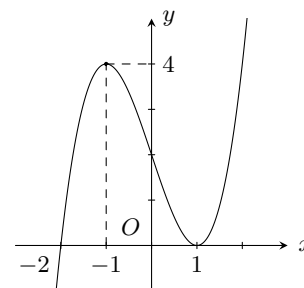
Vậy hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 119.

Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. Hàm $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- B. Hàm $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- C. Trên $(-1; 1)$ hàm $y = f(x)$ luôn tăng.
- D. Hàm $y = f(x)$ giảm trên đoạn có độ dài bằng 2.

Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có

- $f'(x) > 0$ khi $-2 < x < 1$ hoặc $x > 1$.
- $f'(x) < 0$ khi $x < -2$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2; 1)$, $(1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 120. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+		-	0	-
y	$-\infty$	2	$-\infty$		

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.
- B. Hàm số có đúng hai cực trị.
- C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2.
- D. Hàm số không xác định tại $x = 1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

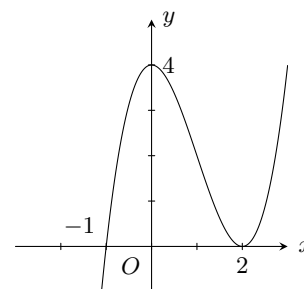
Chọn đáp án **C**

□

Câu 121.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 3.

**Lời giải.**

Dựa vào hình vẽ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 122. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		0	6		$-\infty$

A. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

B. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 6)$.

C. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

D. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$; hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 123. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3			
	$-\infty$			-1			$+\infty$	

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta suy ra đường thẳng $y = 2019$ không cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 124. Đồ thị hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$.

B. $y = (x^2 + 2)^2$.

C. $y = -x^4 - 3x^2$.

D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

Lời giải.

Hàm bậc ba chỉ có tối đa 2 điểm cực trị $\Rightarrow$ do đó loại hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow a \cdot b < 0$ do đó chọn đáp án $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 125. Đồ thị hàm số $y = \frac{7-2x}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng?

A. $x = -3$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{7-2x}{x-2} = +\infty$, nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số trên là $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 126. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y					
		2	-1	3	2
	$-\infty$		-1		

- A. Có một điểm. B. Có ba điểm. C. Có hai điểm. D. Có bốn điểm.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 127. Hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x = 2$ làm đường tiệm cận?

- A. $y = \frac{1}{x+1}$. B. $y = \frac{5x}{2-x}$. C. $y = x - 2 + \frac{1}{x+1}$. D. $y = \frac{1}{x+2}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{5x}{2-x}$ nhận $x = 2$ làm tiệm cận đứng nên chọn B.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 128. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có : $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
y				
	$-\infty$			$+\infty$

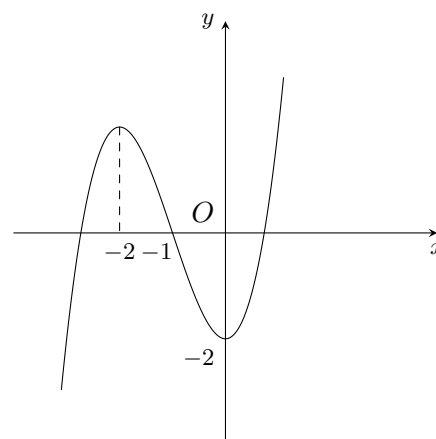
Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 129.

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên loại A và C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 0)$ nên chỉ có B thỏa.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 130. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

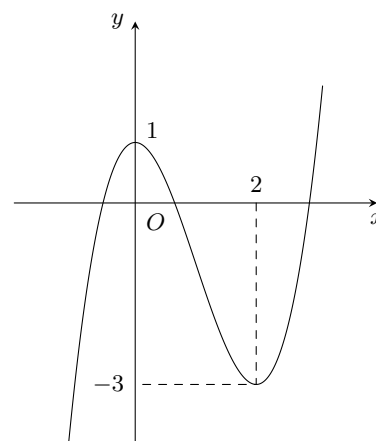
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 131.

Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



A. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$. B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy hệ số $a > 0$ nên loại A và B.

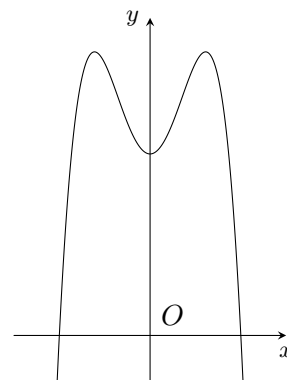
Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; -3)$ chỉ có đáp án D thỏa.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 132.

Hỏi hàm số nào có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau?



- A. $y = -x^3 + 2x + 4$. B. $y = -x^2 + x - 4$. C. $y = -x^4 + 3x^2 + 4$. D. $y = x^4 - 3x^2 - 4$.

Lời giải.

Đây là đồ thị hàm số trùng phương nên loại A và B.

Đồ thị cắt trục tung tại tung độ 4 nên chọn C.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 133. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
y	-1	$\nearrow$	11	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 0) \cup (0; 1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (11; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 11)$.
 C. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0); (0; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0); (0; 1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 134. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$.
 D. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Lời giải.

Nếu $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 135. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 1; y = -2$. B. $x = 1; y = 2$. C. $x = 1; y = 0$. D. $x = -1; y = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$. Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 136. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó $4M - 2m$ bằng

A. 10.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$. Do đó hàm số đồng biến trên $[0; 2]$.

Suy ra $m = y(0) = -\frac{1}{2}; M = y(2) = -\frac{5}{4}$. Do đó $4M - 2m = 6$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 137. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x - 11$. Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. 2.

B. $-\frac{1}{3}$.C. $-\frac{5}{3}$.

D. -1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 1$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là $-\frac{5}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 138.

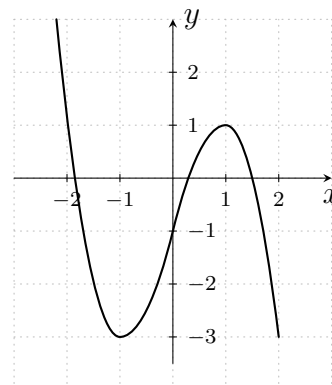
Cho hàm số $y = f(x)$, có đạo hàm là $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.



Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b \\ x = c \end{cases}$ (trong đó $-2 < a < 0 < b < c < 2$).

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 139. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 khi và chỉ khi đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 .
 B. Nếu $f'(x) = 0$ và $f''(x) < 0$ thì x_0 là cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.
 C. Nếu $f'(x) = 0$ và $f''(x) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số đã cho.
 D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

Lời giải.

Theo định nghĩa ta có: Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 khi và chỉ khi đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0

Chọn đáp án **A**

□

Câu 140. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$.
 B. $(0; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 2)$.
 D. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 141. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x = 1$ và $y = 2$.
 B. $x = 2$ và $y = 1$.
 C. $x = 1$ và $y = -3$.
 D. $x = -1$ và $y = 2$.

Lời giải.

— $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x-1} = 2$ nên $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị.

— $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **A**

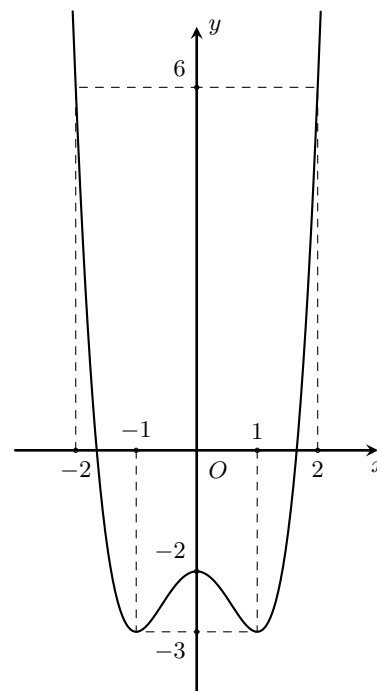
□

Câu 142.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 143. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-\frac{1}{2}; 1]$ bằng

- A. $\max_{[-\frac{1}{2}; 1]} y = 4.$
- B. $\max_{[-\frac{1}{2}; 1]} y = 6.$
- C. $\max_{[-\frac{1}{2}; 1]} y = 3.$
- D. $\max_{[-\frac{1}{2}; 1]} y = 5.$

Lời giải.

— Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

— Ta có $y' = 6x^2 + 6x$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}.$

— Ta có $y\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}, y(0) = -1, y(1) = 4.$

— Vậy $\max_{[-\frac{1}{2}; 1]} y = 4.$

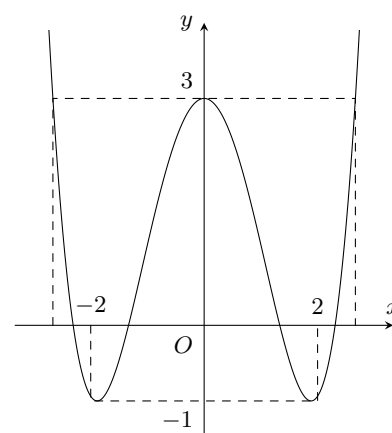
Chọn đáp án **A**

□

Câu 144.

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?

- A. $y = -x^4 + 4x^2 + 3.$
- B. $y = -x^4 + 2x^2 + 3.$
- C. $y = (x^2 - 2)^2 - 1.$
- D. $y = (x^2 + 2)^2 - 1.$



Lời giải.

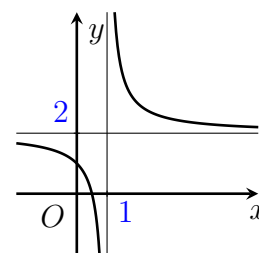
Dựa vào đồ thị ta có hệ số $a > 0$ và hàm số có ba điểm cực trị nên $a \cdot b < 0$ nên chọn $y = (x^2 - 2)^2 - 1.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 145.

Xác định các hệ số a, b, c để đồ thị hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên:



A. $a = 2, b = 2, c = -1$.

B. $a = 2, b = -1, c = 1$.

C. $a = 2, b = 1, c = 1$.

D. $a = 2, b = 1, c = -1$.

Lời giải.

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số để nhận xét và đưa ra công thức đúng về đồ thị hàm số, từ đó suy ra các giá trị a, b, c .

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có TCN là: $y = 2 \Rightarrow y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow$ loại đáp án A, B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 1) \Rightarrow -\frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow$ chọn D.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 146.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = 0$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$+\infty$		5	$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 147. Hàm số nào dưới đây luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2018$.

B. $y = x^4 + x^2 + 1$.

C. $y = x + \sin x$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x + \sin x$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 1 + \cos x$.

Vì $1 + \cos x \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Dấu đẳng thức xảy ra tại đếm được điểm nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 148. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

A. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}+1}{2019}$.

B. $y = \frac{x^2-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x^2}{x^2+2018}$.

D. $y = \frac{x}{x+12}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{x}{x+12}$ trên $\mathbb{R} \setminus \{-12\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-12)^+} \frac{x}{x+12} = +\infty$ nên $x = -12$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 149.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 2)$.
C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3			
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

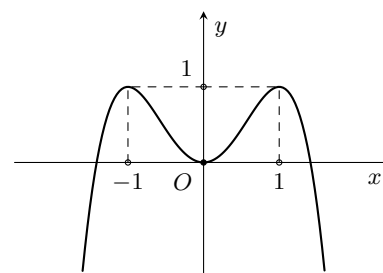
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 150.

Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^2 + 2x$. B. $y = -x^3 + 3x$.
C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số là hàm bậc 4 và có hệ số bậc 4 là âm. Nên hàm số thỏa mãn là $y = -x^4 + 2x^2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 151. Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là

- A. $(-1; -8)$. B. $(0; -5)$. C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$. D. $(1; 0)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 + 2x + 5$.

Xét $y' = 0$ suy ra $-3x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$.

Xét dấu y'

x	$-\infty$	-1	$\frac{5}{3}$	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu y' suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ suy ra $y_{CT} = -8$.

Vậy tọa độ điểm cực tiểu là $(-1; -8)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 152. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+3}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

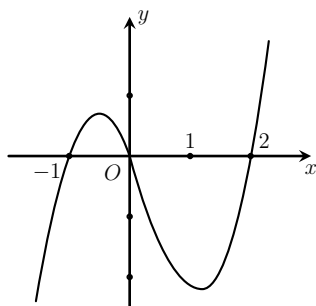
$$\text{Ta có } y' = \frac{2(x+3) - (2x-3)}{(x+3)^2} = \frac{9}{(x+3)^2}.$$

Dễ thấy $y' > 0, \forall x \neq -3$.

Do đó hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 153. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng về hàm số $y = f(x)$?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

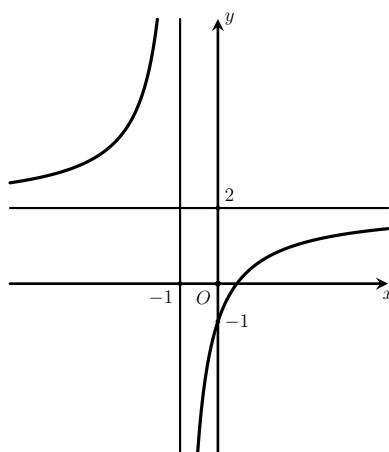
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (-1; 0)$. Suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 154. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x+1}.$

B. $y = \frac{x-1}{x-2}.$

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}.$

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}.$

Lời giải.

Từ đồ thị ta có

— Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

— Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

— Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 155. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng:

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số là 3.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 156. Cho hàm số $y = \frac{3-x}{2x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.C. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Ta có $y' = \frac{-5}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 157. Đồ thị của hàm số $y = x^4 + 3x^2 - 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị và trục hoành là

$$x^4 + 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -4 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 2 điểm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 158. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2019}{x+2}$?

A. $x = 2$.B. $y = 2$.C. $y = 3$.D. $x = 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2019}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3 + \frac{2019}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 3.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 159. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên đoạn $[1; 3]$. Giá trị $T = 2M + m$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [1; 3] \\ x = 2 \in [1; 3]. \end{cases}$

Ta tính được $y(1) = 1$, $y(3) = 3$, $y(2) = -1$.

Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $[1; 3]$.

Do đó, $M = \max_{x \in [1; 3]} y = 3 = y(3)$, $m = \min_{x \in [1; 3]} y = -1 = y(2)$.

Vậy $T = 2M + m = 2 \cdot 3 - 1 = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 160. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-1	0	$-\infty$

A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng -1 .

C. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng 0 .

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 161. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				0			$+\infty$
			-3			-3		

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 bằng 1 .

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

D. Hàm số có đúng hai điểm cực trị.

Lời giải.

Phương pháp: Đánh giá dấu của $f'(x)$ và chỉ ra cực đại, cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.

— Cực tiểu là điểm mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

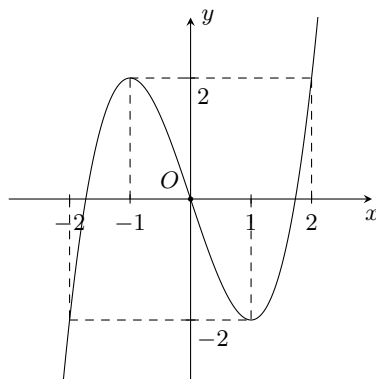
— Cực đại là điểm mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 162. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Khẳng định nào **sai**?



- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp: Dựa vào đồ thị hàm số xác định các khoảng đơn điệu của hàm số.

Cách giải: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ là khẳng định sai.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 163. Gọi M và N là giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = -x^2 + 4$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

- A. $(1; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Phương pháp: Giải phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số. Tìm tọa độ giao điểm M và N . Tìm tọa độ trung điểm I của MN .

Cách giải: Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = -x^2 + 4$ là $x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$.

$$\text{— } x = \sqrt{2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow M(\sqrt{2}; 2).$$

$$\text{— } x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow M(-\sqrt{2}; 2).$$

Tọa độ trung điểm I của MN là $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 164. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực tiểu lần lượt là y_1, y_2 . Khi đó $y_1 + y_2$ bằng

- A. 7. B. 1. C. 3. D. -1.

Lời giải.

Phương pháp: Lập bảng biến thiên của hàm số.

Cách giải: $y = -x^4 + 2x^2 + 3 \Rightarrow y' = -4x^3 + 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$

Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là $y_1 = 4, y_2 = 3 \Rightarrow y_1 + y_2 = 7$.

Chú ý: Cần phân biệt điểm cực đại và giá trị cực đại cũng như điểm cực tiểu và giá trị cực tiểu của hàm số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 165. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ là
 A. $(2; -3)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; -2)$. D. $(-3; 2)$.

Lời giải.

Phương pháp: Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ là $\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$.

Cách giải: Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ là $(-2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 166. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{2x-3}$ trên đoạn $[2; 5]$ bằng

A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{7}$. C. 5. D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Phương pháp: Để tìm GTNN, GTLN của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ ta làm như sau:

- Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ thuộc khoảng $(a; b)$ mà tại đó hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm bằng 0 hoặc không có đạo hàm.
- Tính $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)$.
- So sánh các giá trị vừa tìm được. Số lớn nhất trong các giá trị đó chính là GTLN của $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$, số nhỏ nhất trong các giá trị đó chính là GTNN của $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Cách giải: $y = \frac{x+3}{2x-3} \Rightarrow y' = -\frac{9}{(2x-3)^2} < 0, \forall x \in [2; 5]$.

$\Rightarrow$ hàm số $y = \frac{x+3}{2x-3}$ nghịch biến trên $[2; 5]$.

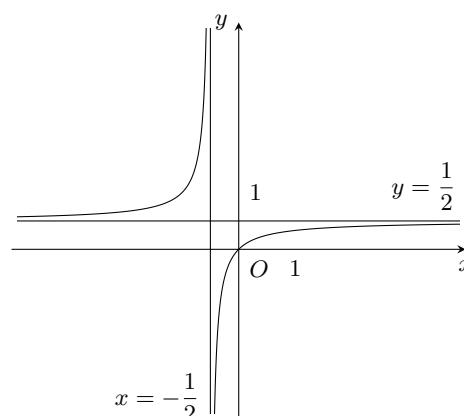
$\Rightarrow \min_{x \in [2; 5]} y = y(5) = \frac{8}{7}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 167.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$. B. $y = \frac{x}{2x+1}$.
 C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$. D. $y = \frac{x+3}{2x+1}$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta thấy đường cong đi qua điểm $O(0;0)$ nên đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 168. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(2; 3)$. D. $(1; 5)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 6x + 5$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$. Dấu của y' :



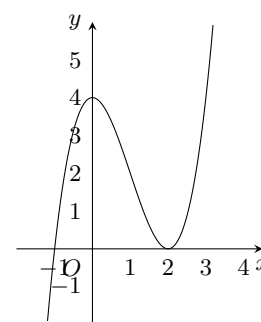
Từ dấu của y' suy ra hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x + 2019$ nghịch biến trên $(1; 5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 169.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

**Lời giải.**

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 170. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x + 5$ trên nửa khoảng $[-4; \infty)$ là

- A. $\min_{[-4; \infty)} y = 5$. B. $\min_{[-4; \infty)} y = -17$. C. $\min_{[-4; \infty)} y = 4$. D. $\min_{[-4; \infty)} y = -9$.

Lời giải.

Ta có: $y = x^2 + 2x + 5 \Rightarrow y' = 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Hàm số $y = x^2 + 2x + 5$ liên tục trên $[-4; +\infty)$ có $y(-4) = 13$, $y(-1) = 4$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

Vậy $\min_{[-4; +\infty)} y = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 171. Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ bằng.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 172. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số giảm, TCN $y = 1$; TCD $x = 2$.

Chọn đáp án **D**

Câu 173. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào không có cực trị?

A. $y = x^3 + 2$.

B. $y = x^4 - x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

D. $y = -x^4 + 3$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 + 2$.

Ta có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $y = x^3 + 2$ không có cực trị.

Chọn đáp án **A**

Câu 174. Hàm số $y = 2x^4 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; -3)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^3$.

$$y' < 0 \Leftrightarrow x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 175.

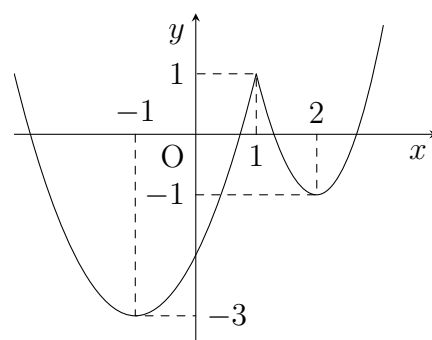
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số $y = f(x)$?

A. Đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

B. Nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.



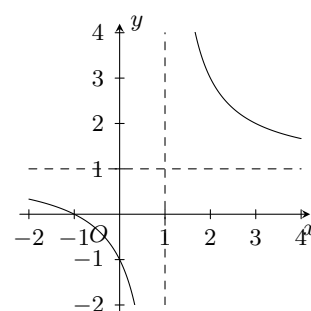
Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên miền $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **D**

Câu 176.

Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải.

Căn cứ vào đồ thị ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$ nên loại phương án A, C, D. Vậy chọn B.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 177. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty; 2]$ và bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đã cho ?

x	$-\infty$	-1	0	1	2
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -1$	$\nearrow 2$	$\searrow 1$

- A. Giá trị cực đại bằng 2. B. Hàm số có 2 điểm cực tiểu.
C. Giá trị cực tiểu bằng -1 . D. Hàm số có 2 điểm cực đại.

Lời giải.

Dựa vào tập xác định và bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có 1 điểm cực tiểu là $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 178. Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 12x + 20$ là

- A. $y_{CD} = 4$. B. $y_{CD} = 36$. C. $y_{CD} = -4$. D. $y_{CD} = -2$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 12$.

Xét $y' = 0$ suy ra $3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Xét dấu y'

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'		$+$	$-$	$+$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ suy ra $y_{CD} = 36$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 179. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.
B. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng.
C. Đồ thị (C) có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị (C) có tiệm cận.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x-1}{x-3} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x-1}{x-3} = -\infty$, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{3}{x}} = 3$, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 180. Cho hàm số $y = 2x - 3$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Xét các phát biểu sau

(I): Hàm số $y = 2x - 3$ đồng biến trên R .

(II): Đường thẳng (d) song song với đồ thị hàm số $2x + y - 3 = 0$

(III): đường thẳng (d) cắt trục Ox tại $A(0; -3)$

Số các phát biểu đúng là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

- Hàm số $y = 2x - 3$ có hệ số $a = 2 > 0$ nên hàm số đồng biến trên $R \Rightarrow (I)$ đúng

- Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow (d)$ cắt đồ thị

hàm số $2x + y - 3 = 0$ tại điểm $\left(\frac{3}{2}; 0\right) \Rightarrow (II)$ sai.

- Giao Ox : cho $y = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow$ giao Ox tại điểm $\left(\frac{3}{2}; 0\right) \Rightarrow (III)$ sai

Vậy số các phát biểu đúng là 1.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 181. Tính số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$.

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Ta có: $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+2}{x-2}$.

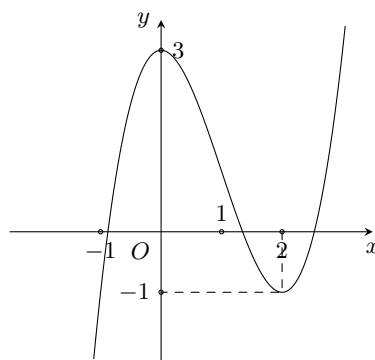
$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x-2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x-2} = -\infty$

$\Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x-2} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

□

Câu 182. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .

B. Điểm cực tiểu của hàm số là -1 .

C. Điểm cực đại của hàm số là 3 .

D. Giá trị cực đại của hàm số là 0 .

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

— Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, giá trị cực đại bằng -1 .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 183. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ đồng biến trên tập hợp nào trong các tập hợp được cho dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = -3x^2 + 6x$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-				
y	$+\infty$						0			$-\infty$
				-4						

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 184.

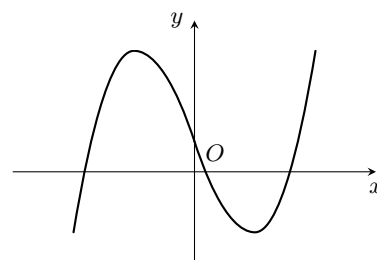
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên loại đáp án A và B.

Đồ thị hàm số có nét cuối cùng đi lên nên $a > 0 \Rightarrow$ loại đáp án D.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 185. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$				

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

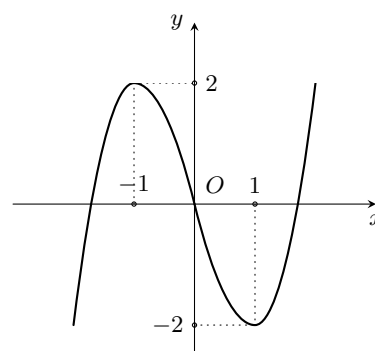
Chọn đáp án **D**

□

Câu 186.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 187. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	-		+	0	-
y	2	$\swarrow$ $\nearrow$		5	$\searrow$ $-\infty$
				$-\infty$	

Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2$ và tiệm cận ngang $y = 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 188. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. 57. B. 55. C. 56. D. 54.

Lời giải.

Hàm số y liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và có đạo hàm $y' = 4x^3 - 6x$.

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(0) = 2, y(3) = 56, y\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = -\frac{1}{4}.$$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 56.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 189.

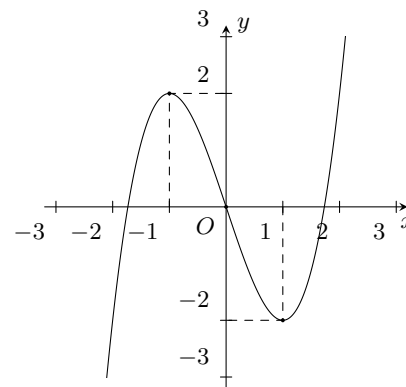
Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 2x$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = -x^3 - 2x$.



Lời giải.

Do $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ nên hai đáp án B và D bị loại.

Ta có $(x^3 + 3x)' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = x^3 + 3x$ không có điểm cực trị.

Ta có $(x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3$. Hàm số này có hai điểm cực trị.

Lại có hàm số có đồ thị như đầu bài có hai điểm cực trị nên suy ra đáp án đúng là A.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 190. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$. Tìm khoảng nghịch biến của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

A. $(-\infty; 0)$ và $(1; 2)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
y'	+	0	-	1	-	2	+

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 191. Hàm số $y = -x^4 - x^2 + 1$ có mấy điểm cực trị?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = -4x^3 - 2x$.

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -2x(2x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	-

Vậy hàm số có 1 cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 192. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$+\infty$	-1	0	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- C. Hàm số có đúng một cực trị.
- D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có, dấu của y' đổi từ dương sang âm nên hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và dấu của y' đổi từ dương sang âm nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 , giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 193. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.
- B. $(-\infty; 1)$.
- C. $(-\infty; 1$ và $(1; +\infty)$.
- D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad \neq bc$) luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên từng khoảng xác định của hàm số. Công thức tính nhanh đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Cách giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{2 \cdot (-1) - 1 \cdot 1}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D}$.

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 194. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $x = -2$.
- B. $x = 3$.
- C. $x = 2$.
- D. $x = 4$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 195. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				2				$+\infty$
				1			1		

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 196. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Nếu $f''(x_0) = 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số.
 B. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 .
 C. Nếu $f''(x_0) > 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
 D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$.

Lời giải.

- Nếu $f''(x_0) = 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số là phát biểu **sai**.
 Chẳng hạn, hàm số $y = x^4$ có $f'(0) = f''(0) = 0$ và $x = 0$ là điểm cực trị của hàm số.
- Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 là phát biểu đúng.
- Nếu $f''(x_0) > 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 là phát biểu **sai** do không thỏa mãn dấu hiệu nhận biết điểm cực đại.
- Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$ là phát biểu **sai** vì khi $f'(x) = 0$ thì $x = x_0$ chưa chắc là điểm cực trị vì $f'(x)$ có thể không đổi dấu khi x qua điểm x_0 .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 197. Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 8x^3$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 198. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C) . Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) .

A. $I(-2; 2)$.

B. $I(-2; -2)$.

C. $I(2; 1)$.

D. $I(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x+2} = 1$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-2}{x+2} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-2}{x+2} = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$.

Vậy giao điểm hai đường tiệm cận là $I(-2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 199. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{3x-2}$.

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = \frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{2}{3}$.

D. $y = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{1}{3} \Rightarrow$ tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 200.

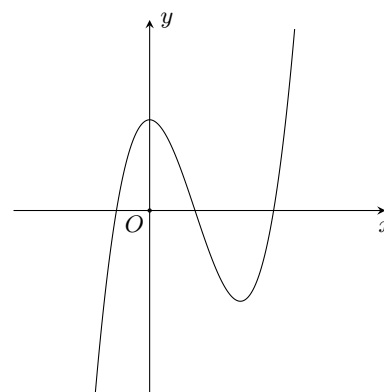
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K , hàm số có bao nhiêu cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.



Lời giải.

Từ đồ thị suy ra hàm số có 2 cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 201.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 2)$.
C. $(0; 4)$. D. $(2; +\infty)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		4		$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 202. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$?

A. $y = 2$. B. $y = -1$. C. $x = 1$. D. $x = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$$

Vậy $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 203. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$
			-4			-4	

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -3$. C. $x = -1$. D. $x = 0$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 204. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $y = 1$. D. $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty$. Suy ra $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 205. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ tương ứng có phương trình là

A. $x = 2$ và $y = 1$. B. $x = -1$ và $y = 2$. C. $x = 1$ và $y = -3$. D. $x = 1$ và $y = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty. \text{ Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị là } x = -1.$$

— $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$. Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị là $y = 2$.

Do đó đồ thị hàm số nhận $x = -1$ là tiệm cận đứng và $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

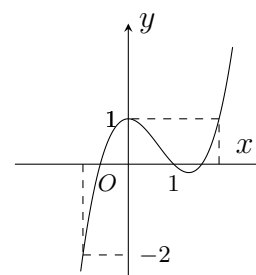
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 206.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.



Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ với đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi chỉ khi m nhận giá trị nguyên bằng 0.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 207. Hàm số nào sau đây **không** có GTLN, GTNN trên $[-2; 2]$?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = x^2$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x^3 + 2$.

Lời giải.

Xét

① $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Điều kiện xác định $x \neq -1$.

Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$, với mọi $x \neq -1$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-1}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x+1} = -\infty$. Ta có bảng biến thiên

x	-2	-1	2
y'	+		+
y	3	$+\infty$	$\frac{1}{3}$

Vậy hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ không có GTLN và GTNN trên đoạn $[-2; 2]$.

② $y = x^2$.

Điều kiện xác định $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 2x$. Do đó, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Ta có bảng biến thiên

x	-2	0	2
y'	-	0	+
y	4	0	4

Do đó trên đoạn $[-2; 2]$, GTLN của hàm số là 4 và GTNN của hàm số là 0.

③ $y = -x + 1$.

Điều kiện xác định $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -1 < 0$. Ta có bảng biến thiên

x	-2	2
y'	-	
y	3	-1

Do đó trên đoạn $[-2; 2]$, GTLN của hàm số là 3 và GTNN của hàm số là -1.

④ $y = x^3 + 2$.

Điều kiện xác định $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 \geq 0$. Ta có bảng biến thiên

x	-2	2
y'	+	
y	-6	10

Do đó trên đoạn $[-2; 2]$, GTLN của hàm số là 10 và GTNN của hàm số là -6.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 208.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$.
C. $(-\infty; 3)$. D. $(-4; +\infty)$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-4	$+\infty$	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên miền $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

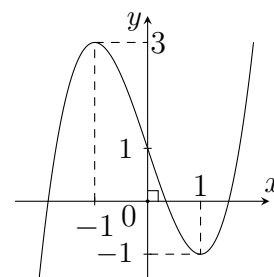
□

Câu 209.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm bậc ba, có hệ số $a > 0$ và có hai điểm cực trị.

- Xét $y = x^3 + 3x + 1$, ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ với mọi $x \Rightarrow$ hàm số không có cực trị.
- Xét $y = x^3 - 3x + 1$, ta có $y' = 3x^2 - 3$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-1		$+\infty$
	$-\infty$						

Vậy đồ thị của hình vẽ bên là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 210. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tâm đối xứng I là

- A. $I(-2; 1)$. B. $I(2; 1)$. C. $I(2; -1)$. D. $I(-2; -1)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tâm đối xứng là $I(2; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 211. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		1		5		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 5)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 212. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

- A. $y = 2$. B. $y = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 213. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	1	$-\infty$		

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -3$. C. $x = 0$. D. $x = \pm\sqrt{2}$.

Lời giải.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 214. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

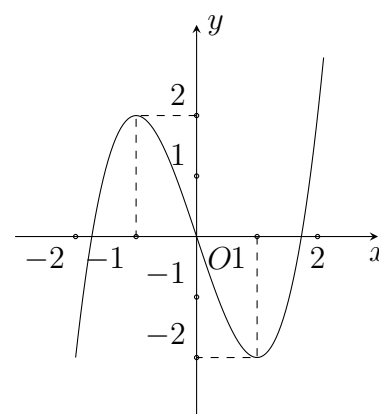
Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{2x-1} = \frac{1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{x-1}{2x-1} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{x-1}{2x-1} = +\infty$.

Do đó đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $y = \frac{1}{2}$ và $x = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 215.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $y = f(x)$ là hàm số nào sau đây?

A. $y = x^3 - 3x$.B. $y = -x^3 + 3x$.C. $y = x^3 + x^2 - 4$.D. $y = x^3 - 3x + 1$.**Lời giải.**

Vì đồ thị đi qua gốc tọa độ nên loại phương án $y = x^3 + x^2 - 4$ và $y = x^3 - 3x + 1$.

Từ hình dạng của đồ thị suy ra hệ số của x^3 phải dương nên loại thêm phương án $y = -x^3 + 3x$.

Vậy đồ thị trên là của hàm số $y = x^3 - 3x$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 216. Cho các hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$, $y = x^4 + 2x^2 + 2$, $y = -x^3 + x^2 - 3x + 1$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \neq 1$.

$y = x^4 + 2x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1) \Rightarrow$ hàm số đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$.

$y = -x^3 + x^2 - 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 2x - 3 = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + 1\right) = -3\left[\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{8}{9}\right] < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
nên hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 217. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Khi đó $M - m$ nhận kết quả nào sau đây?

A. $M - m = 1$.B. $M - m = 86$.C. $M - m = 76$.D. $M - m = 81$.**Lời giải.**

$y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-4; 4] \\ x = 3 \in [-4; 4] \end{cases}$$

$$y(-1) = 40, y(3) = 8, y(-4) = -41, y(4) = 15.$$

$$\Rightarrow M = 40, m = -41.$$

$$\text{Vậy } M - m = 81.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 218. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$. B. $y = x^4 + x^2 + 1$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 + 5x + 13$.

Lời giải.

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ có tập xác định là $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ là hàm số bậc bốn trùng phương.

Hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Các hàm số trên đều không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Đồng thời với $y = x^3 + 5x + 13$ thì $y' = 3x^2 + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số này đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 219. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3-x}$.

A. $y = -2$.

B. $y = \frac{2}{3}$.

C. $y = -1$.

D. $y = 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{3-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 + \frac{1}{x}\right)}{x \left(\frac{3}{x} - 1\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{\frac{3}{x} - 1} = \frac{2+0}{0-1} = -2.$$

Nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 220. Hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 1$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải.

$$f'(x) = -3x^2 + 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Vậy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 221.

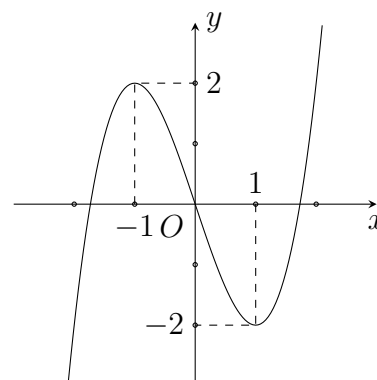
Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y = -x^3 - 3x$.

B. $y = x^3 + 3x$.

C. $y = x^3 - 3x$.

D. $y = -x^3 + 3x$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số nhận $x = -1$ và $x = 1$ là các điểm cực trị nên

$$f'(x) = a(x-1)(x+1) = a(x^2-1) \Rightarrow f(x) = \frac{ax^3}{3} - ax + C.$$

Đồ thị hàm số đi qua $O(0;0)$ và điểm $(1;-2)$ nên $\begin{cases} C=0 \\ -2 = -\frac{2a}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=0 \\ a=3 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 222. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{2-x}$ là

- A. $y = 2$. B. $y = \frac{3}{2}$. C. $y = -3$. D. $y = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+1}{2-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + \frac{1}{x}}{\frac{2}{x} - 1} = \frac{3}{-1} = -3.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 223.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(1; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		5		$-\infty$
		1			

Lời giải.

Nhìn bảng biến thiên thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 224.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Cực đại của hàm số là

- A. -1. B. 3. C. 4. D. -2.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Lời giải.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy cực đại của hàm số là $y_{CD} = 4$.

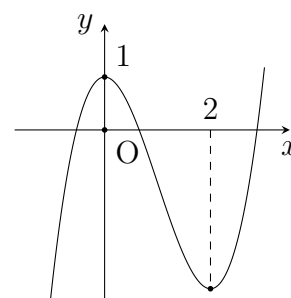
Chọn đáp án **C**

□

Câu 225.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Nhìn hình vẽ ta thấy đồ thị là hàm bậc 3 và hệ số $a > 0$ suy ra $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 226. Tìm số đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

— Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

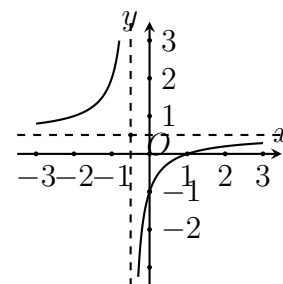
— Do $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty \end{cases}$. Suy ra $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 227.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x+1}{2x-1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{1}{2}$ tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

Do đó các hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$, $y = \frac{x+1}{2x-1}$, $y = \frac{2x+1}{x-1}$ không thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 228. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		-	0	-
y	$-\infty$	↗ 2 ↘	↖ 1 ↗	↖ 2 ↘	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

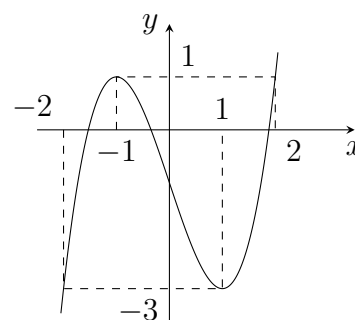
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 229.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$. B. $x = 2$.
C. $x = -1$. D. $x = -3$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 230. Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$.

D. $y = \frac{2}{x + 1}$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 + 1}{x + 1} = +\infty, \text{ suy ra } x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x - 1}{x + 1} = -\infty, \text{ suy ra } x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2}{x + 1} = +\infty, \text{ suy ra } x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x + 2)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x + 2) = 1, \text{ suy ra đồ thị của hàm số } y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} \text{ không có tiệm cận đứng.}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 231.

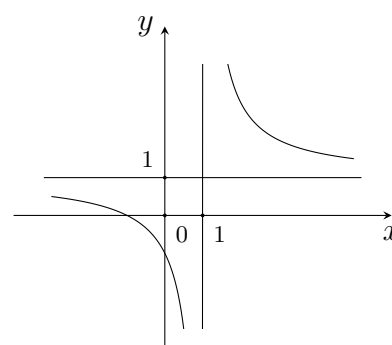
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm phân thức có dạng $y = \frac{ax + b}{cx + d}$, hơn nữa, đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 1$ nên đó là đồ thị của hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 232. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	$-\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 3)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 4)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta dễ dàng nhận thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 233. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. -5 .

C. $-\frac{7}{2}$.

D. -3 .

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{3}{(1-x)^2} > 0, \forall x \neq 1$, suy ra hàm số đồng biến trên $[2; 3]$. Do đó, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 3]$ là $f(2) = -5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 234. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^3 - 3$ cắt trục tung tại mấy điểm?

A. 1 điểm.

B. 2 điểm.

C. 4 điểm.

D. 3 điểm.

Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm duy nhất có tọa độ $(0; -3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 235. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Có $\lim_{x \rightarrow (-3)^{\pm}} \frac{2x-1}{x+3} = \mp\infty$ nên $x = -3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Lại có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+3} = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 236. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Xác định số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.

A. 3.

B. 6.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Hàm số có hai điểm cực tiểu là $x_1 = -1$ và $x_2 = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 237. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Đạo hàm $y' = \frac{3}{(2-x)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$ nên hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 238.

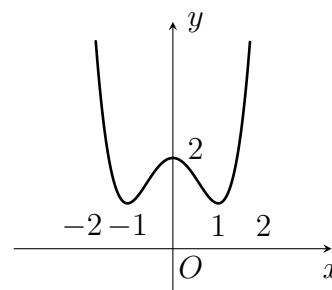
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $f(x)$ đồng biến trên các khoảng

A. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1), (-1; 0)$.

C. $(-1; 0), (1; +\infty)$.

D. $(-1; 0), (0; 1)$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1; 0), (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 239. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đã cho không có cực trị.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 240. Cho hàm số $y = \frac{1+x}{2-x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Ta có: $y' = \frac{3}{(2-x)^2} > 0, \forall x \neq 2$.

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 241. Hàm số $y = -x^4 + 3x^2 - 1$ có mấy cực đại?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có hệ số a và b trái dấu, $a < 0$ nên hàm số có 2 cực đại.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 242. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$.

B. $y = 2x^2 - 3x + 2$.

C. $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + 2$.

D. $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 2$. Vì phương trình $y' = 0$ vô nghiệm nên hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ không có cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 243. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

- A. $(-2; 0)$. B. $(-1; 4)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 0)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

$$y'' = 6x \Rightarrow y''(1) = 6 > 0 \text{ nên hàm số đạt cực tiểu tại } x = 1 \Rightarrow y_{CT} = y(1) = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 244. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$.

- A. $x = -1$. B. $y = 3$. C. $y = 2$. D. $x = 3$.

Lời giải.

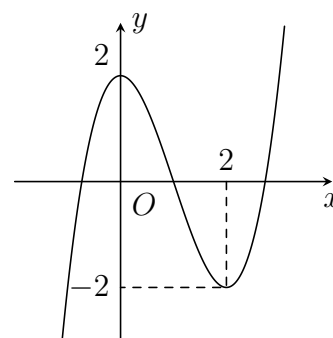
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 245.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Hàm số có ba cực trị.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có nhận xét: hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 246. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 3x + 2}$ là

- A. $x = -1; x = -2$. B. $x = -2$.
C. $x = -1$. D. Không có tiệm cận đứng.

Câu 247. Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 248. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Vì } y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \text{ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng } (-\infty; 1) \text{ và } (1; +\infty).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 249. Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+5}{1-2x}$.

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $x = -\frac{5}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+5}{1-2x} = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị là $y = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 250.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

Tìm khẳng định **đúng**?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	$\nearrow$ 1 $\searrow$	0 $\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 251. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 2$.

D. $y = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 252. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	$\nearrow$ 3 $\searrow$	-1 $\nearrow$ 3 $\searrow$	$-\infty$	

Số khoảng đồng biến của hàm số $y = f(x)$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. vô số.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$ nên nó sẽ đồng biến trên bất kì khoảng nào là tập con của một trong hai khoảng này.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 253. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 0$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 5$.

Lời giải.

Hàm số y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm 0 (theo chiều tăng của x) nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 254. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		0		-4		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y' < 0, \forall x \in (-2; 0)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 255. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$ là

A. $x = -2$.

B. $y = -2$.

C. $y = -1$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

— Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$.

— Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = -2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 256. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			$\frac{5}{2}$			$+\infty$	
			-1		-1			

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại

A. $x = -\sqrt{2}$.

B. $x = -1$.

C. $x = \sqrt{2}$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên tại thấy y' chỉ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = 0$ nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 257. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0			2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	1			5	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 7)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-5; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$ do đó cũng đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 258. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

Lời giải.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

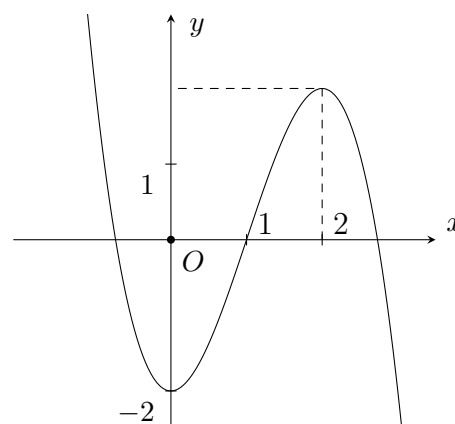
Chọn đáp án **A**

□

Câu 259.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(2; +\infty)$.



Lời giải.

Khoảng đồng biến là $(0; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

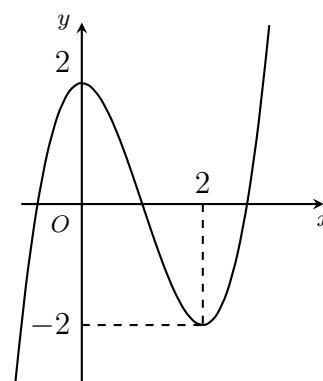
Câu 260. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là:

A. -20 . B. 7 . C. -25 . D. 3 .

Câu 261.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
- B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- D. Hàm số có ba cực trị.



Câu 262.

Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ bên?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
- B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
- C. $y = x^3 - 3x + 2$.
- D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Câu 263. Cho hàm số $y = \frac{2017}{x-2}$ có đồ thị (H) . Số đường tiệm cận của (H) là

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 264. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $y \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0$ khi và chỉ khi $x = 0$ nên $y = f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 265. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt

A. đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm.

B. đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ tại ba điểm.

C. đường thẳng $y = -4$ tại hai điểm.

D. trục hoành tại một điểm.

Lời giải.

Dễ thấy phương trình $x^3 - 3x = \frac{5}{3}$ có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ tại ba điểm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 266.

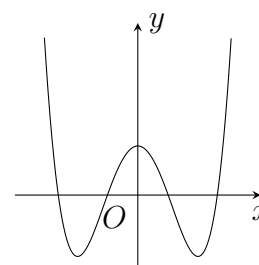
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

B. $y = x^2 - 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 3x + 1$.



Lời giải.

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số của x^4 dương. Do đó nó là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 267. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là

A. $x = -1$.

B. $y = 1$.

C. $x = 1$.

D. $y = -1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1} = -\infty$. Do đó $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (C) □

Câu 268. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$. Ta có $y' = \frac{5}{(x+3)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 269. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên $(1; 2)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 2)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$ nên khẳng định hàm số nghịch biến trên $(-1; 2)$ là **sai**.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 270. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta kết luận được $x = 2$ là điểm cực đại của hàm số.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 271. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $x = 1$ và $x = -1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Nên đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

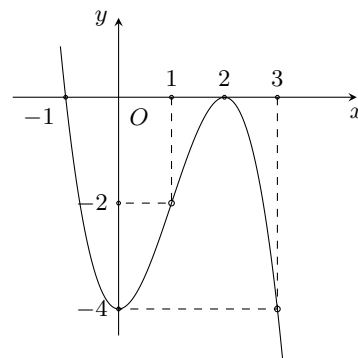
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 272.

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x - 4$.
 B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
 C. $y = x^3 - 3x + 4$.
 D. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.



Lời giải.

Từ dáng điệu đồ thị ta có hệ số của x^3 là số âm nên loại các phương án $y = x^3 - 3x - 4$ và $y = x^3 - 3x + 4$.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$. Do đó phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt là $x = 0$ và $x = 2$.

Xét phương án $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ ta có $y' = -3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0. \end{cases}$

Xét phương án $y = -x^3 - 3x^2 - 4$ ta có $y' = -3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 273. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

- A. $x = 1$; $y = 2$. B. $x = 2$; $y = 1$. C. $x = 2$; $y = \frac{1}{2}$. D. $x = 2$; $y = -1$.

Lời giải.

Cần nhớ: Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nhận $x = -\frac{d}{c}$ làm tiệm cận đứng và $y = \frac{a}{b}$ làm tiệm cận ngang.

Từ đó suy ra đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{-x+2}$ lần lượt là $x = 2$; $y = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 274. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Cần nhớ: Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có $ab < 0$ thì có ba cực trị và $ab > 0$ thì có một cực trị.

Do đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 275. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y' < 0, \forall x \in (-2; 0)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 276. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	2 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 2	$+\infty$ ↗ 2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

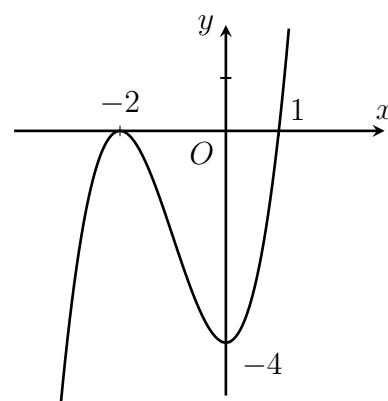
Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 277.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.



Lời giải.

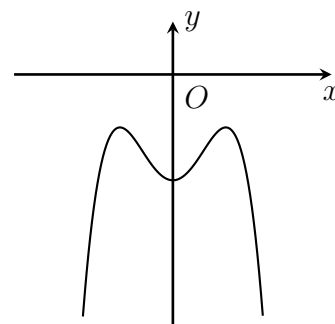
Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đường thẳng $y = 1$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$. Đường thẳng $y = 1$ qua điểm $(0; 1)$ song song với Ox nên cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 1 điểm. Do đó phương trình $f(x) = 1$ có đúng 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 278.

Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = -x^4 - 2x^2 + 2$. B. $y = -x^3 + 3x - 2$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.



Lời giải.

Nhận thấy đồ thị là của một hàm trùng phương, có hệ số $a < 0$, có ba điểm cực trị và $f(0) < 0$. Do đó, đây là đồ thị của hàm $y = f(x) = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 279. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x - 2}$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x - 2} = 2$. Vậy đồ thị hàm số này có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 1) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 1) = -\infty$. Vậy đồ thị hàm số này không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = -\infty$. Vậy đồ thị hàm số này không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 2x^2 + 2) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 2x^2 + 2) = +\infty$. Vậy đồ thị hàm số này không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **A** □

Câu 280. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - \frac{2}{3}$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. $\frac{5}{3}$. B. -9 . C. $-\frac{11}{3}$. D. -2 .

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2 - 6x + 5$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = 5 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\text{Có } f(0) = -\frac{2}{3}, f(1) = \frac{5}{3}, f(3) = -\frac{11}{3}.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in [0; 3]} f(x) = -\frac{11}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 281. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 7 = 0$ là

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Ta nhận thấy hàm số nhận giá trị -7 tại đúng một điểm trong mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ nhưng không nhận giá trị -7 trong $(-1; 1)$. Do đó, phương trình $f(x) + 7 = 0$ có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 282. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ -1 3 $-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0 : +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào BBT ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 283. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$						$+\infty$

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ 3 0 $+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

B. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 284. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$. Có hai đường tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 1$.

Và $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$. Có hai đường tiệm cận đứng là $x = -2$ và $x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 285. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	3	5	3	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $|f(x)| = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

- A. $m \leq -\frac{1}{3}$. B. $-1 < m \leq -\frac{1}{3}$. C. $-1 < m < -\frac{1}{3}$. D. $3 < m < 5$.

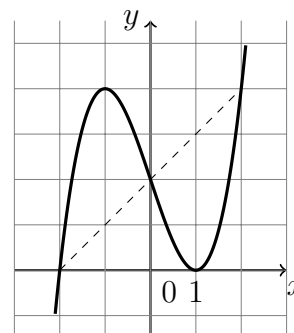
Câu 286. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$

- A. $y = 2$. B. $y = 4$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = -2$.

Câu 287.

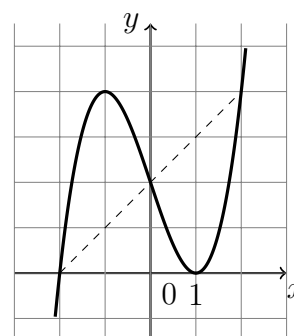
Hình vẽ bên là đồ thị của một trong các hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x + 2$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - x + 2$.



Lời giải.

Hàm số có tâm đối xứng là $(0; 2)$ và đi qua điểm $(1; 0)$. Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có $y'' = 6x \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2$. Do đó hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên thỏa mãn điều kiện đề bài.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 288. Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 - 7x + 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = x_1 + x_2$.

- A. $T = 12$. B. $T = 2$. C. $T = 1$. D. $T = 4$.

Lời giải.

x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x - 7 = 0$. Theo định lý Vi-ét ta có $T = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 289. Tìm giá trị nhỏ nhất N của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

- A. $N = 3$. B. $N = 2$. C. $N = 4$. D. $N = -5$.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0$ với mọi $x \in [1; 2]$. $y(1) = 3, y(2) = 4$. Vậy $N = 3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

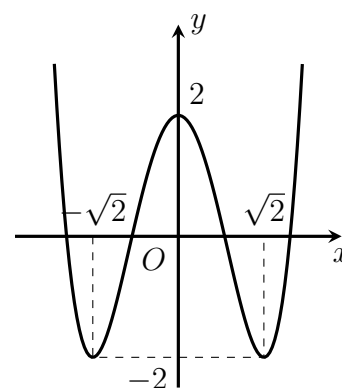
Câu 290. Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 2$.

B. $y = -x^4 - 2x^2 + 2$.

C. $y = x^4 + 4x^2 + 2$.

D. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số hướng lên và có 3 điểm cực trị nên hệ số $a > 0$ và $b < 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 291. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	0	3	$-\infty$	10

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 10.

B. Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 10$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -3$.

D. Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 3$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số xác định và có đạo hàm đổi dấu từ + sang - tại $x = 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 292. Bảng biến thiên như hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = x^3 + 3x - 1$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 3$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đây là hàm số bậc ba, có hệ số $a > 0$ và có hai điểm cực trị.

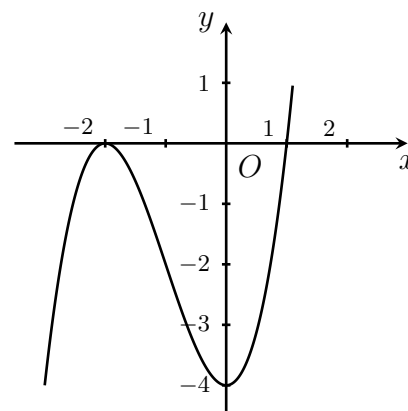
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 293.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-2; 1)$.



Câu 294. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y' = -\frac{1}{(x+2)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D}.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 295. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. $y = 1$. B. $x = 2$. C. $y = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1} = -\infty. \text{ Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường } x = 1.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 296. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	0	$\frac{5}{2}$	0	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên khoảng nghịch biến là $(0; 1)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 297. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.

A. $\max_{[-2;2]} f(x) = 14.$

B. $\max_{[-2;2]} f(x) = 13.$

C. $\max_{[-2;2]} f(x) = -4.$

D. $\max_{[-2;2]} f(x) = 23.$

Lời giải.Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$. $y(0) = 5; y(-1) = y(1) = 4; y(-2) = y(2) = 13.$ Vậy $\max_{[-2;2]} f(x) = 13.$ Chọn đáp án (B) □**Câu 298.** Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}.$

B. $y = \frac{1}{x^4 + 1}.$

C. $y = \frac{1}{x^2 + 1}.$

D. $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}.$

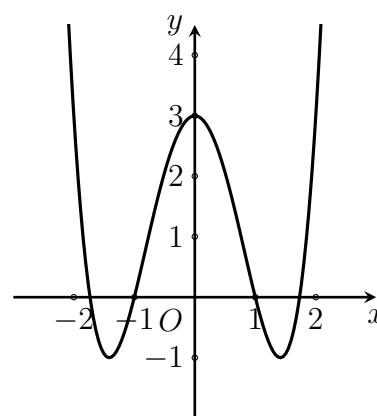
Lời giải.Do $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty.$ Chọn đáp án (A) □**Câu 299.**Hàm số $y = f(x)$ (có đồ thị như hình vẽ) là hàm số nào trong các hàm số sau

A. $y = (x^2 + 2)^2 - 1.$

B. $y = (x^2 - 2)^2 - 1.$

C. $y = -x^4 + 4x^2 + 3.$

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3.$

**Lời giải.**Do đồ thị cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt nên chọn hàm số mà phương trình $y = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.Phương trình $(x^2 - 2)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3)(x^2 - 1) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.Chọn đáp án (B) □**Câu 300.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x - 1)(x^2 - 3x + 2)$ và trục hoành là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.Phương trình $y = 0$ có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$.Chọn đáp án (C) □**Câu 301.** Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

A. $y = 2.$

B. $y = -1.$

C. $y = \frac{1}{2}.$

D. $x = 2.$

Lời giải.Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{2-x} = -1$ nên tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng $y = -1$.Chọn đáp án (B) □**Câu 302.** Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; -\frac{1}{2}).$

B. $(-\frac{1}{2}; +\infty).$

C. $(0; +\infty).$

D. $(-\infty; 0).$

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^3$, suy ra

$$y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên (như hình bên)

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 303. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

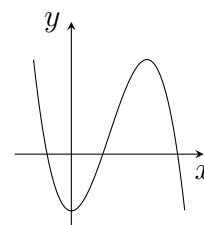
Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 1.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số có 2 cực trị.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 304. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{5 - 4x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Khi đó $M - m$ bằng

A. 9.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 305. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + x$.

B. $y = x^4 + x^2$.

C. $y = x^3 + x$.

D. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

Câu 306. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	-3		2	-4

Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **SAI**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(2; +\infty)$.

Câu 307. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+2}$ có phương trình là

A. $y = 2$.

B. $y = -1$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

Ta có đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+2}$ có phương trình là $x = -2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 308.

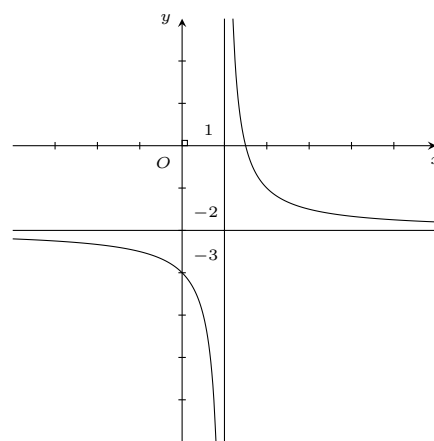
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{-x-1}$.

B. $y = \frac{-2x-5}{x-1}$.

D. $y = \frac{-2x+3}{x-1}$.

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và đi qua điểm $(0; -3)$. Suy ra hàm số thỏa mãn là $y = \frac{-2x+3}{x-1}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 309. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$.

A. $(1; 4)$.

B. $(0; 5)$.

C. $(5; 0)$.

D. $(4; 1)$.

Lời giải.

Hàm bậc ba có $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		5	↘		$+\infty$
					4	↗	

Vậy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0; 5)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 310. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Khẳng định sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \quad \forall x \neq 1$.

Từ đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 311. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 1]$.

A. $\min_{[-1;1]} y = -2$.

B. $\min_{[-1;1]} y = 4$.

C. $\min_{[-1;1]} y = -1$.

D. $\min_{[-1;1]} y = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = -1 \in [-1; 1]. \end{cases}$$

Ta có: $y(-1) = 0, y(0) = -1, y(1) = 4$ suy ra $\min_{[-1;1]} y = y(0) = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 312. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0
y					
	$-\infty$		3	-1	3

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 3)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 313. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x-1}{x}$.

B. $y = e^x$.

C. $y = \sqrt{x^2 + x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{x} = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x}$.

$y = e^x$ chỉ có tiệm cận ngang, không có tiệm cận đứng.

$y = \sqrt{x^2 + x - 2}$ không có tiệm cận nào.

Còn với $y = \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$ thì $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-2) = -3 \neq \pm\infty$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 314.

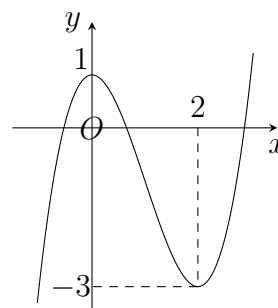
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$ nên loại $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$, điểm cực đại là $x = 0$. Do đó $x = 0, x = 2$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$. Nên ta loại $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Vậy đó là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 315. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$
		-4		-4	

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = -3$.

Lời giải.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy dấu của $f'(x)$ đổi từ dương sang âm khi đi qua $x = 0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 316. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3	4		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 4)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số tăng trên khoảng $(-1; 2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 317. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần nên có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 318. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+1}$ là đường thẳng

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $y = 1$.

D. $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{2x-3}{2x+1} = +\infty$ nên $x = -\frac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 319. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-5}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $\max_{x \in [0;2]} y = 3$. B. $\max_{x \in [0;2]} y = 2$. C. $\max_{x \in [0;2]} y = \frac{5}{3}$. D. $\max_{x \in [0;2]} y = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x-3)^2} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[0; 2] \Rightarrow \max_{x \in [0;2]} y = y(0) = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 320. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 4$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$ hàm số có hai cực trị.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 321. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

- A. $y = -3x - 3$. B. $y = -3x + 3$. C. $y = 3x + 3$. D. $y = 3x - 3$.

Lời giải.

Ta có $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0$ và $k = y'(1) = -3 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến $y = -3(x - 1) = -3x + 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 322. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng

- A. $y = -1$. B. $y = 2$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$, suy ra $y = 2$ là tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 323. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận. B. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(2; 0)$.
C. Hàm số có hai điểm cực trị. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 324. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	0	$-\infty$

Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ là 0.
B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ là -1 .

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 0.
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- Hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT} = -1$.
- Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 325.

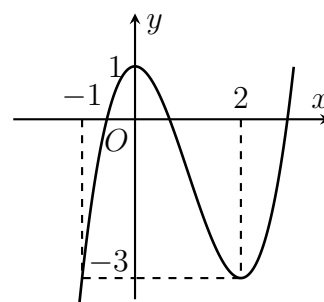
Đường cong như hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = x^4 - x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Nhận thấy đây là đồ thị của hàm bậc ba có hệ số $a > 0$ nên đồ thị đã cho là của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 326. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2017x + 2018}{x + 2}$.

A. $x = 2017$.

B. $x = -2$.

C. $y = 2017$.

D. $y = -2$.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2017x + 2018}{x + 2} = 2017$ nên đồ thị hàm số có phương trình đường tiệm cận ngang là $y = 2017$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 327. Tìm tất cả các điểm cực đại của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

A. $x = \pm 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } y'' = 12x^2 - 4, \text{ suy ra } \begin{cases} y''(-1) = 20 > 0 \\ y''(0) = -4 < 0 \\ y''(1) = 4 > 0. \end{cases}$$

Vậy có một điểm cực đại $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 328. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$.

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Nhận thấy hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x^2+1} = 0$, nên đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 329. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 1]$ đạt tại $x = x_0$. Giá trị x_0 bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. -1.

Câu 330. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 331. Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$?

- A. $2y - 1 = 0$. B. $2x - 1 = 0$. C. $x - 2 = 0$. D. $y - 2 = 0$.

Câu 332. Cho hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$. Tìm khẳng định **sai**?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 333. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 334. Hàm số $y = -x^3 + 3x - 5$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 335. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 336. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty; 4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	1	2	3	4
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$				-1

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải.

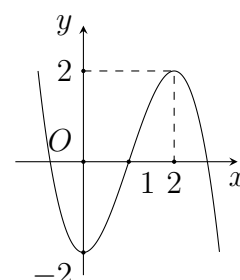
Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua các điểm $x = 1$, $x = 2$ và $x = 3$ nên hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 337.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 338. Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm

- A. $x = \sqrt{e}$. B. $x = 0$, $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$. C. $x = 0$. D. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. Do đó

$$y' = 0 \Leftrightarrow x(1 + 2 \ln x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}.$$

Mặt khác y' đổi dấu khi x đi qua $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ nên $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ là điểm cực trị của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 339.

Cho bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
C. $y = \frac{x+2}{x+1}$. D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nhận đường thẳng các $x = 1$, $y = 1$ lần lượt tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Mặt khác, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng xác định. Vậy hàm số cần tìm là $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 340. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{-3x+2}$ là

- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $y = \frac{2}{3}$. C. $x = -\frac{1}{3}$. D. $y = -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{-3x+2} = -\frac{1}{3}$. Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 341. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	2 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2); (2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2); (2; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Theo bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 342. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$ ↗ 2		-1 ↘ $+\infty$	

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
 C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Lời giải.

Theo bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 343. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

- ① Sai vì khoảng $(-1; 3)$ không nằm trong tập xác định.
- ② Sai vì trong khoảng $(2; +\infty)$ thì khoảng $(2; 3)$ hàm nghịch biến.
- ③ Đúng.
- ④ Sai vì trong khoảng $(-1; 0)$ hàm nghịch biến.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 344. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	4	5	4	$+\infty$		

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $(0; 5)$. B. $(5; 0)$. C. $(1; 4)$. D. $(-1; 4)$.

Lời giải.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $(0; 5)$ và đạt cực tiểu tại các điểm $(1; 4)$, $(-1; 4)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 345. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x}$. B. $y = \frac{2}{x - 2}$. C. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$. D. $y = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$.

Lời giải.

- ① Hàm số $y = \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x}$ có tiệm cận đứng $x = 0$.
- ② Hàm số $y = \frac{2}{x - 2}$ có tiệm cận đứng $x = 2$.
- ③ Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ không có tiệm cận đứng.
- ④ Hàm số $y = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$.

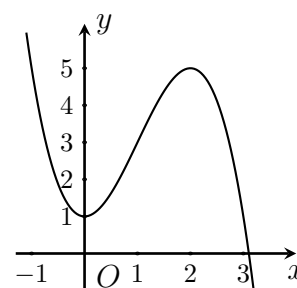
Chọn đáp án **C**

□

Câu 346.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$.



Lời giải.

Hình dáng đồ thị suy ra hệ số của x^3 âm, lại có một điểm cực trị có hoành độ dương, một điểm cực trị nằm trên trục tung, từ đó có hệ số của x^2 dương.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 347. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	-4	-1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		0		3		$-\infty$

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; -1)$.

Lời giải.

Theo bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; -1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 348. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng xác định của chính nó?

- A. $y = x^3 + x^2 - x - 1$. B. $y = x^3 - x^2 + 2x - 1$.
 C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x - 1$.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 2x + 2 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 349. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu đạo hàm suy ra $y' < 0, \forall x \in (0; 2) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

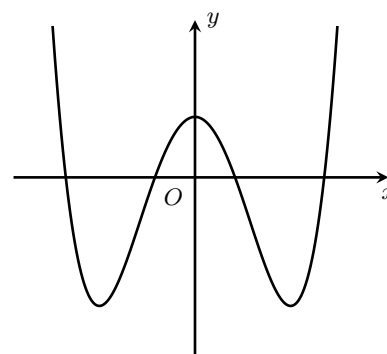
Chọn đáp án **C**

□

Câu 350. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + 5x^2 + 2$. B. $y = x^4 + 5x^2 + 2$.
 C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^4 - 5x^2 + 2$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số trong hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương, có 3 điểm cực trị và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hàm số đó là $y = x^4 - 5x^2 + 2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 351. Hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ đạt cực tiểu tại

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$y' = 2x - 2$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Mà $y'' = 2 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 352. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đồng biến trên khoảng?

A. $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$.

C. $(-1; 3)$ và $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3. \end{cases}$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 353. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

Ta có $y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \notin [-1; 2]. \end{cases}$$

Và $y(-1) = 2$; $y(0) = 5$; $y(\sqrt{2}) = 1$; $y(2) = 5 \Rightarrow \min_{[-1; 2]} y = 1$ khi $x = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 354. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{3x-2}$.

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = \frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{2}{3}$.

D. $y = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{1}{3}$ nên phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

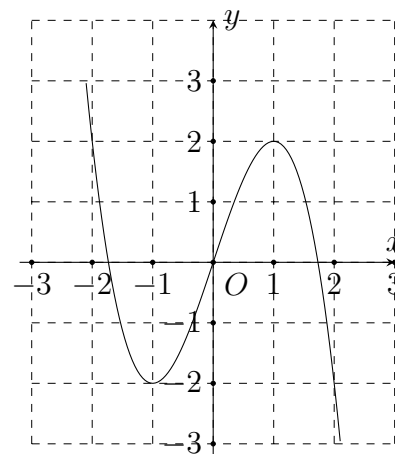
Câu 355. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = -x^3 - 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.



Lời giải.

Nhìn hình ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1; 2)$ nên trong 4 hàm số trên chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x$ thỏa đề.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 356. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	19	-13	$+\infty$	

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -13$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $x = 19$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 357. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có giá trị cực đại bằng -2 .

B. Hàm số có GTLN bằng 4 và GTNN bằng 0.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có, hàm số có giá trị cực đại bằng 4 và không có GTNN, GTLN.

Theo định nghĩa cực đại, cực tiểu ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 358. Tìm GTLN của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 4]$.

A. 2.

B. 20.

C. 18.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0$ khi $x = 0$ hoặc $x = 2$.

Ta có $y(0) = 2$; $y(4) = 18$; $y(2) = -2$.

Vậy GTLN của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 4]$ là 18.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 359.

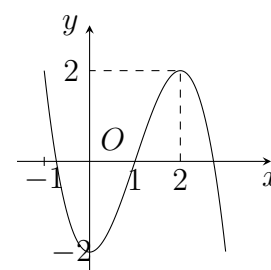
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 360. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

A. $x = -3$.

B. $x = 3$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

$$y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1.$$

$$f'(x) = x^2 - 4x + 3.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$		$\nearrow \frac{7}{3}$		$\searrow 1$		$\nearrow -\infty$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 361. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{-3x+2}$ là

A. $y = -\frac{1}{3}$.

B. $x = \frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{2}{3}$.

D. $x = -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{3}$.

Vì vậy, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên là đường thẳng $y = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 362. Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Xét phương trình $y = 0$. Ta có

$$y = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 1)(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

Phương trình có 2 nghiệm, do đó đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 363. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề đúng là

A. Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 364. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.

C. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.

D. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

Lời giải.

Theo định nghĩa về cực trị của hàm số, ta suy ra hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 365. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+5}$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

A. $\frac{5}{3}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{11}{(x+5)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

Xét trên đoạn $[-1; 3]$ thì $\max_{x \in [-1; 3]} y = y(3) = \frac{5}{8}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 366. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Theo bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 367.

Bảng biến thiên hình bên là của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.
 B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.
 C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.
 D. $y = x^4 + 2x^2 + 3$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			$+\infty$
		2			2		

Lời giải.

Các hàm số đã cho đều có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$.

Từ bảng biến thiên, ta suy ra $a > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ không thỏa mãn vì $a = -1 < 0$.

Các hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ và $y = x^4 + 2x^2 + 3$ không thỏa mãn vì $y' = 0$ chỉ có đúng 1 nghiệm.

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có $a = 1 > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x = -1; x = 0; x = 1$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán.

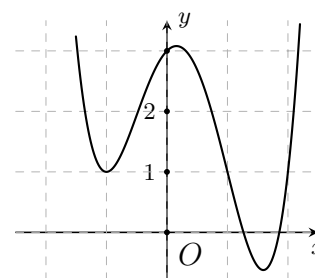
Chọn đáp án **C**

□

Câu 368.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong hình bên. Phương trình $f(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.



Lời giải.

Số nghiệm phương trình $f(x) = 2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x) = 2$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 369.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y				4		$+\infty$
	$-\infty$				-2	

Lời giải.

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

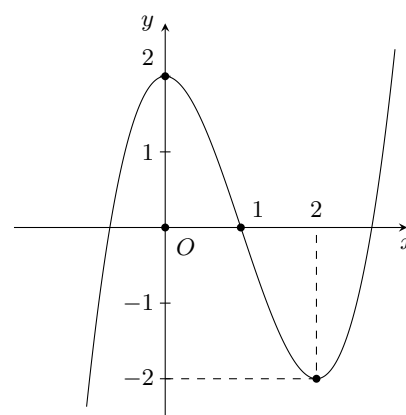
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 370.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 + 2$.
 C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có $a > 0$. Đồ thị cắt trục Oy tại $(0; 2)$ nên $d = 2$. Hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.

Vậy hàm số có đồ thị như hình trên là $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 371.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

- A. -2. B. 1. C. 2. D. -1.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		$+\infty$	
	$-\infty$			-2		

Lời giải.

Hàm số có đạo hàm đổi dấu khi đi qua $x = -1$ và $x = 1$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

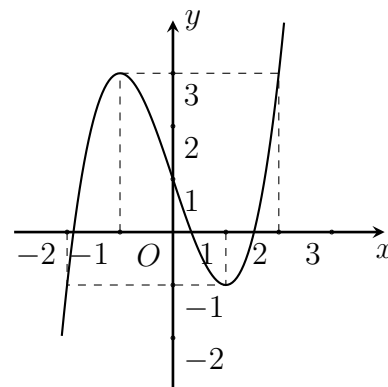
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 372.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; -1)$.



Lời giải.

Trên khoảng $(-\infty; -1)$ đồ thị hàm số "đi lên" từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 373. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên tập $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 4)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
 D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

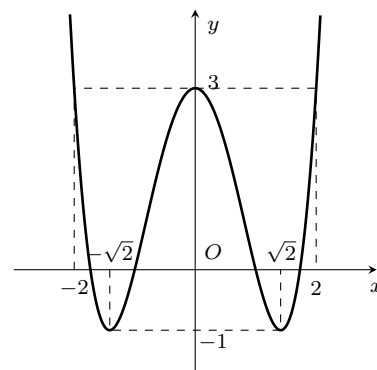
Chọn đáp án **D**

□

Câu 374.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm

- A. $x = \pm\sqrt{2}$. B. $x = \pm 2$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra $x = \pm\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 375. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

x	$-\infty$	2	6	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		6		1	$+\infty$

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2. B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (6; +\infty)$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 376. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 377. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y = x^3 + 3x + 5$. C. $y = x^4 + 2x^2 + 3$. D. $y = \tan x$.

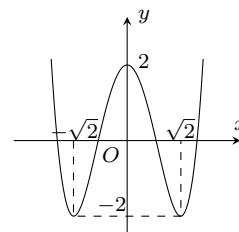
Câu 378. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	x_1		x_2	x_3		x_4	x_5		$+\infty$
y'	+		-		0	+	0	+	-	
y	$-\infty$		$+\infty$		y_1		y_2		y_3	

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 379. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^4 + 4x^2 + 2$. B. $y = x^4 - 4x^2 - 2$.
 C. $y = x^4 - 4x^2 + 2$. D. $y = x^4 + 4x^2 + 2$.



Câu 380. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{-1-2x}$ có phương trình là

- A. $y = -\frac{3}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = -\frac{1}{2}$. D. $x = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\frac{1}{2}$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là $y = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án  □

Câu 381. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1.$$

Vậy đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y = 1$ làm tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 382. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại bao nhiêu điểm?

A. 1.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Vì $-2018 < -1$ nên từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y = -2018$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 2 điểm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 383.

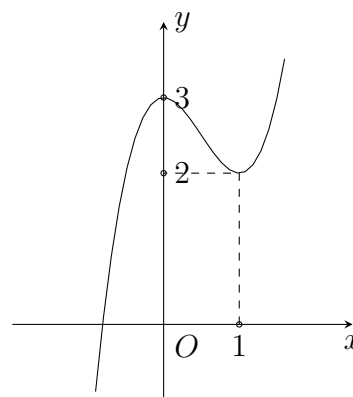
Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 384. Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 + 4x - 6$ là

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -9)$.

C. $(-9; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4$, $y' > 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy khoảng đồng biến của hàm số là $(-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 385. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. 4.

B. -4.

C. -2.

D. 2.

Lời giải.

Dựa vào BBT, giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 386. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{(x - 2)(x^2 + 1)}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

Ta có ngay đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{(x - 2)(x^2 + 1)}$ là $x = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 387. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$ là

A. $x = 2$.

B. $y = -2$.

C. $y = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = -\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 388. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{2x - 2}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $x = -1$.

B. $y = -1$.

C. $y = 1$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{2x - 2} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 389. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 2$ nghịch biến trên khoảng

A. $(2; 3)$.

B. $(1; 6)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(5; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm $y' = x^2 - 6x + 5$.

Ta có $y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 5$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 390. Điểm $M(2; -2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nào?

A. $y = -2x^3 + 6x^2 - 10$.

B. $y = x^4 - 16x^2$.

C. $y = -x^2 + 4x - 6$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y'' = 6x - 6$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Do $y''(2) = 6 > 0$ nên điểm $M(2; -2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 391.

Biết đồ thị của một trong bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** như hình vẽ.

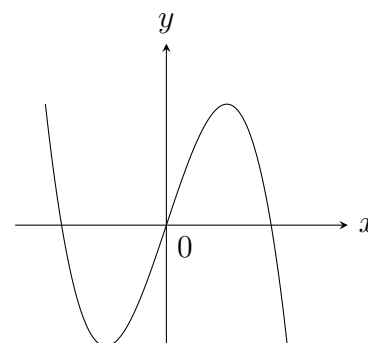
Đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = -x^4 - 3x$.



Lời giải.

Dựa vào hình dạng của đồ thị, ta có thể thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$.

Trong các đáp án đề bài cho, ta thấy chỉ có đáp án $y = -x^3 + 3x$ là phù hợp.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 392.

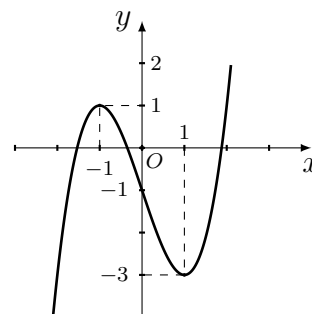
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. $x = 1$.

B. $M(1; -3)$.

C. $M(-1; 1)$.

D. $x = -1$.



Lời giải.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 393. Cho hàm số $y = \frac{x-4}{2x+3}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -\frac{2}{3})$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; \frac{3}{2})$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\frac{3}{2}; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Có $y' = \frac{11}{(2x+3)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; -\frac{3}{2})$ và $(-\frac{3}{2}; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 394. Cho hàm số $y = \frac{2}{x-5}$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

A. $y = -\frac{2}{5}$.

B. $y = 2$.

C. $y = 0$.

D. $x = 5$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-5} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-5} = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 395. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) ?

- A. $A(1; 0)$. B. $D(2; 13)$. C. $C(-1; 3)$. D. $B(-2; -13)$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào biểu thức $y = x^4 - x^2 + 1$, ta nhận điểm $D(2; 13)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 396. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{x-3}$?

- A. $x = 2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $y = 3$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-5}{x-3} = \infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 397. Tìm giá trị m nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $m = -2$. B. $m = 11$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 14x + 11 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 14x + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{11}{3} \end{cases}$.

Khi đó $y(0) = -2, y(1) = 3$ và $y(2) = 0 \Rightarrow \min_{x \in [0; 2]} y = y(0) = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 398. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+4)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. B. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại một điểm. D. (C) không cắt trục hoành.

Lời giải.

Xét phương trình $(x-2)(x^2+4) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow (C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 399. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 4 ↘	2	↗ $+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào?

- A. $x = 0$. B. $x = 1$.
C. $x = 4$. D. Hàm số không có điểm cực đại.

Lời giải.

• y' đổi dấu từ + sang - khi x qua điểm 0 nên $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 400. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			4			$+\infty$
			0		0		

Hàm số đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 4)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

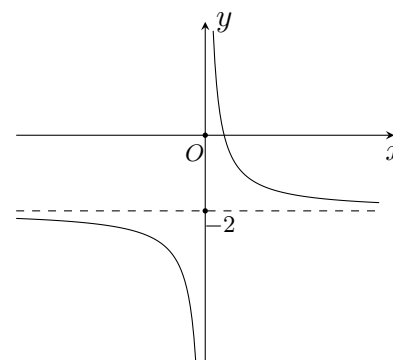
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 401.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{2x}{x+1}$. B. $y = \frac{-2x+1}{x}$.
 C. $y = \frac{2x+1}{x}$. D. $y = \frac{-x+1}{2x}$.



Lời giải.

Đồ thị trong hình vẽ có đường tiệm cận ngang $y = -2$ nên chỉ có hàm số $y = \frac{-2x+1}{x}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 402. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - 6x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 3]$.

- A. $m = -11$. B. $m = -1$. C. $m = -10$. D. $m = -26$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 12x$.

Phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = \sqrt{3} \text{ (nhận)} \\ x = -\sqrt{3} \text{ (loại).} \end{cases}$$

Khi đó

$$y(0) = -1; y(\sqrt{3}) = -10; y(-1) = -6; y(3) = 26.$$

Vậy $m = \min_{x \in [-1; 3]} y = -10$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 403. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = 1$. D. $y = -1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 404. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm

x	$-\infty$	-3	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	$-\infty$	$+\infty$

A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 4$.

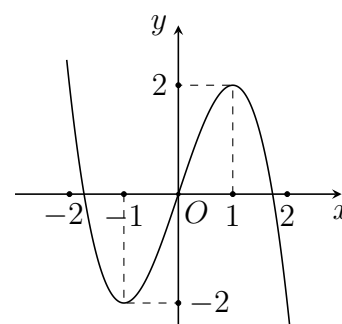
Lời giải.

Từ bảng biến thiên, nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x = 1$, do đó hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và $y_{CD} = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 405.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. Hàm số tăng trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số tăng trên khoảng $(-2; 2)$.

C. Hàm số tăng trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số tăng trên khoảng $(-2; 1)$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta thấy hàm số nghịch biến (giảm) trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; đồng biến (tăng) trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 406. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có phương trình là

A. $x = -1$.

B. $y = 1$.

C. $y = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\} = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-1}{x+1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x+1} = -\infty$.

Suy ra, $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 407. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	2	0	$+\infty$

Hỏi phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, nhận thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt. Do đó, phương trình $f(x) = 1$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 408. Hàm số sau có mấy cực trị $y = 4x^4 + 3x^2 - 5$

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	$+\infty$

Từ đó suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 409. Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+3}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$; một tiệm cận đứng là $x = -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. C	4. C	5. D	6. B	7. B	8. C	9. A	10. D
11. B	12. D	13. B	14. A	15. C	16. A	17. A	18. D	19. B	20. C
21. B	22. D	23. C	24. C	25. A	26. B	27. B	28. D	29. D	30. C
31. C	32. B	33. B	34. A	35. A	36. C	37. B	38. A	39. C	40. A
41. B	42. C	43. C	44. C	45. D	46. A	47. B	48. D	49. C	50. A
51. A	52. D	53. B	54. C	55. A	56. A	57. B	58. B	59. A	60. D
61. D	62. C	63. B	64. D	65. B	66. C	67. A	68. B	69. D	70. C
71. D	72. B	73. A	74. B	75. C	76. D	77. B	78. D	79. C	80. C
81. D	82. B	83. A	84. D	85. B	86. A	87. C	88. B	89. C	90. D
91. D	92. A	93. A	94. A	95. A	96. D	97. B	98. B	99. A	100. D
101. D	102. C	103. C	104. A	105. A	106. A	107. D	108. C	109. D	110. B
111. A	112. D	113. D	114. B	115. A	116. D	117. C	118. C	119. D	120. C
121. B	122. B	123. C	124. A	125. B	126. C	127. B	128. D	129. B	130. A
131. D	132. C	133. D	134. D	135. B	136. B	137. C	138. C	139. A	140. D
141. A	142. A	143. A	144. C	145. D	146. D	147. C	148. D	149. B	150. C
151. A	152. D	153. A	154. D	155. D	156. A	157. B	158. C	159. B	160. B
161. C	162. B	163. B	164. A	165. B	166. B	167. B	168. D	169. B	170. C
171. C	172. D	173. A	174. D	175. D	176. B	177. B	178. B	179. B	180. D
182. A	183. C	184. C	185. D	186. A	187. B	188. C	189. A	190. C	191. C
192. A	193. C	194. C	195. D	196. B	197. A	198. D	199. D	200. B	201. B
202. A	203. D	204. B	205. B	206. C	207. A	208. A	209. D	210. B	211. B
212. D	213. C	214. C	215. A	216. B	217. D	218. D	219. A	220. C	221. C
222. C	223. C	224. C	225. C	226. B	227. D	228. D	229. C	230. B	231. D
232. B	233. B	234. A	235. A	236. C	237. B	238. C	239. C	240. C	241. A
242. A	243. D	244. B	245. C	246. B	247. B	248. D	249. A	250. D	251. B
252. D	253. A	254. D	255. B	256. D	257. A	258. A	259. A	260. C	261. C
262. D	263. B	264. B	265. B	266. A	267. C	268. B	269. D	270. A	271. C
272. B	273. B	274. B	275. D	276. B	277. B	278. C	279. A	280. C	281. A
282. B	283. A	284. C	285. C	286. D	287. B	288. D	289. A	290. D	291. D
292. B	293. C	294. D	295. D	296. B	297. B	298. A	299. B	300. C	301. B
302. C	303. B	304. D	305. C	306. B	307. C	308. D	309. B	310. A	311. C
312. C	313. A	314. A	315. C	316. D	317. C	318. B	319. C	320. D	321. B
322. B	323. D	324. D	325. D	326. C	327. D	328. B	329. A	330. D	331. D
332. A	333. B	334. B	335. A	336. D	337. A	338. D	339. B	340. D	341. C
342. D	343. C	344. A	345. C	346. A	347. D	348. B	349. C	350. D	351. B
352. D	353. B	354. D	355. B	356. B	357. D	358. C	359. A	360. B	361. A
362. C	363. B	364. A	365. D	366. A	367. C	368. B	369. B	370. A	371. C
372. D	373. D	374. A	375. B	376. D	377. B	378. C	379. C	380. C	381. A
382. B	383. B	384. A	385. A	386. C	387. A	388. C	389. A	390. D	391. A
392. B	393. C	394. C	395. B	396. C	397. A	398. C	399. A	400. D	401. B
402. C	403. A	404. C	405. C	406. A	407. B	408. B	409. B		

NỘI DUNG CÂU HỎI

2 Mức độ thông hiểu

Câu 410. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - 2x + 1$. Hàm số có điểm cực đại tại $x = -1$, khi đó giá trị của tham số m thỏa mãn

- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (0; 1)$. C. $m \in (-3; -1)$. D. $m \in (1; 3)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y = x^3 + 3mx^2 - 2x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6mx - 2, y'' = 6x + 6m.$$

$$\text{Hàm số có điểm cực đại tại } x = -1 \Rightarrow y'(-1) = 0 \Rightarrow 1 - 6m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Với } m = \frac{1}{6} \Rightarrow \begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số đạt cực đại tại } x = -1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 411. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$ và đường tiệm cận ngang là $y = 3$. Tính giá trị của $a + b$?

- A. 1. B. 5. C. 4. D. 0.

Lời giải.

Với $b \neq 0$ và $b \neq -2a$, đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ nhận đường thẳng $x = \frac{2}{b}$ làm tiệm cận đứng.

Theo đề bài $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị nên $2 = \frac{2}{b} \Leftrightarrow b = 1$.

Với $b \neq 0$ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{b}$ làm tiệm cận ngang.

Theo đề bài $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nên $\frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = 3b \Leftrightarrow a = 3$.

Vậy $a + b = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 412. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{2x - 4}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + 3}{2x - 4} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 2x + 3}{2x - 4} = -\infty$. Vậy đường tiệm cận đứng của hàm số là đường thẳng $x = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 413. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$	x_1		0		x_2	$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	-
y	$-\infty$	↗ 2 ↘		↗ 2 ↘			
			1				

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 3$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải.

Bảng biến thiên của đồ thị hàm số trùng phương với hệ số $a < 0$. Mặt khác điểm $(0; 1)$ thuộc đồ thị hàm số nên chọn $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 414. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$.

A. $T = [1; 9]$. B. $T = [0; 2\sqrt{2}]$. C. $T = (1; 9)$. D. $T = [2\sqrt{2}; 4]$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [1; 9]$.

Ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{9-x}}, \forall x \in (1; 9)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{9-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{9-x} \Leftrightarrow x = 5 \in (1; 9)$.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathcal{D}$, có $y(1) = 2\sqrt{2}, y(9) = 2\sqrt{2}, y(5) = 4$.

Do đó tập giá trị của hàm số là $T = [2\sqrt{2}; 4]$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 415. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{\cot x}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. B. $1 \leq m < 2$. C. $m \leq 0$. D. $m > 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2-m}{(\cot x - m)^2} \cdot (\cot x)' = \frac{2-m}{(\cot x - m)^2} \cdot \frac{-1}{\sin^2 x}$.

Khi $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\cot x \in (0; 1)$ Để hàm số đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì

$$\begin{cases} \cot x - m \neq 0 \\ y' > 0 \end{cases}, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin (0; 1) \\ 2 - m > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 416. Trong hai hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ và $g(x) = \frac{x}{x+1}$ Hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. Không có hàm số nào cả. B. Chỉ $g(x)$.
C. Cả $f(x)$ và $g(x)$. D. Chỉ $f(x)$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ xác định trên $\mathbb{R}$, $f'(x) = 4x^3 + 4x$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Hàm số $g(x) = \frac{x}{x+1}$ xác định trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ và $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Do đó hàm số $g(x) = \frac{x}{x+1}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. □

Câu 417. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số trên tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$.

A. $y = 3x - 2$.

B. $y = -3x - 2$.

C. $y = 3x - 3$.

D. $y = 3x + 2$.

Lời giải.Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2}.$$

$$y(0) = -2, y'(0) = 3$$

 $\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số trên tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ là $y = 3(x - 0) - 2$

$$\Leftrightarrow y = 3x - 2.$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 418.** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + mx - 2$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. không có m .

D. $m = -2$.

Lời giải.Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 - 2(m+1)x + m; y'' = 2x - 2(m+1).$$

Vì hàm số đã cho là hàm số bậc ba nên

Hàm số có điểm cực đại là $x = -1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2(m+1) + m = 0 \\ -2 - 2(m+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m = -1 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

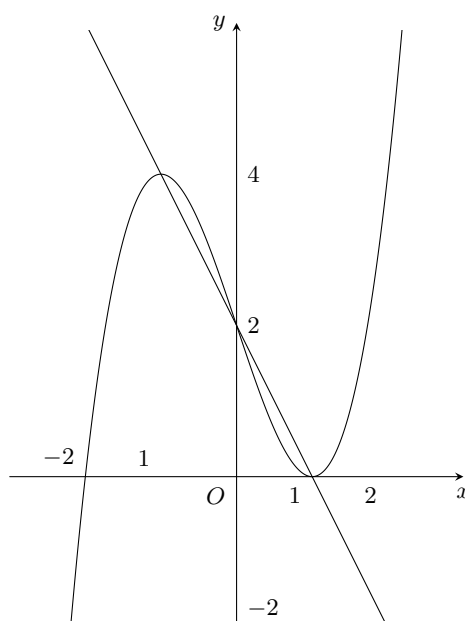
Chọn đáp án (A) □**Câu 419.** Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị của hàm $y = f'(x)$, $y = g'(x)$ như hình vẽ. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = f(x) - g(x)$.

A. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

C. $(1; +\infty)$ và $(-2; -1)$.

D. $(-2; +\infty)$.

**Lời giải.**Ta có $y' = f'(x) - g'(x)$ Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ ta có BBT

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$						$+\infty$

KL: Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 420. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$. Tính $(M + m)$.

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 4.

Lời giải.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 3) \\ x = 2 \in (0; 3) \end{cases}$

$y(0) = 2$; $y(2) = 6$; $y(3) = 2$. Vậy $M = 6$; $m = 2 \Rightarrow M + m = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 421. Cho hai hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Đồ thị hàm số trên cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A, B phân biệt. Tính độ dài đoạn AB .

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. 4.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $A(-2; 0)$

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $B(0; -2)$

$\overrightarrow{AB} = (2; -2)$. Độ dài đoạn AB là $AB = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 422. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{18}$?

A. $y = \frac{9}{4}x + \frac{1}{2}$; $y = \frac{4}{9}x + \frac{2}{9}$.

B. $y = \frac{9}{4}x + \frac{1}{2}$; $y = \frac{4}{9}x + \frac{4}{9}$.

C. $y = \frac{9}{4}x + \frac{31}{2}$; $y = \frac{4}{9}x + \frac{2}{9}$.

D. $y = \frac{9}{4}x + \frac{1}{2}$; $y = \frac{4}{9}x + \frac{1}{9}$.

Lời giải.

Ta có: $y' = \frac{4}{(x+2)^2}$. Gọi $M(x_0; y_0)$ ($x_0 \neq -2$) là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm với đồ thị (C) .

Khi đó phương trình tiếp tuyến là $y = \frac{4}{(x_0+2)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0}{x_0+2} = \frac{4x}{(x_0+2)^2} + \frac{2x_0^2}{(x_0+2)^2}$ (d).

(d) cắt hai trục tọa độ tại $A\left(0; \frac{2x_0^2}{(x_0+2)^2}\right)$; $B\left(-\frac{x_0^2}{2}; 0\right)$.

Vì tam giác OAB có diện tích $\frac{1}{18}$ nên $\frac{x_0^4}{(x_0+2)^2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow (3x_0^2)^2 = (x_0+2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -\frac{2}{3} \end{cases}$.

Do đó phương trình tiếp tuyến: $y = \frac{4}{9}x + \frac{2}{9}$; $y = \frac{9}{4}x + \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 423. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 2^\pm} y = \lim_{x \rightarrow 2^\pm} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^\pm} \frac{x - 1}{x + 2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 2$ không là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow (-2)^\pm} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^\pm} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow (-2)^\pm} \frac{x - 1}{x + 2} = \mp\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

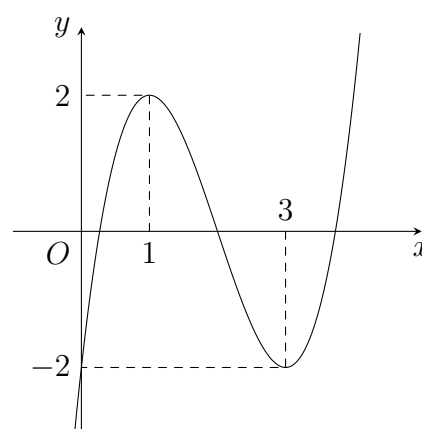
Chọn đáp án **A**

□

Câu 424.

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

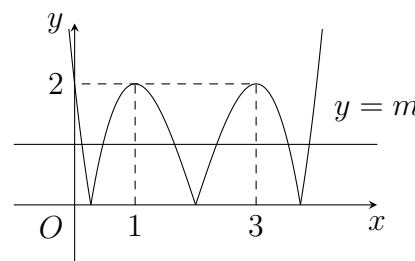
Khi đó phương trình $|f(x)| = m$ (m là tham số) có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

A. $-2 \leq m \leq 2$.B. $0 < m < 2$.C. $0 \leq m \leq 2$.D. $-2 < m < 2$.

Lời giải.

+ Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có được bằng cách biến đổi đồ thị (C): $y = f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới trục hoành qua trục hoành.
- Xóa phần đồ thị (C) nằm dưới trục hoành.



+ Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$.

Vậy phương trình có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 425. Phương trình đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x + y + 1 = 0$ là

A. $2x + y - 7 = 0$.B. $2x + y = 0$.C. $-2x - y - 1 = 0$.D. $2x + y + 7 = 0$.

Lời giải.

$$y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2}.$$

Đường thẳng $\Delta: 2x + y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = -2x - 1$ có hệ số góc bằng -2 .

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm và x_0 là hoành độ tiếp điểm.

Vì d song song với Δ nên

$$\frac{-2}{(x-1)^2} = -2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \\ x-1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0. \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $A(2; 3)$ là: $2x + y - 7 = 0$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $B(0; -1)$ là: $2x + y + 1 = 0$ (loại vì trùng với Δ).

Chọn đáp án **A**

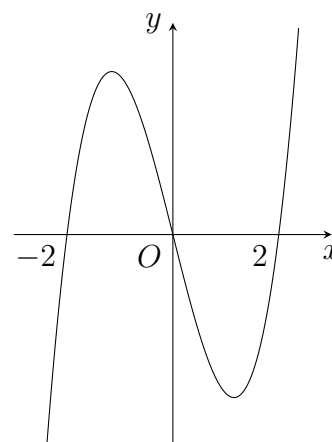
□

Câu 426.

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của $y = f'(x)$, ta có với $x \in (0; 2)$, $f'(x) < 0$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

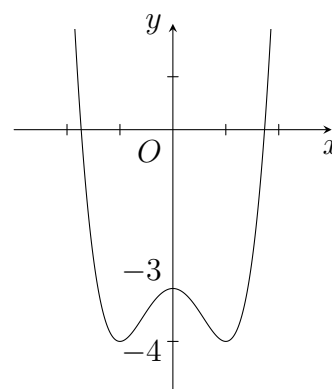
Chọn đáp án **D**

□

Câu 427.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m + 2$ có bốn nghiệm phân biệt.

- A. $-4 < m < -3$.
- B. $-4 \leq m \leq -3$.
- C. $-6 \leq m \leq -5$.
- D. $-6 < m < -5$.



Lời giải.

Để phương trình $f(x) = m + 2$ có 4 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m + 2$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Dựa vào đồ thị ta được $-4 < m + 2 < -3 \Leftrightarrow -6 < m < -5$.

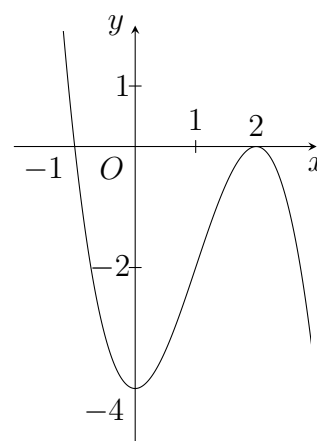
Chọn đáp án **D**

□

Câu 428.

Đồ thị ở hình bên là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.
- B. $y = x^3 - 3x - 4$.
- C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
- D. $y = x^3 - 3x - 4$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta suy ra hệ số cao nhất $a < 0$, loại được đáp án B và D.

Đồ thị đi qua điểm $(2; 0)$ nên C là đáp án đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 429. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 430. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ là:

A. $y_{CT} = 3$.

B. $y_{CT} = -3$.

C. $y_{CT} = 4$.

D. $y_{CT} = -4$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Dấu y'

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 1$; $y_{CT} = -4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 431. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 20$ đồng biến trên các khoảng nào?

A. $(-3; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-3; +\infty)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -3x^2 - 6x + 9$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-3; 1)$.

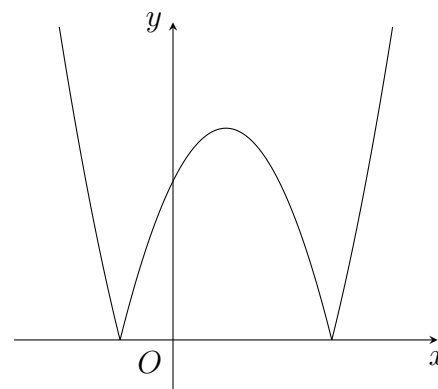
Chọn đáp án **A**

□

Câu 432.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta có đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 433. Kết luận nào là đúng về GTLN và GTNN của hàm số $y = \sqrt{x - x^2}$?

- A. Không có GTLN và không có GTNN. B. Có GTLN và không có GTNN.
C. Có GTLN và GTNN. D. Có GTNN và không có GTLN.

Lời giải.

Phương pháp:

+ Tìm TXD: $\mathcal{D} = [a; b]$ của hàm số.

+ Tính y' , giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm $x_i \in \mathcal{D}$ với $i = 1, 2, \dots$

+ Tính $y(a), y(b), y(x_i)$. So sánh các kết quả và kết luận.

Cách giải: TXD $\mathcal{D} = [0; 1]$.

Ta có $y = \sqrt{x - x^2} \Rightarrow y' = \frac{1 - 2x}{2\sqrt{x - x^2}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in [0; 1]$.

Hàm số đã cho liên tục trên $[0; 1]$ có $y(0) = y(1) = 0, y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

Vậy hàm số có GTNN là 0 và GTLN là $\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 434. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Phương pháp:

- Định nghĩa tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a \Rightarrow y = a$ là TCN của đồ thị hàm số.

- Định nghĩa tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Nếu $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ thì $x = a$ là TCD của đồ thị hàm số.

Cách giải:

TXD: $\mathcal{D} = (-1; +\infty) \setminus \{1\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^3}}}{\frac{1}{x^2} - 1} = 0$. Suy ra đồ thị hàm số có TCN là $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{1+x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{(1-x)\sqrt{1+x}} = +\infty$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{1+x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(1-x)\sqrt{1+x}} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1+x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(1-x)\sqrt{1+x}} = +\infty$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 435. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[0;1]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1 \leq m < 3$.

B. $m > 6$.

C. $m < 1$.

D. $3 < m \leq 6$.

Lời giải.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Với $m = 1 \Rightarrow y = 1, \forall x \in [0;1]$ thì $\min_{[0;1]} y \neq 3$. Suy ra $m \neq 1$.

Khi đó $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$ không đổi dấu trên từng khoảng xác định.

TH1: $y' > 0 \Leftrightarrow m < 1$ thì $\min_{[0;1]} y = y(0) \Rightarrow m = 3$ (loại)

TH2: $y' < 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì $\min_{[0;1]} y = y(1) \Rightarrow m = 5$ (thỏa mãn)

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 436. Cho hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}(C)$, đồ thị (C) có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Ta có $y = \frac{x+2}{x-2}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$ và tiệm cận đứng là $x = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 437. Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 + 2$. Tìm khoảng đồng biến của hàm số đã cho?

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.

C. $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = -x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 438.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

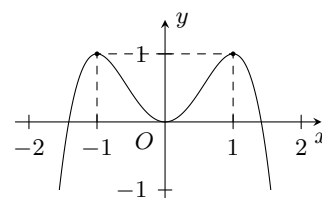
Phương trình $1 - 2f(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 3.

C. Vô nghiệm.

D. 2.



Lời giải.

Phương trình $1 - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$ (1).

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $(d) : y = \frac{1}{2}$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng (d) cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt

Nên phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 439. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - 2(2m+3)x + 4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $-1 \leq m \leq 3$.

B. $-3 < m < 1$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $-3 \leq m \leq 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = -x^2 + 2mx - 2m - 3$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' = -x^2 + 2mx - 2m - 3 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$. Chọn A.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 440. Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{x}$.

A. $N(-2; -2)$.

B. $x = -2$.

C. $M(2; -2)$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

$y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{x}$ (TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$)

$\Rightarrow y' = \frac{1}{2} - \frac{2}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{2x^2}$.

Có $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$; y' không xác định $\Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y				-2		

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2 \Rightarrow y = -2$.

Vậy đồ thị hàm số có điểm cực đại là $N(-2; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 441. Cho các hàm số $f(x) = x^4 + 2018$, $g(x) = 2x^3 - 2018$ và $h(x) = \frac{2x-1}{x+1}$. Trong các hàm số đã cho, có tất cả bao nhiêu hàm số **không có** khoảng nghịch biến?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

* $f(x) = x^4 + 2018$ (TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$) $\Rightarrow f'(x) = 4x^3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	$+\infty$		$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$, do đó hàm số không thỏa mãn đề bài.

$$*g(x) = x^3 - 2018 \text{ (TXĐ: } \mathcal{D} = \mathbb{R}) \Rightarrow g'(x) = 6x^2 \geq 0 \text{ } (\forall x \in \mathbb{R}).$$

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó hàm số thỏa mãn đề bài.

$$*h(x) = \frac{2x-1}{x+1} \text{ (TXĐ: } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}) \Rightarrow h'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} > 0 \text{ } (\forall x \in \mathcal{D}).$$

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$, do đó hàm số thỏa mãn đề bài.

Vậy có hai hàm số **không có** khoảng nghịch biến.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 442.

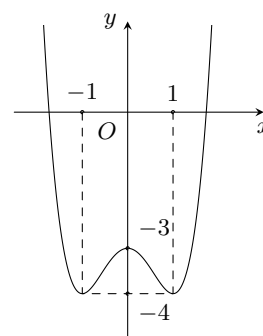
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-5 \leq m \leq -4$.

B. $-4 < m < -3$.

C. $-4 \leq m \leq -3$.

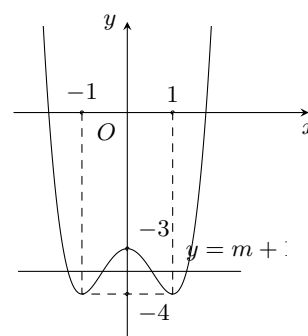
D. $-5 < m < -4$.



Lời giải.

Phương trình $f(x) = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại bốn điểm phân biệt. Điều này tương đương với

$$\begin{aligned} -4 < m + 1 < -3 \\ \Leftrightarrow -5 < m < -4. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 443. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m - 4)x^2 + 1 - m$ có 3 điểm cực trị

A. $m \geq \frac{2}{3}$.

B. $m \leq \frac{2}{3}$.

C. $m > \frac{2}{3}$.

D. $m < \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $y = x^4 + (6m - 4)x^2 + 1 - m$

(1)

Để đồ thị hàm số (1) có 3 điểm cực trị khi: $6m - 4 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{2}{3}$.

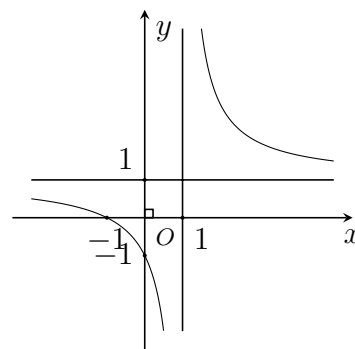
Chọn đáp án **D**

□

Câu 444.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{1-x}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 1$ và đường tiệm cận ngang $y = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 445. Hàm số nào sau đây không có điểm cực trị?

A. $y = x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = x^4 + 4x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 + 3x + 1$. Ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số không có cực trị.

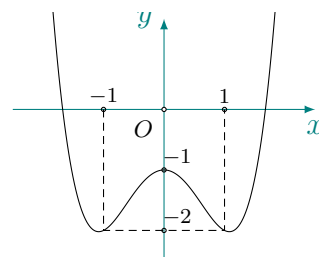
Chọn đáp án **A**

□

Câu 446.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây

A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.



Lời giải.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$

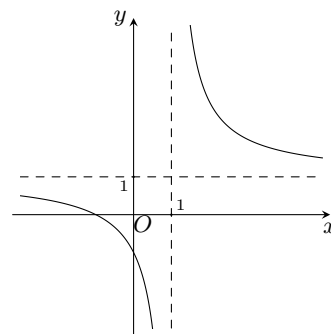
Chọn đáp án **D**

□

Câu 447.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Lời giải.

Đồ thị là của hàm số nhất biến có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên là hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

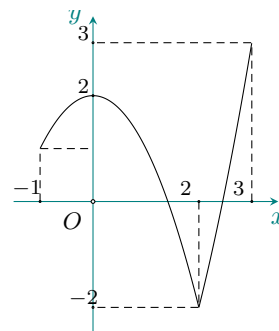
Chọn đáp án **B**

□

Câu 448.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 5.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta được $M = 3$, $m = -2$ nên $M - m = 3 + 2 = 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 449. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$ đổi dấu 3 lần khi x qua $-2, 0, 1$ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **A** □

Câu 450.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1.
C. 3. D. 2.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	2 $\nearrow$ $+\infty$	$\downarrow$ 3 $\nearrow$ 5	

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5 \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là 3.

Chọn đáp án **C** □

Câu 451. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$				
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

$$2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}.$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$.

Mà $-2 < -\frac{3}{2} < 1$ nên số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là 4.

Chọn đáp án **A** □

Câu 452. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	+
$f(x)$							

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 453. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-	-	-
y	2	$+\infty$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x = 2$.B. $y = 2$.C. $x = 1$.D. $y = 1$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không xác định tại $x = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 454. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$?

A. $m \in (-\infty; -5)$.B. $m \in [5; 2)$.C. $m \in (2; +\infty)$.D. $m \in (-\infty; 2]$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4(m-1)x.$$

— **Trường hợp 1:** $m \leq 1$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$f(0)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(1; 3)$.

— **Trường hợp 2:** $m > 1$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m-1}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{m-1}$	0	$\sqrt{m-1}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-\sqrt{m-1})$	$f(0)$	$f(\sqrt{m-1})$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy để hàm số đồng biến trên $(1; 3) \Rightarrow \sqrt{m-1} \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Suy ra $m \in (1; 2]$ thì hàm số đồng biến trên $(1; 3)$.

Vậy $m \in (-\infty; 1] \cup (1; 2] = (-\infty; 2]$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $(1; 3)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 455. Trong các hàm số sau đây hàm số nào có cực trị?

A. $y = \sqrt{x}$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

C. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 1$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

Lời giải.

Do hàm số trùng phương $y = x^4 - 2x^2 + 3$ có hệ số $a = 1 > 0$ và $ab = -2 < 0$, suy ra hàm số có cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 456. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

A. $f(x)$ có giá trị cực đại là -3 .

B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.

C. $M(-2; -2)$ là điểm cực đại.

D. $M(0; 1)$ là điểm cực tiểu.

Lời giải.

— Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

— Đạo hàm $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$.

— $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow y = -3 \\ x = 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$

— Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$	

Vậy mệnh đề sai là $M(-2; -2)$ là điểm cực đại.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 457. Gọi M, N là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 8x^2 + 3$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. 10.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Lời giải.

— Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— Đạo hàm $y' = x^3 - 16x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = \pm 4 \Rightarrow y = -61 \end{cases}$$

— Giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$.

— Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				3				$+\infty$
			-61				-61		

— Ta có $M(-4; -61)$, $N(4; -61)$ suy ra $\overrightarrow{MN} = (8; 0)$ nên $MN = 8$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 458. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x+2)^3(2x-3)$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$.

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -2 \vee x = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 459. Cho hàm số $y = f(x)$.

Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

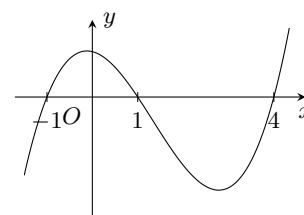
Hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.



Lời giải.

Ta có $y' = [f(x^2)]' = 2x \cdot f'(x^2)$. Ta có

$$y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(x^2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 < -1 \vee 1 < x^2 < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x < -2 \vee -1 < x < 0 \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(x^2)$ có 3 khoảng nghịch biến.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 460. Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{3 - 2x - 5x^2}$.

A. $x = 1$ và $x = \frac{3}{5}$. B. $x = -1$ và $x = \frac{3}{5}$. C. $x = -1$. D. $x = \frac{3}{5}$.

Lời giải.

Ta có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-1; \frac{3}{5}\right\}$ và

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\frac{19}{75} \text{ và } \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}^+} y = +\infty.$$

Do đó đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là $x = \frac{3}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 461. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x+1}$. B. $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. C. $y = \frac{2x^2+1}{x}$. D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x+1}$ với $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x+1}$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 462. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị (C) . Tìm a để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đó cách đường tiếp tuyến của (C) một khoảng bằng $\sqrt{2}-1$.

A. $a > 0$. B. $a = 2$. C. $a = 3$. D. $a = 1$.

Lời giải.

Điều kiện cần để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $a > 0$.

Khi đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $TCN: y = \frac{1}{\sqrt{a}}$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm x_0 là $\Delta: y = \frac{1-ax_0}{\sqrt{ax_0^2+1}^3}(x-x_0) + \frac{x_0+1}{\sqrt{ax_0^2+1}}$.

Do $d(TCN, \Delta) = \sqrt{2}-1 \Rightarrow TCN \parallel \Delta \Rightarrow 1-ax_0 = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{a}$.

Khi đó $d(TCN, \Delta) = \left| \sqrt{1+\frac{1}{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right| = \sqrt{2}-1 \Leftrightarrow a = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 463. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$.

A. 0. B. 3. C. 4. D. 6.

Lời giải.

Ta có $2|f(x)| - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{1}{2} \\ f(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình (1) có 6 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 464. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty; -2]$ và $[2; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình trên.

Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\left(\frac{7}{4}; 2\right) \cup (22; +\infty)$. B. $[22; +\infty)$. C. $\left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$. D. $\left[\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{7}{4} < m \leq 2 \vee m \geq 22$.

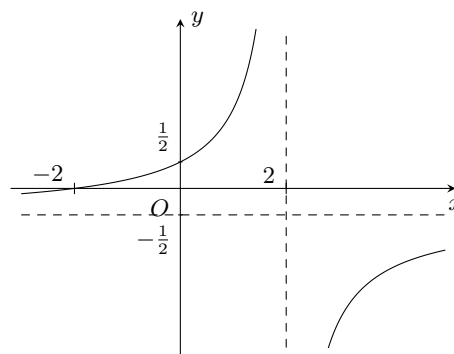
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 465.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x+2}{-2x+4}$.
C. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

B. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.
D. $y = \frac{-x+3}{2x-4}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$ (loại phương án C), tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2}$ (loại phương án B) và đi qua điểm $(-2; 0)$ (loại phương án D).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 466. Bảng biến thiên trong hình dưới là của hàm số nào trong các hàm số đã cho?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	-1	$+\infty$	-1

A. $y = \frac{-x-3}{x-1}$.

B. $y = \frac{-x+3}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$ (loại phương án C và D) và nghịch biến trên mỗi khoảng xác định (loại phương án A).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 467. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2}$ đi qua điểm $A(-1; 4)$.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $A(-1; 4) \in (C): \frac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2} \Leftrightarrow \frac{2 - 6m + 4}{-m + 2} = 4 \Leftrightarrow -6m + 6 = -4m + 8 \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 468. Biết hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính giá trị của hàm số tại $x = 3$.

- A. $f(3) = 81$. B. $f(3) = 27$. C. $f(3) = 29$. D. $f(3) = -29$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ nên $f'(1) = 3 + 2a + b = 0 \Leftrightarrow 2a + b = -3$.

$f(1) = -3 \Leftrightarrow 1 + a + b + c = -3 \Leftrightarrow a + b + c = -4$.

Mặt khác đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $2 = c$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2a + b = -3 \\ c = 2 \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -9 \\ c = 2 \end{cases}$$

Thử lại $f''(x) = 6x + 6$, $f''(1) = 12 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Vậy $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$ suy ra $f(3) = 29$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 469. Cho hàm số $y = (x + 2)(x^2 - 3x + 3)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm. B. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm. D. (C) không cắt trục hoành.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và Ox : $(x + 2)(x^2 - 3x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 470. Tìm tọa độ giao điểm I của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 3x$ với đường thẳng $y = -x + 2$.

- A. $I(2; 2)$. B. $I(2; 1)$. C. $I(1; 1)$. D. $I(1; 2)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d : $4x^3 - 3x = -x + 2 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1$.

Vậy tọa độ giao điểm $I(1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 471. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 1. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d : $\frac{2x + 4}{x - 1} = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0$.

Do đó hoành độ trung điểm I là $x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{2a} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 472. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$.

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -x + 2$. C. $y = -3x + 3$. D. $y = -3x + 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; với $x_0 = 1$ suy ra $y_0 = 1$ và $y'(1) = -3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$ là $y = -3 \cdot (x-1) + 1 \Leftrightarrow y = -3x + 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 473. Đồ thị hàm số $y = x^2(x^2 - 3)$ tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x$ tại bao nhiêu điểm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

(C) tiếp xúc với $d \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 3x^2 = 2x & (1) \\ 4x^3 - 6x = 2 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Ta có $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{thỏa } (1)) \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} & (\text{không thỏa } (1)). \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 474. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $1 \leq m < 5$.

B. $1 < m < 5$.

C. $1 < m \leq 5$.

D. $0 < m < 4$.

Lời giải.

* Đạo hàm $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 4 \\ x = 1 \Rightarrow y = 0. \end{cases}$

* Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, theo đề, ta có $0 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 475. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$			
y	$-\infty$		3		-1		3		$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại bao nhiêu điểm?

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -2018$ nằm dưới điểm cực tiểu của đồ thị hàm số, suy ra đường thẳng $y = -2018$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 476. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ nên đồng biến trên $(-\infty; -3)$.

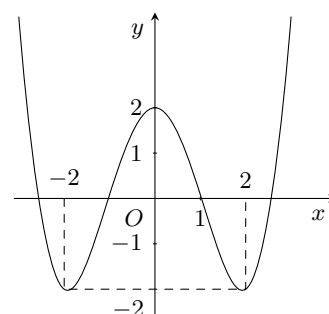
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 477.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 8 = 0$ bằng

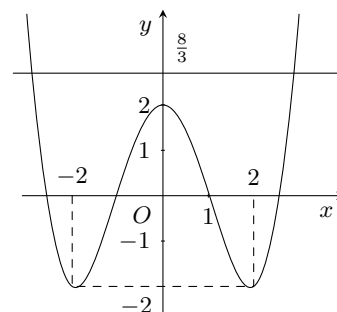
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Lời giải.

Ta có $3f(x) - 8 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{8}{3}$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y = \frac{8}{3}$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt. Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 478. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục Ox bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục Ox ($y = 0$) bằng số nghiệm của phương trình

$$x^3 - 3x + 1 = 0.$$

Phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 479. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{x} + 5}{x^2 - x - 6}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = [0; +\infty) \setminus \{3\}$.

Có $\lim_{x \rightarrow 3^+} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} = -\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 480. Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + mx^2 + (m^2 - 12)x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-4; 0)$.

B. $(5; 9)$.

C. $(0; 3)$.

D. $(3; 6)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 2mx + m^2 - 12$ và $y'' = -6x + 2m$.

Điều kiện cần để hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ là

$$y'(-1) = 0 \Leftrightarrow -3 - 2m + m^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3. \end{cases}$$

Với $m = -3$ thì $y' = -3x^2 - 6x - 3 = -3(x+1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Với $m = 5$ thì $y''(-1) = 16 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Vậy giá trị m cần tìm là $m = 5 \in (3; 6)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 481. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$. Tính $M - m$.

A. 4.

B. 9.

C. 1.

D. 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = -\frac{4}{x^2} + 1 \text{ và } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{x^2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3]. \end{cases}$$

$$\text{Ta tính được } f(1) = 6, f(2) = 5, f(3) = \frac{16}{3}.$$

$$\text{Kết hợp với } f(x) \text{ liên tục trên } [1; 3] \text{ nên } M = \max_{x \in [1; 3]} f(x) = 6 = f(1) \text{ và } m = \min_{x \in [1; 3]} f(x) = 5 = f(2).$$

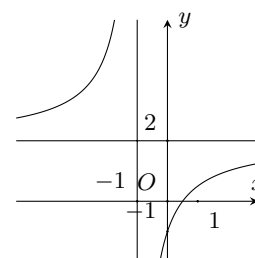
$$\text{Vậy } M - m = 1.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 482.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?

$$\text{A. } y = \frac{1-2x}{x+1}. \quad \text{B. } y = \frac{2x-1}{x+1}. \quad \text{C. } y = \frac{2x+1}{x-1}. \quad \text{D. } y = \frac{2x+1}{x+1}.$$



Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ (loại phương án A), tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ (loại phương án C) và đi qua điểm có tọa độ $(0; -1)$ (loại phương án D).

Chọn đáp án (B) □

Câu 483. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$. Tính $M - m$.

A. $M - m = 2\sqrt{2}$. B. $M - m = 2\sqrt{2} + 2$. C. $M - m = 4$. D. $M - m = 2\sqrt{2} - 2$.

Lời giải.

TXD: $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

Ta có $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

Do $y(-2) = -2, y(2) = 2, y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$.

Vậy $M = 2\sqrt{2}, m = -2$, suy ra $M - m = 2\sqrt{2} + 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 484. Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

B. $y = (x^2 + 1)^2$.

C. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 - 3x^2 + 4$.

Lời giải.

— Đáp án A: $y' = 3x^2 - 6x + 9 = 0$ vô nghiệm nên hàm số không có cực trị. Loại A.

— Đáp án B: $y' = 4x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số có 1 cực trị. Loại B.

— Đáp án C: Đây là hàm trùng phương có $ab = -8 < 0$ nên hàm số có 3 cực trị. Chọn C.

— Đáp án D: Đây là hàm trùng phương có $ab = 3 > 0$ nên hàm số có 1 cực trị. Loại D.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 485. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Do $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2)$ có các nghiệm $x = 0$ (bội 2) nên loại.

Ngoài ra $f'(x) = 0$ có hai nghiệm bội lẻ, đó là $x_1 = -1; x_2 = -2$.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 486. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = -x^3 - 2x$.

Lời giải.

Đáp án A sai vì hàm bậc bốn trùng phương không nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (nó luôn có cực trị).

Đáp án B sai vì hàm $y = \sin x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$.

Đáp án C sai và hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Đáp án D đúng vì hàm số $y = -x^3 - 2x$ có nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 487. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$.

Tính $3M + 2m$.

A. $3M + 2m = \frac{16}{3}$.

B. $3M + 2m = 15$.

C. $3M + 2m = 14$.

D. $3M + 2m = 12$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \left[\frac{1}{3}; 3\right] \\ x = -1 \notin \left[\frac{1}{3}; 3\right] \end{cases}$.

Lại có $y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{10}{3}; y(1) = 2, y(3) = \frac{10}{3}$.

Vậy $M = \frac{10}{3}, m = 2$ suy ra $3M + 2m = 3 \cdot \frac{10}{3} + 2 \cdot 2 = 14$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 488.

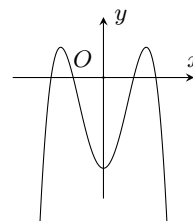
Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.



Lời giải.

Quan sát dáng đồ thị hàm số ta thấy $a < 0$, loại phương án B và D.

Đồ thị cắt trục Oy tại $(0; c)$ nên $c < 0$.

Hàm số có ba điểm cực trị suy ra $ab < 0$ nên $b > 0$ (do $a < 0$) (loại phương án B).

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 489. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ biết nó song song với đường thẳng $y = 9x + 6$.

A. $y = 9x + 26; y = 9x - 6$.

B. $y = 9x - 26$.

C. $y = 9x - 26; y = 9x + 6$.

D. $y = 9x + 26$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Khi đó hệ số góc của d là $k = f'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0$

Mà d song song với $y = 9x + 6 \Rightarrow f'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 1. \end{cases}$

— Với $M(-1; -3) \Rightarrow d: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 9(x + 1) - 3 = 9x + 6$ (loại vì trùng với đường thẳng $y = 9x + 6$).

— Với $M(3; 1) \Rightarrow d: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 9(x - 3) + 1 = 9x - 26$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = 9x - 26$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 490. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

TXĐ $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y = \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 1} = \frac{4(x + 1)}{(x + 1)^2} = \frac{4}{x + 1}$.

Do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Chọn đáp án **B** □

Câu 491. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + 4x - 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $0 < m < 1$.

B. $-1 \leq m \leq 1$.

C. $0 \leq m \leq 1$.

D. $-1 < m < 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 4mx + 4$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (-2m)^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 492. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$.

B. $1 < m < 2$.

C. $-2 < m < 0$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải.

Ta có $x^3 - 3x^2 + 2 - m = 0 \Leftrightarrow m = x^3 - 3x^2 + 2$ (1).

Xét hàm $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$; $f'(0) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 493.

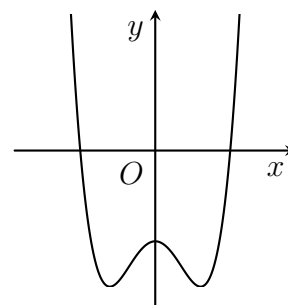
Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

+ Hàm số có ba cực trị nên đây là một hàm số bậc 4.

+ Với hệ số $a > 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 494. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $\frac{65}{3}$.

B. 20.

C. 6.

D. $\frac{52}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $f(x) = x + \frac{4}{x}$ xác định và liên tục trên $[1; 3]$. Khi đó

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$$

Nhận thấy: $-2 \notin [1; 3] \Rightarrow x = -2$ (loại).

$f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}$. Khi đó: $\max_{[1;3]} f(x) = 5; m = \min_{[1;3]} f(x) = 4$. Vậy $M.m = 20$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 495. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{|x|-2x+1}$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

— Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{|x|-2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x-2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{-x+1} = -1$.

Suy ra đường thẳng $y = -1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{|x|-2x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{-x-2x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{-3x+1} = -\frac{1}{3}$.

Suy ra đường thẳng $y = -\frac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

— Ta có $|x| - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow |x| = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 = (2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{|x|-2x+1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{-x+1} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 496. Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là $-\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3$ hoặc $x^2 = -1$ (vô nghiệm).

$x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$. Vậy đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại hai điểm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 497.

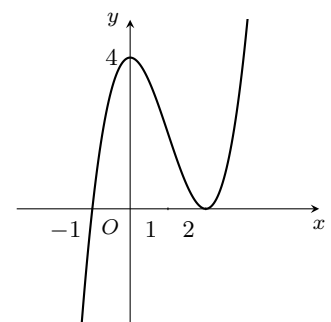
Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) như hình vẽ và đường thẳng $d: y = m^3 - 3m^2 + 4$, (với m là tham số). Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.



Lời giải.

Từ đồ thị suy ra đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$0 < m^3 - 3m^2 + 4 < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m^3 - 3m^2 + 4 > 0 \\ m^3 - 3m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2)^2 > 0 \\ m^2(m-3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \\ m \neq 2. \end{cases}$$

Vì m là số nguyên nên $m = 1$.

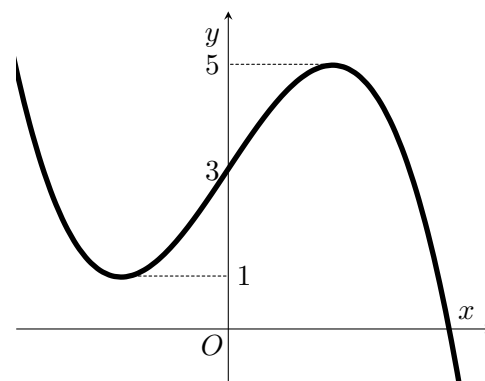
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 498.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm âm?



A. 0.

B. 2.

C. 1.

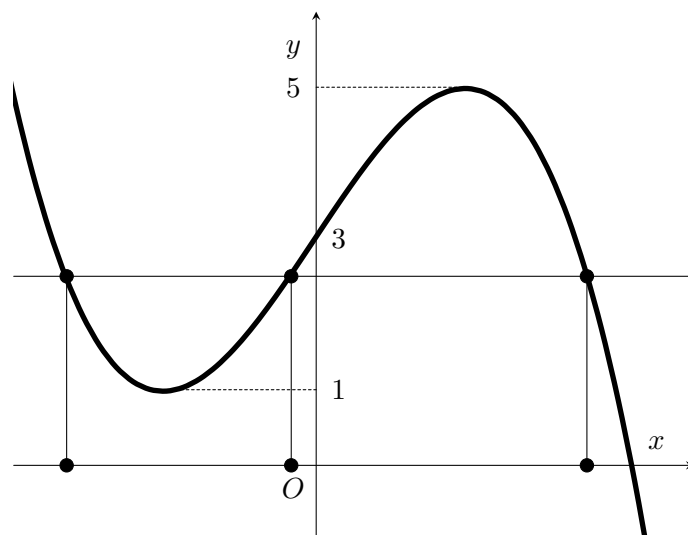
D. 3.

Lời giải.

Phương pháp:

Tìm giao điểm của đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ với đồ thị hàm số và nhận xét tính chất nghiệm.

Cách giải:



Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$.

Nghiệm của phương trình chính là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Quan sát đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt, trong đó có 2 điểm có hoành độ âm và 1 điểm có hoành độ dương.

Vậy phương trình có 2 nghiệm âm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 499. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{3x-2}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có hệ số góc là

A. -1.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{5}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là $k = f'(x_0)$.

Cách giải:

Ta có $y' = \frac{-1}{(3x-2)^2}$.

Giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{3x-2}$ với trục tung có hoành độ $x = 0$.

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến tại tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $y'(0) = \frac{-1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 500. Hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 5$ có điểm cực đại là

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = 5$.

C. $x = 3$.

D. $x = 0$.

Lời giải.

Phương pháp:

- Tính y' tìm nghiệm của $y' = 0$.

- Tính y'' và tìm giá trị của y'' tại các điểm vừa tìm được.

Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai tại điểm x_0 thì điểm x_0 là điểm cực đại của hàm số trên nếu

$$\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0. \end{cases}$$

Cách giải:

Ta có $y' = 6x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{3}. \end{cases}$

$y'' = 12x - 2 \Rightarrow y''(0) = -2 < 0; y''\left(\frac{1}{3}\right) = 2 > 0.$

Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 501. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Phương pháp:

Xét phương trình $f'(x) = 0$, nếu x_0 là nghiệm bội bậc chẵn của phương trình thì x_0 không phải là điểm cực trị của hàm số, nếu x_0 là nghiệm bội bậc lẻ của phương trình thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

Xét phương trình $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Trong đó $x = 0, x = 2$ là các nghiệm bội bậc lẻ nên hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

(còn $x = 1; x = 3$ là các nghiệm bội bậc chẵn nên không phải là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$).

Chú ý: Các em có thể lập bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ rồi kết luận số điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 502. Đồ thị hàm số nào sau đây có trục đối xứng?

A. $y = x^3 + x$.

B. $y = x^3$.

C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

D. $y = |x|$.

Lời giải.

Phương pháp:

Đồ thị hàm số lẻ có tâm đối xứng, đồ thị hàm số chẵn có trục đối xứng.

Cách giải:

Nhận thấy hàm số $y = |x|$ là hàm số chẵn nên đồ thị có trục đối xứng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 503. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. $y = x^4 - x^2 + 3$. B. $y = \frac{x-2}{2x-3}$. C. $y = -x^3 + x - 1$. D. $y = \frac{3-x}{x+1}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Tìm các khoảng đồng biến của mỗi hàm số ở các đáp án và đối chiếu kết quả.

Cách giải:

a) Xét hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$.

Ta có $y' = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1)$

Khi đó $y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0 \\ x > \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

Nên hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0\right)$ và $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right) \supset (1; +\infty)$, chúng ta nhận hàm số này.

b) Xét hàm số $y = \frac{x-2}{2x-3}$.

$\Rightarrow y' = \frac{1}{(2x-3)^2} > 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ và $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Cả hai khoảng này đều không chứa khoảng $(1; +\infty)$ nên không nhận hàm số này.

c) Xét hàm số $y = -x^3 + x - 1$

$\Rightarrow y' = -3x^2 + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{\sqrt{3}} < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Khoảng này không chứa khoảng $(1; +\infty)$ nên loại hàm số này.

d) Xét hàm số $y = \frac{3-x}{x+1}$

$\Rightarrow y' = \frac{-4}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

Do đó hàm số không đồng biến.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 504. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - m$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 4 \end{cases}$. B. $m \in [0; 4]$. C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. D. $m \in (0; 4)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi phương trình $x^3 + 3x^2 = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g(x) = x^3 + 3x^2$.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$g'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Dựa vào BBT phương trình $x^3 + 3x^2 = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $m \in (0; 4)$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 505. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-6}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = [3; +\infty)$.

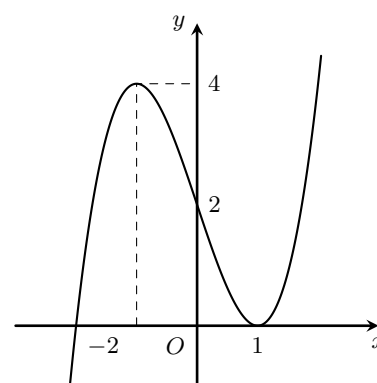
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}} = 0.$$

 $\Rightarrow$ Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 506.Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Khẳng định sau đây là **sai**?A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Từ đồ thị của hàm $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-2)$	$+\infty$		

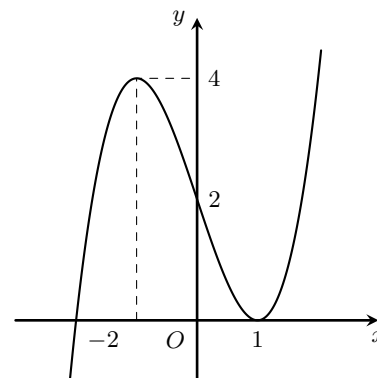
Chọn đáp án (C)

□

Câu 507.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

- A. $(-\infty; 2); (1; +\infty)$. B. $(-2; +\infty) \setminus \{1\}$.
C. $(-2; +\infty)$. D. $(-4; 0)$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên cho hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-2)$			$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy ngay trong khoảng $(-2; +\infty)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 508. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Số các tiếp tuyến với đồ thị (C) mà các tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d: y = -\frac{1}{3}x + 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: y = -\frac{1}{3}x + 1$ nên có hệ số góc bằng 3.

$$\Rightarrow y' = 3 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.$$

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn.

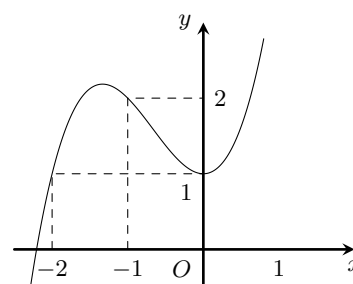
Chọn đáp án **B**

□

Câu 509.

Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn kết luận **sai** trong các kết luận sau:

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
B. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.



Lời giải.

Theo hình vẽ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, nên đáp án A đúng.

Hàm số cắt trục tung tại $(0; 1)$ nên đáp án B đúng.

Trên khoảng $(0; +\infty)$, x tăng, y tăng nên hàm đồng biến, nên đáp án C đúng.

Trên khoảng $(-2; -1)$ hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến nên kết luận ở đáp án D sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 510. Hàm số $y = x^3 - (m + 2)x + m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi:

- A. $m = -1$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - m - 2, y'' = 6x$.

Vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên $y'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Với $m = 1$ ta có $y''(1) = 6 > 0$. Vậy hàm số $y = x^3 - (m + 2)x + m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi $m = 1$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 511. Cho hàm số $y = x^3 = 3x^2 - 9x + 2$. Chọn kết luận đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9, \text{ cho } y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	7	-25	$+\infty$	

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 512. Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường trên là

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Phương trình có một nghiệm nên đường cong và đường thẳng có một giao điểm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 513. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y = 9x + 17$ là

A. $\begin{cases} y = 9x + 19 \\ y = 9x - 21 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = 9x - 19 \\ y = 9x + 21 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = 9x - 15 \\ y = 9x + 17 \end{cases}$

D. $y = 9x - 15$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp tuyến của tiếp điểm cần tìm.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y = 9x + 17$ nên phương trình tiếp tuyến có dạng $y = 9x + b, (b \neq 17)$.

Khi đó $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow x_0 = \pm 2$.

— Với $x_0 = 2$, ta có $y_0 = 2^3 - 3 \cdot 2 + 1 = 3$.

Do đó phương trình tiếp tuyến là $y = 9(x - 2) + 3 \Leftrightarrow y = 9x - 15$.

— Với $x_0 = -2$, ta có $y_0 = (-2)^3 - 3 \cdot (-2) + 1 = -1$.

Do đó phương trình tiếp tuyến là $y = 9(x + 2) - 1 \Leftrightarrow y = 9x + 17$ (loại vì $b \neq 17$).

Vậy phương trình tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu đề bài là $y = 9x - 15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 514. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. 11.

B. 10.

C. 6.

D. 15.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 2] \\ x = -2 \notin [-1; 2] \end{cases}$

Mà $f(-1) = 15, f(1) = -5, f(2) = 6$.

Do đó $\max_{[-1; 2]} f(x) = f(-1) = 15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 515. Cho hàm số $y = x - \sin 2x + 3$. Chọn kết luận đúng.

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{\pi}{3}$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{\pi}{6}$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{\pi}{6}$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 - 2\cos 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Và $y'' = 1 + 4\sin 2x$

— $y''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2\sqrt{3} > 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{\pi}{6}$.

— $y''\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 1 - 2\sqrt{3} < 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 516. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{2x^2 + 1}{2 - x}$.

B. $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{1 + x}$.

C. $y = \frac{x + 1}{1 - 2x}$.

D. $y = \frac{2x - 2}{x + 2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 2}{x + 2} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 2}{x + 2} = 2$.

Vậy $y = 2$ là tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 517. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	0	4	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4.

C. Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 518. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là

- A. $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$. B. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. D. $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$.

Lời giải.

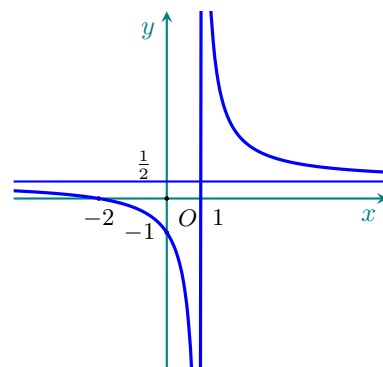
Cách 1: $y = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(1) = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là $y = \frac{1}{2}(x-1) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 519.

Đồ thị (C) ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{1}{2x+2}$. B. $y = \frac{x-2}{2x-2}$.
C. $y = \frac{x+2}{2x-2}$. D. $y = x^3 - 2x + 3$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$ nên A và D loại.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ nên $y' < 0, \forall x \neq 1$. Vậy C đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 520. Đồ thị hàm số $y = x^3 - mx + m + 5$ đi qua điểm $I(-1; -2)$, giá trị m là

- A. $m = 3$. B. $m = \frac{2}{3}$. C. $m = -\frac{2}{3}$. D. $m = -3$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = x^3 - mx + m + 5$ đi qua điểm $I(-1; -2)$ nên ta có:

$$-2 = -1 + m + m + 5 \Leftrightarrow m = -3.$$

Vậy với $m = -3$ thì đồ thị hàm số $y = x^3 - mx + m + 5$ đi qua điểm $I(-1; -2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 521. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$ là PTHĐGD của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = -\frac{3}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (C) và d cắt nhau tại 1 điểm. Vậy Phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 522. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}.$$

$$y(0) = 1; y(1) = 3; y(2) = -1.$$

Khi đó $\max_{[0;2]} y = 3; \min_{[0;2]} y = -1$. Vậy $\max_{[0;2]} y + \min_{[0;2]} y = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 523. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 4}$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 4}$ có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 4} = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 4} = -\infty$ nên đồ thị có hai tiệm cận đứng là $x = 2$ và $x = -2$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 4} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.

Do đó đồ thị có 3 tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 524. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)(x^2 - x)(x - 1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Ta thấy $f'(x) = (x + 1)(x^2 - x)(x - 1) = x(x + 1)(x - 1)^2$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x = -1$ và $x = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 525. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. 7.

B. -20.

C. -25.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	7	-25	$+\infty$	

Nhìn vào BBT ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là -25 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 526. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = x - 2$.

C. $y = -x + 2$.

D. $y = -2x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Lấy y chia cho y' ta được $y = \frac{1}{3}x(3x^2 - 3) - 2x + 1$. Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y = -2x + 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 527. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-4}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 0, \text{ suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là } y = 0.$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{x^2-4} = +\infty, \text{ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x = 2.$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x^2-4} = +\infty, \text{ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x = -2.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 528. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$.

Khi đó, $3M + m$ bằng

A. 12.

B. $\frac{35}{6}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 10.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$. Ta có $y' = 1 - \frac{1}{x^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 3\right] \\ x = -1 \notin \left[\frac{1}{2}; 3\right] \end{cases}$

$$\text{Mà } y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}, y(1) = 2, y(3) = \frac{10}{3}.$$

$$\text{Suy ra } M = \max_{\left[\frac{1}{2}; 3\right]} y = \frac{10}{3} \text{ và } m = \min_{\left[\frac{1}{2}; 3\right]} y = 2.$$

$$\text{Vậy } 3M + m = 12.$$

□

Câu 529. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 530. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số

$$y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$$

luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

B. $-3 \leq m \leq 1$.

C. $m \leq 1$.

D. $-3 < m < 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$.

Hàm số đã cho là hàm bậc ba nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi chỉ khi

$$\begin{aligned} y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 531. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ bằng

A. $2 + \sqrt{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $2 - \sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. Ta có $y' = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}} - 1 = \frac{-x - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = 1 \quad \Leftrightarrow x = -1. \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$
y'		$+$	$-$
y	$\sqrt{2}$	2	$-\sqrt{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 2, \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = -\sqrt{2}$.

Vậy $\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y + \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 2 - \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 532. Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0; 2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

Ta có $y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	-2	0	2
y'		+	-
y	0	2	0

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 533. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm

$$f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)(x+5)^4$$

Hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (nghiệm đơn)} \\ x = 2 \text{ (nghiệm kép bội chẵn)} \\ x = 3 \text{ (nghiệm đơn)} \\ x = -5 \text{ (nghiệm kép bội chẵn)} \end{cases}$$

Vì $f'(x)$ đổi dấu khi x qua các điểm $x = -1$, $x = 3$ nên hàm số có 2 cực trị.

□

Câu 534. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ là điểm $M(x_0; y_0)$. Tính tổng $T = x_0 + y_0$.

A. $T = 8$.

B. $T = 4$.

C. $T = -11$.

D. $T = 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (nghiệm đơn)} \\ x = 1 \text{ (nghiệm kép)} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		-	0	+
y	$+\infty$	-10	$-\infty$	

Dựa vào điểm biến thiên suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $M(-1; -10)$, suy ra $x_0 = -1$, $y_0 = -10$. Do đó, $T = -11$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 535. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-m}{mx-1}$ không có đường tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

— Trường hợp $m = 0$: hàm số đã cho trở thành $y = -x$, là hàm số không có tiệm cận đứng nên $m = 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

— Trường hợp $m \neq 0$: hàm số đã cho có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{m} \right\}$.

Hàm số không có tiệm cận đứng khi chỉ khi $x = \frac{1}{m}$ là nghiệm của phương trình $x - m = 0$ hay

$$\frac{1}{m} - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị tham số m để hàm số đã cho không có tiệm cận đứng. $\square$

Câu 536. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + n$ có tọa độ điểm cực tiểu là $(1; 3)$. Khi đó, $m + n$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4mx + m^2$, $y'' = 6x - 4m$

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; 3)$, suy ra

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y(1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 3 = 0 \\ m^2 - 2m + n + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} m = 3 \\ n = -1 \end{cases} \end{cases}$$

Với $\begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases}$, ta có $y''(1) = 2 > 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. Do đó, $m = 1$, $n = 3$ thỏa yêu cầu bài toán. Vậy $m + n = 4$.

Với $\begin{cases} m = 3 \\ n = -1 \end{cases}$, ta có $y''(1) = -6 < 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. Do đó, $m = 3$, $n = -1$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** $\square$

Câu 537. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 2}$ trên tập hợp $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Tính $P = M + m$.

A. $P = 2$.B. $P = 0$.C. $P = -\sqrt{5}$.D. $P = \sqrt{3}$.**Lời giải.**

Ta có $y' = \frac{1 - 2x}{(x - 2)^2 \sqrt{x^2 - 1}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \notin \mathcal{D}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{3}{2}$
y'		+		-
y	-1	0	0	$-\sqrt{5}$

Vậy $M = \max_{\mathcal{D}} y = 0$ và $m = \min_{\mathcal{D}} y = -\sqrt{5}$.

Do đó $P = -\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 538. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x + 1 = 0$.

Xét $f(x) = x^3 + 3x + 1$, ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 539. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y = x^3 - 1$.

B. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - x$.

D. $y = x^4 + 3x^2 + 2$.

Lời giải.

Ta xét

① $y = x^3 - 1$, có $y' = 3x^2 \geq 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-1	$+\infty$

Vậy $y = x^3 - 1$ không có cực trị.

② $y = x^3 + 3x^2 + 1$, có $y' = 3x^2 + 6x$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Vậy $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có 2 cực trị.

③ $y = x^3 - x$, có $y' = 3x^2 - 1$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$-\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$+\infty$	

Vậy $y = x^3 - x$ có 2 cực trị.

④ $y = x^4 + 3x^2 + 2$, có $y' = 4x^3 + 6x$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x = 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	2	$+\infty$

Vậy $y = x^4 + 3x^2 + 2$ có 1 cực trị.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 540. Cho hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) > 0$ hoặc $f''(x_0) < 0$.
- B. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0 .

Lời giải.

Trong các khẳng định trên thì khẳng định “Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$ ”.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 541. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (C) không có tiệm cận ngang.
- B. (C) có tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
- C. (C) có đúng một tiệm cận ngang.
- D. (C) có tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ nên (C) có tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 542. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-3x^2 + 2x + 1}}{x}$ là

- A. 3.
- B. 1.
- C. 0.
- D. 2.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \left[-\frac{1}{3}; 1\right] \setminus \{0\}$, do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lại có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$ nên $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 543. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. $\min_{[1;3]} f(x) = 3$.
- B. $\min_{[1;3]} f(x) = 6$.
- C. $\min_{[1;3]} f(x) = 37$.
- D. $\min_{[1;3]} f(x) = 5$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$ với mọi x . Lại có $f(1) = 5$, $f(3) = 37$ nên $\min_{[1;3]} f(x) = 5$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 544.

Bảng biến thiên ở hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+1}{1-x}$.

D. $y = \frac{2x+1}{2x+3}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$ và nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Xét $y = \frac{x+1}{x-1}$ có

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Lại có $y' = -\frac{2}{(x-1)^2} < 0$ nên $y = \frac{x+1}{x-1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định, do đó bảng biến thiên trên là của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 545. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên đoạn $[a; b]$.

B. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

C. Hàm số luôn có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

D. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu trên đoạn $[a; b]$.

Lời giải.

Theo định lý về tính liên tục trên một đoạn thì hàm số luôn có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 546. Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận đứng?

A. $y = -\frac{1}{x}$.

B. $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$.

C. $y = \frac{3x-1}{x^2-1}$.

D. $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x+2}$.

Lời giải.

Ta xét

① $y = -\frac{1}{x}$ có $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{x} = -\infty$ nên $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

② $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$ có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x^2 + 2x + 1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x^2 + 2x + 1} = +\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

③ $y = \frac{3x-1}{x^2-1}$ có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x-1}{x^2-1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x-1}{x^2-1} = +\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

④ $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x+2}$ có tập xác định $\mathcal{D} = [3; +\infty)$. Ta thấy trên tập xác định thì hàm số luôn liên tục và $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-3}}{x+2} = 0$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 547. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = -2$.

- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = 2$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và cực tiểu tại $x = 0$.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 548. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^3 + x^2 - 10x + 1$.
 B. $y = x^4 + 2x^2 - 5$.
 C. $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$.
 D. $y = \cot 2x$.

Lời giải.

Ta xét $y = -x^3 + x^2 - 10x + 1$ có $y' = -3x^2 + 2x - 10 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$

Vậy $y = -x^3 + x^2 - 10x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

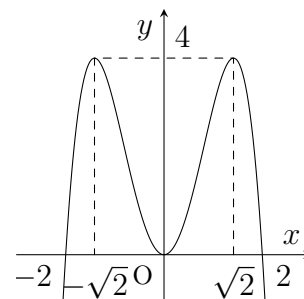
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 549.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. $\max_{[0;2]} f(x) = \sqrt{2}$.
 B. $\max_{[0;2]} f(x) = 2$.
 C. $\max_{[0;2]} f(x) = 0$.
 D. $\max_{[0;2]} f(x) = 4$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $\max_{[0;2]} f(x) = f(\sqrt{2}) = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 550.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 5)$. B. $(-\infty; 5)$.
C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	a	b	$+\infty$	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên miền $(-1; 5)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 551. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số không có cực trị. B. Hàm số chỉ có đúng ba điểm cực trị.
C. Hàm số chỉ có đúng hai điểm cực trị. D. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm 1$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-3		$+\infty$	
		-4		-4		

Vậy hàm số có ba cực trị.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 552. Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 3x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; \frac{3}{2})$. B. $(0; \frac{3}{2})$. C. $(\frac{3}{2}; 3)$. D. $(\frac{3}{2}; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [0; 3]$.

Ta có $y' = \frac{-2x + 3}{2\sqrt{-x^2 + 3x}}$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$. Bảng biến thiên

x	0	$\frac{3}{2}$	3
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$\frac{3}{2}$	0

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0; \frac{3}{2})$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 553.

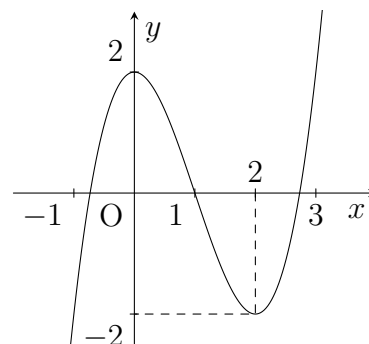
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

B. $y = x^3 + 3x^2 + 1.$

C. $y = x^4 - 3x^2 + 2.$

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2.$



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm bậc 3 với hệ số $a > 0$. Ta xét $y = x^3 - 3x^2 + 2$, có $y' = 6x^2 - 6x$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		2		$+\infty$
				-2	

Vậy đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 554.

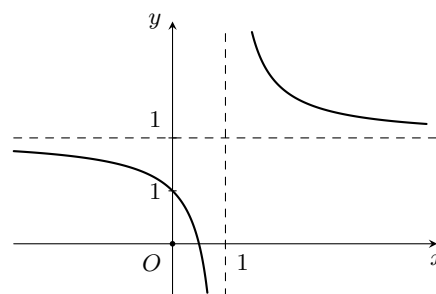
Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình bên. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b + 3c$.

A. $T = 1.$

B. $T = 2.$

C. $T = 3.$

D. $T = 4.$



Lời giải.

Từ đồ thị ta có tiệm cận đứng $x = -\frac{c}{b} = 1$, tiệm cận ngang $y = \frac{a}{b} = 2$ và đồ thị đi qua điểm $(0, 1)$ tương ứng với $-\frac{1}{c} = 1$.

Từ đó ta tính được $c = -1 \Rightarrow b = 1$ và $a = 2$.

Vì thế $y = \frac{2x-1}{x-1}$ và $a + 2b + 3c = 2 + 2 - 3 = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 555. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3$. Hỏi hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 5.

Lời giải.

Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2(x-3)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$. Lập bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		$f(-1)$ $f(3)$				

Vậy hàm số $f(x)$ có đúng 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 556. Hàm số nào sau đây đạt cực đại tại $x = 1$?

A. $y = 2\sqrt{x} - x$.

B. $y = x^5 - 5x^2 + 5x - 13$.

C. $y = x^4 - 4x + 3$.

D. $y = x + \frac{1}{x}$.

Lời giải.

Hàm số $y = 2\sqrt{x} - x$ có tập xác định $\mathcal{D} = [0; +\infty)$, liên tục và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ và $y'' = -\frac{1}{2x\sqrt{x}} \Rightarrow y''(1) < 0$. Do đó $x_{\text{CD}} = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 557.

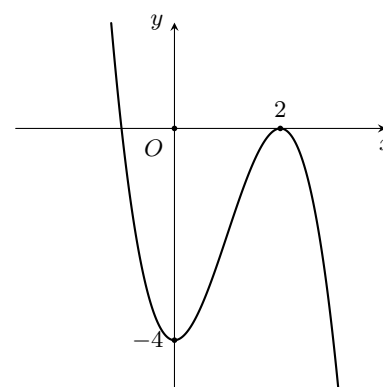
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $-4 \leq m \leq 0$.

B. $\begin{cases} m > -4 \\ m < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases}$.

D. $-4 < m < 0$.



Lời giải.

Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt tương đương với đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt. Từ đồ thị suy ra $-4 < m < 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 558. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	-1	$+\infty$	0	1

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y = 1$, $y = -1$.

Do $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$. Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 559. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^3 + (m-1)x^2 - (2m+1)x + 5$ nghịch biến trên tập xác định.

- A. $-\frac{5}{4} \leq m \leq 1$. B. $-\frac{2}{7} \leq m < 1$. C. $-\frac{7}{2} \leq m < 1$. D. $-\frac{2}{7} \leq m \leq 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3(m-1)x^2 + 2(m-1)x - (2m+1)$.

+ Xét $m = 1$. Ta có $y' = -3 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên tập xác định.

+ Xét $m \neq 1$. Để hàm số trên nghịch biến trên tập xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 + 3(m-1)(2m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 7m^2 - 5m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{2}{7} \leq m < 1.$$

Vậy, với $-\frac{2}{7} \leq m < 1$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 560. Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x-1}{x^2+1}$. B. $y = \sqrt{x^2-1}$. C. $y = \frac{x^2-1}{x-1}$. D. $y = \frac{1}{x^2-1}$.

Lời giải.

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = \infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y = \infty$.

Xét hàm số $y = \frac{1}{x^2-1}$. Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^2-1} = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x^2-1}$.

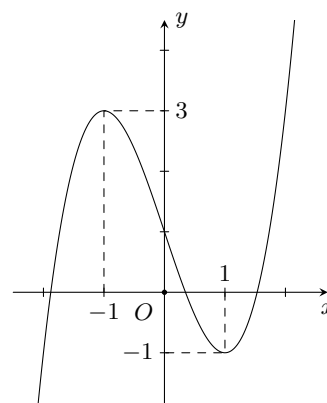
Chọn đáp án **D**

□

Câu 561.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.



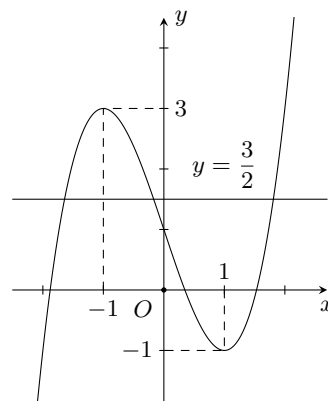
Lời giải.

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào hình vẽ, hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 562. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$, có $y' = x^2 - 4x + 3$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị (C) , khi đó hệ số góc của tiếp tuyến là $k = x_0^2 - 4x_0 + 3$.

Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ khi và chỉ khi

$$x_0^2 - 4x_0 + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1 \\ x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

— Với $M(0; 1)$ phương trình tiếp tuyến của (C) là $y = 3x + 1$.

— Với $M\left(4; \frac{7}{3}\right)$ phương trình tiếp tuyến của (C) là $y = 3x - \frac{29}{3}$.

Vậy tiếp tuyến của (C) song song với $y = 3x + 1$ là $y = 3x - \frac{29}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 563. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 1 + \frac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Tìm m ?

A. $m = 5$.

B. $m = 4$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'		0		0	
				$+$	
y			$+\infty$		$+\infty$

$\swarrow$ 4 $\searrow$

$$\Rightarrow m = \min_{(1; +\infty)} y = 4 \text{ khi } x = 3.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 564. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. 7.

B. -25.

C. -20.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = -25 \\ x = -1 \Rightarrow y = 7 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	7	-25	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -25.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 565. Tìm tập các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + (m-1)x + 2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $[1; +\infty)$.B. $[1; 2]$.C. $(-\infty; 2]$.D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $y' = x^2 + 2x + m - 1$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 566. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$-\infty$		0		$-\infty$
		-1		-1	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m = -2, m \geq -1$.B. $m > 0, m = -1$.C. $m = -2, m > -1$.D. $-2 < m < -1$.

Lời giải.

$$f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1.$$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm thì

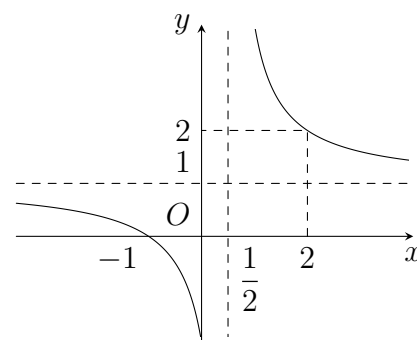
$$\begin{cases} m + 1 > 0 \\ m + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 567.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.



- A. $\max_{[1;2]} f(x) = 2$. B. $\max_{[-2;1]} f(x) = 0$.
C. $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$. D. $\max_{[3;4]} f(x) = f(4)$.

Lời giải.

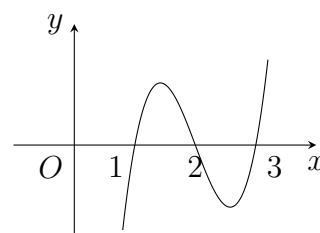
Từ đồ thị dễ thấy hàm số nghịch biến và liên tục trên $[-3; 0]$ nên $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 568.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $f(1,5) < 0 < f(2,5)$. B. $f(1,5) < 0, f(2,5) < 0$.
C. $f(1,5) > 0, f(2,5) > 0$. D. $f(1,5) > 0 > f(2,5)$.

Lời giải.

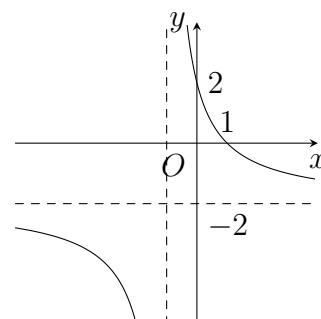
Dựa vào đồ thị ta thấy $f(1,5) > 0$ và $f(2,5) < 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 569.

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?



- A. $y = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y = \frac{-2x+2}{x+1}$.
C. $y = \frac{-x+2}{x+2}$. D. $y = \frac{2x-2}{x+1}$.

Lời giải.

Giả sử hàm số có dạng: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0$).

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ suy ra $-\frac{d}{c} = -1 \Leftrightarrow c - d = 0$ (1).

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -2$ suy ra $\frac{a}{c} = -2 \Leftrightarrow a + 2c = 0$ (2).

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$ suy ra $\frac{a+b}{c+d} = 0 \Leftrightarrow a+b=0$ (3).

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$ suy ra $\frac{b}{d} = 2 \Leftrightarrow b - 2d = 0$ (4).

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra $\begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \\ c = 1 \\ d = 1 \end{cases}$.

Vậy hàm số cần tìm có dạng $y = \frac{-2x+2}{x+1}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 570. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $(d) : y = x + 1$ và đường cong $(C) : y = \frac{2x + 4}{x - 1}$.
Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng?

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{5}{2}$.D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:

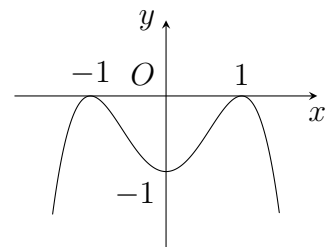
$$x + 1 = \frac{2x + 4}{x - 1} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{6} \\ x = 1 - \sqrt{6} \end{cases}.$$

Suy ra hoành độ trung điểm của đoạn MN là $x_I = \frac{1 + \sqrt{6} + 1 - \sqrt{6}}{2} = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 571.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào?

A. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.D. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với hệ số $a < 0, b > 0, c = -1$ nên loại đáp án A: $y = -x^4 + 3x^2 - 3$ và D: $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$ nên chỉ có đáp án B: $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ thỏa mãn.

Đáp án C loại vì: $y = -x^4 + x^2 - 1 \Rightarrow y' = -4x^3 + 2x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 572. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 4x^2 + 1$ trên $[-1; 3]$.
Tính giá trị của $2M + m$.

A. 4.

B. -5.

C. 12.

D. -6.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 4x^2 + 1$ trên $[-1; 3]$.

Ta có: $y' = 2x^3 - 8x$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [-1; 3] \\ x = 0 \in [-1; 3] \\ x = 2 \in [-1; 3] \end{cases}.$

Lại có: $y(0) = 1, y(-1) = -\frac{5}{2}, y(3) = \frac{11}{2}$ và $y(2) = -7$.

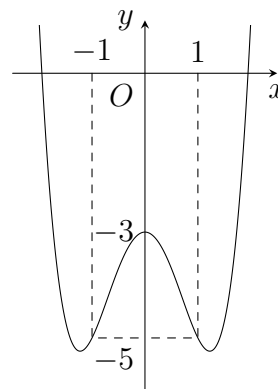
Do đó $M = \frac{11}{2}$ và $m = -7 \Rightarrow 2M + m = 11 - 7 = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 573.

Đồ thị sau đây của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

- A. $m = -4$. B. $m = 0$. C. $m = -3$. D. $m = 4$.



Lời giải.

Ta có: $x^4 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 = -m \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = -m - 3$.

Dựa vào đồ thị ta có phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 574. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng mà nó xác định?

- A. $m \leq 1$. B. $m < 1$. C. $m < -3$. D. $m \leq -3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Có } y' = \frac{m-1}{(x+1)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng của tập xác định $\Leftrightarrow \frac{m-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow m < 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 575. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 cực trị nên loại C và D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 2)$ nên chọn A.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 576. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 18$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 2. B. 11. C. 27. D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 16x$.

$$\begin{aligned}
 y' &= 0 \\
 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \quad (\text{loại})
 \end{aligned}$$

Ta có $y(-1) = 11, y(0) = 18, y(1) = 11, y(2) = 2, y(3) = 27$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2.

Chọn đáp án **A** □

Câu 577. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x-3)^2(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \text{ Ta có bảng biến thiên}$$

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần từ âm sang dương nên hàm số $f(x)$ có một cực tiểu.

Chọn đáp án **B** □

Câu 578. Số giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx-2}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{m^2-4}{(-2x+m)^2}$. Hàm số $y = \frac{mx-2}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4 < 0 \\ \frac{m}{2} \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 1. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-1; 0; 1\}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 579. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng xác định nên

$$y' = \frac{-a+b}{(x-1)^2} < 0 \Leftrightarrow b < a.$$

Vậy $b < a < 0$.

7

$D = (-\infty; -1] \subset [1; \frac{3}{2}]$. Khi đó $T = m \cdot M$ bằng

D. $-\frac{3}{2}$.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \setminus \{2\}$.

$$\text{Ta c6 } y' = \frac{\frac{x(x-1)}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2} = \frac{-2x+1}{(x-2)^2\sqrt{x^2-1}}.$$

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$.

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$
$f'(x)$	$-$	$ $	$+$
$f(x)$	$4 - 2\sqrt{2}$	1	$4 + 2\sqrt{2}$

Từ bảng biến thiên suy ra $M = 0; m = \sqrt{5}$.

$$\forall y \ T = m \cdot M = 0.$$

7

Câu 581. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	$\frac{27}{4}$	$+\infty$

Tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

- A. $m > \frac{27}{4}$. B. $m < 0$. C. $0 < m < \frac{27}{4}$. D. $m > 0$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi $m > \frac{27}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 582. Tìm tọa độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-2}{x+2}.$$

- A. $(2; 1)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; -2)$. D. $(-2; 1)$.

Lời giải.

Tiệm cận đứng: $x = -2$.

Tiệm cận ngang: $y = 1$.

Vậy giao điểm là $I(-2; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 583. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$.

- A. $\max_{[1;3]} f(x) = -7$. B. $\max_{[1;3]} f(x) = -4$. C. $\max_{[1;3]} f(x) = -2$. D. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{67}{27}$.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 & (\text{nhận}) \\ x = -\frac{2}{3} & (\text{loại}) \end{cases}$$

Ta lại có $f(1) = -4, f(2) = -7, f(3) = -2$.

Vậy : $\max_{[1;3]} f(x) = -2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 584. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Ta có :

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = +\infty \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow -(\sqrt{2})^-} \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = +\infty \Rightarrow x = -\sqrt{2} \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\text{—} \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = +\infty \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ là tiệm cận đứng.}$$

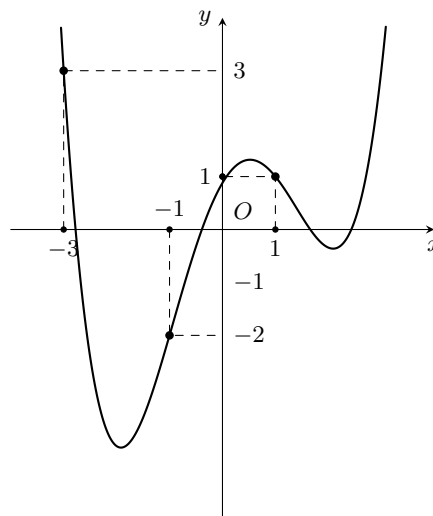
Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang và 4 tiệm cận đứng nên đồ thị đã cho có 5 tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 585.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x - 2) + 2$ như hình vẽ bên.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1).$

B. $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}.$

C. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3).$

D. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1).$

Lời giải.

① Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} = f'(x) - \left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right).$

— Vẽ parabol $(P) : y = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$. Ta thấy (P) đi qua các điểm có tọa độ $(-3; 3), (-1; 2), (1; 1).$

— Trên khoảng $(-3; -1)$ ta có

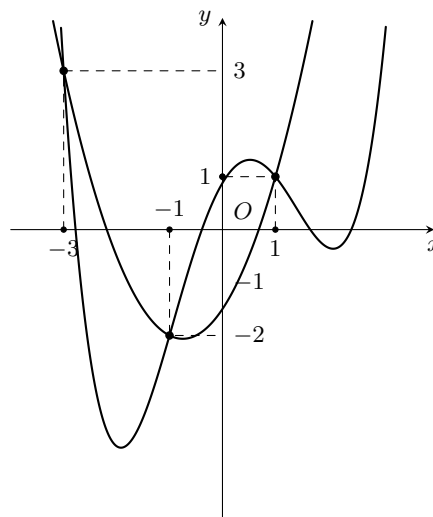
$$f'(x) < \left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \Rightarrow g'(x) < 0.$$

— Trên khoảng $(-1; 1)$ ta có

$$f'(x) > \left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \Rightarrow g'(x) > 0.$$

— Trên khoảng $(1; +\infty)$ ta có

$$f'(x) < \left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \Rightarrow g'(x) < 0.$$



② Ta có bảng biến thiên

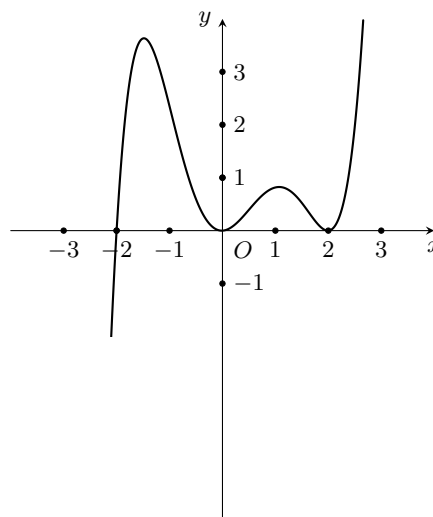
x	-3	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0
y	$g(-3)$	$g(-1)$	$g(1)$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1).$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 586.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trơn (không bị gãy khúc), tham khảo hình vẽ. Gọi hàm số $g(x) = f[f(x)]$. Hỏi phương trình $g'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?



A. 14.

B. 10.

C. 12.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $g(x) = f[f(x)] \Rightarrow g'(x) = f'[f(x)] \cdot f'(x)$;

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{cases}.$$

Trường hợp 1. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-2; 0) \\ x = x_2 \in (1; 2) \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ (có 4 nghiệm phân biệt).

Trường hợp 2. $f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1 \in (-2; 0) \\ f(x) = x_2 \in (1; 2) \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases}.$

+) Với $f(x) = x_1 \in (-2; 0)$ từ đồ thị hàm số ta thấy phương trình này có 1 nghiệm duy nhất.

+) Với $f(x) = x_2 \in (1; 2)$ phương trình này có 3 nghiệm phân biệt khác với các nghiệm ở trên đã tìm.

+) Với $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$ chỉ có nghiệm -2 là khác với các nghiệm đã tìm ở trên.

+) Với $f(x) = 2$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt khác với các nghiệm đã tìm ở trên.

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả 12 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 587. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt?

A. $m < -8$.

B. $-8 < m < 8$.

C. $\forall m \in \mathbb{R}$.

D. $m > 8$.

Lời giải.

ĐKXD : $x \neq -1$

Xét phương trình có hoành độ giao điểm $\frac{x-1}{x+1} = -x + m \quad (*)$

Với $x \neq -1$ thì $(*) \Leftrightarrow x - 1 = (x + 1)(-x + m)$

$x - 1 = -x^2 + (m - 1)x + m \Leftrightarrow x^2 - (m - 2)x - m - 1 = 0 \quad (**)$

Đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(**)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-2)^2 + 4(m+1) > 0 \\ (-1)^2 - (m-2)(-1) - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8 > 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \mathbb{R}.$$

Vậy $m \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 588. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ là

A. -5.

B. -6.

C. -4.

D. 5.

Lời giải.

Hàm số đã xác định và liên tục trên $[-3; -1]$.

$$\text{Ta có: } y' = 1 - \frac{4}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \in [-3; -1] \\ x = 2 \notin [-3; -1] \end{cases}$$

$$\text{Lại có } y(-3) = -\frac{10}{3}; y(-1) = -4; y(-2) = -3 \Rightarrow \min y = -4.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 589.

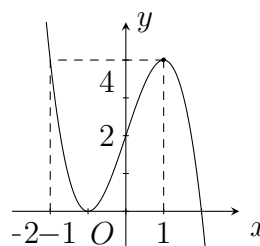
Đường cong sau đây là đồ thị hàm số nào?

A. $y = -x^3 - 3x + 2$.

B. $y = x^3 - 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x + 2$.

D. $y = x^3 + 3x - 2$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ nên ta loại đáp án có hệ số $a > 0$.

Lại thấy đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(-1; 0)$ nên chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 590. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$ là

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $y = -\frac{1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $y = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$ nhận đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ làm tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **D** □

Câu 591. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận?

A. $y = x^2$.

B. $y = 0$.

C. $y = \frac{x-1}{x}$.

D. $y = 2x$.

Lời giải.

Các đồ thị hàm số $y = x^2$; $y = 0$; $y = 2x$ đều không có tiệm cận.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x}$ có $y = 1$ là TCN và $x = 0$ là TCD.

Chọn đáp án **C** □

Câu 592.

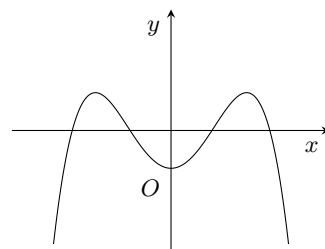
Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta có

$$+) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0.$$

$+) \text{ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên } ab < 0 \text{ mà } a < 0 \Rightarrow b > 0.$

$+ \text{ Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên } c < 0.$

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 593. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n}$ nhận hai trục tọa độ làm hai đường tiệm cận. Tính tổng $S = m^2 + n^2 - 2$.

A. $S = 2$.

B. $S = 0$.

C. $S = -1$.

D. $S = 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n}$ nhận đường thẳng $y = m-2n-3$ làm tiệm cận ngang và

đường thẳng $x = m+n$ làm tiệm cận đứng. Từ giả thiết ta có
$$\begin{cases} m-2n-3=0 \\ m+n=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases} \Leftrightarrow S = m^2 + n^2 - 2 = 0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 594.

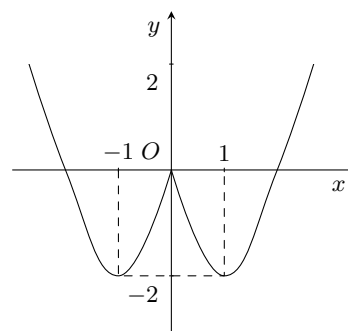
Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = |x^3| - 3|x|$.

B. $y = |x^3 + 3x|$.

C. $y = |x^3 - 3x|$.

D. $y = |x^3| + 3|x|$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy vẫn có phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành nên loại các đáp án $y = |x^3 + 3x|$, $y = |x^3 - 3x|$, $y = |x^3| + 3|x|$ (các hàm số này đều có giá trị không âm).

Hàm số có đồ thị như hình bên là $y = |x^3| - 3|x|$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 595. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2-|x|-2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2+1}{x^2-|x|+2} = 1$, suy ra đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm

số.

Xét phương trình $x^2 - |x| + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - |x| + 2} = +\infty$ suy ra $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1}{x^2 - |x| + 2} = -\infty$ suy ra $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 596. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x^2-1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 8.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2(x-1)[(x-1)(x+1)]^3 = x^2(x-1)(x-1)^3(x+1)^3 = x^2(x-1)^4(x+1)^3$.

Suy ra $f'(x)$ có $x = 0$ là nghiệm bội 2, $x = 1$ là nghiệm bội 4 và $x = -1$ là nghiệm bội 3.

Do đó $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x = -1$.

Vậy hàm số có duy nhất 1 điểm cực trị $x = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 597. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \sqrt{4-x^2}$. Khi đó $M - m$ bằng

A. 4.

B. $2(\sqrt{2} - 1)$.

C. $2 - \sqrt{2}$.

D. $2(\sqrt{2} + 1)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

Ta có $y' = 1 - \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = 1 + \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$.

Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = -1 \Leftrightarrow -x = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = 4-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\sqrt{2}$.

Khi đó $y(2) = 2; y(-2) = -2; y(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$.

Suy ra $m = y(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}, M = y(2) = 2$. Vậy $M - m = 2 + 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{2} + 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 598.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng 2 nghiệm.

A. $-2 < m < -1$.

B. $m > 0, m = -1$.

C. $m = -2, m > -1$.

D. $m = -2, m \geq -1$.

Lời giải.

Ta có $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1$.

(1)

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m + 1$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có đúng 2 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 > 0 \\ m + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m = -2 \end{cases}$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Chọn đáp án **C** □

Câu 599. Tính khoảng cách giữa các tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ tại các điểm cực trị của (C).

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Với $x = 1 \Rightarrow y = -1$, ta có phương trình tiếp tuyến tại $(1; -1)$ là $d_1 : y = -1$.

Với $x = -1 \Rightarrow y = 3$, ta có phương trình tiếp tuyến tại $(-1; 3)$ là $d_2 : y = 3$.

Vậy $d(d_1; d_2) = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 600. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m - 3)x - 3$ đạt cực đại tại $x = 1$?

A. $m \leq 3$.

B. $m = 3$.

C. $m < 3$.

D. $m > 3$.

Lời giải.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ thì $\begin{cases} y'(1) = 3.1^2 - 2m.1 + 2m - 3 = 0 \\ y''(1) = 6.1 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 601. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m - 3)x - m + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $-3 \leq m \leq 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{cases}$.

D. $-3 < m < 1$.

Lời giải.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì:

$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \\ m^2 + 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$

Chọn đáp án **A** □

Câu 602. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x - 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 603. Hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại:

A. $x = \pm 2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 0; x = 2$.

D. $x = 0; x = -2$.

Lời giải.

TXĐ: $D = [-2; 2]$.

Ta có $y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Khi đó: $y(-2) = 0$; $y(0) = 2$; $y(2) = 0$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm có hoành độ $x = \pm 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 604. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x - 1$. Số giao điểm của (C) và d là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow (x - 1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{1 + \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 3.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 605. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-4x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Phương pháp

Đường thẳng $x = a$ được gọi là TCD của đồ thị hàm số $y = \frac{g(x)}{h(x)} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ hoặc $x = a$

là nghiệm của $h(x) = 0$ mà không là nghiệm của $g(x) = 0$.

Cách giải:

Ta có: $y = \frac{x+2}{x^2-4x+3} = \frac{x+2}{(x-1)(x-3)} \Rightarrow x = 1; x = 3$ là 2 đường TCD của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 606. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp

Dựa vào BBT để kết luận tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 607. Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị?

A. $y = -x^4 - 3x^2 + 4$.

B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$.

D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải.

Phương pháp

Số cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$

Cách giải:

+) Xét đáp án A ta có: $y' = -4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 608. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $y = 2018$.

B. $x = 0$.

C. $y = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Phương pháp

+) Đường thẳng $y = b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$

Cách giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2018}{x-1} = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 609. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là:

A. $y = 3x + 5$.

B. $y = -3x + 1$.

C. $y = 3x + 11$.

D. $y = -3x - 1$.

Lời giải.

Phương pháp

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = x_0$ là $y = y'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Cách giải:

Ta có: $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm $x = -2$ là:

$$y = \frac{3}{(-2+1)^2}(x+2) + \frac{2(-2)-1}{-2+1} = 3x + 11$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 610. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng:

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải.

Phương pháp

Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

- Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i .
- Tính các giá trị $f(a); f(b); f(x_i)$ ($x_i \in [a; b]$). Khi đó:

$$\min_{[a;b]} f(x) = \min \{f(a); f(b); f(x_i)\}$$

$$\max_{[a;b]} f(x) = \max \{f(a); f(b); f(x_i)\}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$$

$$f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}$$

$$\Rightarrow \min_{[1;3]} f(x) = f(2) = 4.$$

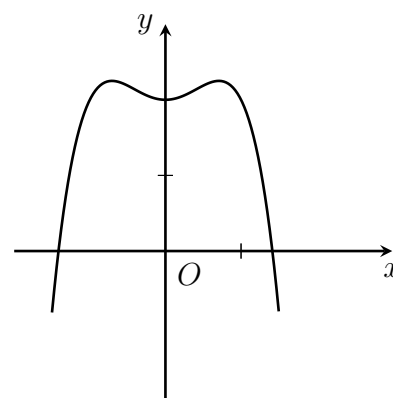
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 611.

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây.

Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải.

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số nhận xét số điểm cực trị, các điểm thuộc đồ thị hàm số và các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số và đưa ra kết luận đúng.

Cách giải:

Ta thấy đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu $\Rightarrow a < 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$$\text{Có: } y' = 4ax^3 + 2bx = 0 \Leftrightarrow 2x(2ax^2 + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{a}(1) \end{cases}$$

Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \text{Pt}(1)$ có 2 nghiệm phân biệt $\neq 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < 0 \text{ mà } a < 0 \Rightarrow b > 0$$

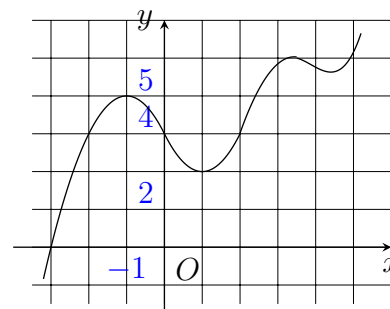
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 0 $\Rightarrow c > 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 612.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau.



A. $M + m > 7$.

B. $Mm > 10$.

C. $M - m = 3$.

D. $\frac{M}{m} = 2$.

Lời giải.

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho và biến đổi, đặt ẩn phụ để tìm đáp án đúng.

Cách giải:

$$\text{Đặt } t = x^2 - 2x, x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right] \Rightarrow t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]$$

$$\text{Từ đồ thị hàm số ta xét hàm số } y = f(t), \quad t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]$$

$$m = \min_{\left[-1; \frac{21}{4}\right]} f(t) = f(2) = 2$$

$$M = \max_{\left[-1; \frac{21}{4}\right]} f(t) = f\left(\frac{21}{4}\right) = 5$$

$$M + m > 7.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 613. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \sqrt{4 - x^2}$. Tính tổng $M + m$.

A. $2 - \sqrt{2}$.

B. $2(1 - \sqrt{2})$.

C. $2(1 + \sqrt{2})$.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } 4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{\sqrt{4 - x^2} + x}{\sqrt{4 - x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{2}.$$

$$\text{Mà } y(2) = 2, y(-2) = -2, y(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}. \text{ Suy ra } M + m = 2 - 2\sqrt{2} = 2(1 - \sqrt{2}).$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 614. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (4m-8)x + 2$ nghịch biến trên toàn trục số?

A. 9.

B. 7.

C. Vô số.

D. 8.

Lời giải.

$$y' = -x^2 - 2(m+1)x + 4m - 8. \text{ Hàm số nghịch biến trên toàn trục số } \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có } y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 \leq 0 \Leftrightarrow -7 \leq m \leq 1.$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-7; -6; \dots; -1; 0; 1\}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 615. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \frac{1}{x}$ trên $(0; 3]$ bằng

A. $\frac{28}{9}$.

B. 0.

C. $\frac{8}{3}$.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in (0; 3]$. Do đó $\max_{(0;3]} y = y(3) = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 616. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{3-x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm là đường tiệm cận đứng $x = 3$ và đường tiệm cận ngang $y = -1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 617. Hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ có giá trị lớn nhất là M , giá trị nhỏ nhất là m . Tính giá trị biểu thức $P = M^2 + m^2$.

A. $P = \frac{1}{4}$.

B. $P = \frac{1}{2}$.

C. $P = 2$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

① Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\textcircled{2} \quad y' = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

③ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		0

④ Từ bảng biến thiên ta có $m = -\frac{1}{2}$ và $M = \frac{1}{2}$. Vậy $P = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 618. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có hai điểm cực trị.

A. $m \leq 3$.

B. $m > 3$.

C. $m > -3$.

D. $m < 3$.

Lời giải.

① TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\textcircled{2} \quad y' = 3x^2 - 6x + m.$$

③ Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 > 0 \\ \Delta' = 9 - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 619. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

A. 9.

B. 3.

C. 1.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = -\frac{2}{\sqrt{5-4x}} < 0, \forall x \in [-1; 1]$. Suy ra $\max_{[-1;1]} y = y(-1) = 3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 620. Hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải.

① Ta có $y' = -x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \\ x = 2 \end{cases}$

② Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 621. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 2]$ bằng -4 ?

A. $m = -8$.

B. $m = -4$.

C. $m = 0$.

D. $m = -\frac{80}{27}$.

Lời giải.

① Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = 3 \notin [0; 2] \end{cases}$.

② Ta có $y(1) = m + 4$, $y(0) = m$, $y(2) = m + 2$. Rõ ràng $m < m + 2 < m + 4$ nên $\max_{[0; 2]} y = m + 4$.

③ Theo giả thiết ta có $m + 4 = -4 \Leftrightarrow m = -8$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 622. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1 + 4x}{1 + x}$ là

A. $I(4; -1)$.

B. $I(-1; 1)$.

C. $I(4; 1)$.

D. $I(-1; 4)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có tâm đối xứng I là giao điểm hai đường tiệm cận, tức là $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 623. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{4x - 5}{x - m}$ có tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung.

A. $m < 0$.

B. $m > 0$ và $m \neq \frac{5}{4}$.

C. $m > 0$.

D. $m < 0$ và $m \neq -\frac{5}{4}$.

Lời giải.

① Đồ thị hàm số có tiệm cận khi $-4m + 5 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{5}{4}$.

② Khi đó, đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = m$.

③ Để đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng bên phải trục tung thì $m > 0$.

Chọn đáp án **(B)**

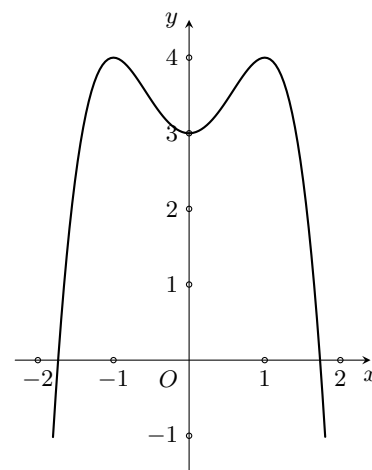
□

Câu 624.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.

Phương trình $f(x) = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Lời giải.

Ta có $\pi = 3,14$ nên từ đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = \pi$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 625. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 10$. B. $y = -x^3 + x^2 - 3x + 1$.
C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải.

Cả bốn hàm số trong bốn phương án đều có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 10$ có $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0$ khi $x = 1$. Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 10$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = -x^3 + x^2 - 3x + 1$ có $y' = -3x^2 + 2x - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số $y = -x^3 + x^2 - 3x + 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ có $y' = 4x^3 + 2x = 2x(2x^2 + 1)$ và $y' > 0$ khi $x \in (0; +\infty)$. Vậy hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ chỉ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có $y' = 3x^2 + 6x$ và $y' > 0$ khi $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$. Vậy hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 626. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 2$ trên đoạn $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$. Khi đó tích $M \cdot m$ bằng

- A. $\frac{45}{4}$. B. $\frac{212}{27}$. C. $\frac{125}{36}$. D. $\frac{100}{9}$.

Lời giải.

Hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 2$ xác định và liên tục trên $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$.

Ta có $y' = -3x^2 + 4x - 1$ và $y' = 0$ có một nghiệm thuộc $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$ là $x = \frac{1}{3}$.

Mặt khác $y(-1) = 6, y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{50}{27}, y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{8}$.

Vậy $M = \max_{\left[-1; \frac{1}{2}\right]} y = 6, m = \min_{\left[-1; \frac{1}{2}\right]} y = \frac{50}{27}$.

Do đó $M \cdot m = \frac{100}{9}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 627. Tính giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

A. $y_{CD} = 2$.

B. $y_{CD} = 1$.

C. $y_{CD} = 4$.

D. $y_{CD} = 6$.

Lời giải.Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$ và $y' = 0$ có nghiệm $x = 1, x = 3$.Mặt khác $y'' = 6x - 12$ và $y''(1) = -6, y''(3) = 6$.Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 6.Chọn đáp án **D** □**Câu 628.** Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m + 15)x + 7$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-3 \leq m \leq 5$.

B. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 5$.

C. $-3 < m < 5$.

D. $m < -3$ hoặc $m > 5$.

Lời giải.Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Ta có $y' = x^2 - 2mx + 2m + 15$.Hàm số đã cho luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

$$x^2 - 2mx + 2m + 15 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 2m - 15 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 2m - 15 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 5.$$

Vậy $-3 \leq m \leq 5$ hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m + 15)x + 7$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.Chọn đáp án **A** □**Câu 629.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{-3x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. -2 .

B. $-\frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 1 .

Lời giải.Hàm số $y = \frac{-3x - 1}{x + 1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$.Ta có $y' = -\frac{2}{(x + 1)^2} < 0, \forall x \neq -1$.Lại có $y(1) = -2, y(3) = -\frac{5}{2}$.Vậy $\max_{[1;3]} y = -2$ tại $x = 1$.Chọn đáp án **A** □**Câu 630.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng -1 .

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 .

C. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3 .

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 3 .

Lời giải.Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ có $y' = -3x^2 + 3$.Phương trình $y' = 0$ chỉ có nghiệm $x = 1$ thuộc $(0; +\infty)$.

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'		+	-
y	1	3	$-\infty$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3 tại $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 631. Hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -4x^3 - 4x = -4x(x^2 + 1)$.

$$y' > 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow -4x > 0 \Leftrightarrow x < 0.$$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 632. Cho hàm số $y = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0; +\infty)$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Với $x > 0$ ta luôn có $x + \frac{1}{x} \geq 2$ (hệ quả bất đẳng thức AM-GM).

Suy ra $\sqrt{x + \frac{1}{x}} \geq \sqrt{2}$ với mọi $x > 0$.

Đẳng thức xảy ra khi $x > 0$ và $x = \frac{1}{x}$ hay $x = 1$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ trên $(0; +\infty)$ bằng $\sqrt{2}$ khi $x = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 633. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2x + 1$ nhận điểm $x = 1$ làm điểm cực tiểu.

- A. Không tồn tại m . B. $m = \frac{5}{2}$. C. Có vô số m . D. $m = \frac{5}{6}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 2$ và $y'' = 6x - 6m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên $3 \cdot 1^2 - 6m \cdot 1 + 2 = 0$ hay $m = \frac{5}{6}$.

Với $m = \frac{5}{6}$ thì $y'' = 6x - 5$ và $y''(1) = 6 \cdot 1 - 5 = 1 > 0$, cho nên $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Vậy $m = \frac{5}{6}$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 634. Cho hàm số $y = \frac{-2x + 1}{x - 1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$.

Vậy hàm số đã cho luôn đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 635. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ có giá trị cực tiểu bằng

A. 2.

B. 4.

C. -4.

D. -2.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 - 6x$ và $y' = 0$ có nghiệm $x = 0, x = -2$.

Mặt khác $y'' = -6x - 6$ và $y''(0) = -6, y''(-2) = 6$.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ và giá trị cực đại của hàm số bằng -2.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 636. Cho hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

Với mọi $x \in (-2; 2)$ ta có $y' = 1 + \frac{(12 - 3x^2)'}{2\sqrt{12 - 3x^2}} = 1 - \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}} = \frac{\sqrt{12 - 3x^2} - 3x}{\sqrt{12 - 3x^2}}$.

$$y' = 0 \Rightarrow \sqrt{12 - 3x^2} - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 12x^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên

x	-2	1	2	
y'		+	0	-
y			4	
	-2			2

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 637. Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1; y_1)$. Khi đó giá trị của tổng $x_1 + y_1$ bằng bao nhiêu?

A. 6.

B. 7.

C. -13.

D. -11.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12 = 0 \Leftrightarrow 12(x+1)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -10 \\ y = 6. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-10	6	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $M(-1; -10)$.

Vậy $x_1 + y_1 = -1 - 10 = -11$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 638.

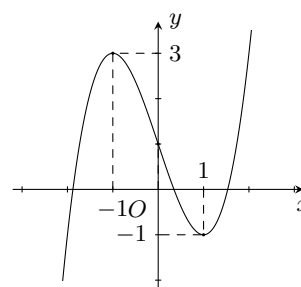
Cho biết đồ thị ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, D. Đó là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = 2x^3 - 6x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x - 1$.



Lời giải.

— $y = 2x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$, do đó loại.

— $y = 2x^3 - 6x + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - 6, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	5	-3	$+\infty$

Do đó loại đáp án này.

— $y = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$

Do đó ta chọn đáp án này.

— $y = -x^3 + 3x - 1$ có $a = -1 < 0$, do đó loại đáp án này.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 639. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị

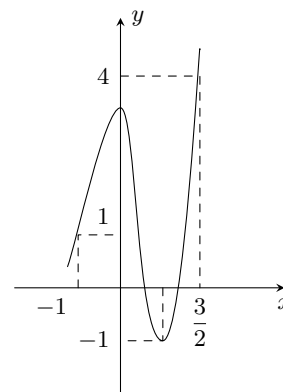
là đường cong như hình vẽ. Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là

A. $M + m = \frac{7}{2}$.

B. $M + m = -3$.

C. $M + m = \frac{5}{2}$.

D. $M + m = 3$.



Lời giải.

Theo đồ thị ta có

$$M = \max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 4; m = \min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = -1.$$

Do đó $M + m = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 640. Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

A. đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

B. nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

C. nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

D. đồng biến trên $(-2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 6$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

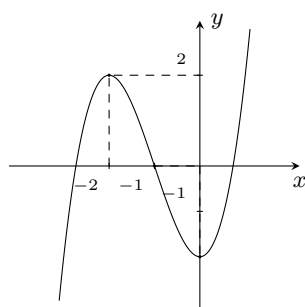
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2; 3)$ và đồng biến trên $(-\infty; -2)$; $(3; +\infty)$.

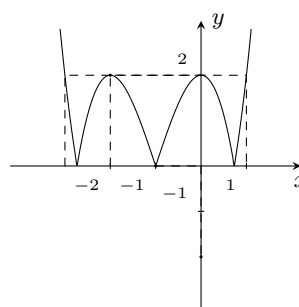
Chọn đáp án **C**

□

Câu 641. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1.



Hình 2.

A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$.

B. $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$.

C. $y = \left| |x|^3 + 3x^2 - 2 \right|$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải.

Đồ thị Hình 2 gồm

— Phần đồ thị Hình 1 nằm phía trên Ox .— Đối xứng phần đồ thị Hình 1 nằm phía trên trục Ox qua trục Ox . $\Rightarrow$ Đồ thị Hình 2 là đồ thị của hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$.Chọn đáp án (B) □**Câu 642.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

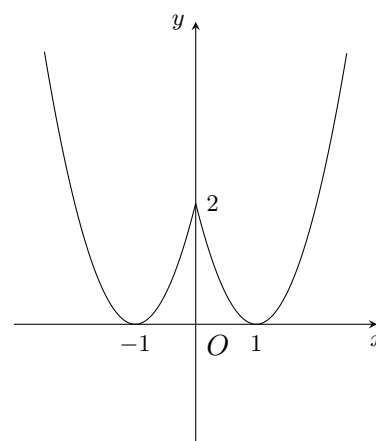
Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} \frac{2x+1}{x-1} &= 2x+3 \\ \Leftrightarrow 2x+1 &= (2x+3)(x-1) \text{ (do } x=1 \text{ không là nghiệm của phương trình)} \\ \Leftrightarrow 2x^2 - x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{1-\sqrt{33}}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đường thẳng $y = 2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm.Chọn đáp án (A) □**Câu 643.**Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên(I). Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.(II). Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

(III). Hàm số có ba điểm cực trị.

(IV). Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.



Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta thấy

— Đồ thị đi xuống trên khoảng $(0; 1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. Do đó (I) đúng.— Đồ thị đi lên trên khoảng $(-1; 0)$, đi xuống trên khoảng $(0; 1)$ và đi lên trên khoảng $(1; 2)$ nên trên khoảng $(-1; 2)$ hàm số không hoàn toàn đồng biến. Do đó (II) sai.

— Đồ thị hàm số có ba điểm hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại nên (III) đúng.

— Giá trị lớn nhất của hàm số là tung độ của điểm cao nhất của đồ thị hàm số nên (IV) sai.

Như vậy ta có hai mệnh đề đúng là (I) và (III).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 644. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

① Tiệm cận ngang

— Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang.

— Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = 0$ nên $y = 0$ là tiệm cận ngang.

② Tiệm cận đứng

— Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = +\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 645. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$, một học sinh làm như sau:

(1). Tập xác định $\mathcal{D} = [-1; 4]$ và $y' = \frac{-2x + 3}{\sqrt{-x^2 + 3x + 4}}$.

(2). Hàm số không có đạo hàm $x = -1, x = 4$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

(3). Kết luận. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{5}{2}$ khi $x = \frac{3}{2}$ và giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x = -1, x = 4$.

Cách giải trên

A. Cả ba bước (1),(2),(3) đều đúng.

B. Sai từ bước (2).

C. Sai ở bước (3).

D. Sai từ bước (1).

Lời giải.

— Tập xác định :

$$-x^2 + 3x + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$$

$$\Rightarrow \mathcal{D} = [-1; 4].$$

$$— y' = \frac{-3x + 2}{2\sqrt{-x^2 + 3x + 4}}.$$

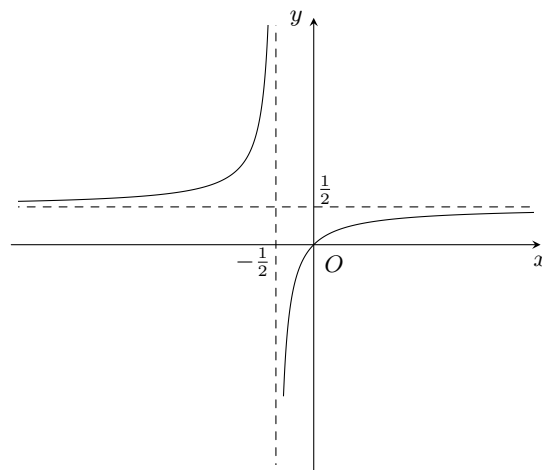
Nên cách giải trên sai từ bước 1.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 646.

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{x+3}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

C. $y = \frac{x}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

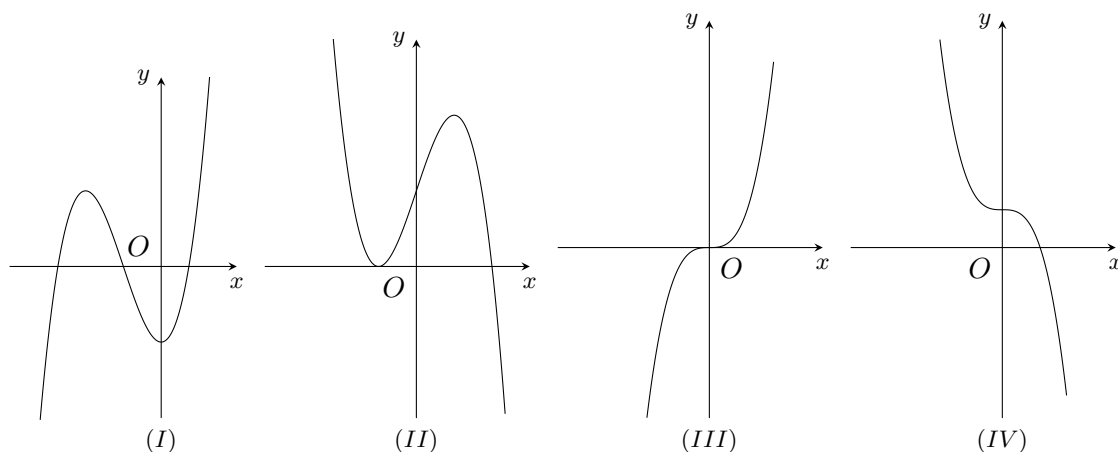
Lời giải.

Quan sát đồ thị, ta thấy đồ thị đi qua điểm $O(0;0)$ chỉ có đáp án C thỏa.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 647. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị (III) xảy ra khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

B. Đồ thị (IV) xảy ra khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ có nghiệm kép.

C. Đồ thị (II) xảy ra khi $a \neq 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

D. Đồ thị (I) xảy ra khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải.

Đồ thị (III) đi lên từ trái qua phải nên $a > 0$ và hàm số không có cực trị nên $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 648. Trong các hàm số sau, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$.

C. $y = x^4 - 3x^2 - 5$.

D. $y = \frac{3-2x}{x+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 2$ có $y' = 3x^2 - 6x + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số này đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 649.

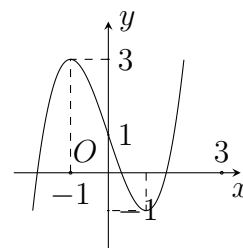
Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau

A. $y = x^3 - 3x + 1.$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

C. $y = -x^3 + 3x - 1.$

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1.$

**Lời giải.**

Quan sát đồ thị ta thấy nhánh bên phải đi lên nên loại đáp án $y = -x^3 + 3x - 1$. Mặt khác ta thấy đồ thị hàm số có hai cực trị là $(1; -1)$ và $(-1; 3)$ nên ta chọn đáp án $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 650. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào là đường thẳng đi qua điểm $A(3; 0)$ và tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$?

A. $y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5}.$

B. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}.$

C. $y = 6x - 18.$

D. $y = -6x + 18.$

Lời giải.

Giả sử phương trình đường thẳng đó là $y = k(x - 3)$. Đường thẳng tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x$ thì hệ phương trình $\begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 + 3x = k(x - 3) \\ -x^2 + 3 = k \end{cases}$ có nghiệm.

Từ $-x^2 + 3 = k$, thế vào phương trình đầu, ta có $-\frac{1}{3}x^3 + 3x = (-x^2 + 3)(x - 3) \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ hoặc $x = 3$. Do đó $k = \frac{3}{4}$ hoặc $k = -6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 651. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. $-25.$

B. $3.$

C. $7.$

D. $-20.$

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3) = 3(x + 1)(x - 3), \text{ từ đó } x_{CT} = 3 \text{ nên } y_{CT} = y(3) = -25.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 652. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là

A. $6 \text{ và } -12.$

B. $6 \text{ và } -13.$

C. $5 \text{ và } -13.$

D. $6 \text{ và } -31.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = -8x^3 + 8x = -8x(x^2 - 1) = -8x(x - 1)(x + 1).$$

$$\text{Xét } f(0) = 3, f(1) = 5 \text{ và } f(2) = -13.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 653. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x + 1)^3(x + 2)$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. $0.$

B. $1.$

C. $2.$

D. $3.$

Lời giải.

Hàm số có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = -2$. Chú ý rằng $f'(0) = 0$ nhưng $f'(x)$ không đổi dấu khi qua điểm $x = 0$ nên $x = 0$ không là cực trị của hàm số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 654. Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + (m-2)x + 11$ có hai điểm cực trị trái dấu là

- A. $(-\infty; 38)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(2; 38)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 12x + m - 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu khi và chỉ khi $m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 655. Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + 2$ luôn đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 4)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y = -x^3 + 6x^2 + 2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 12x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$			34		$-\infty$
			2			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 656. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là đường cong (C). Tổng hoành độ của các điểm có tọa độ nguyên nằm trên (C) bằng

- A. 7. B. -4. C. 5. D. 6.

Lời giải.

Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y = \frac{2x-1}{x+1} = 2 - \frac{3}{x+1}$ nên điểm $M(x; y) \in (C)$ có tọa độ nguyên khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 3 \mid (x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ (x+1) \in \{-3; -1; 1; 3\} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-4; -2; 0; 2\}.$$

Vậy tổng hoành độ của các điểm có tọa độ nguyên nằm trên (C) là $-4 + (-2) + 0 + 2 = -4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 657. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x}}{x-1}$. Tất cả các đường thẳng là đường tiệm cận của đồ thị hàm số trên là

- A. $x = 1; y = 0; y = 2; y = 1$. B. $x = 1; y = 2; y = 1$.
C. $x = 1; y = 0; y = 1$. D. $x = 1; y = 0$.

Lời giải.

Ta có tập xác định của hàm số $D = (-\infty, 0] \cup (1 + \infty)$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}}{x - 1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x + 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})} = 0$ nên đường thẳng

$y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 658.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây.

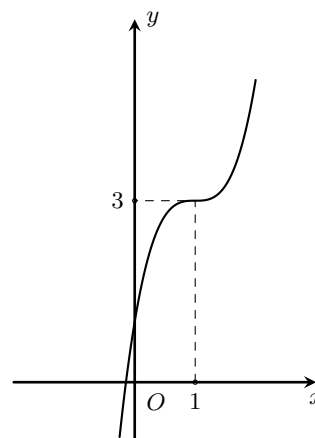
Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 2x^3 - x^2 + 6x + 1$.

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.

C. $y = 2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.

D. $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $I(1; 3)$. Thay lần lượt toạ độ điểm I vào từng đáp án, nhận thấy rằng chỉ có hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ là thoả mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 659. Hàm số nào sau đây đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. $y = x^3 + 2$.

B. $y = x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + x - 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^2 + 1$ có $y' = 2x$ và $y'' = 2$.

Vì $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y''(0) = 2 > 0 \end{cases}$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 660. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 1}{x + m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

A. $-2 \leq m < -1$ hoặc $m > 1$.

B. $m \leq -1$ hoặc $m > 1$.

C. $-1 < m < 1$.

D. $m < -1$ hoặc $m \geq 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - 1}{(x + m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0, \forall x \in (2; +\infty) \\ -m \notin (2; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ -m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m < -1 \\ m > 1 \end{cases}.$$

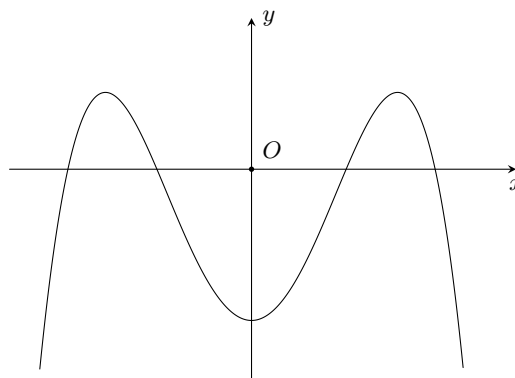
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 661.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0$.
 C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

**Lời giải.**

Dựa vào hình dạng đồ thị suy ra $a < 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$.

Giao điểm với trục tung nằm dưới trục hoành nên $c < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 662. Cho hàm số có $f(x)$ đạo hàm trên khoảng I . Xét các mệnh đề sau

- (I) Nếu $f'(x) < 0 \quad \forall x \in I$, thì hàm số nghịch biến trên I .
 (II) Nếu $f'(x) \leq 0 \quad \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số nghịch biến trên I .
 (III) Nếu $f'(x) \leq 0 \quad \forall x \in I$ thì số nghịch biến trên khoảng I .
 (IV) Nếu $f'(x) \leq 0 \quad \forall x \in I$ và $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên I thì hàm số $f(x)$ không thể nghịch biến trên khoảng I .

Trong các mệnh đề trên. Mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào **sai**?

- A. (I), (II) và (IV) đúng, còn (III) sai. B. (I), (II), (III) và (IV) đúng.
 C. (I) và (II) đúng, còn (III) và (IV) sai. D. (I), (II) và (III) đúng, còn (IV) sai.

Lời giải.

- Câu (III) sai vì thiếu dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I .
 — Câu (IV) sai vì có thể vô số điểm trên I xuất hiện rời rạc thì vẫn có thể nghịch biến trên khoảng I .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 663. Gọi d tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d có hệ số góc dương. B. d song song với đường thẳng $x = 3$.
 C. d có hệ số góc âm. D. d song song với đường thẳng $y = 3$.

Lời giải.

- Ta có $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$.

- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- Từ bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(0; 2)$.
- Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm cực đại là $y = 2$.
- Do đó song song d với đường thẳng $y = 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 664. Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$. B. $y = x^4$. C. $y = -x^3 + x$. D. $y = |x+2|$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

— Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

— $y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$ nên hàm số luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định. Do đó hàm số không có cực trị.

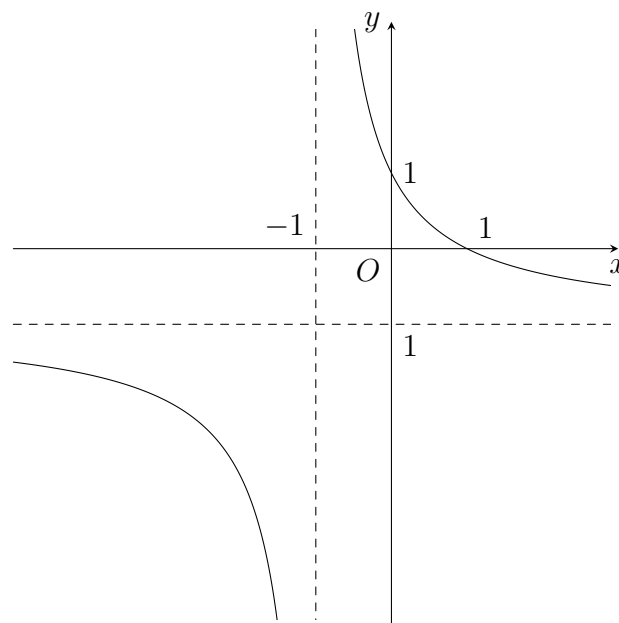
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 665.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$. B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.
C. $y = \frac{-x+2}{2x+1}$. D. $y = \frac{-x}{x+1}$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số đã cho ta có

- Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $x = -1$.
- Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = -1$.
- Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(1; 0)$ và $(0; 1)$.
- Suy ra hàm số cần tìm là $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 666. Trên đồ thị (C): $y = \frac{x+1}{x+2}$ có bao nhiêu điểm M mà tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d: x + y = 1$?

A. 0.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương pháp:

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = x_0$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với đường thẳng $y = kx + b$ khi và chỉ khi $f'(x_0) = k$

(Lưu ý: Thử lại để loại trường hợp trùng).

Cách giải:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}. \text{ Ta có: } y' = \frac{2.1 - 1.1}{(x+2)^2} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

$$\text{Gọi } M \left(x_0; \frac{x_0+1}{x_0+2} \right) \in (C)$$

Ta có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là:

$$y' = \frac{1}{(x_0+2)^2} (x - x_0) + \frac{x_0+1}{x_0+2} (d').$$

Để $(d') // (d) : x + y = 1 \Leftrightarrow y = -x - 1 \Rightarrow \frac{1}{(x_0+2)^2} = -1$ (vô nghiệm) $\Rightarrow$ Không có điểm M nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chú ý: Phải đưa phương trình đường thẳng d về dạng $y = kx + b$ và xác định hệ số góc của đường thẳng d cho chính xác, tránh sai lầm khi cho hệ số góc của đường thẳng d trong bài toán này bằng 1.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 667. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2(x - 2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.B. Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.D. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp: Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (a; b)$.

Hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (a; b)$.

Giải phương trình $y' = 0$ và lập BBT, từ đó chọn đáp án đúng.

$$\text{Cách giải: Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow x^2(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-

Dựa vào BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 668. Gọi A, B lần lượt là các giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x + m^2 + 2m}{x - 2}$ trên đoạn $[3; 4]$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A + B = \frac{19}{2}$.

A. $m = 1; m = -3$.B. $m = -1; m = 3$.C. $m = \pm 3$.D. $m = -4$.

Lời giải.

Phương pháp:

Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất đơn điệu trên từng khoảng xác định của nó.

Cách giải:

$$\text{TXD: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-2 \cdot 1 - 1 \cdot (m^2 + 2m)}{(x-2)^2} = \frac{-m^2 - 2m - 2}{(x-2)^2} = \frac{-(m+1)^2 - 1}{(x-2)^2} < 0 \forall x \in D \Rightarrow y' < 0 \forall x \in [3; 4]$$

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho nghịch biến trên $[3; 4]$.

$$\Rightarrow \min_{[3;4]} y = y(4) = \frac{m^2 + 2m + 4}{2}; \max_{[3;4]} y = y(3) = m^2 + 2m + 3$$

$$\Rightarrow A = \frac{m^2 + 2m + 4}{2}; B = m^2 + 2m + 3$$

$$\text{Theo bài ra ta có } A + B = \frac{19}{2} \Leftrightarrow \frac{m^2 + 2m + 4}{2} + m^2 + 2m + 3 = \frac{19}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 + 2m + 4 + 2m^2 + 4m + 6}{2} = \frac{19}{2} \Leftrightarrow 3m^2 + 6m - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 669. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$ bằng:

A. 24.

B. 20.

C. 12.

D. $\frac{155}{12}$.

Lời giải.

Phương pháp: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_1 .

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i) (x_i \in [a; b])$.

Khi đó: $\min_{[a;b]} f(x) = \min \{f(a), f(b), f(x_i)\}, \max_{[a;b]} f(x) = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\}.$

$$\text{Cách giải: Ta có: } y' = 2x - \frac{16}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 2x^3 = \frac{16}{x^2} \Leftrightarrow 2x^3 = 16 \Leftrightarrow x = 2 \in \left[\frac{3}{2}; 4\right]$$

$$y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{155}{12}; y(2) = 12; y(4) = 20 \text{ Vậy } \max_{\left[\frac{3}{2}; 4\right]} y = 20 \text{ khi } x = 4.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 670.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ tương ứng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = -1$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra số giao điểm hai đồ thị là 2 điểm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 671. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 12$ trên đoạn $[-3; 1]$.

A. 66.

B. 72.

C. 10.

D. 12.

Lời giải.

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 12$ trên đoạn $[-3; 1]$.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x$.

Xét $y' = 0$ suy ra $-3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\max_{x \in [-3; 1]} y = 66$.

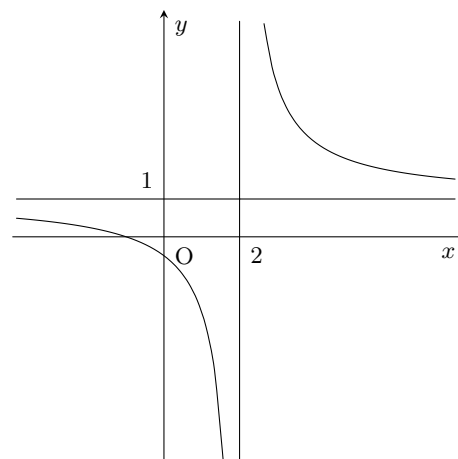
Chọn đáp án **A**

□

Câu 672.

Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính $T = a + b$.

A. $T = 2$. B. $T = 0$. C. $T = -1$. D. $T = 3$.



Lời giải.

Do giả thiết suy ra $a \neq 0$ và $b \neq 0$.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{b} \right\}$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{2}{b}\right)^+} \frac{ax+1}{bx-2} = \infty$ suy ra $x = \frac{2}{b}$ là tiệm cận đứng. Do đó $\frac{2}{b} = 2 \Leftrightarrow b = 1$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a + \frac{1}{x}}{b - \frac{2}{x}} = \frac{a}{b}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{1}{x}}{b - \frac{2}{x}} = \frac{a}{b}$.

Vậy $y = \frac{a}{b}$ là tiệm cận ngang. Khi đó $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b$ nên $a = 1$.

Do đó $T = 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 673. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-2)(x^4-4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = (x-1)(x^2-2)(x^4-4) = (x-1)(x^2-2)^2(x^2+2)$. Suy ra $f'(x)$ chỉ qua điểm và đổi dấu tại $x = 1$.

Vậy hàm số chỉ có một cực trị tại $x = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 674. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = 3x + m(\sin x + \cos x + m)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. B. Vô số. C. 4. D. 5.

Lời giải.

Ta có $y' = 3 + m(\cos x - \sin x) = 3 + m\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \min_{\mathbb{R}} y' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - |m\sqrt{2}| \geq 0 \Leftrightarrow |m| \leq \frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m \in \{0; -1; 1; -2; 2\}.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 675. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là:

A. 4.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

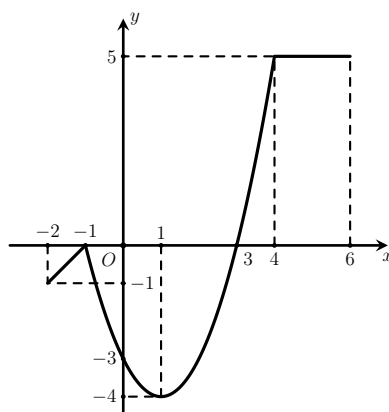
Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên ta có đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 4 điểm phân biệt. Do đó phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 676. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 6]$ và có đồ thị như hình bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 6]$.

Giá trị của $M - m$ bằng:

A. 9.

B. -8.

C. -9.

D. 8.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số trên đoạn từ $[-2; 6]$ ta có $M = 5$ và $m = -4$. Do đó $M - m = 9$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 677. Đồ thị của hàm số $y = \frac{5x - 8}{\sqrt{x^2 - 3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Hàm số xác định trên $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Ta có :

$$- \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5-\frac{8}{x}}{\sqrt{1-\frac{3}{x}}} = 5 \Rightarrow y = 5 \text{ là một đường tiệm cận ngang.}$$

$$- \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5-\frac{8}{x}}{-\sqrt{1-\frac{3}{x}}} = -5 \Rightarrow y = -5 \text{ là một đường tiệm cận ngang.}$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}} = -\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là một đường tiệm cận đứng.}$$

$$- \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}} = +\infty \Rightarrow x = 3 \text{ là một đường tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 4 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 678. Tìm số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

A. 4.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên không tồn tại cực trị.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 679.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy $y' > 0, \forall x > 1$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 680. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính $M + m$.

A. 0.

B. -9.

C. -10.

D. -1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 4x. \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

$$y'(-2) = -9; y'(-1) = 0; y'(0) = -1; y'(1) = 0.$$

Hàm số có đạo hàm trên $(-2; 1)$ và liên tục trên $[-2; 1]$ suy ra $M = 0, m = -9$ và $M + m = -9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 681. Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d có hệ số góc âm.

B. d song song với đường thẳng $x = 3$.

C. d có hệ số góc dương.

D. d song song với đường thẳng $y = 3$.

Lời giải.

d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của hàm số nên hệ số góc của d bằng 0, suy ra mệnh đề đúng là d song song với đường thẳng $y = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

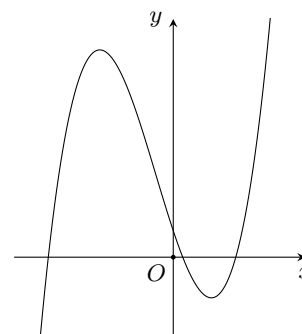
Câu 682. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

**Lời giải.**

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ đồ thị đã cho ta thấy hàm số có hai cực trị trái dấu, tổng hai cực trị âm, đồ thị hàm số cắt tia Oy tại điểm có tung độ dương, suy ra

$$\begin{cases} a > 0, d > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 0, b > 0 \\ c < 0, d > 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 683. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = [-9; +\infty) \setminus \{0; -1\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 684. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 12x + 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ là $(1; 4)$, nên tổng hoành độ và tung độ bằng 5.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 685. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x+1)(x+2)(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = 1. \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	CD	CT		$+\infty$

Vậy số cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 686.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 6 = 0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Lời giải.

Ta có $3f(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$.

Do đó số nghiệm của phương trình $3f(x) - 6 = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$. Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra phương trình có 3 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm thực.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 687.

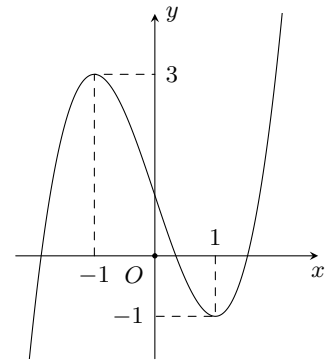
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Lời giải.

Đường cong trong hình vẽ có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Suy ra $a > 0$.

Mặt khác, giao điểm của đồ thị với trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn các đặc điểm trên.

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 688.

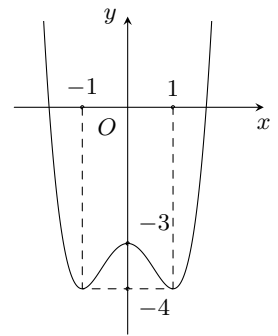
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-5 \leq m \leq -4$.

B. $-4 < m < -3$.

C. $-4 \leq m \leq -3$.

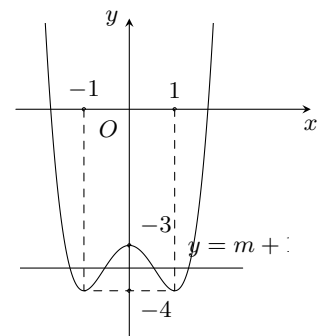
D. $-5 < m < -4$.



Lời giải.

Phương trình $f(x) = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại bốn điểm phân biệt. Điều này tương đương với

$$\begin{aligned} -4 < m + 1 < -3 \\ \Leftrightarrow -5 < m < -4. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 689. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ với đường thẳng $y = 3$ là

A. 8.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2|x^2 - 4| = 3$ (1)

nếu $x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2 \cup 2 \leq x$.

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = 3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 + \sqrt{7} \\ x^2 = 2 - \sqrt{7} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{7}}.$$

nếu $x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = -3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 6 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 690. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (-5; 5)$

Hàm số đã cho liên tục trong $[-5; 5]$ và $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}} = +\infty$.

Nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x = 5$, $x = -5$ và đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

□

Câu 691. Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{7-x}$ là

A. $[2; 2\sqrt{2}]$.

B. $[3; 7]$.

C. $[0; 2\sqrt{2}]$.

D. $(3; 7)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Tìm Tập xác định của hàm số sau đó xét sự biến thiên, lập bảng biến thiên và tìm tập giá trị của hàm số.

Cách giải:

TXĐ $\mathcal{D} = [3; 7]$.

Xét hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{7-x}$.

Ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} - \frac{1}{2\sqrt{7-x}}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} y' = 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x-3}} - \frac{1}{2\sqrt{7-x}} = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x-3} = \sqrt{7-x} \\ &\Leftrightarrow x-3 = 7-x \\ &\Leftrightarrow x = 5 \end{aligned}$$

Ta có bảng biến thiên như sau

x	3	5	7		
y'		+	0	-	
y	2	$2\sqrt{2}$		2	

Vậy tập giá trị của hàm số là $[2; 2\sqrt{2}]$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 692. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $0 < m < 4$.

B. $4 < m < 8$.

C. $8 < m < 10$.

D. $m > 10$.

Lời giải.

Phương pháp:

+) Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i .

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ ($x_i \in [a; b]$). Khi đó:

$$\min_{[a;b]} f(x) = \min \{f(a); f(b); f(x_i)\}, \max_{[a;b]} f(x) = \max \{f(a); f(b); f(x_i)\}$$

Cách giải:

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có: $y' = \frac{x+1-x-m}{(x+1)^2} = \frac{1-m}{(x+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho là hàm bậc nhất trên bậc nhất nên hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định của hàm số.

Xét trên $[1; 2]$ ta có: $y(1) = \frac{1+m}{2}$; $y(2) = \frac{2+m}{3}$ là các GTNN và GTLN của hàm số.

$$\Rightarrow y(1) + y(2) = \frac{m+1}{2} + \frac{m+2}{3} = 8 \Leftrightarrow 3m+3+2m+4=48 \Leftrightarrow m = \frac{41}{5}.$$

$$\Rightarrow 8 < m < 10.$$

□

Câu 693. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

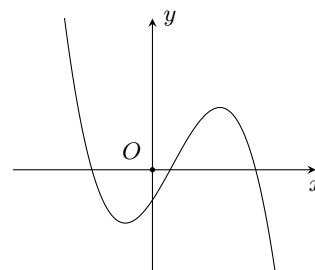
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

**Lời giải.**

Phương pháp: Nhận biết dạng của đồ thị hàm số bậc ba.

Cách giải: Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy

— Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow -\infty \Rightarrow a > 0$: Loại phương án C.

— Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d > 0$: Loại phương án B.

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Hàm số có 2 cực trị trái dấu $\Rightarrow ac < 0 \Rightarrow c > 0$ (do $a < 0$): Loại phương án A.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 694. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 2x + 2}$ có hoành độ và tung độ đều là số nguyên?

A. 8.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y = \frac{2}{x^2 + 2x + 2} = \frac{2}{(x+1)^2 + 1}.$$

$$\text{Mà } 0 < \frac{2}{(x+1)^2 + 1} \leq 2, \text{ do } (x+1)^2 \geq 0 \Rightarrow y \in \{1; 2\}.$$

$$\text{Với } y = 1 \Rightarrow \frac{2}{(x+1)^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Suy ra các điểm $(-2; 1), (0; 1)$ thỏa mãn.

$$\text{Với } y = 2 \Rightarrow \frac{2}{(x+1)^2 + 1} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Suy ra điểm $(-1; 2)$ thỏa mãn.

Vậy, đồ thị (C) có 3 điểm có hoành độ và tung độ đều là số nguyên.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 695. Hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và $f(1) = -3$. Tính $b + 2a$.

A. 3.

B. 15.

C. -15.

D. -3.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và $f(1) = -3$ nên suy ra

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a + b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -9. \end{cases}$$

Thử lại ta thấy với $a = 3, b = -9$ thì hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Vậy $b + 2a = -9 + 2 \cdot 3 = -3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 696. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng.

A. 2.

B. -3.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x - 4; y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -\frac{2}{3} \notin [1; 3] \end{cases}$.

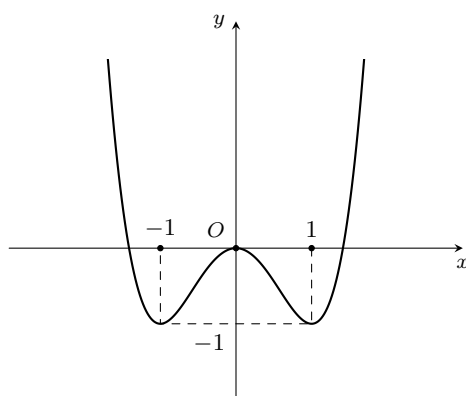
Khi đó $y(1) = 0; y(2) = -3; y(3) = 2$.

Nên $\max_{[1;3]} y = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 697. Đường cong hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.B. $y = x^4 + 2x^2$.C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải.

Ta có hàm số có ba điểm cực trị và $a > 0$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 0$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 698.

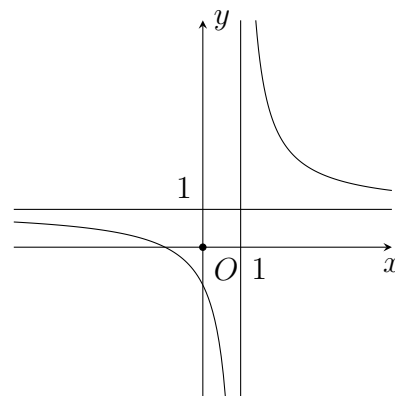
Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây

A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.



Lời giải.

Căn cứ vào đồ thị ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$ nên loại phương án $y = -x^3 + 3x + 1$, $y = \frac{x-1}{x+1}$, $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Vậy hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 699. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-3	-1	0	1	2	3			
y'	+	0	-	0	-	0	+	0	-

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy $f'(0) = 0$ và đạo hàm không đổi dấu khi x qua $x_0 = 0$ nên hàm số đã cho không đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 700. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = 2f(-x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2f'(-x)$.

Mà $f'(x) = x^2(x^2 - 1) \Rightarrow y' = -2(-x)^2[(-x)^2 - 1] = -2x^2(x^2 - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Kết luận hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 701. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

— Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = 1$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

— Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x+2)}{(x+1)^2} = \frac{8}{9}$.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x(x+2)}{(x+1)^2} = \frac{8}{9}$.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x(x-2)(x+2)}{(x+1)^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x(x+2)}{(x+1)^2} = -\infty$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 702. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$. Giá trị của $m + M$ bằng

A. $\frac{65}{4}$.

B. 16.

C. $\frac{49}{4}$.

D. 10.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; 4]$.

Ta có $y' = 1 - \frac{9}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{x^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in (1; 4) \\ x = -3 \notin (1; 4). \end{cases}$

Mặt khác $y(1) = 10, y(3) = 6, y(4) = \frac{25}{4}$, suy ra $m = 6$ và $M = 10$, nên $m + M = 16$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 703. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2} + 1\right) + x = m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-2; 2]$?

A. 8.

B. 11.

C. 9.

D. 10.

Lời giải.

Chọn B.

Hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $-x \in \mathbb{R}$, ta có $f(-x) = 2^{-x} - 2^x = -(2^x - 2^{-x}) = -f(x)$. Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ. Mặt khác $f'(x) = (2^x + 2^{-x})\ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta có $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0 \Leftrightarrow f(2m - 2^{12}) < -f(m)$. Theo (1) suy ra $f(2m - 2^{12}) < f(-m)$. Theo (2) ta được $2m - 2^{12} < -m \Leftrightarrow 3m < 2^{12} \Leftrightarrow m < \frac{2^{12}}{3}$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \leq 1365 \Rightarrow m_0 = 1365$. Vậy $m_0 \in [1009; 1513)$.

□

Câu 704.

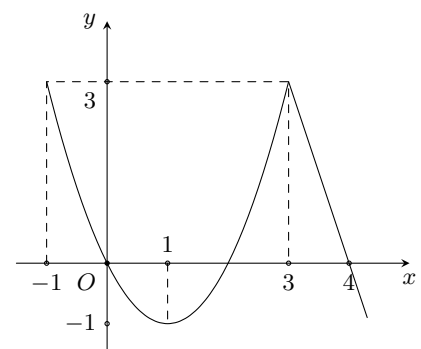
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 4)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(-1; 4)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trong $(1; 3)$.

Từ đó suy ra trong khoảng $(2; 3)$ hàm số $y = f(x)$ đồng biến.

Chọn đáp án **C** □

Câu 705.

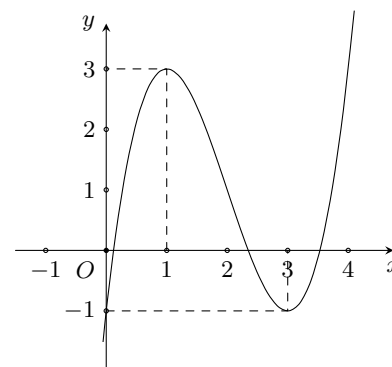
Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$.

B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

C. $y = -x^3 + 6x^2 + 9x + 1$.

D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số cho trong hình vẽ đi qua điểm $(0; -1)$ nên không thể là đồ thị của các hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1, y = -x^3 + 6x^2 + 9x + 1$.

Đồ thị hàm số cho trong hình vẽ đạt cực trị tại $x = 1$ và $x = 3$, trong hai hàm số còn lại ta thấy chỉ có hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ thỏa mãn điều kiện đó.

Vậy đồ thị cho trong hình vẽ là của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 706. Gọi (P) là đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x + 3$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào là tiếp tuyến của (P) .

A. $y = -x - 3$.

B. $y = 11x + 4$.

C. $y = -x + 3$.

D. $y = 4x - 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 2x^3 - x + 3$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 6x^2 - 1$.

Ta xét đường thẳng $y = -x + 3$, khi đó

$$\begin{cases} 2x^3 - x + 3 = -x + 3 \\ 6x^2 - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 = 0 \\ 6x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $x = 0$. Nên đồ thị (P) tiếp xúc với đường thẳng $y = -x + 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 707. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 1$ trên đoạn $[-3; 2]$?

A. $\min_{[-3;2]} y = 3$.

B. $\min_{[-3;2]} y = -3$.

C. $\min_{[-3;2]} y = -1$.

D. $\min_{[-3;2]} y = 8$.

Lời giải.

Hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}, y' = 2x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in [-3; 2].$$

Có $y(-3) = 8, y(0) = -1, y(2) = 3$ nên $\min_{[-3;2]} y = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 708. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.**Lời giải.**Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} < 0, \forall x \in (-\infty; -1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.Chọn đáp án **C**

□

Câu 709. Gọi x_1, x_2, x_3 là các điểm cực trị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 2019$. Tổng $x_1 + x_2 + x_3$ bằng

A. 0.

B. $2\sqrt{2}$.

C. -1.

D. 2.

Lời giải.

$$y' = -4x^3 + 8x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'		+	0	-	0

Vậy $x_1 + x_2 + x_3 = 0$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 710. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[0; 4]$. Tính tổng $m + 2M$.A. $m + 2M = 17$.B. $m + 2M = -37$.C. $m + 2M = 51$.D. $m + 2M = -24$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x - 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 4] \\ x = 3 \in [0; 4] \end{cases}$$

$$y(0) = 1, y(3) = -26, y(4) = -19.$$

$$\text{Vậy } M = \max_{[0;4]} y = 1, m = \min_{[0;4]} y = -26 \text{ nên } m + 2M = -24.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 711. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0, \forall x > 0$. Biết $f(1) = 2$, hỏi khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?A. $f(2) + f(3) = 4$.B. $f(-1) = 2$.C. $f(2) = 1$.D. $f(2018) > f(2019)$.**Lời giải.**Ta có $f'(x) > 0, \forall x > 0 \Rightarrow y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.Suy ra $2 = f(1) < f(2) < f(3)$ và $f(2018) < f(2019)$.Do đó các khẳng định $f(2) + f(3) = 4; f(2) = 1; f(2018) > f(2019)$ là sai.Vậy khẳng định $f(-1) = 2$ có thể xảy ra.Chọn đáp án **B**

□

Câu 712. Trong tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4$ đạt cực đại tại $x = 0$ làA. $m < 1$.B. $m > 1$.C. Không tồn tại m .D. $m = 1$.**Lời giải.**— Với $m = 1$, hàm số trở thành $y = 0$ không có cực trị, do đó $m = 1$ không thỏa yêu cầu bài toán.

— Với $m \neq 1$, ta có $y' = 4(m-1)x^3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ khi chỉ khi $\begin{cases} y' > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \\ y' < 0, \forall x \in (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 713. Số nghiệm của phương trình $x^4 + 2x^3 - 2 = 0$ là:

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Xem số nghiệm của phương trình là số giao điểm của $y = f(x) = x^4 + 2x^3 - 2$ với đường thẳng $y = 0$

Đặt $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2$;

$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 = 2x(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng xét dấu:

Dựa vào bảng biến thiên thì số nghiệm là 2.

Chọn đáp án **(C)** □

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$				$+\infty$

$\swarrow$ -2 $\searrow$

Câu 714. Hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ bằng

A. 6.

B. 0.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là:

$k = y'(-2) = 3(-2)^2 - 3 = 9$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 715. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

A. $m < -3$.

B. $m \leq -3$.

C. $m \leq 1$.

D. $m < 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{-1+m}{(x+1)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{-1+m}{(x+1)^2} < 0; \forall x \in \mathcal{D} \\ \Leftrightarrow -1+m &< 0 \\ \Leftrightarrow m &< 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 716. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 8x}{x+1}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $-\frac{15}{4}$.

B. $-\frac{7}{2}$.

C. -3.

D. -4.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $x = -1 \notin [1; 3]$.

$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -4 \notin [1; 3]. \end{cases}$$

$$\text{Mà } f(1) = -\frac{7}{2}; f(3) = -\frac{15}{4}; f(2) = -4.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[1; 3]$ là $-\frac{7}{2}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 717. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 2x$. Giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng

A. 13.

B. 32.

C. 40.

D. 36.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^2 - 6x - 2 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 2 = 0 \quad (*)$$

Có x_1, x_2 là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$

$\Rightarrow x_1, x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(*)$.

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6^2 - 2 \cdot (-2) = 40.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 718. Hàm số $f(x) = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 x + C_{2019}^2 x^2 + \dots + C_{2019}^{2019} x^{2019}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2018.

C. 1.

D. 2019.

Lời giải.

Phương pháp

— Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

— Sử dụng công thức $C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n = (x + 1)^n$.

Cách giải

$$\text{Ta có } f(x) = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 x + \dots + C_{2019}^{2019} x^{2019} = (x + 1)^{2019}$$

$$\Rightarrow f'(x) = [(x + 1)^{2019}]' = 2019(x + 1)^{2018}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2019(x + 1)^{2018} = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Vì $x = 1$ là nghiệm bội 2018 nên $x = -1$ không phải là điểm cực trị của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 719.

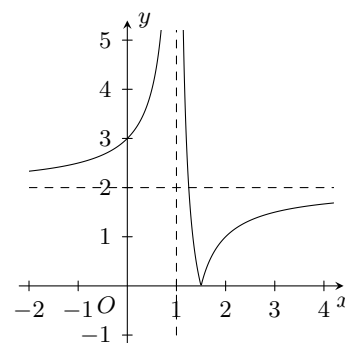
Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho dưới đây?

$$\text{A. } y = \frac{2x - 3}{x - 1}.$$

$$\text{B. } y = \frac{2x - 3}{|x - 1|}.$$

$$\text{C. } y = \frac{|2x - 3|}{x - 1}.$$

$$\text{D. } y = \left| \frac{2x - 3}{x - 1} \right|.$$



Lời giải.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0, 3)$ nên các đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{|x - 1|}$ và $y = \frac{|2x - 3|}{x - 1}$ không thỏa mãn.

Với $1 < x < \frac{3}{2}$ đồ thị hàm số có giá trị dương mà $y = \frac{2x - 3}{x - 1} < 0$ với $\forall x \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 720. Cho hàm số $y = \frac{mx - 4}{x + 1}$ (với m là tham số) có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	-2	$+\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Với $m = 3$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
 B. Với $m = 9$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
 C. Với $m = 6$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
 D. Với $m = -2$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{m+4}{(x+1)^2}$. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi $m+4 > 0 \Leftrightarrow m > -4$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \Leftrightarrow m = -2$ (thỏa mãn $m > -4$).

Vậy $m = -2$ thì hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 721. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$.

- A. $y = x + 1$. B. $y = -x + 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x - 1$.

Lời giải.

— TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$— y' = -6x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$		-	+	-

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$. Giá trị cực tiểu $y_{CT} = 1$.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. Giá trị cực đại $y_{CD} = 2$.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình

$$\frac{x-0}{1-0} = \frac{y-1}{2-1} \Leftrightarrow x = y-1 \Leftrightarrow y = x+1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 722. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x - 4\sqrt{6-x}$ trên $[-3; 6]$. Tổng $M + m$ có giá trị là

- A. -12 . B. -6 . C. 18 . D. -4 .

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2 + \frac{2}{\sqrt{6-x}} > 0, \forall x \in [-3; 6]$, suy ra hàm số đồng biến trên $[-3; 6]$.

Do đó $M = f(6) = 12, m = f(-3) = -18$. Vậy $M + m = -6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 723. Cho hàm số $y = f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7	
y'	$\vdots$	$-$	0	$+$
y	6	2	9	

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5; 7)$.
 B. $\max_{[-5;7)} f(x) = 6$ và $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$.
 C. $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$.
 D. $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5;7)} f(x) = 6$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$ và hàm số không có giá trị lớn nhất trên $[-5; 7)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 724. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	-2	0	$+\infty$
y'		$+$	$-$
y		$+\infty$ $-\infty$	1 0

Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 725. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
 B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, giá trị cực đại $y_{CD} = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = -1$.

Chú ý khi giải: Hàm số $y = f'(x)$ không xác định tại $x = 3$, nhưng $x = 3$ vẫn là điểm cực tiểu của hàm số vì qua điểm $x = 3$ thì y' đổi dấu từ âm sang dương.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 726. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

- A. $m = 6$. B. $m = 4$. C. $m = 0$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = -2 \notin [-1; 1] \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} y(0) = m \\ y(-1) = m - 2 \\ y(1) = m - 4 \end{cases} \Rightarrow \min_{[-1; 1]} y = m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 727. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$-$ 0 $+$	
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$ 0 $+\infty$	

- A. Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$. B. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải.

Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$ nên phương án “Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$ ” đúng. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên phương án “Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$ ” đúng. Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ nên phương án “Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng” sai.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang nên phương án “Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang” đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 728.

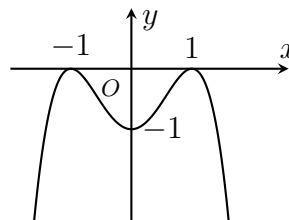
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.



Lời giải.

Dựa vào dạng đồ thị ta thấy:

- Hàm số đã cho có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên hàm số có hệ số tự do $c = -1$. Do vậy ta loại đáp án A và D.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$, giá trị cực đại bằng 0 .
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu bằng -1 . Do vậy ta chọn đáp án B.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 729.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	-1	0	2	3
y'	$+$	0	$-$	0
y		5	1	4

A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$.

D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$, ta thấy $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Ta có $f(-1) = 0$, $f(0) = 5$, $f(2) = 1$, $f(3) = 4$.

Mặt khác hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ nên $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 730. Xét hàm số $y = \sqrt{4 - 3x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1; 1)$.

B. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$.

C. Hàm số đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$.

D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$ và đạt giá trị lớn nhất tại $x = -1$.

Câu 731. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .

C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số $y = f(x)$ đã cho.

D. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

Câu 732. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sqrt{x - 3} + \sqrt{5 - x}$

A. $T = [0; \sqrt{2}]$.

B. $T = [3; 5]$.

C. $T = [\sqrt{2}; 2]$.

D. $T = (3; 5)$.

Lời giải.

Ta có: $\mathcal{D} = [3; 5]$; $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} = \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}{2\sqrt{5-x}\sqrt{x-3}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

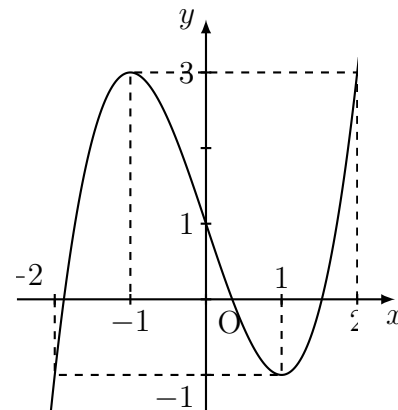
$y(3) = y(5) = \sqrt{2}$, $y(4) = 2$. Suy ra: $T = [\sqrt{2}; 2]$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 733.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



- A. $y = x^4 - x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = -x^2 + x - 1$.

Câu 734. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x$.

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 5.

Câu 735. Trong bốn hàm số sau: (1) $y = \sin 2x$; (2) $y = \cos 4x$; (3) $y = \tan 2x$; (4) $y = \cot 3x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{2}$?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 736. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại giá trị nào của x ?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 737. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(\infty; -1)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 738. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. -3 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x - 4$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (nhận) hoặc $x = -\frac{2}{3}$ (loại).

Ta có $y(1) = 0$, $y(3) = 2$, $y(2) = -3$. Do đó GTLN của hàm số trên đoạn $[1; 3]$ bằng 2.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 739. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2+1}}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 2 .

B. 1 .

C. 3 .

D. 0 .

Lời giải.

Tập xác định $D = [1; +\infty)$. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = 1$.

Vậy hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 740. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $(-2; 1)$.

B. $[-1; 2)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(-2; 1]$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $f(x) = -m$. Khi đó, phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = -m$ cắt đồ thị của hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt khác 0.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $-1 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 741. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$.
- B. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$.
- C. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$.
- D. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

Lời giải.

Mệnh đề “Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ ” là mệnh đề **sai** vì $f'(x)$ có thể bằng 0.

Xét hàm $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \geq 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ nhưng $f'(x) = 0$ khi $x = 0 \in (-1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 742. Hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 9$.
- B. $T = 1$.
- C. $T = -2$.
- D. $T = -4$.

Lời giải.

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $f(0) = 2 \Leftrightarrow c = 2$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và $f(1) = -3$ nên

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2a + b = 0 \\ 1 + a + b + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a + b = -6 \end{cases} \begin{cases} a = 3 \\ b = -9 \end{cases}.$$

Vậy $T = a + b + c = 3 - 9 + 2 = -4$.

Đề bài cho thừa giả thiết vì chỉ cần sử dụng $f(1) = -3 \Leftrightarrow 1 + a + b + c = -3 \Leftrightarrow a + b + c = -4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 743. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Lời giải.

Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Ta có

$$\text{—} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

$$\text{—} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} = +\infty \Rightarrow x = 2 \text{ là đường tiệm cận đứng.}$$

$$\text{—} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là đường tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 744.

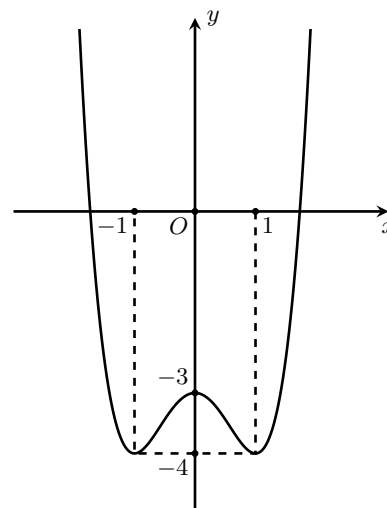
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m < 3$.

B. $m = -3$.

C. $-4 < m < -3$.

D. $m = 3$.



Lời giải.

Phương trình $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$.

Đặt $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ và $d: y = -m$ là đường thẳng vuông góc với trục Oy .

Phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow -m = -3 \Leftrightarrow m = 3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 745. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x - \sin^2 x$.

B. $y = \cot x$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = -x^3$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x - \sin^2 x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 1 - 2\sin x \cdot \cos x = 1 - \sin 2x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó, hàm số đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 746. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x + \frac{m^2 + 3m}{x + 1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có } y' = 3 - \frac{m^2 + 3m}{(x + 1)^2} = \frac{3(x + 1)^2 - (m^2 + 3m)}{(x + 1)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &> 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \Leftrightarrow 3(x + 1)^2 &> m^2 + 3m, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \Leftrightarrow m^2 + 3m &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -3 &\leq m \leq 0. \end{aligned}$$

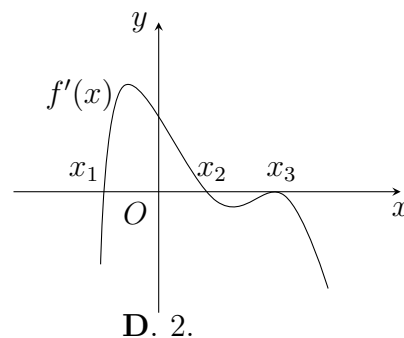
Vì m là số nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 0\}$. Vậy số giá trị nguyên của m thỏa mãn bài là 4.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 747.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định đúng?



- (I). Trên K , hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 (II). Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_3 .
 (III). Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1 .

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$f(x_1)$	$f(x_2)$		$-\infty$

Khẳng định (I) đúng vì trên khoảng K , hàm số có 2 điểm cực trị.

Khẳng định (II) sai vì $x = x_3$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

Khẳng định (III) đúng vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 748. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos^2 2x - \sin x \cos x + 4$ trên $\mathbb{R}$.

A. $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \frac{7}{2}$.

B. $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 3$.

C. $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \frac{10}{3}$.

D. $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \frac{16}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = 1 - \sin^2 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 = -\sin^2 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 5.$$

$$\text{Đặt } t = \sin 2x \Rightarrow t \in [-1; 1].$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = -t^2 - \frac{1}{2}t + 5 \Rightarrow f'(t) = -2t - \frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó, } f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4} \in [-1; 1].$$

$$\text{Mặt khác } f(-1) = \frac{9}{2}, f(1) = \frac{7}{2}, f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{81}{16}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng } \frac{7}{2} \text{ khi } \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 749. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1; 1]$. Khi đó, giá trị của m là

A. $m = -4$.

B. $m = \frac{2}{3}$.

C. $m = 4$.

D. $m = -\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Vì } y' = \frac{-7}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in [-1; 1] \text{ nên } m = y(1) = -4.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 750. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + 2$ là

A. $\left(\sqrt{3}; -\frac{5}{2}\right)$.

B. $\left(-\sqrt{3}; -\frac{5}{2}\right)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 0)$.

Lời giải.

$$y' = 2x^3 - 6x. \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{cases}$$

$$y'' = 6x^2 - 6.$$

• Với $x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow y''(\pm\sqrt{3}) = 12 > 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ là điểm cực tiểu của hàm số.

• Với $x = 0 \Rightarrow y''(0) = -6 < 0 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực đại của hàm số. Vậy $(0; 2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

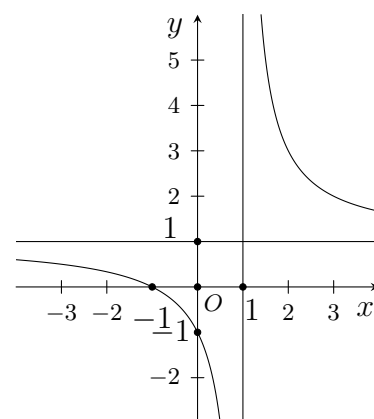
Chọn đáp án **C**

□

Câu 751.

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{1-x}$. D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

**Lời giải.**

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$, vậy đồ thị là của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 752.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khi đó tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt là

A. $m \in [4; 6]$.

B. $m \in (3; 5)$.

C. $m \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$.

D. $m \in (4; 6)$.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	3	$+\infty$	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi

$$3 < m - 1 < 5 \Leftrightarrow 4 < m < 6.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 753. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m sao cho (C_m) có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 5$.

A. $m = \sqrt[3]{2}$.

B. $m = -\frac{3}{2}$.

C. $m = \frac{3}{2}$.

D. $m = -\frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x + m. \text{ Hàm số có cực đại và cực tiểu } \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $3x^2 - 6x + m = 0$. Theo hệ thức Vi-ét có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$

$x_1^3 + x_2^3 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 5 \Leftrightarrow 8 - 2m = 5 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 754. Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 3$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = -4x^3 + 4x$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$		-2		-3		-2		$-\infty$

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Cách khác: Vì $a \cdot b < 0$ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 755.

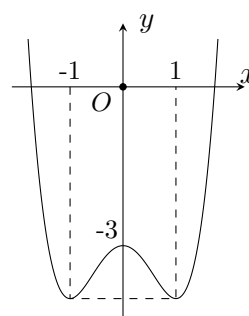
Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

B. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.



Lời giải.

Đồ thị đi qua điểm $(0; -3)$ nên loại các hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ và $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a \cdot b < 0$ hay a, b trái dấu nên hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ thỏa đề bài.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 756. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x - 1}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **A** □

Câu 757. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3 là

- A. $y = 18x + 49$. B. $y = -18x - 49$. C. $y = -18x + 49$. D. $y = 18x - 49$.

Lời giải.

$$y' = -6x^2 + 12x.$$

Ta có $y'(3) = -18$ và $y(3) = -5$ nên phương trình tiếp tuyến là $y = -18x + 49$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 758. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [0; 2]$. Ta có $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Tìm được $y(0) = 0$, $y(1) = 1$, $y(2) = 0$. Suy ra $\max_{x \in \mathcal{D}} y = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 759. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^3 - x - 2$. B. $y = \frac{x-1}{x+3}$.
C. $y = x^4 + 2x^2 + 3$. D. $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$. Ta có $y' = 3x^2 + 2x + 2 = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 760. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m - 1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A. $m = 4 \pm \sqrt{3}$. B. $m = 2 \pm \sqrt{3}$. C. $m = 4 \pm \sqrt{10}$. D. $m = 2 \pm \sqrt{10}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d

$$\begin{aligned} \frac{2x+1}{x+1} &= x+m-1 \\ \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x + m-2 &= 0, (x \neq -1) \end{aligned} \quad (1)$$

Để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 + (m-2) \cdot (-1) + m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 2. \end{cases} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} AB &= 2\sqrt{3} \\ \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 &= 6 \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2 = 6 \\ \Leftrightarrow (m - 2)^2 - 4(m - 2) - 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= 4 \pm \sqrt{10} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện } (*)). \end{aligned}$$

5

A. $y = 3x - 8$.
 B. $y = 3x + 14$.
 C. $y = 3x + 5$, $y = 3x - 8$.
 D. $y = 3x + 14$, $y = 3x + 2$.

$$\frac{3}{(x_0 + 2)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -3. \end{cases}$$

7

A. $m > -1$. **B.** $-1 < m < 1$. **C.** $m < -4$. **D.** $-4 < m < -3$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$
			-4		-4		

☐

A. $(-\infty; 0)$. **B.** $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
C. $(2; +\infty)$. **D.** $(-2; 0)$.

224 <https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/>

Ta có $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	8	4	$+\infty$	

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 764. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y	6	$+\infty$	3

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{2}\}$.

Ta thấy chỉ có 1 giá trị x_0 mà $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y$ bằng $+\infty$ hoặc $-\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} y = +\infty$.

$\Rightarrow$ Đồ thị có 1 tiệm cận đứng là đường $x = \sqrt{2}$.

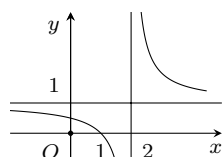
Mặt khác, ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 6$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow$ Đồ thị có 2 tiệm cận ngang là đường $y = 6$ và $y = 3$.

Vậy có tất cả 3 tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

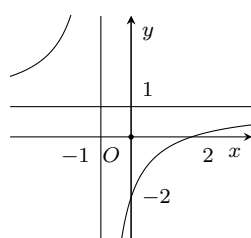
Chọn đáp án **(D)**

□

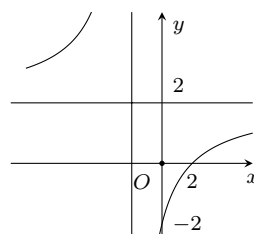
Câu 765. Cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là một trong bốn đường cong được liệt kê trong bốn phương án dưới đây. Hỏi đồ thị đó là hình nào?



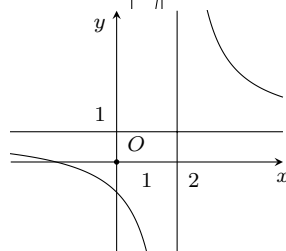
A.



C.



B.



D.

Lời giải.

Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 1$ và đi qua các điểm $(0; 2), (-2; 0)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 766. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là

A. $y = 2x + 3$.

B. $y = 3$.

C. $y = 2x - 3$.

D. $y = -3$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0; -3)$, $y' = 4x^3 - 4x$, $y'(0) = 0$. Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = -3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 767. Bảng biến thiên trong hình dưới là bảng biến thiên của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$
y	$-\infty$		$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

B. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1$.

C. $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x - 1$.

D. $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm bậc ba không có cực trị và có hệ số $a > 0$ tương ứng với hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x - 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 768. Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên tập xác định?

A. $y = \frac{2-3x}{1+5x}$.

B. $y = x^4 + 3x^2 + 18$.

C. $y = x^3 + 2x^2 - 7x + 1$.

D. $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 20$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 20$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 6x + 9 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 20$ đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **D** □

Câu 769. Cho các đường cong $(C_1): y = x^3 - 3x^2 + 4$, $(C_2): y = -x^4 + x^2 - 3$ và $(C_3): y = \frac{5x+2}{x-1}$.

Hỏi các đường cong nào có tâm đối xứng?

A. (C_1) , (C_2) và (C_3) .

B. (C_1) và (C_3) .

C. (C_2) và (C_3) .

D. (C_1) và (C_2) .

Lời giải.

(C_1) có hoành độ tâm đối xứng là nghiệm của $y'' = 0$ và (C_3) có tâm đối xứng là giao hai tiệm cận.

Chọn đáp án **B** □

Câu 770. Cho hàm số $y = f(x) = \sin x + \cos^2 x$. Tính giá trị $S = \sqrt{7}(1 + \min y)^2 + 16 \max^2 y$.

A. $S = \frac{25}{16}$.

B. $S = 25$.

C. $S = 4\sqrt{7} + 25$.

D. $25 - 4\sqrt{7}$.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$. Hàm số trở thành $y = g(t) = 1 + t - t^2$ và $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \in [-1; 1]$.

Ta có $g(-1) = -1; g(1) = 1; g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}$. Suy ra $\min y = -1, \max y = \frac{5}{4}$. Vậy $S = 25$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 771. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{x-m}{(m-1)x-2}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

- A. $m \in (-1; 2)$. B. $m \in (-1; 3]$. C. $m \in [1; 2)$. D. $m \in (1; 2]$.

Lời giải.

Với $m = 1$ thì $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$ là hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Với $m \neq 1$. Ta có $y' = \frac{m^2 - m - 2}{[(m-1)x - 2]^2}$. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 - m - 2}{[(m-1)x - 2]^2} < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 < 0 \\ \frac{2}{m-1} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

Vậy $m \in [1; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 772. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ có đồ thị (C) . Đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là

- A. $y = x + 3$. B. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. C. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. D. $x - 2y - 3 = 0$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 12x + 9, y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2 = \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right)(3x^2 - 12x + 9) + (-2x + 4).$$

Khi đó đường thẳng qua hai điểm cực trị của (C) có phương trình là $y = -2x + 4$.

Đường thẳng vuông góc với $y = -2x + 4$ có phương trình là $y = \frac{1}{2}x + b$.

Đường thẳng qua $A(-1; 1)$ suy ra $1 = \frac{1}{2} \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = \frac{3}{2}$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 773.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -2; \max_{x \in [-2; 2]} f(x) = -1$.
 B. $\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = 3; \max_{x \in [-2; 2]} f(x) = 4$.
 C. $\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -2; \max_{x \in [-2; 2]} f(x) = 2$.
 D. $\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = 3; \max_{x \in [-2; 2]} f(x) = 11$.

x	-2	-1	0	2
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	3	4	3	11

Lời giải.

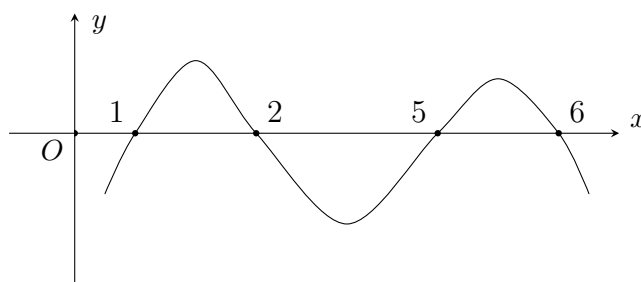
Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = 3; \max_{x \in [-2; 2]} f(x) = 11$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 774.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ (đồ thị $f'(x)$ cắt Ox ở các điểm có hoành độ lần lượt là 1, 2, 5, 6). Chọn khẳng định đúng:

- A. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng (1; 2).
- B. $f(x)$ đồng biến trên khoảng (5; 6).
- C. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng (1; 5).
- D. $f(x)$ đồng biến trên khoảng (4; 5).



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	5	6	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$									

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trong khoảng (5; 6).

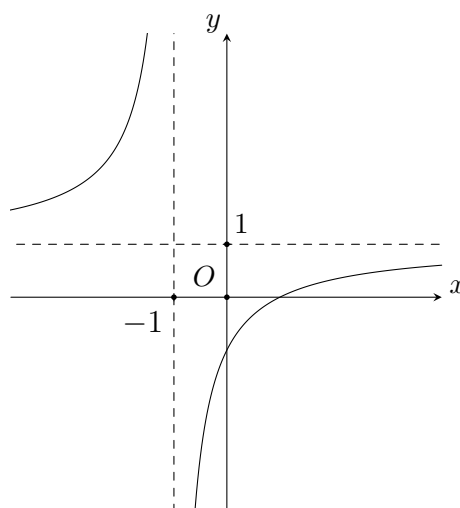
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 775.

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
- C. Hàm số đồng biến trên tập xác định.
- D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 776.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng về tổng số các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $f(x)$.

- A. Đồ thị hàm số có đúng 4 tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận.
- C. Đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	-	-	-	-
y	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ suy ra TCN $y = 0$.
- $\lim_{x \rightarrow -2^\pm} y = \pm\infty$ suy ra TCD $x = -2$.
- $\lim_{x \rightarrow 2^\pm} y = \pm\infty$ suy ra TCD $x = 2$.

Do đó đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 777. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2017$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$. B. $-2\sqrt{2} \leq m$.
- C. $m \leq 2\sqrt{2}$. D. $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} x^2 + mx + 2 &\geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \Delta &\leq 0 \\ \Leftrightarrow m^2 - 8 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -2\sqrt{2} &\leq m \leq 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

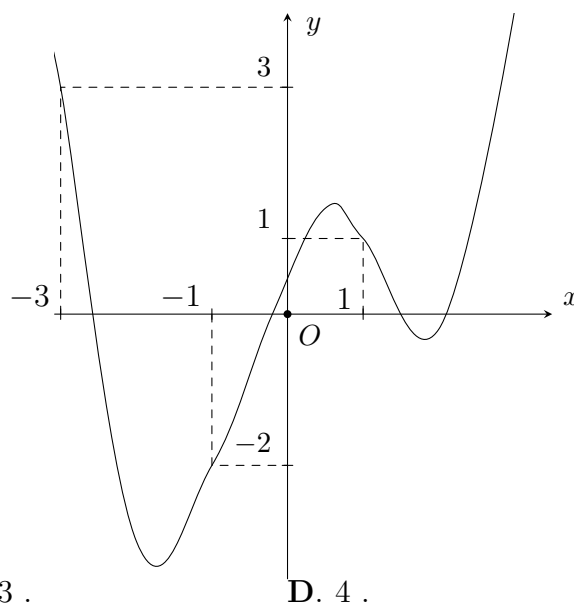
□

Câu 778.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 1$. Trong 4 mệnh đề dưới đây:

- (I) $g(-3) < g(-1)$
- (II) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3; 1)$.
- (III) $\min_{x \in [-1; 0]} g(x) = g(-1)$
- (IV) $\max_{x \in [-3; 1]} g(x) = \max\{g(-3); g(1)\}$.

Số mệnh đề đúng là



- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$.

Mà $f'(-3) = 3 \Rightarrow g'(-3) = 0, f'(-1) = -2 \Rightarrow g'(-1) = 0, f'(1) = 0 \Rightarrow g'(1) = 0$.

Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$g(-3)$	$g(-1)$	$g(1)$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

- (I) $g(-3) < g(-1)$ đúng.
 (II) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3; 1)$ **sai** vì hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.
 (III) $\min_{x \in [-1; 0]} g(x) = g(-1)$ đúng.
 (IV) $\max_{x \in [-3; 1]} g(x) = \max\{g(-3); g(1)\}$ đúng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 779. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 + 3 + 2m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $-2 \leq m \leq \frac{-3}{2}$. B. $\frac{-3}{2} < m < 2$. C. $-2 < m < \frac{-3}{2}$. D. $3 < m < 4$.

Lời giải.

Ta có $-x^4 + 2x^2 + 3 + 2m = 0 \Leftrightarrow 2m + 3 = x^4 - 2x^2$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ và đường thẳng $y = 2m + 3$.

Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của hai đồ thị.

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có $y' = 4x^3 - 4x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			0			$+\infty$
		-1			-1		

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để có bốn giao điểm thì

$$-1 < 2m + 3 < 0 \Leftrightarrow -4 < 2m < -3 \Leftrightarrow -2 < m < -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 780. Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

- A. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. B. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2}$. D. $y = x - \sqrt{x^2 + 1}$.

Lời giải.

— Xét hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ với $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. Ta có:

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} = +\infty.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} = +\infty.$$

Nên đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ không có tiệm cận ngang.

— Xét hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{x + 1} = 2$.

Nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 2$.

— Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2}$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2} = 1$.

Nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$.

— Xét hàm số $y = x - \sqrt{x^2 + 1}$ có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x - \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = 0$.

Nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 781. Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^3 - 3x^2 + 3 = x \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ cắt đường thẳng $y = x$ tại ba điểm phân biệt và tổng hoành độ các giao điểm này bằng 3.

Chọn đáp án **A** □

Câu 782.

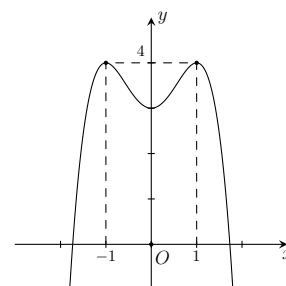
Đường cong bên là hình biểu diễn của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

C. $y = -x^3 + 3x + 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



Lời giải.

* **Cách 1:** Giả sử hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$.

$$\text{Dựa vào hình vẽ suy ra } \begin{cases} a < 0 \\ y(0) = c = 3 \\ a + b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ c = 3 \\ a + b = 1. \end{cases}$$

Mặt khác, đồ thị hàm số có hoành độ hai điểm cực đại là ± 1 nên $\frac{b}{2a} = \pm 1$ hay $b = \pm 2a$.

— Với $b = 2a \Rightarrow 3a = 1$ (loại).

— Với $b = -2a \Rightarrow a = -1, b = 2$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

* **Cách 2:** Dựa vào đồ thị ta có $a < 0$ và đồ thị có 3 điểm cực trị là $A(0; 3)$, $B(-1; 4)$, $C(1; 4)$ nên chọn hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 783.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-3; 2)$.

B. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -3)$.

D. $(0; 1)$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 784. Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a và b để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

- A. $a = 1, b = 2$. B. $a = 2, b = 2$. C. $a = 2, b = -2$. D. $a = -1, b = -2$.

Lời giải.

Vì $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên $\begin{cases} a \cdot 1 + 1 \neq 0 \\ b \cdot 1 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ b = 2. \end{cases}$

Lại có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \frac{a}{b}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \frac{a}{b} \Rightarrow y = \frac{a}{b}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 2a \Rightarrow a = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 785. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^3 + 2(2m-1)x^2 - (m^2 - 8)x + 2$ đạt giá trị cực tiểu tại điểm $x = -1$.

- A. $m = -2$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = -9$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 4(2m-1)x - (m^2 - 8) \Rightarrow f''(x) = -6x + 4(2m-1)$.

Hàm số đạt giá trị cực tiểu tại điểm $x = -1$ thì $f'(-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -9. \end{cases}$

— Với $m = 1$, ta có $f''(-1) = 10 > 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

— Với $m = -9$, ta có $f''(-1) = -70 < 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Vậy $m = 1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 786. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B . Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B .

- A. $AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$. C. $AB = \frac{2}{5}$. D. $AB = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ $\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow 2x-1 = (x+1)(2x-3) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$. (1)

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1). Theo Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} \\ x_1 x_2 = -1. \end{cases}$

Giả sử $A(x_1; 2x_1 - 3)$, $B(x_2; 2x_2 - 3) \Rightarrow AB = \sqrt{5(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{5[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2]} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 787. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 + x$. B. $y = x^4 - x$. C. $y = (x-1)^{2018}$. D. $y = (x-1)^{2019}$.

Lời giải.

Xét $y = (x-1)^{2019}$. TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, $y' = 2019(x-1)^{2018} \geq 0$ và chỉ bằng 0 tại $x = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 788. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

- A. $B(-1; 4)$. B. $D(2; 4)$. C. $C(0; 2)$. D. $A(1; 0)$.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$, $y'' = 6x$, $y''(1) = 6 > 0$, $y''(-1) = -6 < 0$ nên $A(1; 0)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 789. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính giá trị của $T = M + m$.

- A. $T = -20$. B. $T = -22$. C. $T = -4$. D. $T = 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \text{ (loại)} \end{cases}$.

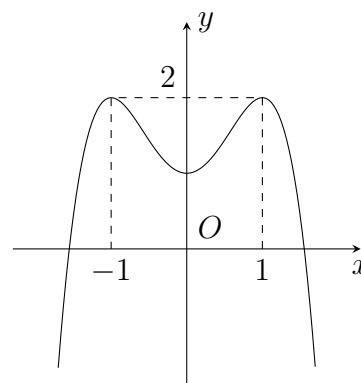
Lại có $f(-2) = -20$, $f(0) = 0$, $f(1) = -2$. Nên $M = 0$, $m = -20$ và $T = -20$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 790.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + 1$. B. $y = -|x|^3 + 3|x| + 1$.
C. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



Lời giải.

Đường cong nhận $(1; 2)$, $(-1; 2)$ làm điểm cực đại, $(0; 1)$ làm điểm cực tiểu. Chỉ có hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có đồ thị thỏa mãn điều này. Hàm số $y = -x^4 + 1$ và $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ chỉ có một điểm cực trị, hàm số $y = -|x|^3 + 3|x| + 1$ không đi qua điểm $(1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 791. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có điểm uốn nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm giá trị của tham số m .

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y'' = 6x - 6$, $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = m - 2$. Điểm uốn của đồ thị hàm số là $U(1; m - 2) \in y = x \Rightarrow m = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 792. Đồ thị hàm số $y = (x - 1)(x^2 - 1)(x^3 - 1)$ cắt trục hoành tại mấy điểm phân biệt?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Xét phương trình $(x - 1)(x^2 - 1)(x^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 793. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

A. 1.

B. -2.

C. -1.

D. 3.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ liên tục trên đoạn $[-2; 0]$.

$$y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -1 & (l). \end{cases}$$

Ta có $y(-1) = 3, y(-2) = -1, y(0) = 1$.

Vậy $\min_{x \in [-2; 0]} y = -1$ tại $x = -2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 794.

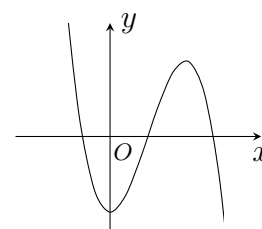
Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Đây là đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 795.

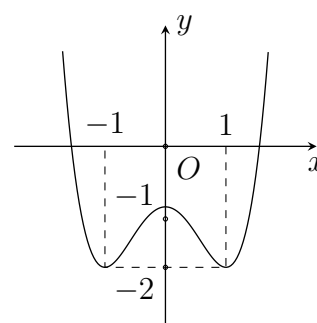
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 796.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 797. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5. \end{cases}$ B. $1 < m < 5.$ C. $m < 1.$ D. $m > 5.$

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt khi $\begin{cases} m - 1 < 0 \\ m - 1 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5. \end{cases}$

Chọn đáp án **A** □

Câu 798. Gọi m là giá trị nhỏ nhất và M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M - m$ bằng

- A. $-5.$ B. $1.$ C. $4.$ D. $5.$

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 6x^2 + 6x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin \left[-2; -\frac{1}{2}\right] \\ x = -1 \in \left[-2; -\frac{1}{2}\right]. \end{cases}$

Do hàm số liên tục trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$ và có $f(-2) = -5$, $f(-1) = 0$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $m = \min_{\left[-2; -\frac{1}{2}\right]} f(x) = -5$, $M = \max_{\left[-2; -\frac{1}{2}\right]} f(x) = 0$ nên $M - m = 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 799. Cho hàm số $y = -x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có tung độ $y_0 = -1$, với hoành độ $x_0 < 0$ là kết quả nào sau đây?

- A. $y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1.$ B. $y = -2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1.$
C. $y = 2\sqrt{6}(x - \sqrt{6}) + 1.$ D. $y = 2\sqrt{6}(x - \sqrt{6}) - 1.$

Lời giải.

Ta có $y_0 = -1 = -x_0^2 + 5 \Leftrightarrow x_0^2 = 6 \Leftrightarrow x_0 = \pm\sqrt{6}$. Do $x_0 < 0$ nên $x_0 = -\sqrt{6}$.

Lại có $y' = -2x$, suy ra tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc là $k = y'(-\sqrt{6}) = 2\sqrt{6}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $(-\sqrt{6}; -1)$ là

$$y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 800. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

- A. $\begin{cases} a = b; c > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

$$\text{C. } \begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}.$$

Lời giải.

Ta xét hai trường hợp $a = 0$ và $a \neq 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 801. Biết hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ (m là tham số thực) tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

A. $m = \pm 1$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = m$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Diện tích hình chữ nhật cần tìm bằng $2|m|$, ta có: $2|m| = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 802. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2} = \frac{\sqrt{x^2-4}}{(x-2)(2x-1)}$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Do $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$.

Do hàm số điều kiện của tử số là $x^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$ nên hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng.

Vậy số tiệm cận của đồ thị hàm số là 2.

Chọn đáp án **A** □

Câu 803. Gọi (C) là parabol đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2; 24)$.

A. $m = -4$.

B. $m = 6$.

C. $m = 4$.

D. $m = 3$.

Lời giải.

$y' = x^3 - 2mx$

Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm $x = 0, x = \sqrt{2m}, x = -\sqrt{2m}$, với $m > 0$. Do đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $M(0; m^2), N(\sqrt{2m}; 0), P(-\sqrt{2m}; 0)$.

Giả sử phương trình parabol cần tìm có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

Ta có:
$$\begin{cases} c = m^2 \\ a \cdot 2m + b \cdot \sqrt{2m} + c = 0 \\ a \cdot 2m - b \cdot \sqrt{2m} + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{m}{2} \\ b = 0 \\ c = m^2 \end{cases}.$$

Parabol có phương trình $y = mx^2 + m^2$, parabol đi qua điểm $A(2; 24)$ nên $m = 6$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 804. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2\ln x$ trên $[e^{-1}; e]$

A. $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2$.

B. $M = e^{-2} + 2, m = 1$.

C. $M = e^{-2} + 1, m = 1$.

D. $M = e^2 - 2, m = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2x^2 - 2}{x} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [e^{-1}; e]; \\ x = -1 \notin [e^{-1}; e]. \end{cases}$$

$$\text{Ta được } y(e^{-1}) = e^{-2} + 2; y(1) = 1; y(e) = e^2 - 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ M = e^2 - 2 \end{cases}.$$

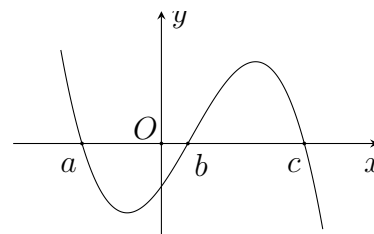
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 805.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, biết $f(c) < 0$. Hỏi đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.



Lời giải.

Từ giả thiết bài toán ta suy ra được bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có dạng

x	$-\infty$	a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$		$f(a)$		$f(b)$		$f(c)$		
	$-\infty$							$-\infty$

Do $f(c) < 0$ nên từ bảng biến thiên trên suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất là 2 điểm. (trường hợp $f(a) > 0 > f(c)$).

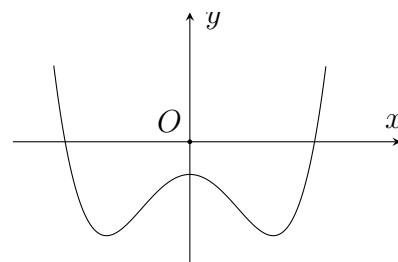
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 806.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta suy ra $a > 0$.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = c < 0$.

Vì đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$ (do $a > 0$).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 807. Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - (m-1)x^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải.

— Với $m = -1$ hàm số có dạng: $y = 2x^2 + 1$.

$$y' = 2x; y'' = 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow m = -1$ (loại).

— Với $m \neq -1$ để hàm số có một cực đại không có cực tiểu thì

$$\begin{cases} -(m+1)(m-1) \geq 0 \\ m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 808. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x - 1}$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 0; x \neq 1. \end{cases}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x - 1} = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x - 1} = 1$ nên đồ thị có 2 đường tiệm cận ngang $y = \pm 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x - 1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x - 1} = -\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 809. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-15; -7)$.

B. $m_0 \in (-1; 7)$.

C. $m_0 \in (7; 10)$.

D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x + m$, cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0$.

Hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \frac{m}{3}. \end{cases}$

Ta có $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 13 = 0 \Rightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 810. Cho hàm số $y = \frac{2mx - 8}{x - 1}$. Tìm tất cả giá trị của m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Có một giá trị của m thuộc đoạn $[3; 5]$.

B. Không tìm được m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

C. Có một giá trị của m thuộc đoạn $[-5; -3]$.

D. Tổng các giá trị tìm được của m bằng 0.

Lời giải.

Điều kiện: $-2m + 8 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 4$.

Tiệm cận ngang: $y = 2m$, tiệm cận đứng: $x = 1$.

Hình chữ nhật tạo bởi hai đường tiệm cận và hai trục tọa độ có kích thước là 1 và $2|m|$.

Suy ra, diện tích hình chữ nhật là: $2|m| = 8 \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Kết hợp điều kiện, ta có: $m = -4 \in [-5; -3]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 811. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng $\mathcal{K}$ và $x_0 \in \mathcal{K}$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $f''(x_0) < 0$.
 B. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì tồn tại $a < x_0$ để $f'(a) > 0$.
 C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
 D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) \neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .

Lời giải.

Ta có định lý “**Nếu** $f''(x_0) < 0$ **thì** hàm số f đạt cực đại x_0 ”. Chiều ngược lại không đúng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 812. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x}{x+1}$.
 B. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.
 C. $y = (x^2-1)^2 - 3x + 2$.
 D. $y = \tan x$.

Lời giải.

Ta có phân tích các hàm số như sau

- Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 — Hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, xác định trên $\mathbb{R}$, ta tính đạo hàm như sau

$$y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x \in \mathbb{R},$$

nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lưu ý. Hàm $y = \tan x$ tuần hoàn chu kỳ π , nên không thể luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 813. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-\sqrt{3}; 2]$ bằng

- A. 5. B. 9. C. 6. D. 8.

Lời giải.

Hàm số liên tục trên $[-\sqrt{3}; 2]$. Ta có $f'(x) = 4x^3 - 8x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

$$f(0) = 9, f(\pm\sqrt{2}) = 5, f(-\sqrt{3}) = 6, f(2) = 9.$$

$$\text{Vậy } \max_{x \in [-\sqrt{3}; 2]} f(x) = 9.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 814. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2(x-2)^3(3-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 2)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	—	0	—

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 815. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tính các giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 0.

B. 6.

C. -6.

D. -3.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra $y_{CD} \cdot y_{CT} = -3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 816. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu y' như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.

Lời giải.

y' không xác định tại $x = 3 \in (1; 4)$ nên khẳng định: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$ là khẳng định sai.

Chọn đáp án **D** □

Câu 817. Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

Lời giải.

$$y' = -x^2 + 6x - 5; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1		5		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$-\infty$
			$-\frac{4}{3}$		$\frac{28}{3}$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(5; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 818. Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận đứng $x = 3$?

A. $y = \frac{x+3}{x-3}$. B. $y = \frac{-x+3}{x+3}$. C. $y = \frac{x-3}{x^2-9}$. D. $y = \frac{3x+1}{x+3}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$.

$$\lim_{x \rightarrow 3^\pm} y = \pm\infty \Rightarrow x = 3 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số } y = \frac{x+3}{x-3}.$$

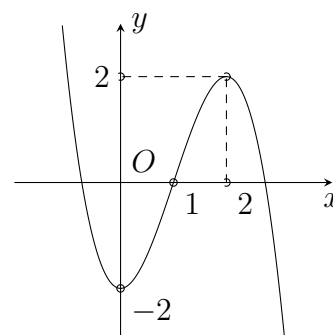
Chọn đáp án **A**

□

Câu 819.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x - 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -2x^3 + 6x^2 - 2$.



Lời giải.

Hướng đồ thị đi xuống $\Rightarrow a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$ và đi qua điểm $(2; 2)$.

Do đó đồ thị hàm số cần tìm thỏa mãn: $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 820. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{1-4x}}{x+1}$. Hỏi đồ thị hàm số trên có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right] \setminus \{-1\}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1-4x}}{x+1} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^\pm} \frac{\sqrt{1-4x}}{x+1} = \pm\infty \Rightarrow x = -1 \text{ là đường tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số có tổng 2 tiệm cận đứng và ngang.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 821. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$	$-$
y	$+\infty$	5	7	-1	$-\infty$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
- B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

Ta thấy hàm số không xác định tại $x = 1$ nên khẳng định hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ sai.

Chọn đáp án **C** □

Câu 822. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-mx+4}$ có đồ thị (C) . Tìm m để (C) có 3 đường tiệm cận.

- A. $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.
- B. $m \in (-\infty; -4) \cup [4; +\infty)$.
- C. $m \in (4; +\infty)$.
- D. Không tồn tại m .

Lời giải.

Đồ thị (C) có 3 đường tiệm cận

$$\Rightarrow x^2 - mx + 4 = 0 \text{ có hai nghiệm khác } -2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 16 > 0 \\ (-2)^2 - m(-2) + 4 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \vee m > 4 \\ m \neq -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -4 \vee m > 4.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 823. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+x}{x+1}$ có hai điểm cực trị A, B . Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB .

- A. $(1; 2)$.
- B. $(1; 3)$.
- C. $(-1; -3)$.
- D. $(-1; -2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x^2+4x+1}{(x+1)^2}.$$

$$\text{Ta được } x_A + x_B = \frac{-4}{2} = -2 \Rightarrow x_I = -1. \quad (1)$$

$$\text{Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị } A, B \text{ là } y = 4x + 1. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được } y_I = 4 \cdot x_I + 1 = -3.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 824. Tìm m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + 3x - 1$ có cực đại và cực tiểu.

- A. $m > 2$.
- B. $m < 2$.
- C. $m < 0 \vee m > \frac{9}{4}$.
- D. $0 < m < \frac{9}{4}$.

Lời giải.

Ta thấy $m = 0$ hàm số suy biến thành $y = 3x - 1$ không có cực trị.

$$\text{Hàm số có cực đại và cực tiểu} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 4m^2 - 9m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0 \vee m > \frac{9}{4}.$$

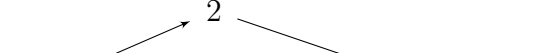
Chọn đáp án **C** □

Câu 825. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $(1; 2)$.
- B. $(-1; 2)$.
- C. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$.
- D. $(1; -2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$				
y'		+	0	-	0	+		
y	$-\infty$							$+\infty$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 826. Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = 21x^4 + 5x^2 + 2018$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 84x^3 + 10x = 2x \cdot (42x^2 + 5)$.

Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu qua nghiệm này. Vậy hàm số có 1 cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 827. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 5$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$, $(1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-3; 1)$.

C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$; nghịch biến trên $(-1; 3)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$; nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$				22	
			-10			$-\infty$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 828. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. 25.

B. 5.

C. -5.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{cases}$.

Ta có $y(-1) = 16$, $y(-2) = 9$, $y(2) = -11$. Vậy $\max_{x \in [-2; 2]} y = 16$, $\min_{x \in [-2; 2]} y = -11$. Vậy tổng là $16 - 11 = 5$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 829. Trong các hàm số sau hàm số nào có cực đại, cực tiểu và $x_{CT} < x_{CD}$?

A. $y = -x^3 + 9x^2 + 3x + 2$.

B. $y = -x^3 - 3x - 2$.

C. $y = x^3 - 9x^2 - 3x + 5$.

D. $y = x^3 + 2x^2 + 8x + 2$.

Lời giải.

— Hàm số $y = -x^3 - 3x - 2$ và $y = x^3 + 2x^2 + 8x + 2$ không có cực trị.

— Hàm số $y = x^3 - 9x^2 - 3x + 5$ có hai cực trị, vì hệ số $a > 0$ nên $x_{CT} > x_{CD}$.

— Hàm số $y = -x^3 + 9x^2 + 3x + 2$ có hai cực trị, vì hệ số $a < 0$ nên $x_{CT} < x_{CD}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 830. Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

B. $y = (x^2 - 1)^2 - 3x + 2$.

C. $y = \frac{x}{x + 1}$.

D. $y = \tan x$.

Lời giải.

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \Rightarrow y' = \frac{\sqrt{x^2 + 1} \cdot \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}} > 0 (\forall x \in \mathbb{R}).$$

Nên hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 831. Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ với đường thẳng $y = x - 2$. Độ dài AB bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 1.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x - 1}{x + 2} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = (x - 2)(x + 2) \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Khi $x = 3 \Rightarrow y = 1$, $x = -1 \Rightarrow y = -3$.

Tọa độ $A(3; 1)$, $B(-1; -3)$, $\overrightarrow{AB} = (-4; -4) \Rightarrow AB = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 832. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		2	-1	3	$-\infty$

A. Có ba điểm.

B. Có bốn điểm.

C. Có một điểm.

D. Có hai điểm.

Lời giải.

Theo định nghĩa về cực trị, nhìn trên bảng biến thiên ta thấy chỉ có $x = -1$ và $x = 1$ là thỏa mãn đồng thời cả hai điều kiện. Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án **D** □

Câu 833. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Tính $M \cdot m$.

A. -1640.

B. -984.

C. 1640.

D. 320.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$

$y(-4) = -41, y(-1) = 40, y(3) = 8, y(4) = 15$. Vậy $M = 40, m = -41$ và $M \cdot m = -1640$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 834. Tổng số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là

A. 6.

B. 2.

C. 4.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy $y_{CD} + y_{CT} = 1 + (-3) = -2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 835. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x^3 + 3}{x^2 + 1}$.

C. $y = \sqrt{1 - x^2}$.

D. $y = \frac{3x - 2}{x^2 + 1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{3x - 2}{x^2 + 1}$ có bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu nên luôn có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 836.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A. 0.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Lời giải.

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$ suy ra số nghiệm của phương $f(x) = -2$ là 2.

Chọn đáp án **D** □

Câu 837. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 15$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

A. 60.

B. 15.

C. 11.

D. 132.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \text{— Ta có } f'(x) = 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \in [-2; 3] \\ x = -\sqrt{2} \in [-2; 3] \\ x = 0 \in [-2; 3] \end{cases} \\ & \text{— } f(2) = 15, f(3) = 60, f(\sqrt{2}) = f(-\sqrt{2}) = 11, f(0) = 15. \\ & \text{— Vậy } \min_{x \in [-2; 3]} f(x) = 11. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 838. Kí hiệu M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính $\frac{M}{m}$.

A. 2.

B. $\frac{2}{3}$.C. $\frac{4}{3}$.D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = x + \frac{4}{x+1} \text{ liên tục trên } [0; 3] \text{ và } y' = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}.$$

Vì $x \in [0; 3]$ nên chỉ có $x = 1$ thỏa mãn.

$$\text{Có } f(1) = 3; f(0) = 4; f(3) = 4. \text{ Do đó } M = 4 \text{ và } m = 3 \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 839.

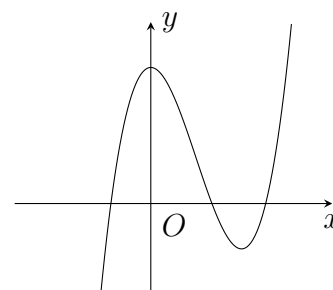
Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2$.

B. $y = 2x^3 + 3x^2 + 2$.

C. $y = -3x^3 + 2x^2 + 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.



Lời giải.

Từ đồ thị và các phương án ta thấy hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0, d > 0$ và có hai điểm cực trị có hoành độ không âm.

$$\text{Hàm số } y = x^3 - 3x^2 + 3 \text{ có } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ nên có hai điểm cực trị.}$$

Các hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2, y = 2x^3 + 3x^2 + 2, y = -3x^3 + 2x^2 + 2$ hoặc có hệ số $a < 0$ hoặc có hệ số $d < 0$ hoặc không có hai điểm cực trị nên không thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 840. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $[-1; 1]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$		
y'	$ $	$+$	0	$-$	$ $
y	0 $\nearrow$ 1 $\searrow$ 0				

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

Lời giải.

Dễ thấy hàm số chỉ có đúng một cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 841. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x^2-1}$.

C. $y = \frac{x^2}{x-1}$.

D. $y = x + \sqrt{x^2-1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x-1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x-1} = +\infty$. Do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 842. Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-1	0	0	$+\infty$	

Từ đó ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 843. Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ (với m là tham số thực).

A. 0.

B. m .

C. 2.

D. $-4 + m$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Ta có $y'' = 6x - 6$.

— Do $y''(0) < 0$, suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, suy ra cực đại hàm số là $y(0) = m$.

— Do $y''(2) > 0$, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

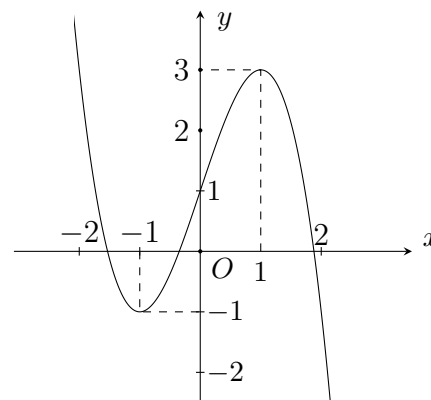
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 844.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = -x^3 - 3x + 1$. D. $y = -x^3 + 1$.



Lời giải.

- Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên hệ số $a < 0$.
— Vì hàm số có hai điểm cực trị $x_1 = -1; x_2 = 1$ nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm là $x = \pm 1$.

Do chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trong các hàm số đã cho thỏa mãn các điều trên. Vậy hàm số có đồ thị như hình vẽ trên là $y = -x^3 + 3x + 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 845. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$- \parallel$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-1)$	-1	3	$-\infty$	

Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
B. Hàm số có 3 điểm cực trị.
C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
D. Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Lời giải.

Do y' đổi dấu khi x qua 0 và 1 nên hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 846. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x} - 4$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = -1$. B. $\min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = -4$. C. $\min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = 7$. D. $\min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = -3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x} - 4 = 4x^2 + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} - 4.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM - GM, ta có $f(x) \geq 3 \cdot \sqrt[3]{4x^2 \cdot \frac{1}{2x} \cdot \frac{1}{2x}} - 4 = -1$. Đẳng thức xảy ra khi

$$4x^2 = \frac{1}{2x} \Leftrightarrow x^3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = -1$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 847. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

B. $y = -x^4 - x^2 - 1$.

C. $y = -x^3 + x^2 - 3x + 11$.

D. $y = \cot x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = -x^3 + x^2 - 3x + 11 \Rightarrow y' = -3x^2 + 2x - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = -x^3 + x^2 - 3x + 11$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 848. Hàm số nào dưới đây chỉ có cực tiểu và không có cực đại?

A. $y = -x^4 + x^2$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^4 + 1$.

D. $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^4 + 1$ có $y' = 4x^3, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 0$ nên hàm số chỉ có cực tiểu không có cực đại.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 849. Cho hàm số $y = \frac{mx+n}{x-1}$ có đồ thị (C) . Biết tiệm cận ngang của (C) đi qua $A(-1; 2)$ và điểm $B(2; 1)$ thuộc (C) . Tính $m + n$.

A. -3.

B. 3.

C. 1.

D. -1.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{mx+n}{x-1}$ có tiệm cận ngang $y = m$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} m = 2 \\ \frac{2m+n}{2-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -3 \end{cases} \Rightarrow m + n = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 850. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục Ox .

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

— Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$, khi đó phương trình tiếp tuyến $y = 0$. (trường hợp loại vì trùng trục Ox)

— Với $x = 1 \Rightarrow y = -1$, khi đó phương trình tiếp tuyến $y = -1$.

— Với $x = -1 \Rightarrow y = -1$, khi đó phương trình tiếp tuyến $y = -1$.

Vậy có duy nhất tiếp tuyến $y = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 851. Cho hàm số $y = x + \sqrt{18 - x^2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số. Khi đó $M + m$ bằng

A. $6 - 3\sqrt{2}$.

B. 0.

C. 6.

D. $6 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}]$ Ta có $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{18 - x^2}}, y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Ta có $y(-3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}, y(3) = 6, y(3\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$.

Vậy $m = 3\sqrt{2}$, $M = 6 \Rightarrow M + m = 6 + 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 852. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$ khi $x > 0$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. 0.

D. $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Ta có $y' = -\frac{3}{x^4} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 3}{x^4}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3}{x^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} > 0 \\ x = -\sqrt{3} < 0. \end{cases}$

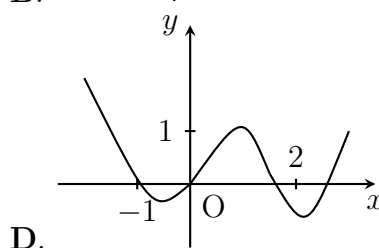
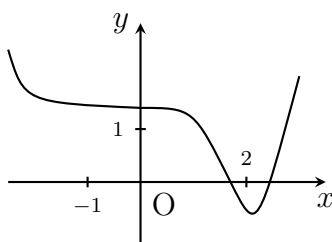
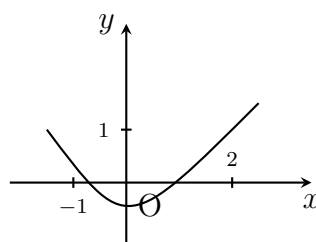
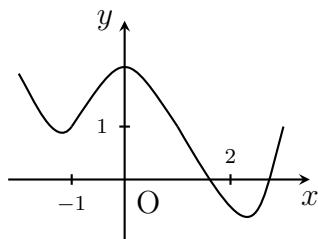
Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'		-	0
y	$+\infty$	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	0

Như vậy $\min_{x>0} y = y(\sqrt{3}) = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

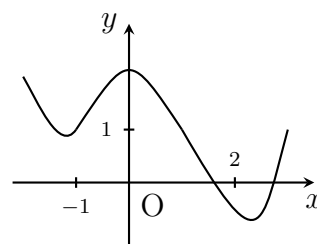
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 853. Một trong các đồ thị hàm số dưới đây là đồ thị của hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g'(0) = 0$, $g''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?



Lời giải.

Từ giả thiết $g'(0) = 0$, $g''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$ suy ra $g'(0) = 0$, $g''(0) < 0$ nên hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 0$, do đó trong 4 đồ thị đã cho, đồ thị có dạng như hình bên là đồ thị của hàm số $g(x)$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 854. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - \frac{2}{3}$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2 - 6x + 5$. Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 5] \\ x = 5 \in [0; 5] \end{cases}$.

Do $f(0) = -\frac{2}{3}$, $f(1) = \frac{5}{3}$, $f(5) = -9$ nên $\max_{[0;5]} f(x) = \frac{5}{3}$.

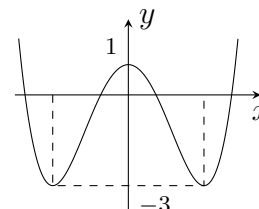
Chọn đáp án (B) □

Câu 855.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- A. 3. B. 2.
C. 4. D. 1.



Lời giải.

Ta có $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Chọn đáp án (A) □

Câu 856. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 25}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

- A. 11. B. 4. C. 5. D. 9.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - 25}{(x + m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 - 25 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m \leq -1$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 857. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

- A. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$. B. $y = \frac{x^2}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. D. $y = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{1 + x}$.

Lời giải.

Ta có

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0.$$

Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ có tiệm cận ngang.

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = \pm\infty, \text{ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.}$$

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = \pm\infty, \text{ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.}$$

$$\text{---} \text{Hàm số } y = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{1 + x} \text{ có tập xác định } \mathcal{D} = [-2; 2] \setminus \{-1\}, \text{ suy ra hàm số không tồn tại giới hạn}$$

tại vô tận, từ đó suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

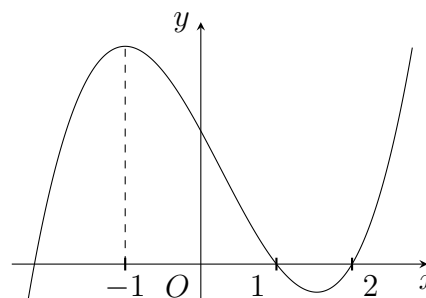
Chọn đáp án **A**

□

Câu 858.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị ở hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; 2)$. D. $(2; +\infty)$.



Lời giải.

Nhận thấy đồ thị đi xuống trong khoảng $(0; 1)$, suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 859. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm.

- A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
C. $(-2; 2)$. D. $[-2; 2]$.

Lời giải.

Qua bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm khi và chỉ khi $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 860. Điểm cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$$

Do $y'' = 6x$, suy ra $y''(-1) = -6 < 0$, từ đó ta được hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 861. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			0			$+\infty$	

</

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m > 0$.

B. $m \geq -1$.

C. $m > 0$ hoặc $m = -1$.

D. $m \geq 0$ hoặc $m = -1$.

Lời giải.

Phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt. Dựa vào bảng biến thiên, ta tìm được $m > 0$ hoặc $m = -1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 862. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4x^3 - 3x^4$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. -7 .

B. -24 .

C. 0 .

D. -16 .

Lời giải.

Ta có

$$y' = 12x^2 - 12x^3,$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Do đó $\min_{[-1;2]} y = \min\{y(-1); y(0); y(1); y(2)\}$, mà $y(-1) = -7$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1$, $y(2) = -16$ nên $\min_{[-1;2]} y = -16$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 863. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. Ta có $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$, nên $y' < 0$ với mọi $x \in (-\infty; 0)$. Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 864. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2018(x-1)^{2017}(x-2)^{2018}(x-3)^{2019}$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$.

A. 2 .

B. 1 .

C. 3 .

D. 0 .

Lời giải.

Đạo hàm $f'(x)$ có đổi dấu khi đi qua các điểm $x_1 = 1$, $x = 3$ nên hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 865. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-3)x + 2018$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì

A. $m \leq 4$.

B. $m \leq 3$.

C. $m \leq 2018$.

D. $m \leq 9$.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' = x^2 - (m - 3) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Điều này tương đương $m - 3 \leq 0$ hay $m \leq 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 866. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = -1$. Do đó đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án (B) □

Câu 867. Giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x = 2m + 1$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $-\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$.B. $-2 < m < 2$.C. $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$.D. $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải.

Gọi $(\mathcal{C}) : y = x^3 - 3x$ và $d : y = 2m + 1$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi d cắt $(\mathcal{C})$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < 2m + 1 < 2 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 868. Cho hàm số $y = \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3}$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Gọi m là số tiệm cận của $(\mathcal{C})$ và n là giá trị của hàm số tại $x = 1$. Tính tích $m \times n$.

A. $\frac{6}{5}$.B. $\frac{14}{5}$.C. $\frac{3}{5}$.D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{3}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2}$ nên $(\mathcal{C})$ có 2 tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$ và $y = -\frac{1}{2}$.

Do $\lim_{x \rightarrow (-\frac{3}{2})^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-\frac{3}{2})^+} y = +\infty$ nên $(\mathcal{C})$ có 1 tiệm cận đứng là $x = -\frac{3}{2}$. Do đó $m = 3$.

Mặt khác khi $x = 1$ thì $y = \frac{2}{5}$, suy ra $n = \frac{2}{5}$.

Vậy $m \times n = \frac{6}{5}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 869. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - 2\sqrt{x}$ trên đoạn $[0; 9]$ lần lượt là m và M . Giá trị của tổng $m + M$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $y' = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$, suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có: $y(0) = 0$, $y(1) = -1$, $y(9) = 3$. Vậy $M = 3$, $m = -1 \Rightarrow m + M = -1 + 3 = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 870. Cho hàm số $y = \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$. Đồ thị hàm số có mấy tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} = -\infty.$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 + x - 2}{(x-1)(x-2)} = -\infty \Rightarrow \text{Tiệm cận đứng } x = 2.$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2}{x-2} = -4.$$

Vậy đồ thị có 1 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **A** □

Câu 871. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + x + m$. Tìm m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $0 < m < 2$.

B. $m > 2$ hoặc $m < 0$.

C. $m \geq 2$ hoặc $m \leq 0$.

D. $0 \leq m \leq 2$.

Lời giải.

Ta có: $y' = x^2 - 2(m-1)x + 1$.

YCBT $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ hoặc $m < 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 872. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

— Dấu của y' đổi từ dương sang âm khi qua điểm $x = 0$ (tính từ trái sang phải) nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

— Dấu của y' đổi từ âm sang dương khi qua điểm $x = 1$ (tính từ trái sang phải) nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

Chọn đáp án **D** □

Câu 873.

Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			3			$+\infty$
	$-\infty$			0		

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có các kết luận sau:

- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$, $(2; +\infty)$.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 3.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

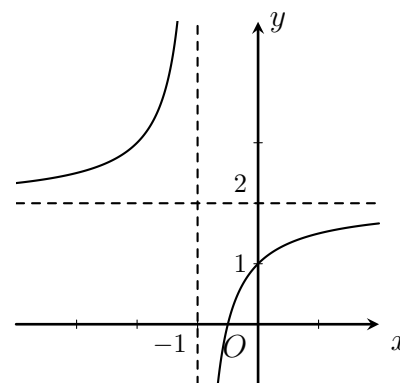
Do đó, xét hàm số trên khoảng $(0; 3)$ thì hàm số đồng biến trên các khoảng $(0; 1)$, $(2; 3)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 874.

Đồ thị ở hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x+3}{1-x}$.
 B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
 C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.
 D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

**Lời giải.**

Xét hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có:

- Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Đạo hàm $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$. Cho nên hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ luôn đồng biến trên các khoảng xác định của nó.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.
 $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 875. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$.
 B. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$.
 C. $y = \sqrt{x^2-1}$.
 D. $y = \frac{x}{x+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x}{x+1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 876. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $\max_{[0;2]} y = 1.$

B. $\max_{[0;2]} y = 0.$

C. $\max_{[0;2]} y = -2.$

D. $\max_{[0;2]} y = -\frac{50}{27}.$

Lời giải.

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$f(0) = -2; f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{50}{27}; f(1) = -2; f(2) = 0 \Rightarrow \max_{[0;2]} y = f(2) = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 877. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘			0	↘			$+\infty$
			-1				-1		

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m = -2, m \geq -1.$

B. $m > 0, m = -1.$

C. $m = -2, m > -1.$

D. $-2 < m < -1.$

Lời giải.

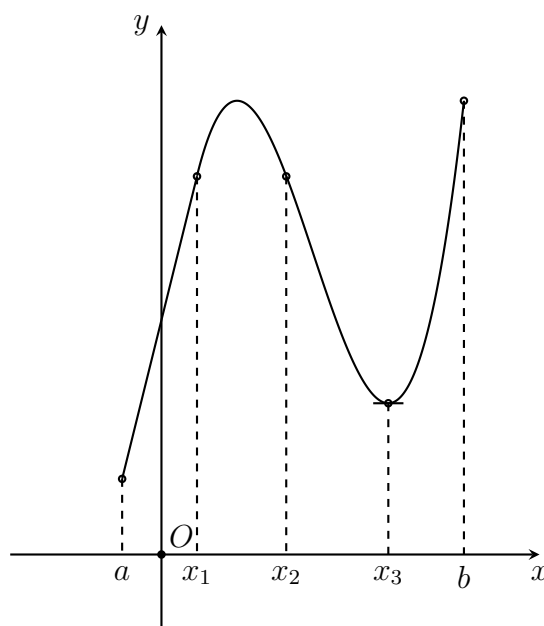
Ta có $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1$. Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có đúng hai nghiệm

$$\text{khi và chỉ khi } \begin{cases} m + 1 = -1 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m > -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 878. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trong khoảng (a, b) và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?



A. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a; b)$.

B. $f'(x_1) > 0$.

C. $f'(x_2) > 0$.

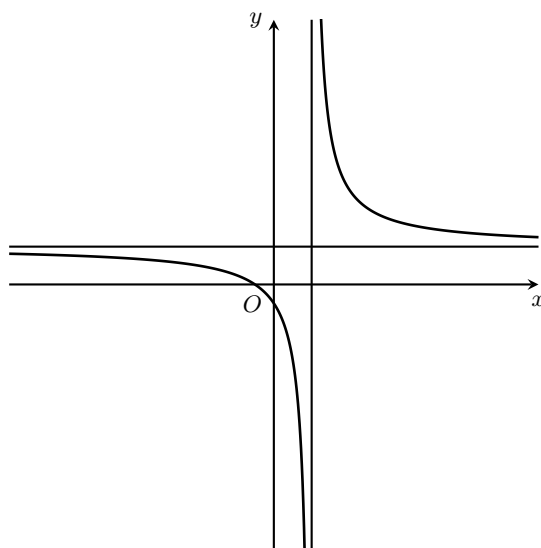
D. $f'(x_3) = 0$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có đạo hàm và nghịch biến trong khoảng $(c; d)$ chứa x_2 , suy ra $f'(x_2) \leq 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 879. Cho hàm số $y = \frac{bx - c}{x - a}$ ($a \neq 0$) và $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị như trên dưới. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c - ab < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c - ab > 0$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = b$ nằm trên trục hoành suy ra $b > 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = a$ nằm bên phải trục tung suy ra $a > 0$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định suy ra $c - ab < 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 880. Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y = 3^x$.

B. $g(x) = \log_3 x$.

C. $h(x) = \frac{1}{x+1}$.

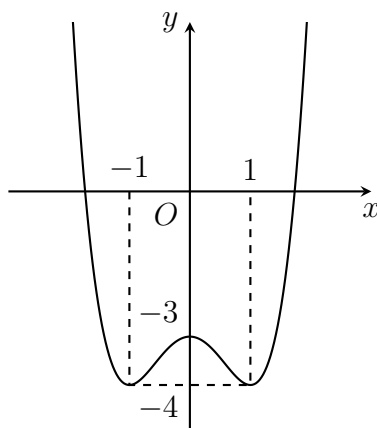
D. $k(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_3 x = +\infty$ suy ra hàm số $g(x) = \log_3 x$ không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **B** □

Câu 881. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.



A. $-4 < m < -3$.

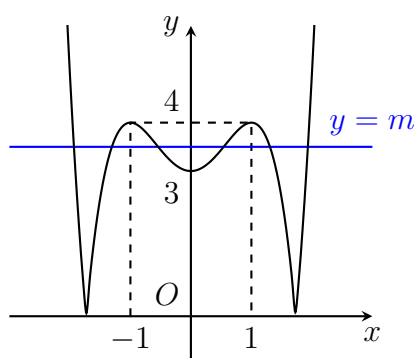
B. $0 < m < 3$.

C. $m > 4$.

D. $3 < m < 4$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$



Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng $y = m$. Phương trình có 6 nghiệm phân biệt khi $3 < m < 4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 882. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x + 1 = m\sqrt{2x^2 + 1}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $m < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $m > \frac{\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Phương trình $x + 1 = m\sqrt{2x^2 + 1} \Leftrightarrow m = \frac{x + 1}{\sqrt{2x^2 + 1}}$.

Xét hàm số $y = \frac{x + 1}{\sqrt{2x^2 + 1}} \Rightarrow y' = \frac{1 - 2x}{\sqrt{2x^2 + 1}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

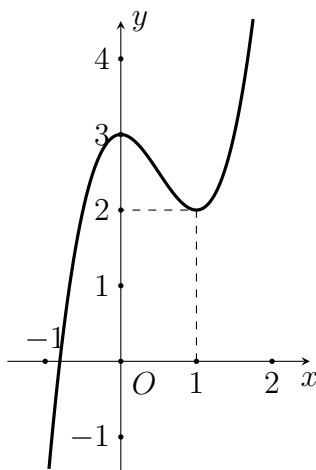
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
y'		+	0	-
y	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 883. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?



- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0$ và $x = 1$.

Lời giải.

Quan sát hình vẽ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	2	$+\infty$	

Quan sát bảng biến thiên thì câu sai là “Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; +\infty)$ ”.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 884. Cho hàm số $y = (x^2 + 3)(x^2 - 5)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?

- A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.
- B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
- C. (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.
- D. (C) không cắt trục hoành.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $(x^2 + 3)(x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$.

Vì phương trình có 2 nghiệm phân biệt, nên đồ thị hàm số $y = (x^2 + 3)(x^2 - 5)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 885. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+		+	0	-	
y	$-\infty$		2	$-\infty$	4		$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
 D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta có:

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
 — $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 886. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x + \frac{1}{x}$ khi $x < 0$ là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $-2\sqrt{2}$. C. Không tồn tại. D. 4.

Lời giải.

Với $x < 0$, ta có $y = 2x + \frac{1}{x} = -\left[2(-x) + \frac{1}{-x}\right] \leq -2\sqrt{2(-x) \cdot \frac{1}{-x}} = -2\sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x + \frac{1}{x}$ khi $x < 0$ là $-2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 887. Giá trị m nguyên lớn nhất để hàm số $y = x^3 + (3 - 2m)x^2 + \left(m - \frac{2}{3}\right)x + 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $[1; 2)$. B. $(-2; 1]$. C. $\left[1; \frac{3}{2}\right]$. D. $(1; 3)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 + 2(3 - 2m)x + m - \frac{2}{3}$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (3 - 2m)^2 - 3\left(m - \frac{2}{3}\right) \leq 0 \Leftrightarrow$

$4m^2 - 15m + 11 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{11}{4}$.

Vậy giá trị m nguyên lớn nhất là 2.

Chọn đáp án **D** □

Câu 888. Cho hàm số $y = \frac{3x - 2}{x + 1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-5; 5)$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành (O là gốc tọa độ).

- A. $m = 3$. B. $m = 2 + \sqrt{5}$.

C. $m = 2 + \sqrt{5}$, $m = 2 - \sqrt{5}$.

D. $m = 2 - \sqrt{5}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = \frac{3x-2}{x+1}$ và $y = -x+m$ là

$$\frac{3x-2}{x+1} = -x+m \Leftrightarrow x^2 + (4-m)x - 2-m = 0 \quad (*).$$

Ta có $\Delta = (4-m)^2 - 4(-2-m) = m^2 - 4m + 24 = (m-2)^2 + 20 > 0$, với mọi m .

Suy ra đồ thị (C) luôn cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt $M(x_1; -x_1+m)$ và $N(x_2; -x_2+m)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (*).

Ta có $OAMN$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{NM} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = -5 \quad (1)$.

Theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-4 & (2) \\ x_1 x_2 = -2-m & (3) \end{cases}$ Từ (1) & (2), ta được $x_1 = \frac{m-9}{2}$ và $x_2 = \frac{m+1}{2}$,

thay vào (3), ta được

$$\frac{m-9}{2} \cdot \frac{m+1}{2} = -2-m \Leftrightarrow m^2 - 4m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 889.

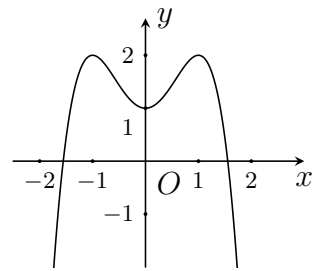
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số bên dưới?

A. $y = -x^4 + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

**Lời giải.**

Do đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên các hàm số $y = -x^4 + 1$ và $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ bị loại.

Ngoài ra đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 1)$ nên chỉ còn hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 890. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x^3 + x - 5$.

B. $y = x^4 + 3x^2 + 4$.

C. $y = x^2 + 1$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên $y = x^3 + x - 5$ đồng biến trên $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 891. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$.

A. $T = (3; 5)$.

B. $T = [3; 5]$.

C. $T = [\sqrt{2}; 2]$.

D. $T = [0; \sqrt{2}]$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [3; 5]$.

Ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-3} = \sqrt{5-x} \Leftrightarrow x = 4 \in [3; 5]$

Trên đoạn $[3; 5]$ ta có $y(3) = \sqrt{2}$, $y(5) = \sqrt{2}$, $y(4) = 2$.

Do đó $\min_{\mathcal{D}} y = \sqrt{2}$, $\max_{\mathcal{D}} y = 2$.

Ngoài ra do hàm số liên tục trên $\mathcal{D} = [3; 5]$ nên tập giá trị của hàm số là $T = [\sqrt{2}; 2]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 892. Hàm số $y = x^3 - 3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

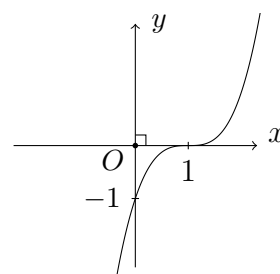
Chọn đáp án **D**

□

Câu 893.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = (x - 1)^3$. B. $y = x^3 - 1$. C. $y = x^3 + 1$. D. $y = (x + 3)^3$.



Câu 894. Cho các hàm số (I) : $y = x^2 + 3$; (II) : $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$; (III) : $y = x - \frac{1}{x+2}$; (IV) : $y = (2x + 1)^7$. Các hàm số không có cực trị là

- A. (I), (II), (III). B. (II), (III), (IV). C. (III), (IV), (I). D. (IV), (I), (II).

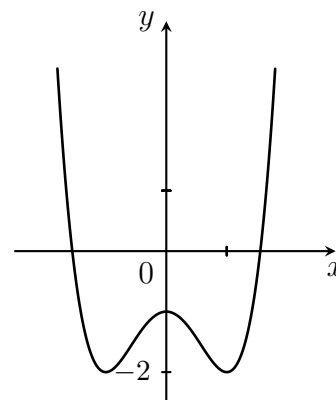
Câu 895. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành. B. Hàm số luôn có cực trị.
C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. D. Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$.

Câu 896.

Giả sử đồ thị hình bên là của một trong các hàm được liệt kê ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 + 2x^2$.
C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại $A(0; -1)$ nên chọn phương án $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 897. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Khi đó tổng $m + M$ bằng bao nhiêu?

A. 48.

B. -1.

C. 55.

D. 11.

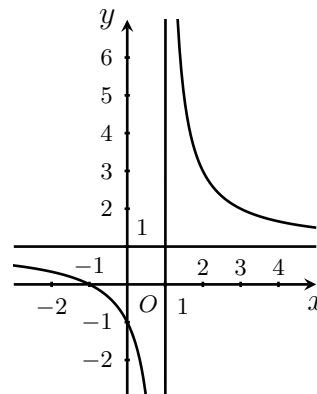
Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$y(-1) = 40, y(3) = 8, y(4) = 15, y(-4) = -41. \text{ Suy ra } M = 40, m = -41 \Leftrightarrow m + M = -1.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 898.** Đồ thị bên là của hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x-2}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{1-x}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải.**Đồ thị có TCD $x = 1$, TCN $y = 1$.

$$x = 0 \Rightarrow y = -1.$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 899.** Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A. $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 7x + 2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải.Xét $y = -x^4 + 2x^2$ có $y' = -4x^3 + 4x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 900.** Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1; 1]$. Khi đó, giá trị của m là

A. $\frac{2}{3}$.

B. 4.

C. -4.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{TXĐ: } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$y' = \frac{-7}{(x-2)^2} < 0, \quad \forall x \neq 2$$

$$y(1) = -4; \quad y(-1) = \frac{2}{3}.$$

Vậy $m = -4$.Chọn đáp án (C) □

Câu 901. Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Khi đó I nằm trên đường thẳng có phương trình

- A. $x + y + 4 = 0$. B. $2x - y + 4 = 0$. C. $x - y + 4 = 0$. D. $2x - y + 2 = 0$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có TCD $x = -1$ và TCN $y = 2$ nên $I(-1; 2)$.

Suy ra I thuộc đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 902. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. D. $y = \log_5 x$.

Lời giải.

Ta có $0 < \frac{e}{3} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 903. Khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$ là

- A. $(-3; 1)$. B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

$$y' = -3x^2 + 6x + 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

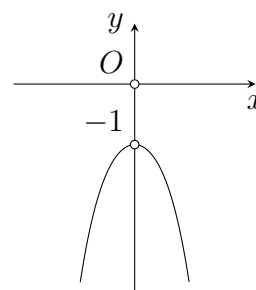
Vậy y đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 904.

Đường cong trong hình bên là đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
C. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$.



Lời giải.

Hàm số y cần tìm thỏa mãn $y \leq -1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y(0) = -1$. Chỉ có hàm số $y = -x^4 - 2x^2 - 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 905. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x}{x - 1}$. C. $y = \frac{x^4}{x^4 + 1}$. D. $y = \sqrt{x^2 - 4}$.

Lời giải.

- Xét $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x + 2) = 3 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- Xét $y = \frac{x}{x - 1}$ có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x - 1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x - 1} = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.
- Xét $y = \frac{x^4}{x^4 + 1}$ có tập xác định $\mathbb{R} \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- Xét $y = \sqrt{x^2 - 4}$ xác định trên $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
 Có $\lim_{x \rightarrow -2^-} \sqrt{x^2 - 4} = 0, \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x^2 - 4} = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 906.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi

- A. $-2 < m < 4$. B. $-2 \leq m \leq 4$.
 C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \in \emptyset$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			4		-2	$+\infty$
	$-\infty$					

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và $y = m$. Do vậy, để phương trình $f(x) = m$ thì $-2 < m < 4$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 907. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 5}{x + 3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $\min_{x \in [0; 2]} y = -\frac{5}{3}$. B. $\min_{x \in [0; 2]} y = -\frac{1}{3}$. C. $\min_{x \in [0; 2]} y = -2$. D. $\min_{x \in [0; 2]} y = -10$.

Lời giải.

Có $y' = \frac{2x(x + 3) - (x^2 - 5)}{(x + 3)^2} = \frac{x^2 + 6x + 5}{(x + 3)^2} > 0$ với $\forall x \in [0; 2] \Rightarrow \min_{x \in [0; 2]} y = y(0) = -\frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 908.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại giá trị nào sau đây?

- A. $x = -1$. B. $x = 2$.
 C. $x = 0$. D. $x = -2$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 909.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 5)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ 1 $\nearrow$ 5 $\searrow$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y' > 0, \forall x \in (0; 2)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 910. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}$ trên $[-2; 2]$ bằng

- A. 1. B. -2. C. $-\frac{13}{5}$. D. $-\frac{11}{5}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 8}{(x - 3)^2}$, do đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin [-2; 2] \\ x = 2. \end{cases}$

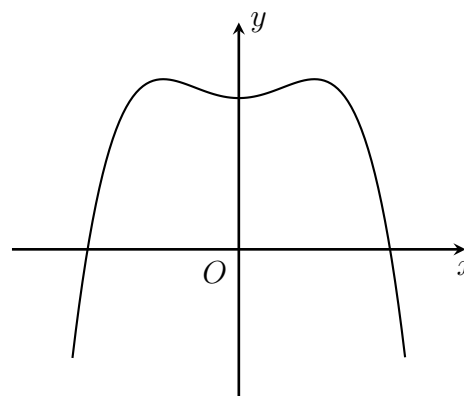
Có $f(-2) = -\frac{11}{5}, f(2) = 1$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ bằng $-\frac{11}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 911. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hãy chọn khẳng định đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c > 0$. B. $a < 0, b > 0, c < 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a > 0, b > 0, c > 0$.



Lời giải.

Nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên $a < 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Hàm số có 3 cực trị nên a và b trái dấu, do đó $b > 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 912. Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

- A. $y = -x^4 - x^2 + 3$. B. $y = x^4 - x^2 + 3$. C. $y = -x^4 + x^2 + 3$. D. $y = x^4 + x^2 + 3$.

Lời giải.

Hàm trùng phương có ba cực trị nên $a \cdot b < 0$ do đó ta loại hai hàm số $y = -x^4 - x^2 + 3$ và $y = x^4 + x^2 + 3$.

Hàm số có hai cực đại và một cực tiểu nên hệ số $a < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 913.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

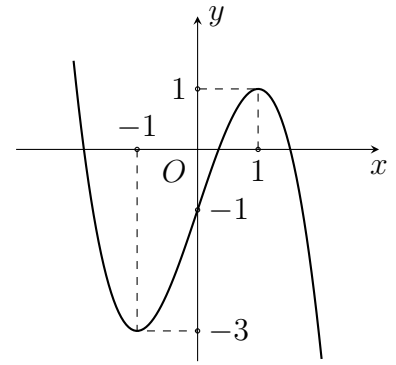
Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 - 3x - 1$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x - 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow a < 0 \Rightarrow$ loại hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.

Hàm có đạt cực trị tại $x = \pm 1$.

Xét các hàm số sau:

— $y = -x^3 - 3x - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 - 3 < 0, \forall x$ nên hàm số không có cực trị.

— $y = -x^3 + 3x^2 - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ nên hàm số không đạt cực trị tại $x = \pm 1$.

— $y = -x^3 + 3x - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = \pm 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 914. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

— Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ với trục hoành là

$$2x^4 - 7x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \sqrt{\frac{7 + \sqrt{17}}{2}} \\ x = \pm \sqrt{\frac{7 - \sqrt{17}}{2}} \end{cases}$$

— Phương trình có 4 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ cắt trục hoành tại 4 điểm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 915. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x - \cos x + 1$. Khi đó tích $M \cdot m$ là

A. $M \cdot m = 0$.

B. $M \cdot m = \frac{25}{4}$.

C. $M \cdot m = \frac{25}{8}$.

D. $M \cdot m = 2$.

Lời giải.

— Ta có $y = 2\sin^2 x - \cos x + 1 = -2\cos^2 x - \cos x + 3$.

— Đặt $t = \cos x$ với $-1 \leq t \leq 1$. Xét hàm số $f(t) = -2t^2 - t + 3$.

Ta có $f'(t) = -4t - 1 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow -4t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4}$.

— Khi đó $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{8}, f(1) = 0, f(-1) = 2$.

— Vậy $M = \frac{25}{8}, m = 0$ nên $M \cdot m = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 916. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m+1)x - 1$ đồng biến trên tập xác định của nó.

A. $-1 < m < 0$.

B. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

C. $-1 \leq m \leq 0$.

D. $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải.

- Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- Ta có: $y' = x^2 + 2(m+1)x + (m+1)$.
- Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- y' là tam thức bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$ nên

$$\begin{aligned} y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \Delta'_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m+1) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 0 \leq m+1 \leq 1 \\ &\Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 917. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 4$.

A. $m = -1$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$. D. $m = 4$.

Lời giải.

Xét phương trình $\frac{2x-1}{x-1} = x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (m-3)x - m + 1 = 0, (*) \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1^2 + (m-3) \cdot 1 - m + 1 \neq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow (m-3)^2 - 4(1-m) > 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 - 2m + 5 > 0, \text{ luôn đúng } \forall m \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Ta có $\begin{cases} x_A + x_B = 3 - m \\ x_A \cdot x_B = 1 - m \end{cases}$ và $A(x_A; x_A + m), B(x_B; x_B + m)$.

Suy ra $AB = 4 \Leftrightarrow \sqrt{2(x_A - x_B)^2} = 4 \Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 4x_A \cdot x_B = 8$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 918.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -\sqrt{2} \cdot x + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$. C. $y = x^2 + 1$. D. $y = x^3 + 3x + 1$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có đạo hàm $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số này đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 919. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x^2 - 1)(x - \sqrt{3})^2$. Số điểm cực trị của hàm số này là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Vì $f'(x)$ có 3 nghiệm $x = -1, x = 1, x = \sqrt{3}$. Trong đó, các nghiệm $x = -1, x = 1$ là các nghiệm đơn, còn nghiệm $x = \sqrt{3}$ là nghiệm kép nên đạo hàm không đổi dấu khi qua điểm $x = \sqrt{3}$. Vậy, hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 920. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên $[-2; 2]$.

- A. $\max_{[-2;2]} f(x) = 17$. B. $\max_{[-2;2]} f(x) = -15$. C. $\max_{[-2;2]} f(x) = 15$. D. $\max_{[-2;2]} f(x) = 5$.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{cases}$.

Ta có: $f(-1) = 15$; $f(-2) = 8$; $f(2) = -12$. Vậy $\max_{[-2;2]} f(x) = 15$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 921. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là

- A. $x = -2$. B. $y = 3$. C. $x = -1$. D. $y = 2$.

Lời giải.

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 922. Cho hàm số $y = x\sqrt{4-x^2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số. Tính $M + m$.

- A. 0. B. -2. C. 2. D. 4.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = [-2; 2]$. Ta có $y' = \sqrt{4-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

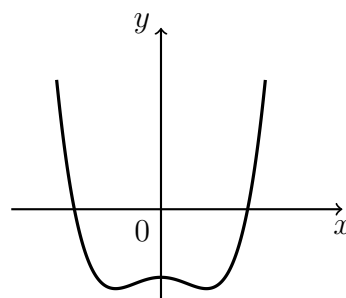
Lại có $y(-2) = 0$, $y(-\sqrt{2}) = -2$, $y(\sqrt{2}) = 2$, $y(2) = 0$ nên $M = 2$, $m = -2$ và $M + m = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 923.

Hỏi a và b thỏa mãn điều kiện nào để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị dạng như hình vẽ bên?

- A. $a > 0; b < 0$. B. $a < 0; b > 0$.
C. $a > 0; b > 0$. D. $a < 0; b > 0$.

**Lời giải.**

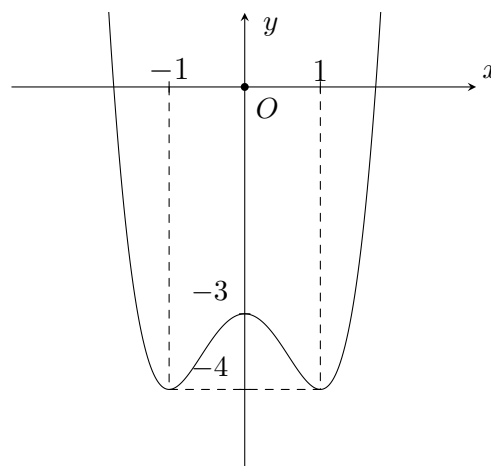
Từ đồ thị ta thấy $a > 0$. Ngoài ra $y' = 4ax^3 + 2bx$ có ba nghiệm phân biệt $\Rightarrow b < 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 924.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

- A. $-4 < m < -3$. B. $m > -4$.
C. $-4 \leq m < -3$. D. $-4 < m \leq -3$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi $-4 < m < -3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 925. Đồ thị của hàm số $y = \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}$; Ta có $y = \frac{(3x-1)(x-2)}{(2x-1)(x-2)} = \frac{3x-1}{2x-1}$.

Do $\lim_{x \rightarrow 2} y = \frac{5}{3}$; $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 926. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} 2x^4 - 3x^2 &= -x^2 + 2 \Leftrightarrow 2x^4 - 2x^2 - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} & (\text{loại}) \\ x^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} & \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 927. Gọi M ; m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính $T = M + 2m$.

- A. $T = -14$. B. $T = -10$. C. $T = -\frac{21}{2}$. D. $T = -\frac{13}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x-2)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{nhận}) \\ x = 5 & (\text{loại}) \end{cases}$$

Ta có $f(-2) = -\frac{9}{4}$, $f(1) = -6$, $f(-1) = -2$.

Vậy $M = \max_{x \in [-2; 1]} f(x) = -2$; $m = \min_{x \in [-2; 1]} f(x) = -6 \Rightarrow T = -14$.

Chọn đáp án **A** □

D. Cả (I) và (II) cùng đúng.

có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đạt cực đại tại $x_0 = 0$ nhưng không thể tồn tại khoảng $(x_0 - h; x_0)$, $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) sao cho $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 929. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định là $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$, và $y' = \frac{-6}{(x-3)^2} > 0 \forall x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.

Do đó, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 930. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$
y	$+\infty$				0			$+\infty$
			-3			-3		

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 hoặc 2 .
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
- D. Hàm số có đúng 2 cực trị.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, dễ dàng ta thấy chỉ có khẳng định “Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ ” là đúng.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 931. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -2)$.
- B. $(0; +\infty)$.
- C. $(-2; 0)$.
- D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases} \text{ Dễ thấy hàm số nghịch biến trên } (-2; 0).$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 932. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - 8x$ trên $[1; 3]$ bằng

- A. -8 .
- B. -6 .
- C. $\frac{176}{27}$.
- D. -4 .

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 2x - 8, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Ta có $f(1) = -8, f(2) = -12, f(x) = -6$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - 8x$ trên $[1; 3]$ bằng -6 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 933. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -3; y = 3$.
 C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = -3; x = 3$.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 934. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(1; 5)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Từ đó suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 935. Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{-x-1}$?

- A. $x = 3$. B. $x = -1$. C. $y = -3$. D. $y = 1$.

Lời giải.

Tiệm cận ngang $y = -3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 936. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ với trục Ox là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm là } -x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 937. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 938.

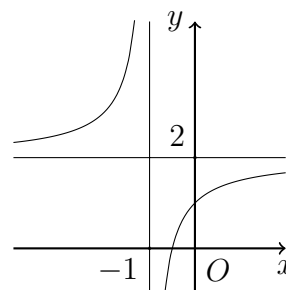
Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.



Lời giải.

Tiệm cận ngang là $y = 2$, nên ta chọn hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 939. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx - \sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m > 1$.

B. $m \leq -1$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \geq -1$.

Câu 940. Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ là

A. 10.

B. 12.

C. 14.

D. 17.

Câu 941. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 2m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (-2; 2)$.

B. $m \in (-1; 1)$.

C. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

D. $m \in (-2; +\infty)$.

Câu 942. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y = x^4 + 5x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

D. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 943.

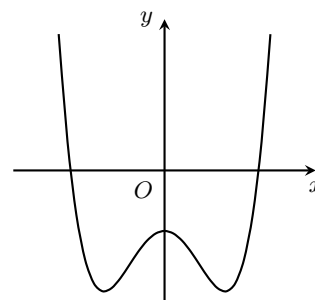
Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.



Câu 944. Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 945. Đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1 điểm.

B. 3 điểm.

C. 4 điểm.

D. 2 điểm.

Lời giải.

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm } 15x^4 - 3x^2 - 2018 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = x^2 \geq 0 \text{ phương trình trở thành } 15t^2 - 3t - 2018 = 0 \quad (2).$$

Ta có $P = -\frac{2018}{15} < 0$ suy ra phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 946. Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (0; 1]$.

Xét $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{2}$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Xét $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x} = 0$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$. Vậy đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 947.

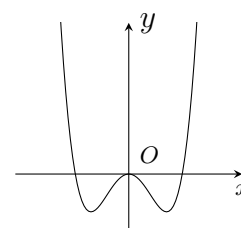
Biết hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$.

D. $y = x^4 + 2x^2$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta thấy: đồ thị đi qua gốc tọa độ, có 3 điểm cực trị, đồng thời có hệ số a dương. Chỉ có hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có đồ thị thỏa mãn những ràng buộc này.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 948. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. $m \geq 0$.

B. $m > 0$.

C. $m = 0$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 2mx$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 2mx = 0 \Leftrightarrow x(2x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + m = 0. \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi và chỉ khi $y' = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 0 \Leftrightarrow$ phương trình $2x^2 + m = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 0$ hoặc phương trình $2x^2 + m = 0$ vô nghiệm. Ta xét 2 trường hợp:

Phương trình $2x^2 + m = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Phương trình $2x^2 + m = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m > 0$.

Vậy $m \geq 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 949. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

C. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

D. $y = \frac{x+5}{-x-1}$.

Lời giải.

— Với $y = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$.

— Với $y = \frac{2x+1}{x-3} \Rightarrow y' = \frac{-7}{(x-3)^2} < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 950. Cho hàm số $y = x + \frac{1}{x+2}$. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên $[-1; 2]$ là

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = \frac{9}{4}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Có $y' = 1 - \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{(x+2)^2 - 1}{(x+2)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$.

$\Rightarrow y(-1) = 0; y(2) = \frac{9}{4} \Rightarrow \min_{[-1;2]} y = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 951. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x - \cos x + 1$. Tính $M \cdot m$.

A. $\frac{25}{4}$.

B. 0.

C. $\frac{25}{8}$.

D. 2.

Lời giải.Ta có $y = 2\sin^2 x - \cos x + 1 = -2\cos^2 x - \cos x + 3$. Đặt $t = \cos x$ với $-1 \leq t \leq 1$.

Khi đó $y = -2t^2 - t + 3 \Rightarrow y' = -4t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4}$.

$\Rightarrow y(-1) = 2; y(1) = 0; y\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{8} \Rightarrow \begin{cases} M = \max y = \frac{25}{8} \\ m = \min y = 0 \end{cases} \Rightarrow M \cdot m = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 952. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.C. Hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$.D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.**Lời giải.**

Có $y' = x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Nhìn vào bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 953.

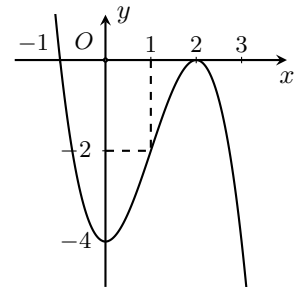
Đồ thị hình bên là của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

B. $y = x^3 - 3x + 4$.

C. $y = x^3 - 3x - 4$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.



Lời giải.

Đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại $y = x^3 - 3x + 4$ và $y = x^3 - 3x - 4$.

Dễ thấy đồ thị đi qua điểm $(1; -2) \Rightarrow$ loại $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

Vậy đồ thị là của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 954. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3; 20)$ và có hệ số góc là m . Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại ba điểm phân biệt?

A. $\begin{cases} m < \frac{15}{4} \\ m \neq 4 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m < \frac{1}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > \frac{1}{5} \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: y = m(x - 3) + 20$ hay $d: y = mx - 3m + 20$.

Hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm phương trình

$$\begin{aligned} x^3 - 3x + 2 &= mx - 3m + 20 \\ \Leftrightarrow x^3 - (3 + m)x + 3m - 18 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 6 - m) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 + 3x + 6 - m \end{cases} &(1) \end{aligned}$$

$$\text{Đường thẳng } d \text{ cắt } (C) \text{ tại ba điểm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 4m - 15 > 0 \\ 3^2 + 3 \cdot 3 + 6 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 955. Đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{1+x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $x = -1$ và $y = -1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 956. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

A. Có hệ số góc dương.

B. Song song với trục hoành.

C. Có hệ số góc bằng -1 .

D. Song song với đường thẳng $x = 1$.

Lời giải.

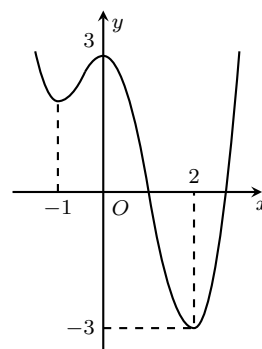
Giả sử x_0 là hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị khi đó $y'(x_0) = 0 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm cực tiểu là $k = y'(x_0) = 0$ do đó tiếp tuyến tại điểm cực tiểu song song với trục hoành.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 957.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



- A. Nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- B. Đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Lời giải.

Theo chiều từ trái sang phải, đồ thị hàm số đồng biến là một đường “đi lên”, đồ thị hàm số nghịch biến là một đường “đi xuống”. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 958. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình dưới đây.

x	-2	0	1	3
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đã cho?

- A. Đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- B. Đạt cực tiểu tại $x = 3$.
- C. Đạt cực đại tại $x = 0$.
- D. Đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 3]$ và $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = 0$. Do đó hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 959. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$ bằng

- A. 5.
- B. -4.
- C. -6.
- D. -5.

Lời giải.

Hàm số y xác định và liên tục trên đoạn $[-3; -1]$. Ta có $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \in [-3; -1] \\ x = 2 \notin [-3; -1] \end{cases}$$

Khi đó, $y(-3) = -\frac{10}{3}$; $y(-2) = -3$; $y(-1) = -4$.

Vậy $\min_{[-3; -1]} y = -4$ tại $x = -1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 960. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(0; 2)$.
- B. $(2; +\infty)$.
- C. $(-\infty; -2)$.
- D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có: $y' = -2f'(x) = -2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$.

Suy ra hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 961.

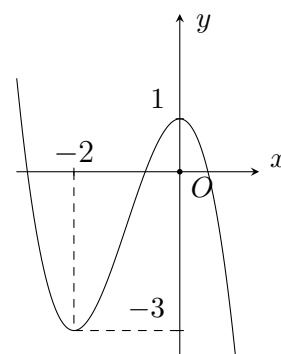
Đồ thị hình bên là của hàm số

A. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số có hệ số $a < 0$ và có hai cực trị tại $x = 0$ và $x = -2$.

Ta có hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ có $y' = -3x^2 - 6x$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ là hai cực trị của hàm số.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 962. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x + 2$ trên đoạn $[-2; 0]$ là

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 1$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin [-2; 0] \\ x = -1 \in [-2; 0] \end{cases}$.

$y(0) = 2, y(-2) = \frac{4}{3}, y(-1) = \frac{8}{3}$. Suy ra $\max_{x \in [-2; 0]} y = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 963.

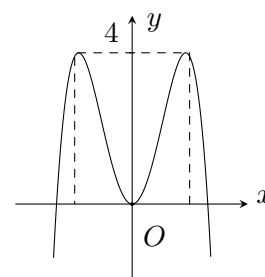
Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. $0 \leq m < 4$.

B. $0 < m < 4$.

C. $0 \leq m \leq 6$.

D. $2 < m < 6$.



Lời giải.

$x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 4x^2 = m - 2$. Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ và đường thẳng $y = m - 2$. Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m - 2 < 4 \Leftrightarrow 2 < m < 6$.

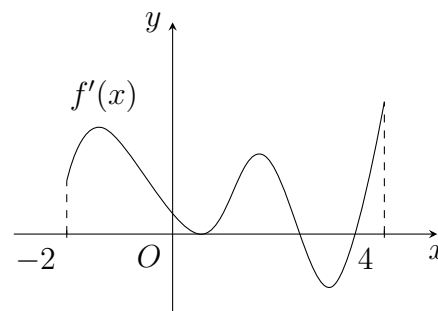
Chọn đáp án **D**

□

Câu 964.

Tìm số điểm cực tiểu trên đoạn $[-2; 4]$ của hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.



Lời giải.

Đồ thị ta thấy $f'(x) = 0$ tại ba điểm theo thứ tự x_1, x_2, x_3 . Ta có bảng biến thiên như sau:

x	-2	x_1		x_2		x_3		4
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	</							

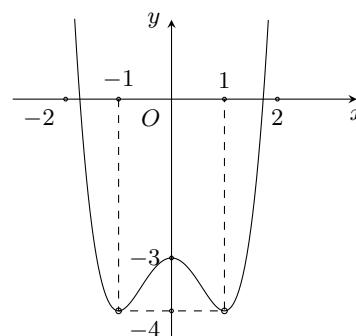
Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ có một cực tiểu.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 965.

Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình bên. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $m \leq \frac{1}{2}$.

B. $\begin{cases} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$.

D. $0 < m < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt khi đồ thị hàm số $y = 2m - 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ tại hai điểm phân biệt.

Từ đồ thị ta được $\begin{cases} 2m - 4 = -4 \\ 2m - 4 > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 966. Tích giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên $[1; 4]$ bằng

A. $\frac{52}{3}$.

B. 20.

C. 6.

D. $\frac{65}{3}$.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; 4]$. Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Tính được $f(1) = 5$, $f(2) = 4$, $f(4) = 5$. Do đó $\min_{[1;4]} f(x) = 4$, $\max_{[1;4]} f(x) = 5$.

Vậy $\min_{[1;4]} f(x) \cdot \max_{[1;4]} f(x) = 4 \cdot 5 = 20$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 967. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) với trục tung có phương trình là

- A. $y = 3x + 1$. B. $y = -3x + 1$. C. $y = -3x - 1$. D. $y = 3x - 1$.

Lời giải.

Giao điểm của (C) với trục tung là điểm $M(0; 1)$. Ta có $y' = 3x^2 - 3$, suy ra $y'(0) = -3$.
Phương trình tiếp tuyến là $y = y'(0)(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = -3x + 1$.

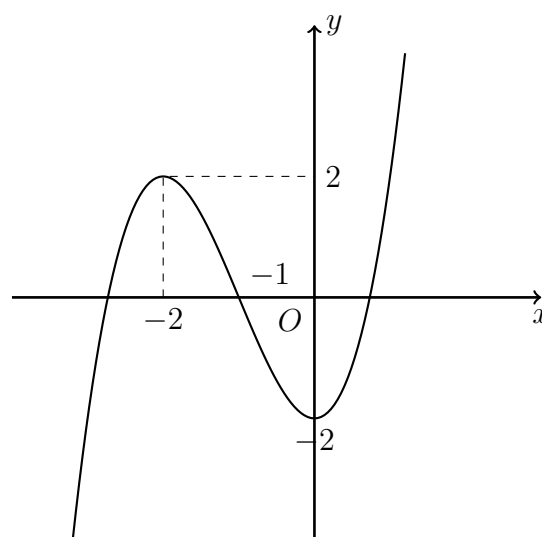
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 968.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = 2x^3 + 6x^2 - 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.



Lời giải.

Dựa vào dạng đồ thị $\Rightarrow a > 0$ nên loại hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$; $x = 0$ và đi qua điểm $(-2; 2)$ nên ta xét:

$$\text{— } y = 2x^3 + 6x^2 - 2 \Rightarrow y' = 6x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

$$\text{— } y = x^3 + 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

$$\text{— } y = x^3 - 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Và chỉ có đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ đi qua điểm $(-2; 2)$.

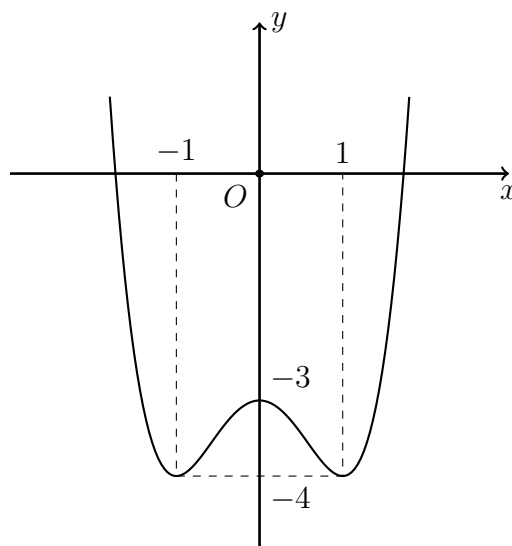
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 969.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $2021 \leq m \leq 2022$. B. $2021 < m < 2022$.
 C. $\begin{cases} m \geq 2022 \\ m \leq 2021 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 2022 \\ m < 2021 \end{cases}$.



Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$f(x) = 2018 - m \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = 2018 - m$. Dựa vào đồ thị ta có $-4 < 2018 - m < -3 \Leftrightarrow 2021 < m < 2022$ thì phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 970. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3; 5]$. Khi đó $M - m$ bằng

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên $[3; 5]$.

Ta có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in [3; 5]$ nên hàm số nghịch biến trên $[3; 5]$.

Suy ra $M = f(3) = 2; m = f(5) = \frac{3}{2} \Rightarrow M - m = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 971. Gọi x_1 là điểm cực đại x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Tính $x_1 + 2x_2$.

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 0.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vì y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = -1$ và đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 1$ nên $x_2 = -1$ là điểm cực tiểu và $x_1 = 1$ là điểm cực đại của hàm số. Do đó $x_1 + 2x_2 = 1 - 2 = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 972. Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 4}}{x + 2}$.

- A. $x = -2$ và $y = 3$. B. $x = -2$ và $y = -3$.
 C. $x = 2$ và $y = 3$. D. $x = -2$ và $y = 3, y = -3$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm 3$ và $\lim_{x \rightarrow -2^\pm} y = \pm\infty$ nên đồ thị có hai đường tiệm cận ngang $y = \pm 3$ và một đường tiệm cận đứng $x = -2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 973. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x(3 - 2x)^2$ trên $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y = 4x^3 - 12x^2 + 9x$, có $y' = 12x^2 - 24x + 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \notin \left[\frac{1}{4}; 1\right] \\ x = \frac{1}{2} \in \left[\frac{1}{4}; 1\right] \end{cases}$.

Khi đó $y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{16}$, $y\left(\frac{1}{2}\right) = 2$, $y(1) = 1$.

Vậy GTNN của hàm số trên $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$ bằng 1.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 974. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	2	$+\infty$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 2$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x = 1$ và tiệm cận đứng là $y = 2$.

Lời giải.

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 975.

Hình bên là đồ thị của hàm $y = f(x)$. Biết rằng tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện như hình vẽ.

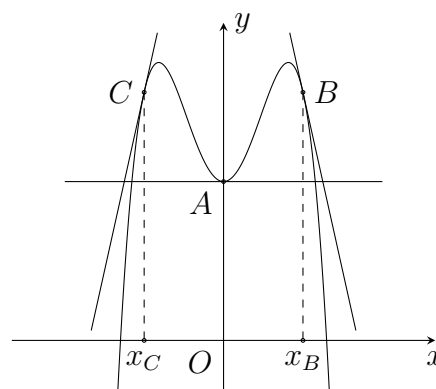
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$.

B. $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

C. $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.

D. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$.



Lời giải.

Ta có $f'(x_A) = 0$, $f'(x_C) > 0$, $f'(x_B) < 0$ nên $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 976.

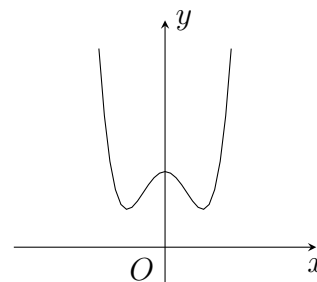
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

B. $y = x^4 + 3x^2 + 2$.

C. $y = -4x^4 + x^2 + 4$.

D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.



Lời giải.

Đây là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$).

Đồ thị hướng lên nên hệ số $a > 0$.

Đồ thị có 3 cực trị $\Rightarrow ab < 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 977.

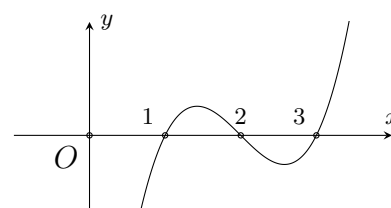
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(1,5) < 0, f(2,5) < 0$.

B. $f(1,5) > 0 > f(2,5)$.

C. $f(1,5) > 0, f(2,5) > 0$.

D. $f(1,5) < 0 < f(2,5)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) > 0 \forall x \in (1; 2)$ và $f(x) < 0 \forall x \in (2; 3)$.

Do đó, $f(1,5) > 0, f(2,5) < 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 978. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Do $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ nên đồ thị có 2 đường tiệm cận ngang là $y = 0$ và $y = 1$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang là 2.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 979. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Do $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ nên đồ thị của hàm số không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 980.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

Phát biểu nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số có 3 cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số là -1 .

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	-1	4	1

Lời giải.

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 981. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x^2 - 5x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4. \end{cases}$ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			$f(1)$		$f(4)$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 982. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 1$. Với các số thực dương a, b thỏa mãn $a < b$, tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

- A. $f(b)$.
- B. $f(\sqrt{ab})$.
- C. $f(a)$.
- D. $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$.

Lời giải.

Vì $f'(x) = -x^2 - 1 < 0 \forall x \in [a; b]$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$. Do đó, $\min_{[a; b]} f(x) = f(b)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

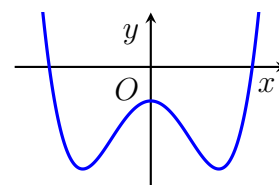
Câu 983. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$.
- B. $(-\infty; -1)$.
- C. $(-\infty; 0)$.
- D. $(0; +\infty)$.

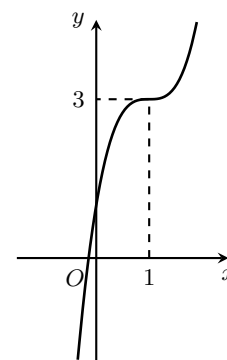
Câu 984.

Cho hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$.
- B. $a > 0, b > 0, c < 0$.
- C. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

**Câu 985.**

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.
 B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.
 C. $y = 2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.
 D. $y = 2x^3 - x^2 + 6x + 1$.

Câu 986. Hàm số $y = -x^3 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 987. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ là

- A. $y = 2x + 4$. B. $y = -x + 2$. C. $y = 2x - 4$. D. $y = -2x + 4$.

Câu 988. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính tổng $S = 2m + 3M$.

- A. $S = -\frac{7}{2}$. B. $S = -\frac{3}{2}$. C. $S = -3$. D. $S = 4$.

Câu 989. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 990. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành.

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 991. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 992. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

- A. $M = 10$. B. $M = 6$. C. $M = 11$. D. $M = 15$.

Câu 993. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 + \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m = 4\sqrt{3}$. B. $m = 2\sqrt{3}$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Câu 994. Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(1; -3)$. B. $M(3; 5)$. C. $M(0; -1)$. D. $M(4; 3)$.

Câu 995. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 996.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	3 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ -2 ↗ 5	

Câu 997. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 1. B. 0.
C. 2. D. 3.

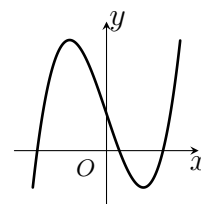
Câu 998. Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Tính diện tích S của tam giác AOB (với O là gốc tọa độ).

- A. $S = 2$. B. $S = 4$. C. $S = 1$. D. $S = 3$.

Câu 999.

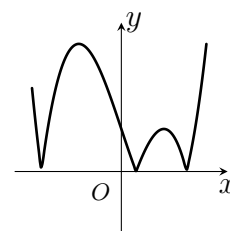
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.



Lời giải.

Hàm số $y = |f(x)|$ có đồ thị như hình vẽ, từ đó suy ra hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1000. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ có hai điểm cực trị, hãy tính tích P của hai giá trị cực trị đó.

- A. $P = -207$. B. $P = -82$. C. $P = 25$. D. $P = -302$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Với $x = -1$ suy ra $y = 9$.

Với $x = 3$ suy ra $y = -23$.

Từ đó suy ra $P = y_{\text{CD}} \cdot y_{\text{CT}} = -207$.

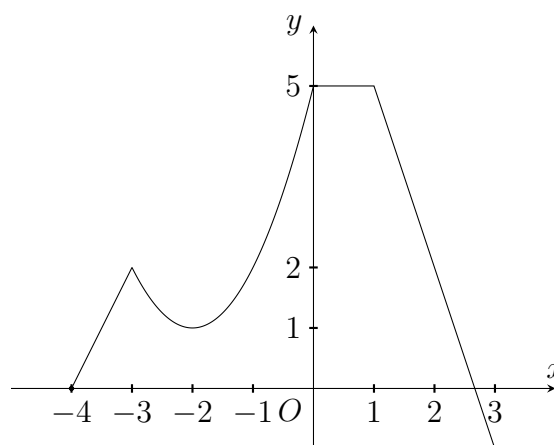
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1001.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 3]$ và có đồ thị trên đoạn $[-4; 3]$ như hình bên. Hãy xác định số điểm cực đại S của đồ thị hàm số đó.

- A. $S = 0$.
B. $S = 2$.
C. $S = 1$.
D. $S = 3$.



Lời giải.

Từ đồ thị bài cho ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm tại $x = -3$ nên hàm số đạt cực đại tại đó. Vậy hàm số có một cực đại.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1002. Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x - 44$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty; 5)$. **B.** $(-1; 5)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(5; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = -x^2 + 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Suy ra để hàm số đồng biến khi và chỉ khi $y' > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 5$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1003. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m+1)x + 1$ đồng biến trên tập xác định.

A. $-1 \leq m \leq 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > -1$. **D.** $-1 < m < 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = x^2 + 2(m+1)x + (m+1).$$

Để hàm số đồng biến trên tập xác định khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

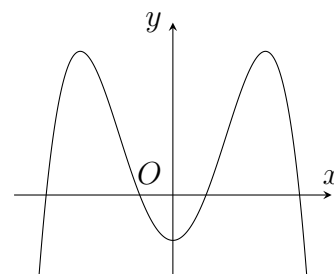
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - (m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1004.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($c \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Nhận xét nào dưới đây là đúng?

A. $a < 0; b > 0; c > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c < 0$.
C. $a > 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a < 0; b < 0; c < 0$.



Lời giải.

Do đồ thị hàm số quay xuống nên $a < 0$.

Đồ thị hàm số có ba cực trị nên $a \cdot b < 0 \Rightarrow b > 0$.

Do đồ thị cắt trục tung ở dưới trục hoành nên $c < 0$.

Vậy ta có $a < 0; b > 0; c < 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1005. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.** Nếu $f(x) \geq m$ với mọi $x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
B. Nếu $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(x_0)$ thì $f'(x_0) = 0$.
C. Nếu hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$ tại $x_0 = b$ thì $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$.
D. Nếu m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [a; b]$.

Lời giải.

Theo định nghĩa ta có: Nếu m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì $f(x) \geq m$ với mọi $x \in [a; b]$. Vậy đây là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1006. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên và $f(-2) = 3$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 3$ là

- A. $S = (-2; 2)$.
 B. $S = (-\infty; -2)$.
 C. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
 D. $S = (-2; +\infty)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-3	3	$-\infty$	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên và $f(-2) = 3$, ta có $f(x) > 3 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1007. Gọi S là tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m^2 + 1)x - m + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng 9. Giá trị của S bằng

- A. $S = 5$. B. $S = -1$. C. $S = -5$. D. $S = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + (m^2 + 1) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $[0; 1]$.

Do đó $\max_{x \in [0; 1]} y = y(1) = m^2 - m + 3$. Suy ra $m^2 - m + 3 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases} \Rightarrow S = -2 + 3 = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1008. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$
		-4			-4		

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $(1; -4)$. B. $x = 0$. C. $(0; -3)$. D. $(-1; -4)$.

Lời giải.

Qua $x = 0$ đạo hàm của hàm số đổi dấu từ dương sang âm nên đồ thị hàm số đạt cực đại tại $x = 0 \Rightarrow$ tọa độ điểm cực đại là $(0; -3)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1009. Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

Xét trường hợp $m > 0$, đồ thị hàm có 3 điểm cực trị và có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$	$-\sqrt{m}$	0	$\sqrt{m}$	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$					$+\infty$

Từ bảng biến thiên, để hàm số đồng biến trên $(1; 2)$ thì $0 < \sqrt{m} \leq 1 \Leftrightarrow m = 1$ (do $m \in \mathbb{Z}$).

Xét trường hợp $m = 0$, thì $y' = 4x^3 > 0 \forall x \in (1; 2)$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Vậy với $m = 0 \vee m = 1$ thì yêu cầu bài toán được thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1010. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 2}$.

C. $y = \frac{3x + 1}{x - 1}$.

D. $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{x - 1} = 3$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 1}{x - 1}$ có tiệm cận ngang $y = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1011. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x + m^2}{x + 4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$$y' = \frac{4 - m^2}{(x + 4)^2}.$$

Để hàm số đồng biến thì $4 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1012. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-1; 4]$ là

A. 1.

B. -1.

C. 3.

D. -4.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Ta có $y(-1) = 3; y(1) = -1; y(4) = 53$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -1 đạt tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1013. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$ là

A. $-\frac{25}{6}$.

B. -2.

C. -5.

D. -4.

Lời giải.

$$y' = \frac{4}{x^2} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Ta có $f\left(\frac{3}{2}\right) \simeq -4,17; f(2) = -4; f(4) = -5$. Vậy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất là -4 tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1014. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2 + \frac{3}{1-x}$ là

A. $y = 3$. B. $y = -1$. C. $x = 1$. D. $y = 2$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{3}{1-x} \right) = 2.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1015. Bảng biến thiên trong hình bên là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	4	$-\infty$	

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. B. $y = -x^3 + 3x + 2$. C. $y = x^3 - 3x + 4$. D. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

Lời giải.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy đây là dáng điệu của một hàm số bậc ba, và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên hệ số $a < 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1016. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số có một cực tiểu và không có cực đại.
 B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải.

Dễ dàng nhận thấy:

- Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = 2$.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $y_{CT} = -3$.
- Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

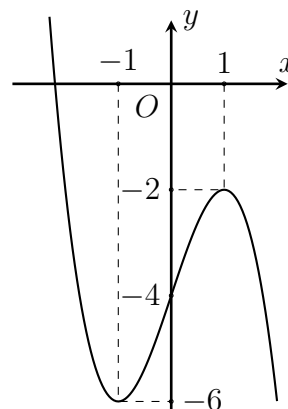
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1017.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = -3$ có số nghiệm là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.



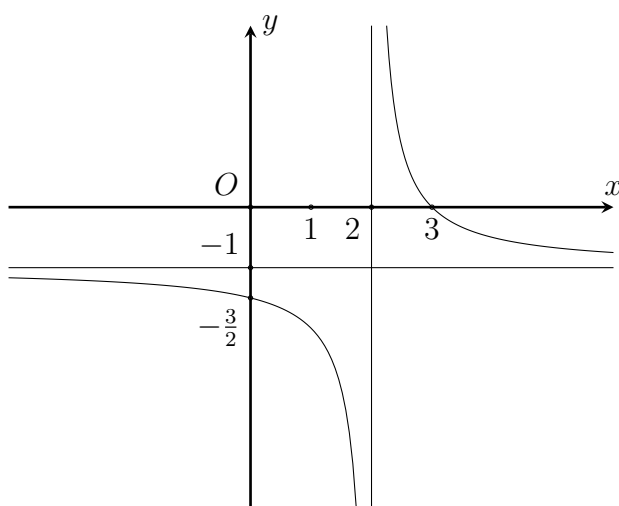
Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -3$. Dựa vào đồ thị của hàm số thì phương trình $f(x) = -3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1018. Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



- A. $y = \frac{-x+3}{x-2}$. B. $y = \frac{3-x}{x+2}$. C. $y = \frac{-x-3}{x-2}$. D. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

Lời giải.

Nhìn đồ thị hàm số ta thấy:

- Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $(3; 0)$ nên loại hàm $y = \frac{-x-3}{x-2}$ và $y = \frac{x+3}{x-2}$.
- Tiệm cận đứng: $x = 2$ nên loại tiếp hàm $y = \frac{3-x}{x+2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1019. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. $\max_{[1;3]} f(x) = -6$. B. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$. C. $\max_{[1;3]} f(x) = 0$. D. $\max_{[1;3]} f(x) = 5$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$.

$$f'(x) = 3x^2 - 16x + 16; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 & (\text{loại}) \\ x = \frac{4}{3} & (\text{nhận}) \end{cases}.$$

$$f(1) = 0, f(3) = -6, f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}.$$

☐

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	-1 	$+\infty$	$-\infty$ 

- Lời giải.

☐

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$	

- Lời giải.

- Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$. Giá trị cực đại $y = 4$.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. Giá trị cực tiểu là $y = 3$.

☐

A. 0. B. -1. C. -2. D. 3.

Lời giải.

- TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$f(0) = 3, f(2) = -1, f(3) = 3.$$

5

Câu 1023. Cho $P = 9 \log_{\frac{1}{3}}^3 \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1$ với $a \in \left[\frac{1}{9}; 3\right]$ và M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P . Tính $S = 5m + 2M$.

- A. $S = 6$. B. $S = \frac{50}{3}$. C. $S = \frac{59}{9}$. D. $S = \frac{19}{3}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= 9 \log_{\frac{1}{3}}^3 \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}}^2 a - \log_{\frac{1}{3}} a^3 + 1 \\ &= 9 \left[\frac{1}{3} \log_{3^{-1}} a \right]^3 + [\log_{3^{-1}} a]^2 - 3 \log_{3^{-1}} a + 1 \\ &= 9 \left[-\frac{1}{3} \log_3 a \right]^3 + (\log_3 a)^2 + 3 \log_3 a + 1 \\ &= -\frac{1}{3} (\log_3 a)^3 + (\log_3 a)^2 + 3 \log_3 a + 1 \end{aligned}$$

Đặt $t = \log_3 a$.

Vì $a \in \left[\frac{1}{9}; 3\right] \Rightarrow t \in [-2; 1]$.

$$\Rightarrow P = -\frac{1}{3}t^3 + t^2 + 3t + 1 = f(t).$$

$$f'(t) = -t^2 + 2t + 3 = 0 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

$$f(-2) = \frac{5}{3}; f(-1) = -\frac{2}{3}; f(1) = \frac{14}{3}.$$

$$\text{Vậy } M = \max_{x \in \left[\frac{1}{9}; 3\right]} P = \frac{14}{3} \text{ và } m = \min_{x \in \left[\frac{1}{9}; 3\right]} P = -\frac{2}{3}.$$

$$S = 5m + 2M = 5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 2 \cdot \frac{14}{3} = 6.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1024. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	0	-32	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Quan sát bảng biến thiên, nhận thấy đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có mũi tên đi lên khi $x \in (-1; 0)$ và $x \in (2; +\infty)$. Suy ra, hàm số đã cho đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1025. Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = -2$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

$y'' = 6x$. Kiểm tra thấy $y''(-1) = -6 < 0$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1026. Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = \frac{x+3}{x+1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x^2+1}$.

C. $y = \frac{3x+2}{3x-1}$.

D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty$.

Suy ra, đường thẳng $x = 1$ là TCD của đồ thị hàm số $\frac{2x-3}{x-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1027. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2x^4 + 4x + 1$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = x^3 + 3x + \sqrt[3]{4}$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải.

Xét $y = x^3 + 3x + \sqrt[3]{4}$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên y đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1028. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \frac{16}{x}$ trên đoạn $[-4; -1]$. Tính $T = M + m$.

A. $T = 32$.

B. $T = 16$.

C. $T = 37$.

D. $T = 25$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$f'(x) = 2x + \frac{16}{x^2}$. Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

$f(-4) = 20, f(-2) = 12, f(-1) = 17$.

Suy ra $M = 20, m = 12$ nên $T = 32$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1029.

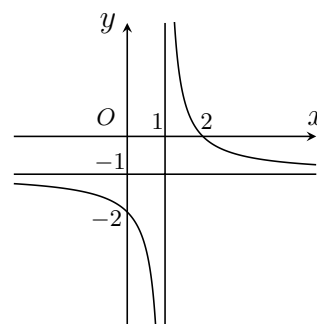
Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với a, b, c là các hệ số thực. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -9$.

D. $T = -7$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị nhận hai đường thẳng $x = 1$ và $y = -1$ là tiệm cận nên $c = -1$ và $a = -1$. Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a} = 2$ nên $b = 2$.

Vậy $T = -1 - 6 - 2 = -9$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1030. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C) . Gọi A, B là các điểm cực trị của (C) . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 2\sqrt{5}$.

B. $AB = 5$.

C. $AB = 4$.

D. $AB = 5\sqrt{2}$.

Lời giải.Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.Suy ra hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 2), B(2; -2)$ nên $AB = 2\sqrt{5}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1031.** Đồ thị của hàm số $y = x^4 - x^3 - 2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 2.

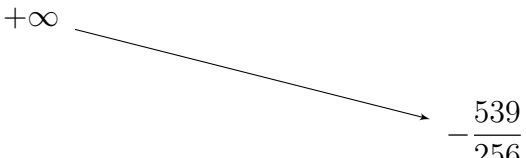
B. 1.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.Ta có $y' = 4x^3 - 3x^2 = x^2(4x - 3)$. Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{4} \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
y'		-	0	-	0	+	
y	$+\infty$						$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

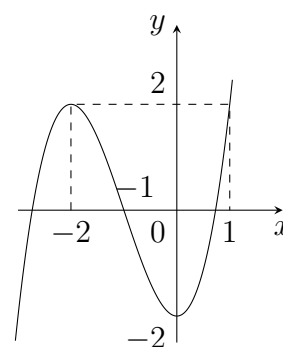
Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1032.** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với a, b, c là các số thực và $a \neq 0$, có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = -2$.

C. $y' < 0, \forall x \in (-2; 0)$.

D. Đồ thị hàm số có đúng hai điểm cực trị.

**Lời giải.**Khẳng định **sai** là: “Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = -2$ ”. Lí do: có thể thấy với $x > 1$ thì $f(x) > f(-2)$.Sửa lại đúng: “Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$ ”.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1033.** Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có 3 điểm cực trị $A(0; 1), B, C$ thỏa mãn $BC = 4$.

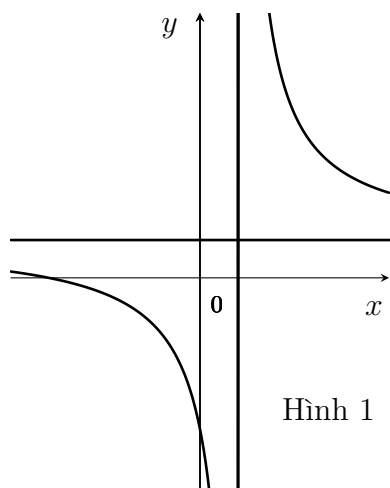
A. $m = \sqrt{2}$.

B. $m = 4$.

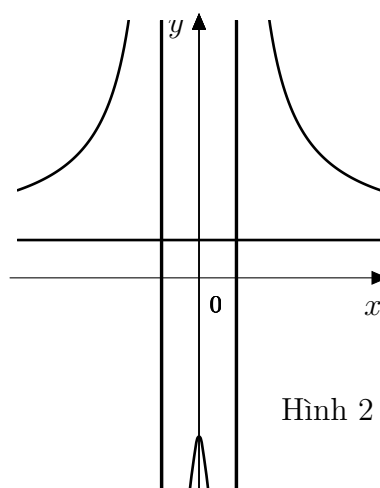
C. $m = \pm 4$.

D. $m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 1034. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{|x| + 2}{2|x| - 1}$.

B. $y = \left| \frac{x + 2}{2x - 1} \right|$.

C. $y = \frac{x + 2}{|2x - 1|}$.

D. $y = \frac{|x + 2|}{2x - 1}$.

Câu 1035. Đồ thị của hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y = \frac{3x + 4}{x - 1}$.

B. $y = \frac{2x - 3}{3x - 1}$.

C. $y = \frac{4x + 1}{x + 2}$.

D. $y = \frac{-2x + 3}{x + 1}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 4}{x - 1}$ cắt trục tung tại điểm $(0; -4)$. Điểm này có tung độ âm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1036. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{\cos x - 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m > 1$.

B. $m < 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = -\sin x \cdot \frac{-m + 1}{(\cos x - m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $y' > 0$ với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Bởi $-\sin x < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên:

$$\begin{cases} -m + 1 < 0 \\ \cos x - m \neq 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1037. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường (theo đơn vị mét (m)) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (theo đơn vị giây (s)) cho bởi phương trình là $S = 6t^2 - t^3$. Tìm thời điểm t mà tại đó vận tốc $v(\text{m/s})$ của đoàn tàu đạt giá trị lớn nhất?

A. $t = 6$ s.

B. $t = 4$ s.

C. $t = 2$ s.

D. $t = 1$ s.

Lời giải.

Ta có: $v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2 = 12 - 3(t - 2)^2 \leq 12$.

Vậy $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = 2$ s.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1038. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$.

A. $\min_{[0;3]} y = -3.$

B. $\min_{[0;3]} y = \frac{1}{2}.$

C. $\min_{[0;3]} y = -1.$

D. $\min_{[0;3]} y = 1.$

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ đơn điệu trên đoạn $[0; 3]$ và $y(0) = -1$, $y(3) = \frac{1}{2}$ nên $\min_{[0;3]} y = -1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1039. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		5	$\searrow$	$-\infty$
		1						

Hàm số $g(x) = 2f(x) + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 2.$

B. $x = 0.$

C. $x = 1.$

D. $x = 5.$

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$

Ta có $g'(x) = 2f'(x)$. Do đó dấu của $g'(x)$ cũng chính là dấu của $f'(x)$ (với mọi x).

Vậy $g(x)$ cũng đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 0$ và đạt cực đại tại $x_{CD} = 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1040. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			4			$+\infty$
	$-\infty$			-2		

Phương trình $f(x) - 2m = 0$ có 3 nghiệm khi và chỉ khi

A. $-1 \leq m \leq 2.$

B. $-1 < m < 2.$

C. $-1 < m \leq 2.$

D. $-2 < m < 4.$

Lời giải.

Ta có $f(x) - 2m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$ (1).

Số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m$.

Dựa vào bảng biến thiên: phương trình có 3 nghiệm khi và chỉ khi $-2 < 2m < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1041.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình

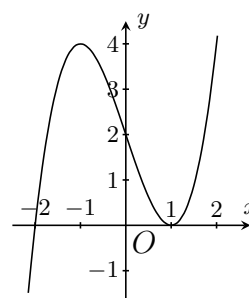
$f(x) + 1 = 0$ là

A. 2.

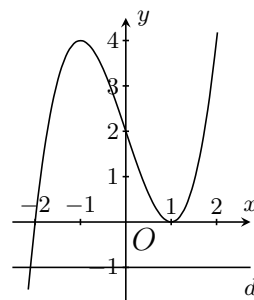
B. 0.

C. 1.

D. 3.

**Lời giải.**

Ta có $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$. Từ đó suy ra số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = -1$. Nhìn vào đồ thị ta suy ra đường thẳng d cắt đồ thị tại đúng 1 điểm. Vậy phương trình $f(x) + 1 = 0$ có đúng 1 nghiệm.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1042. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ trên đoạn $[-1; 2]$.

A. -2.

B. 2.

C. $\frac{2}{3}$.D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ xác định và đồng biến trên $[-1; 2]$. Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ trên đoạn $[-1; 2]$ là $y(-1) = -2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1043. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.B. $(0; +\infty)$.C. $(-2; +\infty)$.D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			2			$+\infty$
	$-\infty$				-2	

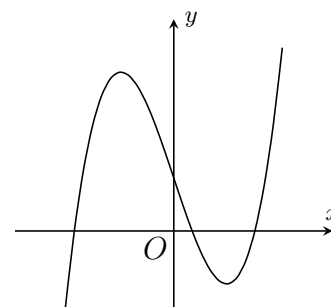
Vậy hàm số đồng biến $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1044.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^2 + x - 1$.B. $y = -x^3 + 3x + 1$.C. $y = x^3 - 3x + 1$.D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

Lời giải.

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$. Trong bốn hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1045. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$.

B. $y = \frac{x-2}{x^2-x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x+3}{x^2-x-3}$.

Lời giải.

Dễ thấy hàm số $y = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ có tiệm cận đứng $x = -1$, hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -\frac{1}{2}$, hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-x-3}$ có hai tiệm cận đứng và hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-x+1}$ không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1046. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 + 5x - 6, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -5f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 3)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(-\infty; 2)$ và $(3; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -5f'(x) = -5(-x^2 + 5x - 6) = 5(x^2 - 5x + 6) = 5(x-2)(x-3)$.

Suy ra $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (2; 3)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trong $(2; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

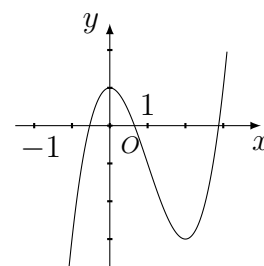
Câu 1047. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có hệ số $a > 0$ và đồ thị đi qua các điểm $(0; 1)$ và $(1; -1)$ nên chọn $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1048. Parabol $(P): y = x^2$ và đường cong $(C): y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu giao điểm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

$x^4 - 3x^2 - 2 = x^2 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 + \sqrt{6} > 0 \\ x^2 = 2 - \sqrt{6} < 0 \end{cases} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{6}}$. Vậy hai đồ thị có 2 giao điểm.

Chọn đáp án **(C)** □

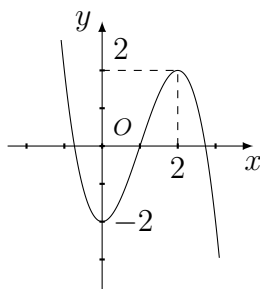
Câu 1049. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt nhỏ hơn 2?

A. 0.

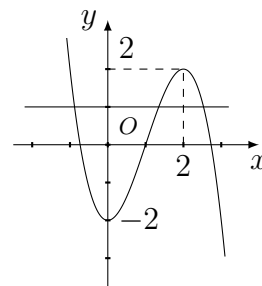
B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Lời giải.**

Ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt và có đúng hai giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 2.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1050. Cho hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + x - 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Xét hàm số ta có $y' = 4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2 \geq 0 \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1051. Trong các hàm số sau, hàm số nào không đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + x$.
- B. $y = 3x^3 - x^2 + 2x - 7$.
- C. $y = 4x - \frac{3}{x}$.
- D. $y = 4x - 3\sin x + \cos x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 4x - \frac{3}{x}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\} \Rightarrow$ hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1052. Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = 5x^2 - 3x - 1$ tại hai điểm phân biệt A, B . Khi đó độ dài AB là bao nhiêu?

- A. $AB = 2$.
- B. $AB = 2\sqrt{2}$.
- C. $AB = 3$.
- D. $AB = \sqrt{145}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3 + x^2 + 2x - 3 = 5x^2 - 3x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$.

Khi đó $A(2; 13)$ và $B(1; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{145}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1053. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{1-x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{1-x^2}$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-1; +\infty) \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x+1}}{1-x^2} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

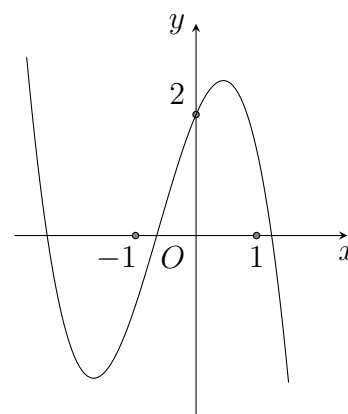
$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{1-x^2} = +\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{1-x^2} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1054.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm và đổi dấu 3 lần.

Do đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1055. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Giá trị biểu thức $5M + m$ bằng

A. -4.

B. 0.

C. $-\frac{24}{5}$.

D. $\frac{24}{5}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \neq \frac{1}{2}$ nên $M = y(-2) = \frac{1}{5}$ và $m = y(0) = -1$.

Do đó $5M + m = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1056.

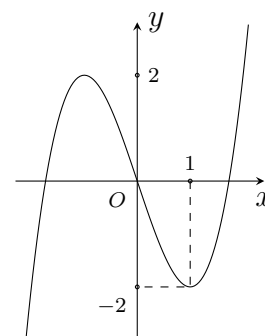
Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = 3x^3 + 3x$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có ba điểm cực trị với hệ số $a > 0$, đồ thị đi qua gốc tọa độ O . Vậy, hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1057. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x - 4$ trên đoạn $[1; 3]$ là

A. -6.

B. 32.

C. 4.

D. 14.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [1; 3] \\ x = 1 \in [1; 3]. \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} y(1) = -6 \\ y(3) = 14. \end{cases}$$

Vậy GTLN là 14.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1058.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Xét các mệnh đề:

(I). Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

(II). Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(III). Hàm số không có cực trị.

Số các mệnh đề đúng là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy cả 3 mệnh đề trên đều đúng. Chú ý ở mệnh đề 3: $y'(2) = 0$ nhưng y' không đổi dấu nên hàm số không có cực trị.

Chọn đáp án **(D)**

□

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty$	-2	$+\infty$

Câu 1059. Cho hàm số $y = \frac{2-x}{x+4}$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. (C) có đúng hai đường tiệm cận.

B. (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -4$.

C. (C) có đường tiệm cận ngang là $y = -1$.

D. (C) có đường tiệm cận ngang là $x = -1$.

Lời giải.

Đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = b$ với b là hằng số. Nên (C) có đường tiệm cận ngang là $x = -1$ là **sai**.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1060. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình dưới

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	5	3	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$.B. $(2; +\infty)$.C. $(0; 2)$.D. $(-\infty; 5)$.

Lời giải.

Trong khoảng $(2; +\infty)$, hàm số đồng biến.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1061.

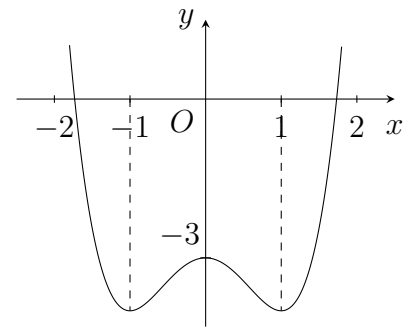
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây.

A. $y = x^4 - x^2 - 3.$

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3.$

C. $y = -x^4 - 2x^2 - 3.$

D. $y = x^4 + 2x^2 - 3.$

**Lời giải.**

Từ đồ thị hàm số suy ra $a > 0$, nên ta loại hàm số $y = -x^4 - 2x^2 - 3$.

Nhận thấy đồ thị hàm số có ba cực trị suy ra $ab < 0$, nên ta loại hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

$$\text{Xét hàm số } y = x^4 - 2x^2 - 3 \text{ có } y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Từ đó suy ra hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1062. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $\frac{6}{7}.$

B. $\frac{5}{6}.$

C. $\frac{4}{5}.$

D. $\frac{2}{3}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2} > 0 \forall x \neq -2.$$

$$\text{Do } f(1) = \frac{2}{3} \text{ và } f(3) = \frac{4}{5}, \text{ suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn } [1; 3] \text{ là } \frac{4}{5}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1063. Tìm m để hàm số $y = \frac{(m+3)x+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

A. $m \in [-4; 1].$

B. $m \in (-4; -1).$

C. $m \in (-4; -1].$

D. $m \in (-4; 1).$

Lời giải.

Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{m^2 + 3m - 4}{(x+m)^2}.$$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -m \geq 1 \\ y' = \frac{m^2 + 3m - 4}{(x+m)^2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ -4 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m \leq -1.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1064. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$ là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 1065. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 1066. Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

A. $m = -1.$

B. $m = 1.$

C. $m \neq -1.$

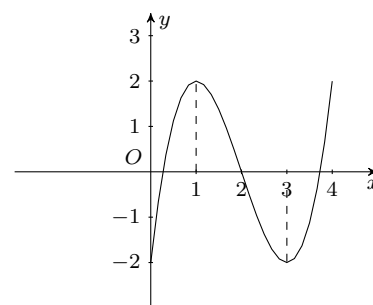
D. $m \neq 1.$

Câu 1067.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$ có đồ thị như hình vẽ.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.



Câu 1068. Trong các hàm số sau đây hàm số nào có cực trị?

- A. $y = \sqrt{x}$.
 B. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 1$.
 C. $y = -x^4 - x^2 - 1$.
 D. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

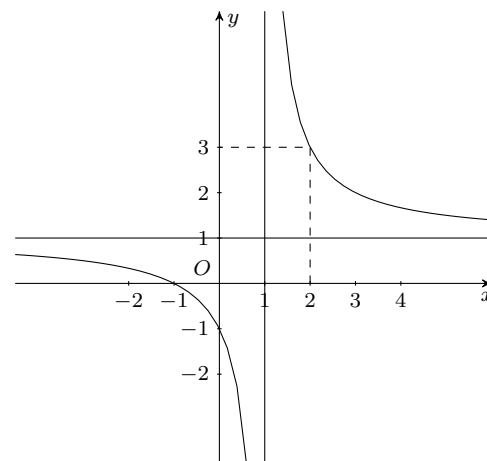
Câu 1069. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại bốn điểm phân biệt.

- A. $2 < m < 3$.
 B. $m > 2$.
 C. $1 < m < 2$.
 D. $m < 2$.

Câu 1070.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số bên dưới. Đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$.
 B. $y = \frac{x}{x-1}$.
 C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
 D. $y = \frac{x}{x-1}$.



Câu 1071. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+8}$. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. $\frac{1}{4}$.
 B. $-\frac{1}{8}$.
 C. 2.
 D. -4.

Câu 1072. Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x^2-4}$ là

- A. 3.
 B. 1.
 C. 2.
 D. 4.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.

Ta có

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+1}{x^2-4} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm ngang của đồ thị hàm số.
- $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x+1}{x^2-4} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x+1}{x^2-4} = +\infty \Rightarrow x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{x^2-4} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{x^2-4} = +\infty \Rightarrow x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x^2-4}$ có hai đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1073. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ trên đoạn $[-4; -2]$ là

- A. $\min_{[-4; -2]} y = -7$. B. $\min_{[-4; -2]} y = -\frac{19}{3}$. C. $\min_{[-4; -2]} y = -8$. D. $\min_{[-4; -2]} y = -6$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-4; -2]$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin (-4; -2) \\ x = -3 \in (-4; -2). \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(-4) = -\frac{19}{3}; y(-3) = -6; y(-2) = -7. \text{ Suy ra } \min_{[-4; -2]} y = -7.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1074. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -2 và giá trị cực đại bằng 2 .
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 D. Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$, $y_{CT} = -2$ và đạt cực đại tại $x = 1$, $y_{CD} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1075. Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$ là

- A. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.
 C. $(-2; 0)$ và $(0; 2)$. D. $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4) = 4x(x - 2)(x + 2); y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 2. \end{cases}$$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1076.

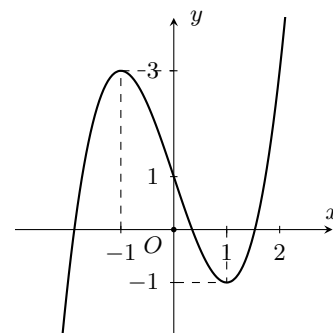
Đồ thị ở hình bên là của hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^3 + 3x + 1$.

C. $y = -x^3 - 3x + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.



Lời giải.

Từ đồ thị suy ra hàm số có hệ số $a > 0$ và hàm số có hai điểm cực trị trái dấu, tức là $ac < 0$.

Các hàm số $y = x^3 + 3x + 1$, $y = -x^3 - 3x + 1$, $y = -x^3 + 3x + 1$ không thỏa mãn các tính chất trên.

Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn các tính chất trên.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1077.

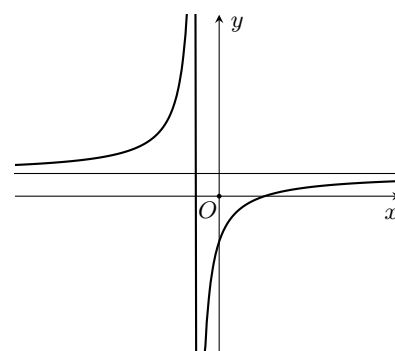
Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $ad < 0$, $ab < 0$.

B. $ad > 0$, $ab < 0$.

C. $bd < 0$, $ab > 0$.

D. $bd > 0$, $ad > 0$.



Lời giải.

Ta có $y(0) < 0 \Rightarrow \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0$. Do đó b, d trái dấu. (1)

Lại có $y\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ nên từ đồ thị ta thấy hàm số có một nghiệm duy nhất $\Rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$. Do đó a, b trái dấu. (2)

Từ (1) và (2) suy ra a và d cùng dấu nên $ad > 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1078.

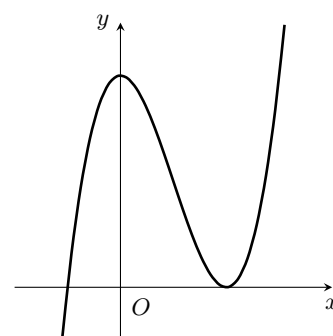
Đường cong như hình bên là dạng đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = -(x+1)(x-2)^2$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

D. $y = (x-2)^3$.



Lời giải.

Từ dáng điệu đồ thị hàm số đã cho suy ra nó là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ và có hai điểm cực trị. Trong các hàm số đã cho, chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1079. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là một số thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 14)$.

B. $(3; 8)$.

C. $(12; 20)$.

D. $(-7; 8)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 + 6x - 12$.

Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (-1; 2) \\ x = -2 \notin (-1; 2) \end{cases}$.

$y(-1) = 15, y(1) = -5, y(2) = 6$.

Vậy nên: $\max_{[-1;2]} y = 15 \in (12; 20)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1080. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành.
- B. Hàm số có hai cực trị.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

Lời giải.

Hàm số đã cho không xác định tại điểm $-1 \in (-2; 0)$, do đó khẳng định “Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ ” là khẳng định sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1081. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	2	$-\frac{1}{3}$	1	-1	

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
- B. Hàm số có hai điểm cực trị.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1, giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{3}$.
- D. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Lời giải.

Vì hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ nên từ bảng biến thiên của hàm số suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 1$ và hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = 3$.

Vậy, mệnh đề “Hàm số có hai điểm cực trị” là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1082. Biết trên đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{x+2}$ có hai điểm mà tiếp tuyến tại các điểm đó đều song song với đường thẳng $(d): 3x - y + 15 = 0$. Tìm tổng S các tung độ của các tiếp điểm.

A. $S = 3$.B. $S = 6$.C. $S = -4$.D. $S = 2$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $y = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+2)^2}$.

Phương trình đường thẳng d viết lại là $(d): y = 3x + 15$, đường thẳng d có hệ số góc $k = 3$.

Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với d là nghiệm phương trình

$$\begin{aligned} y' = k &\Leftrightarrow \frac{3}{(x+2)^2} = 3 \\ &\Leftrightarrow (x+2)^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

— Với $x = -1$ thì $y = -2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) là: $y = 3(x+1) + (-2)$ hay $y = 3x + 1$ (song song với d).

— Với $x = -3$ thì $y = 4$. Phương trình tiếp tuyến của (C) là: $y = 3(x+3) + 4$ hay $y = 3x + 13$ (song song với d).

Như vậy, trên (C) có hai điểm $(-1; -2)$ và $(-3; 4)$ mà tiếp tuyến tại các điểm đó đều song song với đường thẳng (d) .

Ta có $S = (-2) + 4 = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1083. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	—	0	+	—
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

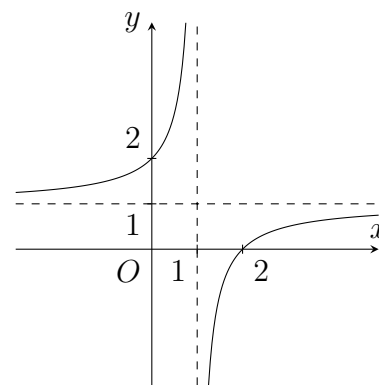
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1084.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y = \frac{x-2}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-2}$. D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy

- Tiệm cận ngang là $y = 1$, tiệm cận đứng là $x = 1$ nên các hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$, $y = \frac{x-2}{x+1}$ không thỏa mãn.
- Giao điểm của đồ thị với trục tung là $(0; 2)$ nên hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ không thỏa mãn, hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1085. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x}$. B. $y = x + \sqrt{1 - x^2}$. C. $y = x^2 + x + 1$. D. $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$.

Lời giải.

Ta có:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x}$ không có tiệm cận ngang.
- Hàm số $y = x + \sqrt{1 - x^2}$ có tập xác định là $[-1; 1]$ nên đồ thị không có tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x + 1) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x + 1) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = x^2 + x + 1$ không có tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})(x - \sqrt{x^2 + 1})}{(x - \sqrt{x^2 + 1})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{\frac{x}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}} = 0.$$
 Do đó đồ thị của hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1086. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^x$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

A. 0. B. $-\frac{2}{e^2}$. C. $-e$. D. $-\frac{1}{e}$.

Lời giải.

Ta có $y = xe^x \Rightarrow y' = e^x + xe^x = (x + 1)e^x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x + 1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

$$y(-2) = -2e^{-2} = -\frac{2}{e^2}, y(-1) = -e^{-1} = -\frac{1}{e}, y(0) = 0.$$

$$\text{Vậy } \min_{[-2; 0]} y = -\frac{1}{e}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1087.

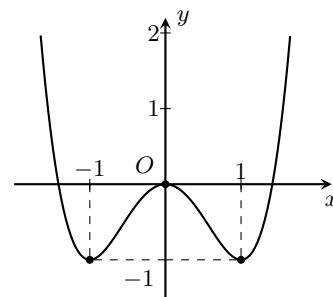
Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu; đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên nó là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1088. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x - 3}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. (C) có hai đường tiệm cận đứng là $x = -1$, $x = 3$.

B. (C) có ba đường tiệm cận.

C. (C) có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

D. (C) có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x - 3} = 2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1089. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $m \in \emptyset$.

B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $m > 2$.

D. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang $y = 0$. Do đó, để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận thì phương trình $x^2 - 2mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \Delta > 0 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1090. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$. Các khoảng đồng biến của hàm số là

A. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

C. $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 16x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1091. Đường thẳng $y = -3x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 1$ tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0; y_0)$. Chọn câu trả lời **sai** trong các câu trả lời sau đây.

A. $x_0^3 - 2x_0^2 - 1 - y_0 = 0$.

B. $y_0 + 3x_0 - 1 = 0$.

C. $x_0 + y_0 + 2 = 0$.

D. $x_0^3 - 2 = 2x_0^3 - 3x_0$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = -3x + 1 \\ y = x^3 - 2x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1092. Hàm số $y = x^3 - 2x$, hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại (y_{CD}) và giá trị cực tiểu (y_{CT}) là

A. $y_{CT} + y_{CD} = 0$.

B. $y_{CT} = 2y_{CD}$.

C. $y_{CT} - 3y_{CD} = 0$.

D. $y_{CT} = y_{CD}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{\frac{2}{3}} \\ x = \sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}$. Suy ra $y_{CT} + y_{CD} = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1093. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$.

A. $\max y = 4$, $\min y = 2$.

B. $\max y = 4$, $\min y = -2$.

C. $\max y = 2$, $\min y = -2$.

D. $\max y = 2$, $\min y = -4$.

Lời giải.

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$. Đạo hàm $y' = 1 - \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{12 - 3x^2} = 3x \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Ta có $y(-2) = -2$, $y(2) = 2$, $y(-1) = 2$, $y(1) = 4$. Suy ra $\max y = 4$, $\min y = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1094. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Trên đoạn $[-1; 2]$ ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2}. \end{cases}$$

Do đó $\max_{[-1;2]} y = \max \{y(-1), y(\sqrt{2}), y(2)\} = y(\sqrt{2}) = 4$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1095.

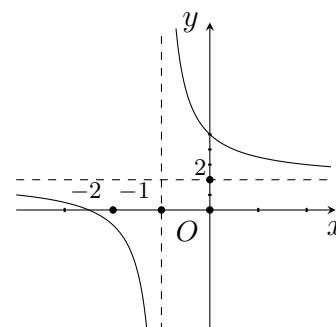
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+5}{-x-1}$.

C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.



Lời giải.

Ta thấy $\begin{cases} \text{đồ thị hàm số cắt } Ox \text{ tại điểm có hoành độ âm.} \\ \text{đồ thị hàm số cắt } Oy \text{ tại điểm có tung độ dương.} \\ \text{đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận là } x = -1 \text{ và } y = 2. \end{cases} \quad (1)$

Từ (1) ta thấy hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1096. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. Giá trị lớn nhất là M và giá trị nhỏ nhất là m của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ là

A. $M = 28; m = -4$.

B. $M = 77; m = 1$.

C. $M = 77; m = -4$.

D. $M = 28; m = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin [0; 3] \\ x = 1 \in [0; 3]. \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y(1) = -4 \\ y(3) = 77 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M = 77 \\ m = -4. \end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 1097. Trên đồ thị (C): $y = \frac{x-1}{x-2}$, số điểm M mà tiếp tuyến với (C) song song với đường thẳng $d: x + y = 1$ là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-2)^2}$

Giả sử $M(x_0, y_0)$ thuộc đồ thị (C), khi đó thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M là

$$y = \frac{-1}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + y_0.$$

Để tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: x + y = 1$ thì $\frac{-1}{(x_0-2)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$

Khi $x = 1$ thì tiếp tuyến đó là đường thẳng d nên loại. Vậy có một điểm M thỏa mãn.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1098.

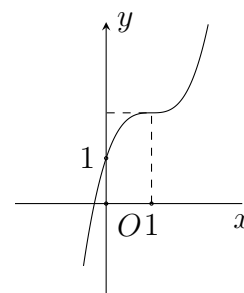
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = x^4 - 3x^2 + 1.$

B. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1.$

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

D. $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 1.$

**Lời giải.**

Ta thấy hàm số đồng biến nên tính trực tiếp y' ta loại trừ các phương án A, C, D cụ thể:

① Hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ có $y' = 4x^3 - 6x^2$ loại do $y'(1) < 0$.

② Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2$ nhận.

③ Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có $y' = -3x^2 + 6x$ loại do $y'(3) < 0$.

④ Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x - 3$ loại do $y'(0) < 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1099. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	
y	$+\infty$	-3	2	-4

Giá trị của m để phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $-3 \geq m \geq 2.$

B. $-3 < m < 2.$

C. $-4 \geq m \geq 2.$

D. $-4 < m < 2.$

Lời giải.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $-3 < m < 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1100. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ là

A. 6.

B. $\frac{65}{3}.$

C. $\frac{52}{3}.$

D. 20.

Lời giải.

$$y' = 1 - \frac{4}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ vì } x \in [1; 3].$$

Ta có bảng biến thiên:

x	1	2	3
y'	$-$	0	$+$
y	5	4	$\frac{13}{3}$

Vậy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số lần lượt là 4 và 5.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1101. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , góc ở đỉnh bằng 120° . Trên đường tròn đáy, lấy điểm A cố định và điểm M di chuyển. Có bao nhiêu vị trí của điểm M để diện tích tam giác SAM đạt giá trị lớn nhất?

A. 3.

B. vô số.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AM . Khi đó: $OM \perp AM$.

Mà $SO \perp AM$ nên $SH \perp AM$. Do đó: $S_{SAM} = \frac{SH \cdot AM}{2}$.

Kẻ đường kính AB của đường tròn đáy. Đặt $AB = 2a$.

Do góc ở đỉnh của hình nón là 120° nên $\widehat{ASB} = 120^\circ$.

Tam giác SAB cân ở S có $SO \perp AB$ nên $\widehat{ASO} = \frac{\widehat{ASB}}{2} = 60^\circ$

Nên $SO = \frac{OA}{\tan 60} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Đặt $OH = x$ với $x \geq 0$. Khi đó:

$$S_{SAM} = \frac{SH \cdot AB}{2} = SH \cdot AH = \sqrt{SO^2 + OH^2} \cdot \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{\left(\frac{a^2}{3} + x^2\right)(a^2 - x^2)}.$$

Do $\left(\frac{a^2}{3} + x^2\right)(a^2 - x^2) = -x^4 + \frac{2a^2x^2}{3} + \frac{a^4}{3} \leq -\left(x^2 - \frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{2a^4}{9} \leq \frac{2a^4}{9}$ nên tam giác SAM có diện tích lớn nhất khi $x = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Khi đó có hai vị trí M thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1102. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. 8.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = 1, x = 2 \Rightarrow y = -3$.

Vậy $A(0; 1), B(2; -3)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Ta có $AB = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1103. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 trục tọa độ và 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3.

B. 5.

C. $\sqrt{13}$.

D. 6.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x = -3$ và $y = 2$.

Hình phẳng giới hạn bởi hai trục tọa độ và hai tiệm cận là hình chữ nhật.

Diện tích của nó bằng $3 \cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1104.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên.

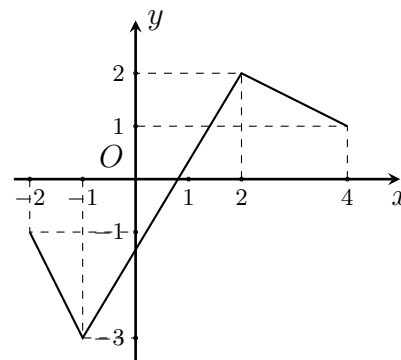
Mệnh đề nào trong bốn mệnh đề sau đây là đúng?

A. $f'(-\frac{3}{2}) \cdot f'(3) > 0$.

B. $\min_{x \in [-2; 4]} f(x) = -2$.

C. $\max_{x \in [-2; 4]} f(x) = 4$.

D. Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt trên $[-2; 4]$.



Lời giải.

① $\min_{x \in [-2; 4]} f(x) = -2$. Mệnh đề này sai, vì giá trị nhỏ nhất bằng -3 .

② $\max_{x \in [-2; 4]} f(x) = 4$. Mệnh đề này sai, vì giá trị lớn nhất bằng 2 .

③ Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt trên $[-2; 4]$. Mệnh đề này sai, vì chỉ có 1 nghiệm.

④ $f'(-\frac{3}{2}) \cdot f'(3) > 0$. Mệnh đề này đúng. Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(2; 4)$ nên $f'(-\frac{3}{2}) \cdot f'(3) > 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1105. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Khi đó, đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{1}{f^2(x) - 1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{f^2(x) - 1}$.

Xét phương trình $f^2(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1. \end{cases}$

Từ bảng biến thiên, suy ra mỗi phương trình $f(x) = 1$, $f(x) = -1$ có đúng một nghiệm.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1106. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 1}{2x + 1}$ là

A. $(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2})$.

B. $(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$.

C. $(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2})$.

D. $(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -\frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1107. Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

- A. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.
 B. $y = \frac{x+1}{2x+3}$.
 C. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.
 D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Câu 1108. Cho đồ thị hàm số $(C) : y = x^4 - 2x^2$. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào cắt (C) tại hai điểm phân biệt?

- A. $y = 0$. B. $y = 1$. C. $y = -\frac{3}{2}$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 1109. Cho hàm số $y = x^2(6 - x^2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -\sqrt{3})$ và $(0; \sqrt{3})$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(0; 3)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 9)$.

Câu 1110. Cho đồ thị hàm số $(C) : y = \frac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang. B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

Câu 1111. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 2x - 8 \cos x - 9$ là

- A. $y_{\min} = -9$. B. $y_{\min} = -1$. C. $y_{\min} = -8$. D. $y_{\min} = 0$.

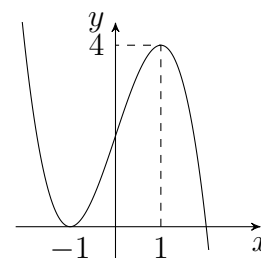
Câu 1112. Cho đồ thị hàm số $(C) : y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. (C) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.
 B. (C) có hai điểm cực trị thuộc hai phía của trục tung.
 C. (C) tiếp xúc với trục Ox .
 D. (C) đi qua điểm $A(1; 0)$.

Câu 1113.

Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = (x+1)^2(2-x)$.
 B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
 C. $y = x^3 - 3x + 2$.
 D. $y = -x^3 + x$.



Câu 1114. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm mà tọa độ của nó đều là các số nguyên?

- A. 1 điểm. B. 3 điểm. C. 4 điểm. D. 2 điểm.

Câu 1115. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

$$y = \frac{-x}{1-x}.$$

$$y = \frac{2x+1}{2x-2}.$$

$$y = \frac{x+1}{x-1}.$$

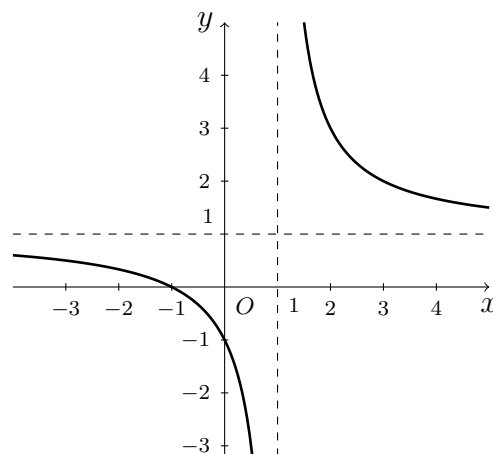
$$y = \frac{x-1}{x+1}.$$

A.

B.

C.

D.

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ nên loại hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(0; -1)$, thay vào các hàm số còn lại ta thấy chỉ có đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ đi qua điểm đó.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1116. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- C. Hàm số có đúng một cực trị.
- D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, dễ dàng nhận thấy, hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1117. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y = \frac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -14)$. Tính tổng T của các phần tử trong S .

- A. $T = -5$.
- B. $T = -6$.
- C. $T = -9$.
- D. $T = -10$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3m-2\}$.

$$y' = \frac{-5m+5}{(x-3m+2)^2}.$$

Hàm số $y = \frac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -14)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y' > 0, \forall x \in \mathcal{D} \\ 3m-2 \notin (-\infty; -14) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -5m+5 > 0 \\ 3m-2 \geq -14 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m < 1 \\ m \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}. \end{aligned}$$

Vậy $T = -4 - 3 - 2 - 1 = -10$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1118. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$. Tính $P = M - m$.

A. $P = 4$.

B. $P = -5$.

C. $P = 5$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$.

Ta có $f'(x) = 6x^2 + 6x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{loại}) \\ x = -1 & (\text{nhận}). \end{cases}$

Tính: $f(-2) = -5$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$, $f(-1) = 0$.

Khi đó $\max_{\left[-2; -\frac{1}{2}\right]} f(x) = 0 = M$ tại $x = -1$; $\min_{\left[-2; -\frac{1}{2}\right]} f(x) = -5 = m$ tại $x = -2$.

Vậy $P = M - m = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1119. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = -2$ có hai nghiệm phân biệt. Một nghiệm là $x = 3$ và một nghiệm là $x = x_0 < -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1120. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$		

Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(2018; 2020)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = f(x) + 2018$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ lên trên 2018 đơn vị nên không làm thay đổi các khoảng đồng biến.

Vậy hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1121. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 7x - \sqrt{2x^2 - x - 1}$. B. $y = \sqrt[3]{2 - 3x + x^2}$.
C. $y = 4x - \sqrt{x^2 - x + 1}$. D. $y = \sqrt[3]{-2x + 5}$.

Lời giải.

Để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = 7x - \sqrt{2x^2 - x - 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ nên hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \sqrt[3]{2 - 3x + x^2}$ có đạo hàm $y' = \frac{2x - 3}{3\sqrt[3]{(2 - 3x + x^2)^2}}$. Đạo hàm đổi dấu khi x đi qua $\frac{3}{2}$.

Hàm số $y = \sqrt[3]{-2x + 5}$ có đạo hàm $y' = \frac{-2}{3\sqrt[3]{(-2x + 5)^2}} < 0 \quad \forall x \neq \frac{5}{2}$.

Hàm số $y = 4x - \sqrt{x^2 - x + 1}$ có đạo hàm $y' = 4 - \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}} = \frac{4\sqrt{(2x - 1)^2 + 3} - (2x - 1)}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$.

Ta có $4\sqrt{(2x - 1)^2 + 3} - (2x - 1) = 3\sqrt{(2x - 1)^2 + 3} + \left(\sqrt{(2x - 1)^2 + 3} - (2x - 1)\right) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, hàm số $y = 4x - \sqrt{x^2 - x + 1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1122. Tìm m để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{(m - 1)x + 2}{3x + 4}$ cắt đường thẳng $2x - 3y + 5 = 0$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $m = 10$. B. $m = 7$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = \frac{m - 1}{3}$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cắt đường thẳng $2x - 3y + 5 = 0$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Giao điểm của hai đường thẳng đó là điểm $A(2; 3)$.

Vì $A(2; 3)$ thuộc $y = \frac{m - 1}{3}$ nên $\frac{m - 1}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 10$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1123. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

- A. $m \in (2; +\infty)$. B. $m \in (-2; 2)$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \in (-\infty; -2)$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt thì đường thẳng $y = -m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ tại đúng ba điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên ta suy ra $-2 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1124. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 25}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

A. 11.

B. 4.

C. 5.

D. 9.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq -m$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - 25}{(x + m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} m^2 - 25 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \leq -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & -5 < m \leq -1. \end{aligned}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1125. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

B. $y = \frac{x^2}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

D. $y = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{1 + x}$.

Lời giải.

— Hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 + 1} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

— Hàm số $y = \frac{x^2}{x + 1}$ và $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ đều có bậc của tử lớn hơn bậc của mẫu do đó không có tiệm cận ngang.

— Hàm số $y = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{1 + x}$ có điều kiện là $-2 \leq x \leq 2$ do đó không có tiệm cận ngang.

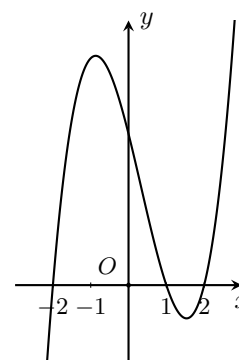
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1126.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị ở hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

**Lời giải.**

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đi xuống trên khoảng $(-1; 1)$ do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1127. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ là

- A. $-\frac{13}{3}$. B. 1. C. -3. D. $-\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$, suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Khi đó $y(-2) = -\frac{13}{3}$; $y\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2}$; $y(0) = -3 \Rightarrow \max_{\left[-2; \frac{1}{2}\right]} y = -3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1128. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm là

- A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
C. $(-2; 2)$. D. $[-2; 2]$.

Lời giải.

Để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại đúng một điểm.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$

tại đúng một điểm.

Do đó $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1129. Điểm cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

$$\text{Mà } y'' = 6x \Rightarrow \begin{cases} y''(1) = 6 > 0 \\ y''(-1) = -6 < 0 \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ là điểm cực đại của hàm số.}$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1130.** Cho hàm số $y = \frac{2018}{x-2}$ có đồ thị (H) . Số đường tiệm cận của (H) là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2018}{x-2} = +\infty \Rightarrow x = 2 \text{ là tiệm cận đứng của } (H).$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2018}{x-2} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của } (H).$$

Vậy (H) có 2 đường tiệm cận.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1131.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là

A. $(5 - 2\sqrt{3}; 5 + 2\sqrt{3})$.

B. $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}] \cup [5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$.

C. $(-\infty; 5 - 2\sqrt{3}) \cup (5 + 2\sqrt{3}; +\infty)$.

D. $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}) \cup (5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$-2x + m = \frac{x+1}{x-2}.$$

Với điều kiện $x \neq 2$, phương trình tương đương

$$g(x) = 2x^2 - (3+m)x + 2m+1 = 0.$$

Đường thẳng $y = -2x + m$ cắt hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2. Nghĩa là

$$\begin{cases} g(2) \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \neq 0 \\ (3+m)^2 - 8(2m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 10m + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 + 2\sqrt{6} \\ m < 5 - 2\sqrt{6}. \end{cases} \quad 0$$

Vậy tập các giá trị m cần tìm là $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}) \cup (5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1132.** Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y = x^4 + 5x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$.

C. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải.Đồ thị của một hàm số nằm phía dưới trục hoành khi và chỉ khi hàm số đó nhận giá trị không dương với mọi x . Tuy nhiên, ta nhận thấy

— Hàm số $y = x^4 + 5x^2 - 1$ nhận giá trị $125 > 0$ khi $x = 3$.

— Hàm số $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$ nhận giá trị $6 > 0$ khi $x = -7$.

— Hàm số $y = -x^4 - 4x^2 + 1$ nhận giá trị $1 > 0$ khi $x = 0$.

Còn ta có $-x^4 + 2x^2 - 2 = -1 - (x^2 - 1)^2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó đây là hàm số cần tìm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1133. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng.

- A. $m < 1$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. C. $m = 0$. D. $m < 0$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $m(x-1)^2 + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và khác -1 . Do đó

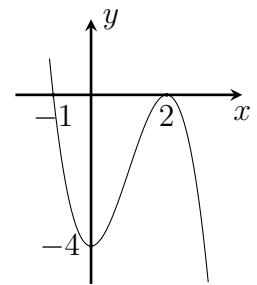
$$\begin{cases} -4m > 0 \\ m \cdot (-2)^2 + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1134.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^3 - 4$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.



Lời giải.

Nhận xét: Dựa vào đồ thị ta suy ra hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba.

- Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $(-1; 0)$ và tiếp xúc với trục Ox tại $(2; 0)$ nên suy ra hàm số $y = f(x)$ có dạng $y = a(x+1)(x-2)^2$.
- Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $(0; -4)$ nên $-4 = a(0+1)(0-2)^2 \Leftrightarrow a = -1$.

Suy ra, hàm số cần tìm có dạng $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1135. Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Xét $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(1 + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{2} \neq \infty$. Suy ra, đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1136. Các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $-1 \leq m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.

Lời giải.

- Với $m = 0$ thì $y' = -3 < 0$. Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ tại $m = 0$.

- Với $m \neq 0$, ta có $y' = 3mx^2 - 6mx - 3$. Để $y' \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ thì

$$\begin{cases} m < 0 \\ \Delta' = 9(m^2 + m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 0.$$

Vậy với $-1 \leq m \leq 0$ thì hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1137. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$.

Với điều kiện trên ta có $y = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-1}{x+2}$.

Ta có

$$— \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 1.$$

$$— \lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x+2} = +\infty.$$

$$— \lim_{x \rightarrow -1} y = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x+2} = -2.$$

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1138. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 13$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $m = 13$.

B. $m = 12$.

C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = 0 \text{ (loại)} \\ x = -1 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	13	12	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m = 12$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1139. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	$f(-1)$	-1	3	$-\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) - 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $f(x) = m + 2$. Từ bảng biến thiên, phương trình này có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m + 2 < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 1$. Do đó, có ba số nguyên m thỏa mãn là $-2, -1, 0$.

Chọn đáp án 

□

Câu 1140. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-4	-5	

Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ có đúng 3 cực trị.B. $f(x)$ có đúng một cực tiểu.C. $f(x)$ có đúng một cực đại và không có cực tiểu.D. $f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy rằng hàm số $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x = 1$ và $f(1) = 3$. Do đó, hàm số $f(x)$ có đúng một cực đại và không có cực tiểu.

Chọn đáp án 

□

Câu 1141. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.

Lời giải.

Với điều kiện $x \neq \pm 1$, ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
 $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = +\infty$.
 Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1142. Đồ thị của hàm số $y = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

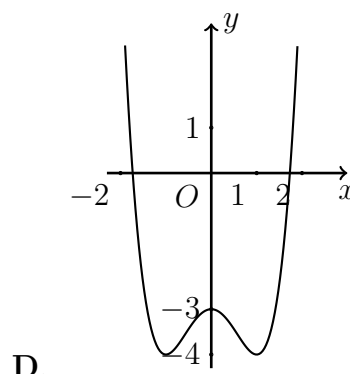
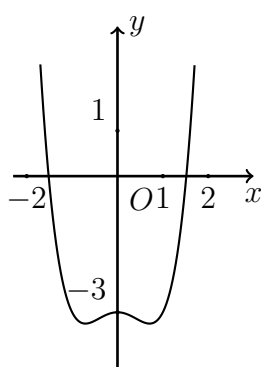
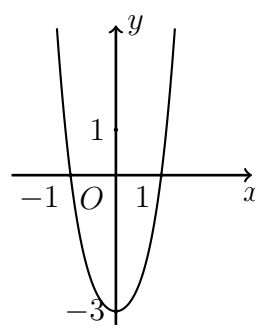
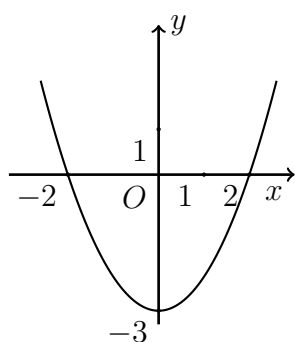
Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} = +\infty$.

Do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1143. Đồ thị nào trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$?



Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 cực tiểu.

Cho $y = 0$ ta có $x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 0)$ và $(1; 0)$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-3	$+\infty$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1144. Hàm số $y = (x^2 - 1)(3x - 2)^3$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

$$y' = (3x - 2)^2(15x^2 - 4x - 9),$$

$$y' = 0 \text{ có ba nghiệm } x = \frac{2}{3}, x = \frac{2 + \sqrt{139}}{15} \text{ và } x = \frac{2 - \sqrt{139}}{15}.$$

x	$-\infty$	$\frac{2 - \sqrt{139}}{15}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2 + \sqrt{139}}{15}$	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số có 1 điểm cực đại.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1145. Đồ thị của hàm số $y = \frac{3\sqrt{x} - 5}{2x^2 - 5x - 7}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 5x - 7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq \frac{7}{2} \end{cases}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{7}{2}^+} \frac{3\sqrt{x} - 5}{2x^2 - 5x - 7} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{7}{2}^-} \frac{3\sqrt{x} - 5}{2x^2 - 5x - 7} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1146.

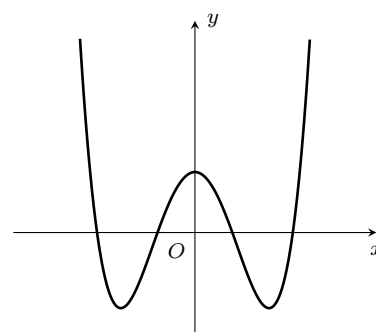
Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 + 3x^2 + 1.$

B. $y = x^4 - 3x^2 + 1.$

C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1.$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$



Lời giải.

Từ đồ thị đã cho suy ra hàm số có 3 điểm cực trị, trong đó có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. Trong các hàm số đã cho, hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1147. Đồ thị hàm số nào dưới đây có 3 tiệm cận?

A. $y = \frac{x-1}{x+1}.$

B. $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}.$

C. $y = \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6}.$

D. $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2 + 5x + 6}.$

Lời giải.

— Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đường tiệm cận ngang $y = 1$ và đường tiệm cận đứng $x = -1$.

— Hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Với $x \neq 2$ thì $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = x - 3$ nên suy ra đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

— Hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-3} = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3} = +\infty.$$

Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-5x+6}$ có tiệm cận ngang $y = 0$ và đường tiệm cận đứng $x = 3$.

— Hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$ có tập xác định $\mathcal{D} = (-3; -2) \cup (-2; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}} = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}} = -\infty.$$

Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$ có 3 đường tiệm cận, trong đó có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$, hai đường tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -3$ và $x = -2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1148. Tìm m để đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m \in (-\infty; 3 - 3\sqrt{2}) \cup (3 + 3\sqrt{2}; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; 4 - 2\sqrt{2}) \cup (4 + 2\sqrt{2}; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 1 - 2\sqrt{3}) \cup (1 + 2\sqrt{3}; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}; +\infty)$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x}{x+1} = x + m, \quad (x \neq -1).$$

Biến đổi ta được phương trình $x^2 + (m-1)x + m = 0$. (*)

Dễ thấy $x = -1$ không là nghiệm của phương trình (*). Nên đường thẳng và đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Có } \Delta = m^2 - 6m + 1. \Delta > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}; +\infty)$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1149. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{9-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 1150. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

A. $1 \leq m \leq 3$.

B. $1 < m < 3$.

C. $3 < m < \frac{13}{4}$.

D. $3 \leq m < \frac{13}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 4 \cos^3 x - 3 \cos x - (2 \cos^2 x - 1) + m \cos x - 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 4 \cos^3 x - 2 \cos^2 x - 3 \cos x + m \cos x = 0 \\
 \Leftrightarrow & \cos x (4 \cos^2 x - 2 \cos x - 3 + m) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos x = 0 \\ 4 \cos^2 x - 2 \cos x - 3 + m = 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Nếu $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Phương trình này có 2 nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Nếu $4 \cos^2 x - 2 \cos x - 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4 \cos^2 x + 2 \cos x + 3 = f(x)$.

Để phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ thì phương trình $m = f(x)$ phải có 6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ta có $f'(x) = -\sin x(-8 \cos x + 2)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \arccos \frac{1}{4} + k2\pi = \pm \alpha + k2\pi. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\alpha$	0	α	π	$2\pi - \alpha$	2π	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	3 $\nearrow$ $\frac{13}{4}$ $\searrow$ 1 $\nearrow$ $\frac{13}{4}$ $\searrow$ 1 $\nearrow$ $\frac{13}{4}$ $\searrow$ 1							

Phương trình $m = f(x)$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ khi $3 < m < \frac{13}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1151.

Bảng biến thiên ở hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$	
		$\searrow$		$\nearrow$	$\searrow$		$\nearrow$	
			-4			-4		

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$	
		-4			-4			

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1152. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos 2x + 4 \sin x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $y = -2 \sin^2 x + 4 \sin x + 1$.

Đặt $a = \sin x$, với $a \in [0; 1]$.

Khi đó $y = f(a) = -2a^2 + 4a + 1 \leq f\left(-\frac{4}{2 \cdot (-2)}\right) = f(1) = 3$.

Vậy $\max_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1153. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Gọi A là điểm cực đại của đồ thị hàm số. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến A .

A. 2.

B. $2\sqrt{10}$.

C. 4.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Ta lại có $y'' = 6x - 6$, và $y''(0) = -6 < 0$ nên $A(0; -2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Do đó, $OA = |\vec{OA}| = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1154.

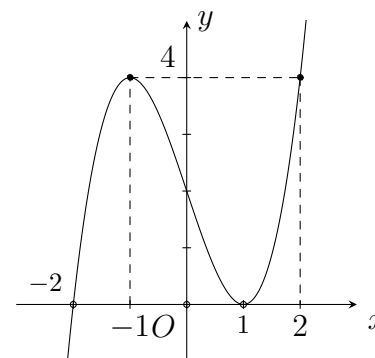
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, và đồ thị của $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ khi $x \geq -2$. Vậy hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1155.

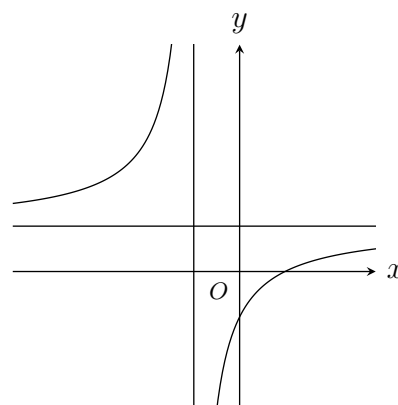
Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

B. $y = -2x + 3x^4$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

**Lời giải.**

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = a$, với $a < 0$ nên chọn đáp án $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1156. Đồ thị nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x+2}{x^2-1}$.

B. $y = \frac{x^2}{x-1}$.

C. $y = x + \sqrt{x^2-1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1157. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	0	$\frac{5}{2}$	0	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ nên nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1158. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Phương trình $f(x) = m$, với $m \in (-1; 2)$ có số nghiệm là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có với $m \in (-1; 2)$, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1159. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 2018. B. 2016. C. 2019. D. 2017.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 9 + 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -3$.

Do $m \in [-2018; 2018]$ nên $m = \{-2018, -2017, \dots, -3\}$. Vậy có 2016 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1160. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0; 4]$ là

- A. -1. B. $\frac{11}{5}$. C. 3. D. $\frac{12}{5}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[0; 4]$.

Ta có $y' = -\frac{1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in [0; 4]$. Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[0; 4]$.

Vậy $\max_{[0;4]} y = y(0) = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1161. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(1; 3)$. C. $(0; 1)$. D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x(x-2)^3 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ suy ra hàm số cũng nghịch biến trên $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1162. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Ta thấy hàm số xác định tại các điểm $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = 4$ và đạo hàm đổi dấu khi x qua các điểm này. Do đó, hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1163. Ký hiệu a, A lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$. Giá trị của $a + A$ bằng

A. 18.

B. 7.

C. 12.

D. 0.

Lời giải.Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên hàm số xác định và liên tục trên $[0; 2]$.

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \notin [0; 2] \end{cases}.$$

$$y(0) = 4, y(1) = 3, y(2) = \frac{10}{3}.$$

Suy ra $A = 4, a = 3 \Rightarrow A + a = 7$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1164.** Hàm số $y = (x^2 - x)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?A. $(0; 1)$.B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.C. $(-2; 0)$.D. $(1; 2)$.**Lời giải.**Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 2(2x - 1)(x^2 - x), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y									

Vậy hàm số $y = (x^2 - x)^2$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1165.** Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2x - 4}{x - 3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**.A. (C) có đúng 1 tiệm cận ngang.B. (C) có đúng 1 tâm đối xứng.C. (C) có đúng 1 trục đối xứng.D. (C) có đúng 1 tiệm cận đứng.**Lời giải.**Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} = +\infty$ nên (C) có đúng 1 tiệm cận đứng là $x = 3$.Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 4}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 4}{x - 3} = 2$ nên (C) có đúng 1 tiệm cận ngang là $y = 2$.Gọi $I(2; 3)$ là giao điểm của hai tiệm cận, khi đó đồ thị (C) đối xứng qua tâm I .Đồ thị (C) có 2 trục đối xứng là các đường phân giác của góc tạo bởi 2 đường tiệm cận.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1166.**

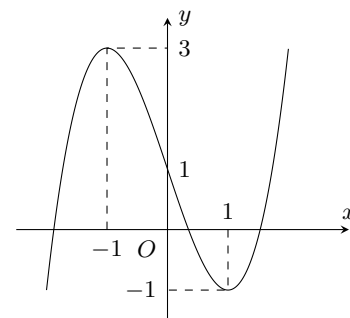
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = x^3 + 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = -x^3 - 3x + 1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số của x^3 lớn hơn 0. Đồ thị đi qua điểm $A(1; -1)$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ thỏa.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1167. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$ lần lượt là M, m . Tính $S = M + m$.

A. $S = 6$.

B. $S = 4$.

C. $S = 7$.

D. $S = 3$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x - 1)^2}$.

Ta có $f'(x) = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in [2; 4] \\ x = -1 \notin [2; 4] \end{cases} \Rightarrow x = 3$.

Tính được $f(2) = 4; f(3) = 3; f(4) = \frac{10}{3}$.

Suy ra $M = \max_{x \in [2; 4]} f(x) = 4; m = \min_{x \in [2; 4]} f(x) = 3$. Suy ra $S = 4 + 3 = 7$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1168. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x = 4$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1169. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên $[-4; 0]$ lần lượt là M và m . Giá trị của $M + m$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $-\frac{28}{3}$.

C. -4 .

D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ xác định và liên tục trên $[-4; 0]$.

$$y' = x^2 + 4x + 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-4; 0] \\ x = -3 \in [-4; 0] \end{cases}$$

$$\text{Có } f(0) = -4, f(-1) = -\frac{16}{3}, f(-3) = -4, f(-4) = -\frac{16}{3}.$$

$$\text{Vậy } M = -4, m = -\frac{16}{3} \text{ nên } M + m = -\frac{28}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1170. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 1$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-3; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = -3x^2 - 6x + 9.$$

$$\text{Xét } y' > 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1.$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

Chọn đáp án (A) □

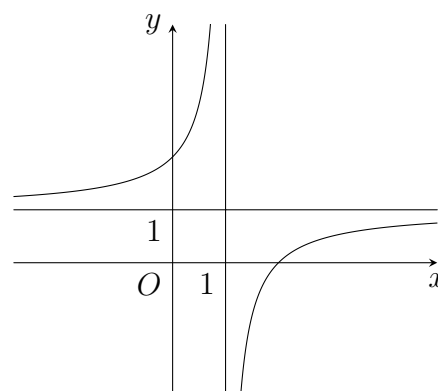
Câu 1171.

Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên đây. Xét các mệnh đề sau:

- (1). Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- (2). Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- (3). Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị chỉ có (1) là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1172. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ bằng

- A. -1. B. $-\frac{1}{3}$. C. 3. D. $\frac{77}{27}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$y'' = 6x + 4.$$

Ta có $y''(-1) = -2 < 0$ và $y''(-\frac{1}{3}) = 2 > 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = y(-1) = 3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1173. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		3		$+\infty$
				1	
					$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Hàm số xác định trên khoảng $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ và có đạo hàm $y' > 0$ với $x \in (-2; 0) \cup (0; 2)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1174. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ bằng

- A. 1. B. 0. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [0; 2]$.

Ta có $y' = \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow -x+1=0 \Leftrightarrow x=1 \in \mathcal{D}$.

Mặt khác $y(1) = 1$, $y(0) = 0$, $y(2) = 0$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1175. Có bao nhiêu giá trị của tham số m thỏa mãn đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

- A. Bốn. B. Hai. C. Một. D. Ba.

Lời giải.

— Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{x^2-x-m} = 0$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.

— Điều kiện cần để hàm số có hai đường tiệm cận là phương trình $x^2 - x - m = 0$ có đúng một nghiệm $x = -3$ hay có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm là -3 . Tức $3^2 + 3 - m = 0$ hoặc $\Delta = 0$. Từ đây suy ra $m = 12$ hoặc $m = -\frac{1}{4}$.

— Với $m = 12$, hàm số thành $y = \frac{x+3}{x^2-x-12} = \frac{x+3}{(x+3)(x-4)}$. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $y = 0$ và $x = 4$.

— Với $m = -\frac{1}{4}$, hàm số thành $y = \frac{x+3}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}$. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $y = 0$ và

$$x = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1176. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^2(m-x) - m$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. Hai. B. Một. C. Không. D. Vô số.

Lời giải.

Ta có $y = -x^3 + mx^2 - m$, $y' = -3x^2 + 2mx = x(-3x + 2m)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2m}{3} \end{cases}$.

- Nếu $\frac{2m}{3} < 0$ thì ta có hàm số đồng biến trên $\left(\frac{2m}{3}; 0\right)$ nên không thể đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- Nếu $\frac{2m}{3} = 0$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Nếu $\frac{2m}{3} > 0$ thì ta có hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{2m}{3}\right)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ khi và chỉ khi $(1; 2) \subset \left(0; \frac{2m}{3}\right) \Leftrightarrow 0 < 1 < 2 \leq \frac{2m}{3} \Leftrightarrow m \geq 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1177. Các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x - m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt là

- A. $m < -1$. B. $m > -5$.
C. $m < -5$ hoặc $m > -1$. D. $-5 < m < -1$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x - m = \frac{2x+1}{x+1} \Leftrightarrow (x-m)(x+1) = (2x+1) \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x - m - 1 = 0. \quad (1)$$

Dễ thấy phương trình (1) không có nghiệm $x = -1$ nên đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1178. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = x^3 - 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	1	-3	$+\infty$

Vậy Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1179. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ (với $x > 0$) bằng

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

• Cách 1: Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $y = x^2 + \frac{2}{x} = x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} = 3$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 3 khi $x = 1$.

• Cách 2: Xét trên $(0; +\infty)$, ta có $y' = 2x - \frac{2}{x^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng 3.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1180. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang.

Vậy, đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1181. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là y_1 và y_2 . Khi đó khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $3y_1 - y_2 = 1$.B. $3y_1 - y_2 = 5$.C. $3y_1 - y_2 = -1$.D. $3y_1 - y_2 = -5$.

Lời giải.

Ta có: $y' = -4x^3 + 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & \Rightarrow y = 1 \\ x = \pm 1 & \Rightarrow y = 2. \end{cases}$$

Ta có Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Từ đó ta có giá trị cực đại, cực tiểu của hàm số đã cho lần lượt là $2, 1 \Rightarrow y_1 = 2; y_2 = 1$.

Do đó, ta có: $3y_1 - y_2 = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1182. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$	2 $\searrow$ -2	$+$ $\nearrow$ $+\infty$	

A. $m \in [-2; 2)$.

B. $m \in (-2; 2)$.

C. $m \in (-2; 2]$.

D. $m \in [2; +\infty)$.

Lời giải.

Từ BBT suy ra $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-2; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1183. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^2 x + \cos x - 1$ là

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 y &= \sin^2 x + \cos x - 1 \\
 &= -\cos^2 x + \cos x \\
 &= -\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1184.

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên.

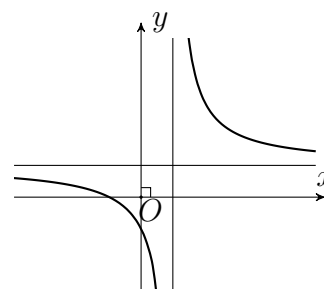
Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $ac > 0, bd > 0$.

B. $bd < 0, ad > 0$.

C. $bc > 0, ad < 0$.

D. $ab < 0, cd < 0$.



Lời giải.

Theo hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow d$ và c trái dấu (1).

Theo hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a$ và c trái dấu (2).

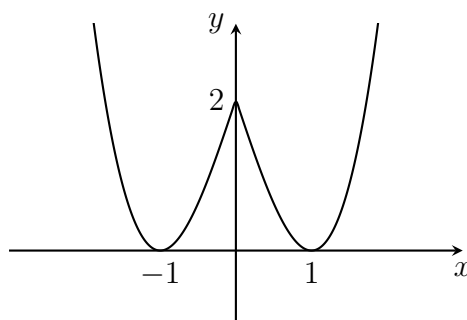
Ta có $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b$ và d trái dấu (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra a, c, b cùng dấu và b, d trái dấu.

Vậy $bc > 0, ad < 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1185. Đồ thị hình dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. B. $y = 2(x^2 - 1)^2$. C. $y = |x^3| - 3|x| + 2$. D. $y = x^2 - 2|x|^2 + 2$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = |x^3| - 3|x| + 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1186. Hỏi trong khoảng $(0; 3\pi)$ có bao nhiêu điểm để hàm số $y = \cos x + \sin x$ đạt cực đại?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

$$y' = \cos x - \sin x, y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}; x = \frac{5\pi}{4}; x = \frac{9\pi}{4}.$$

$$y'' = -\sin x - \cos x, y''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}, y''\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sqrt{2}, y''\left(\frac{9\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}.$$

Vậy hàm số có 2 điểm cực đại trên khoảng $(0; 3\pi)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1187. Cho hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 + 8x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $C(0; 1)$. B. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(4; \frac{131}{3}\right)$.
C. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(4; \frac{131}{3}\right)$. D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $C(0; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Có } y' = -4x^2 + 16x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^2 + 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 4 \Rightarrow y = \frac{131}{3} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Vậy $C(0; 1)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		$\frac{131}{3}$		$-\infty$

$\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
1 $\frac{131}{3}$ $-\infty$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1188. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$, tìm giá trị lớn nhất M của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{23}{10}; \frac{5}{4}\right)$.

A. $M = -\frac{9801}{250}$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{7}{32}$. D. $M = 0$.

Lời giải.

Có $y' = 6x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Vậy suy ra $M = 1$.

x	$-\frac{23}{10}$	0	1	$\frac{5}{4}$				
y'		+	0	-	0	+		
y	$-\frac{9801}{250}$		$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{7}{32}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1189. Cho hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -m$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

A. $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$.

B. $\left[-1; -\frac{1}{3}\right]$.

C. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

D. $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^2 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ là

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{1}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì $\frac{1}{3} < -m < 1 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1190. Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x + 2$.

A. $y = x + \frac{68}{27}$.

B. $y = x + 2$.

C. $y = x + \frac{50}{27}$.

D. $y = x - \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Tiếp tuyến Δ song song với đường thẳng $d: y = x + 2$ nên Δ có dạng $y = x + m$, $m \neq 2$.

Điều kiện tiếp xúc của Δ và (C) là $\begin{cases} -x^3 + 2x^2 + 2 = x + m & (1) \\ -3x^2 + 4x = 1. & (2) \end{cases}$

$$(2) \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

— Với $x = 1$, $(1) \Leftrightarrow m = -x^3 + 2x^2 - x + 2 = 2$ (loại).

— Với $x = \frac{1}{3}$, $(1) \Leftrightarrow m = -x^3 + 2x^2 - x + 2 = \frac{50}{27}$ (nhận).

Vậy tiếp tuyến cần tìm là $y = x + \frac{50}{27}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1191. Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ sao cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực trị tại $x = 3$ đồng thời có $y(0) = 3$ và $y(3) = 3$. Hỏi trong không gian $Oxyz$, điểm $M(a; b; c)$ nằm trong mặt cầu nào sau đây?

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+5)^2 = 130$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 40$.

C. $x^2 + y^2 + (z+5)^2 = 90$.

D. $(x+5)^2 + (y-7)^2 + (z+3)^2 = 42$.

Lời giải.

Có $y' = 3x^2 + 2ax + b$. Do hàm số đạt cực trị tại $x = 3$ nên $y'(3) = 0 \Leftrightarrow 27 + 6a + b = 0$.

Mặt khác ta có $\begin{cases} y(0) = 3 \\ y(3) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ 27 + 9a + 2b + c = 3 \end{cases}$.

Vậy ta có $\begin{cases} 6a + b = -27 \\ 9a + 3b = -27 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \\ c = 3 \end{cases}$.

Ta suy ra $M(-6; 9; 3)$. Lần lượt tính khoảng cách từ M đến tâm các mặt cầu, ta nhận đáp án $(x+5)^2 + (y-7)^2 + (z+3)^2 = 42$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1192. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào **không** nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 + 2x^2 - 7x$.

B. $y = -4x + \cos x$.

C. $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$.

D. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$.

Lời giải.

Với $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$ ta có $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$.

$y' > 0$ khi $x > 0$ và $y' < 0$ khi $x < 0$. Nên hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1193.

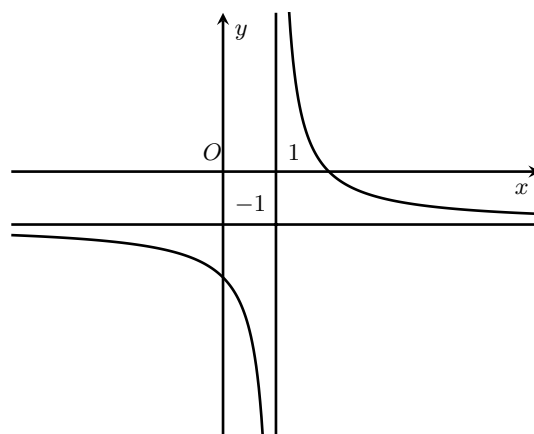
Cho hàm số $y = \frac{ax - b}{x - 1}$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b < 0 < a$.

B. $0 < b < a$.

C. $b < a < 0$.

D. $0 < a < b$.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} \frac{a}{1} = -1 \\ -a + b < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ -b < -1 = a \end{cases} \Rightarrow b < a < 0$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1194. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 4$.

B. $a + b = 2$.

C. $a + b = -4$.

D. $a + b = -2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2a$. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $A(2; -2)$ nên ta có:

$$y'(2) = 0 \Leftrightarrow 2a = 0 \Leftrightarrow a = 0.$$

$$\text{Do đồ thị qua } A(2; -2) \Rightarrow -2 = 8 - 12 + b \Leftrightarrow b = 2.$$

Thử lại ta thấy với $a = 0$ và $b = 2$ thì điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2; -2)$. Vậy $a + b = 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1195. Biết đường thẳng $y = -\frac{9}{4}x - \frac{1}{24}$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = \frac{13}{12}$. B. $y_0 = \frac{12}{13}$. C. $y_0 = -\frac{1}{2}$. D. $y_0 = -2$.

Câu 1196. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của điểm K lên trục Oz , khi đó trung điểm OK' có tọa độ là

- A. $(0; 0; 3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Tọa độ hình chiếu $K'(0; 0; 6) \Rightarrow$ trung điểm của đoạn OK' có tọa độ là $(0; 0; 3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1197. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A. $3x - 2y + z + 12 = 0$. B. $3x - 2y + z - 12 = 0$.
C. $3x + 2y + z - 8 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với Δ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 1)$, khi đó phương trình mặt phẳng là: $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1198. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

- A. $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_1^2 f^2(x) dx$.
C. $V = \pi^2 \int_1^2 f^2(x) dx$. D. $V = \pi^2 \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1199. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. 6π . B. 10π . C. 8π . D. 12π .

Lời giải.

Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông $\Rightarrow l = 2r$. Ta có $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 1$. Khi đó diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2\pi r^2 = 6\pi$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1200. Tính $I = \int_1^2 2x dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 3$. C. $I = 1$. D. $I = 4$.

Lời giải.

Ta có $I = \int_1^2 2x \, dx = x^2 \Big|_1^2 = 4 - 1 = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1201.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			0	$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 0 0

A. Hàm số có ba điểm cực trị.

B. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1202.** Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.**Lời giải.**Xét hàm số $y = 2x^3 + 6x + 2$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Có $y' = 6x^2 + 6 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1203.** Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$.

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$

Khi đó $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+1}{x+3}$ và $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+1}{x+3} = \infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = -3$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1204.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1; -2)$?A. $y = \frac{2x-3}{2x+4}$.B. $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$.C. $y = -2x^3 + 6x^2 + x - 1$.D. $y = \frac{2-2x}{1-x}$.**Lời giải.**Xét hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$ trên $\mathbb{R}$.Ta có $y' = 6x^2 - 12x$ và $y'' = 12x - 12$. Nên $y'' = 0 \Leftrightarrow 12x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Khi $x = 1$ suy ra $y = -2$. Do đó đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$ nhận điểm $(1; -2)$ là điểm uốn. Nên điểm I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1205. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

A. -5.

B. $-\frac{11}{2}$.

C. $-\frac{29}{5}$.

D. -9.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x + \frac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4; -1]$.

Ta có $y' = 1 - \frac{9}{(x-1)^2}$.

Xét $y' = 0$ suy ra $(x-1)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=3 \\ x-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-2. \end{cases}$

Khi đó $\max_{x \in [-4; -1]} y = \max \{y(-4), y(-2), y(-1)\} = \max \left\{ -\frac{29}{5} - 5, -\frac{11}{2} \right\} = -5$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1206. Biết rằng hai đường cong $y = x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 20x + 5$ và $y = x^3 - 2x^2 - 3x - 1$ tiếp xúc nhau tại một điểm duy nhất. Tọa độ điểm đó là

A. (2; -7).

B. (1; -5).

C. (3; -1).

D. (0; 5).

Lời giải.

Xét hệ phương trình

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 20x + 5 = x^3 - 2x^2 - 3x - 1 \\ 4x^3 - 18x^2 + 30x - 20 = 3x^2 - 4x - 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6 = 0 \\ 4x^3 - 21x^2 + 34x - 17 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x^3 - 6x^2 + 11x - 6) = 0 \\ (x-1)(4x^2 - 17x + 17) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra nghiệm của hệ $x = 1$ nên tọa độ điểm tiếp xúc là (1; -5).

Chọn đáp án (B) □

Câu 1207. Bảng biến thiên ở hình dưới là của hàm số nào dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				-3				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -4 -4

A. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 3$.

B. $y = 2x^4 - 4x^2 - 3$.

C. $y = 2|x|^3 - 3|x| - 3$.

D. $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 3$ ta có $y' = 6x^2 - 6x$.

Khi đó $y' = 0$ suy ra $6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$. Dễ dàng suy ra hàm số có các điểm cực trị (0; -3) và (1; -4).

Mà $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3 \Leftrightarrow y = 2|x|^3 - 3|x|^2 - 3$. Nên dựa vào phép biến đổi đồ thị suy ra hàm số $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1208. Cho hàm số $y = \frac{1-3x}{3-x}$ có đồ thị (C) . Điểm M nằm trên (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của (C) . Khoảng cách từ M đến tâm đối xứng của (C) bằng

A. $3\sqrt{2}$.B. $2\sqrt{5}$.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-3x}{3-x} = +\infty$ suy ra $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C) .

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x}{3-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - 3}{\frac{3}{x} - 1} = 3$ suy ra $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .

Giả sử $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị (C) thỏa mãn bài toán. Suy ra $M\left(x_0; \frac{1-3x_0}{3-x_0}\right)$.

Gọi d_1 khoảng cách từ M đến đường thẳng $x = 3$, ta có $d_1 = |x_0 - 3|$.

Tương tự gọi d_2 khoảng cách từ M đến đường thẳng $y = 3$, ta có

$$d_2 = |y_0 - 3| = \left| \frac{1-3x_0}{3-x_0} - 3 \right| = \left| \frac{8}{3-x_0} \right|.$$

Do giả thiết ta có

$$|x_0 - 3| = 2 \left| \frac{8}{3-x_0} \right| \Leftrightarrow (x_0 - 3)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 3 = 4 \\ x_0 - 3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 7 \\ x_0 = -1 \end{cases}$$

- Khi $x_0 = 7$ suy ra $y_0 = 5$.

- Khi $x_0 = -1$ suy ra $y_0 = 1$.

Gọi I là giao điểm hai tiệm cận ta có $I(3; 3)$.

- Khi $M(7; 5)$ ta có $IM = \sqrt{(7-3)^2 + (5-3)^2} = 2\sqrt{5}$.

- Khi $M(-1; 1)$ ta có $IM = \sqrt{(-1-3)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{5}$.

Vậy khoảng cách từ M đến giao điểm hai tiệm cận bằng $2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1209. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	1	-4	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

- Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là số giao điểm của đường thẳng $y = -3$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.
- Từ bảng biến thiên, ta có phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1210.

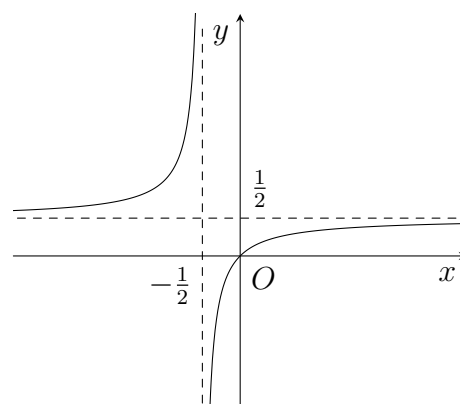
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \frac{x}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

D. $y = \frac{x}{2x-1}$.



Lời giải.

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ nên loại phương án $y = \frac{x-1}{2x-1}$ và $y = \frac{x}{2x-1}$.

- Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên loại phương án $y = \frac{x+1}{2x+1}$. Vậy hàm số đã cho là $y = \frac{x}{2x+1}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 1211. Tìm M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$.

- A. $M = 15, m = -41$. B. $M = 40, m = -41$. C. $M = 40, m = -15$. D. $M = 40, m = -8$.

Lời giải.

- $y' = 3x^2 - 6x - 9$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$.

- Lại có $y(-4) = -41, y(-1) = 40, y(3) = 8, y(4) = 15$. Vậy $M = 40, m = -41$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1212. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 đường. B. 3 đường. C. 4 đường. D. 2 đường.

Lời giải.

- $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

- $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = +\infty$ nên đường thẳng $\Delta_1 : x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = 1$ nên đường thẳng $\Delta_2 : x = 2$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x^2-3x+2} = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 1213. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$					$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng bao nhiêu?

A. $y_{CD} = 2$.

B. $y_{CD} = 0$.

C. $y_{CD} = 5$.

D. $y_{CD} = -1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1214.

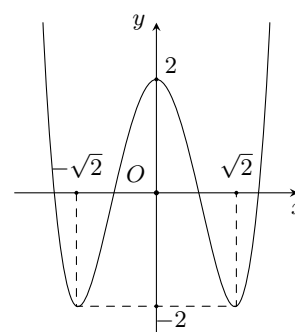
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; \sqrt{2})$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(\sqrt{2}; +\infty)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta thấy trên khoảng $(0; \sqrt{2})$ đồ thị đi xuống nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng đó.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1215. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hai đường tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{2x-1}{3x^2-3x+2}$.

B. $y = \frac{x-1}{3x^2-10x+3}$.

C. $y = \frac{x+1}{x^2+x}$.

D. $y = \frac{5x^2-3x-2}{x^2-4x+3}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{x-1}{3x^2-10x+3}$. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} y = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty.$$

Do đó hàm số $y = \frac{x-1}{3x^2-10x+3}$ có hai đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1216. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x^2 + 2x - 1 \leq 0 \\ x^3 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$ là

A. $[-1; 0)$.

B. $\left[-1; \frac{1}{3}\right]$.

C. $\left[0; \frac{1}{3}\right]$.

D. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Ta có: $3x^2 + 2x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{3}$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-1; \frac{1}{3}\right]$ như sau:

x	-1	$\frac{1}{3}$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	5	$\frac{1}{27}$

Vậy $f(x) > 0, \forall x \in \left[-1; \frac{1}{3}\right]$, nên hệ bất phương trình có nghiệm $x \in \left[-1; \frac{1}{3}\right]$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1217. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{3x - 2} < 4$ là

A. $[1; 2)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $[2; 3]$.

D. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq 1$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2} + \sqrt{3x - 2}$, ta có $f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x-2}} + \frac{3}{2\sqrt{3x-2}} > 0, \forall x > 1$.

Vậy $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $f(x) < f(2) \Leftrightarrow x < 2$. Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm $x \in [1; 2)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1218. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận là

A. $m = -1$.

B. $m = 1$ hoặc $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. mọi giá trị thực của m .

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng nên $x = m$ là một nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$ suy ra $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1219. Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Chu vi của tam giác ABC là

A. $2 - \sqrt{2}$.

B. $1 + \sqrt{2}$.

C. 2.

D. $2 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$, khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			1			$+\infty$
			0		0		

Suy ra các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-1; 0), B(0; 1), C(1; 0)$, khi đó $AB = BC = \sqrt{2}$, $AC = 2$. Vậy chu vi tam giác ABC là $2 + 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1220.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số là

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

A. $x = -1$.

B. $x = 2$.

C. $y = 4$.

D. $y = 0$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại $y = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1221.

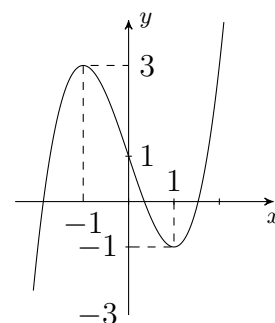
Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm sau?

A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.



Lời giải.

Đồ thị đi qua các điểm $(-1; 3)$ và $(1; -1)$ nên chọn hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1222. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 3$ có đúng hai điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty; -2) \cup (1; \infty)$.

B. $m \in (-1; 2)$.

C. $m \in (-\infty; -1) \cup (2; \infty)$.

D. $m \in (-2; 1)$.

Lời giải.

Hàm số có đạo hàm $y' = x^2 - 2mx + m + 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup (2; \infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1223.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	0	-3	$+\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = 1$ có 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1224. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ D. $a > 0; b^2 - 3ac \leq 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

— Khi $a = 0, b = 0, c > 0$ thì $y' = c > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

— Khi $a \neq 0$, yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1225. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 10$ trên đoạn $[-3; 1]$.

- A. 12. B. 72. C. 64. D. 10.

Lời giải.

Hàm số liên tục trên $[-3; 1]$. Ta có $y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-3; 1] \\ x = 2 \notin [-3; 1] \end{cases}$.

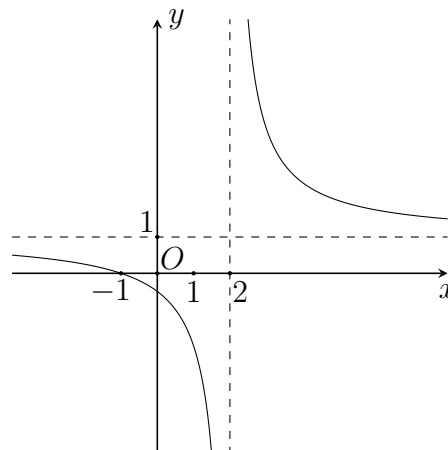
Ta có $y(-3) = 64, y(0) = 10, y(1) = 12$. Suy ra, $\max_{[-3; 1]} y = y(-3) = 64$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1226.

Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a + b$.

- A. $T = 0$. B. $T = 2$. C. $T = -1$. D. $T = 3$.



Lời giải.

Nhận thấy, $x = 2, y = 1$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Suy ra, $\begin{cases} \frac{2}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 1 \end{cases}$. Vậy $T = a + b = 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1227. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(1-x)(x+3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

Lời giải.

Lập BBT của hàm số. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$; nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1228. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Nếu $f''(x_0) > 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
- B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$.
- C. Nếu $f''(x_0) = 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số.
- D. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

Lời giải.

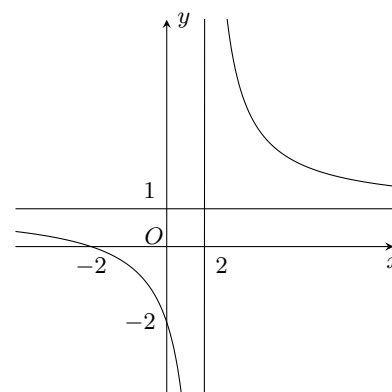
- "Nếu $f''(x_0) > 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 " sai, vì nếu $f''(x_0) > 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 .
- "Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$ " sai, ví dụ $f(x) = |x|$ có cực tiểu tại $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại $x = 0$.
- "Nếu $f''(x_0) = 0$ và $f'(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số" sai, ví dụ hàm $y = x^4$ có $f''(0) = 0$ và $f'(0) = 0$ nhưng $x = 0$ là điểm cực trị của hàm số.
- "Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 ", đúng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1229.

Tìm giá trị của a, b để hàm số $y = \frac{ax+2}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- A. $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$



Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow b = 1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1 \Rightarrow a = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1230. Hàm số $y = 2x^4 + x - 2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. B. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải.

$$y' = 8x^3 + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

Từ đó suy ra hàm số đồng biến trên $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1231. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị (C) , tiếp tuyến của (C) có hệ số góc đạt giá trị bé nhất khi nào?

- A. $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\frac{b}{3a}$. B. $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$.
C. $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$. D. $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\frac{b}{3a}$.

Lời giải.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + 2; y'' = 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}, y' \text{ đạt GTNN khi } a > 0, y'' = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1232. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$+\infty$	-1	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	2	-2	2	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $m \in (-1; 3) \setminus \{0; 2\}$. B. $m \in [-1; 3] \setminus \{0; 2\}$.
C. $m \in (-1; 3)$. D. $m \in (-2; 2)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < f(m) < 2$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta nhận thấy $-2 < f(x) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ x \neq 0; x \neq 2 \end{cases}$.

Vậy phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-1; 3) \setminus \{0; 2\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1233. Tìm các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x - m^2}{x - 3m + 2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

- A. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 1)$.
C. $m \in (1; 2)$. D. $m \in (2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x - m^2}{x - 3m + 2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ khi

$$\begin{cases} y' > 0 \\ 3m - 2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 > 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Chọn đáp án 



ĐÁP ÁN

410. B	411. C	412. C	413. A	414. D	415. A	417. A	418. A	419. A	420. B
421. D	422. A	423. A	424. B	425. A	426. D	427. D	428. C	429. B	430. D
431. A	432. C	433. C	434. A	435. D	436. C	437. B	438. A	439. A	440. A
441. A	442. D	443. D	444. C	445. A	446. D	447. B	448. D	449. A	450. C
451. A	452. C	453. C	454. D	455. B	456. C	457. C	458. B	459. B	460. D
461. A	462. D	463. D	464. D	465. A	466. B	467. B	468. C	469. B	470. C
471. B	472. D	473. B	474. B	475. C	476. A	477. B	478. C	479. B	480. D
481. C	482. B	483. B	484. C	485. B	486. D	487. C	488. C	489. B	490. B
491. B	492. D	493. C	494. B	495. B	496. B	497. A	498. B	499. D	500. D
501. A	502. D	503. A	504. D	505. B	506. C	507. C	508. B	509. D	510. D
511. A	512. A	513. D	514. D	515. D	516. D	517. B	518. B	519. C	520. D
521. A	522. A	523. B	524. C	525. C	526. D	527. D	529. C	530. B	531. D
532. A	534. C	536. A	537. C	538. D	539. A	540. B	541. D	542. B	543. D
544. A	545. C	546. D	547. B	548. A	549. D	550. A	551. B	552. B	553. A
554. A	555. A	556. A	557. D	558. A	559. D	560. D	561. A	562. B	563. B
564. B	565. D	566. C	567. C	568. D	569. B	570. A	571. B	572. A	573. B
574. B	575. A	576. A	577. B	578. C	579. D	580. B	581. A	582. D	583. C
584. B	585. A	586. C	587. C	588. C	589. C	590. D	591. C	592. B	593. B
594. A	595. B	596. B	597. D	598. C	599. A	600. D	601. A	602. B	603. A
604. B	605. B	606. B	607. A	608. C	609. C	610. B	611. A	612. A	613. B
614. A	615. C	616. B	617. B	618. D	619. B	620. D	621. A	622. D	623. B
624. D	625. A	626. D	627. D	628. A	629. A	630. C	631. C	632. B	633. D
634. A	635. D	636. B	637. D	638. C	639. D	640. C	641. B	642. A	643. B
644. B	645. D	646. C	647. A	648. B	649. A	650. D	651. A	652. C	653. C
654. B	655. C	656. B	657. D	658. B	659. B	660. A	661. C	662. C	663. D
664. A	665. B	666. A	667. D	668. A	669. B	670. A	671. A	672. A	673. B
674. D	675. A	676. A	677. B	678. C	679. D	680. B	681. D	682. B	683. B
684. A	685. C	686. B	687. D	688. D	689. D	691. A	693. D	694. D	695. D
696. A	697. D	698. B	699. D	700. C	701. D	702. B	704. C	705. D	706. C
707. C	708. C	709. A	710. D	711. B	712. A	713. C	714. D	715. D	716. B
717. C	718. A	719. D	720. D	721. A	722. B	723. A	724. C	725. C	726. B
727. C	728. B	729. D	730. D	731. D	732. C	733. C	734. A	735. B	736. C
737. D	738. C	739. B	740. A	741. B	742. D	743. D	744. D	745. A	746. A
747. D	748. A	749. A	750. C	751. A	752. D	753. C	754. C	755. C	756. A
757. C	758. B	759. D	760. C	761. D	762. D	763. D	764. D	765. C	766. D
767. C	768. D	769. B	770. B	771. C	772. B	773. D	774. B	775. B	776. D
777. D	778. C	779. C	780. A	781. A	782. D	783. D	784. A	785. C	786. B
787. D	788. D	789. A	790. D	791. C	792. C	793. C	794. C	795. A	796. C
797. A	798. D	799. A	800. C	801. A	802. A	803. B	804. D	805. D	806. A
807. D	808. B	809. A	810. C	811. A	812. B	813. B	814. A	815. D	816. D
817. C	818. A	819. C	820. D	821. C	822. A	823. C	824. C	825. A	826. A

827. A	828. B	829. A	830. A	831. C	832. D	833. A	834. D	835. D	836. D
837. C	838. C	839. D	840. B	841. C	842. A	843. B	844. B	845. B	846. A
847. C	848. C	849. D	850. C	851. A	852. D	853. A	854. B	855. A	856. B
857. A	858. A	859. A	860. D	861. C	862. D	863. B	864. A	865. B	866. B
867. A	868. A	869. C	870. A	871. B	872. D	873. B	874. D	875. D	876. B
877. C	878. C	879. B	880. B	881. D	882. D	883. C	884. A	885. C	886. B
887. D	888. C	889. B	890. A	891. C	892. D	893. A	894. B	895. A	896. A
897. B	898. A	899. B	900. C	901. B	902. A	903. C	904. D	905. B	906. A
907. A	908. C	909. C	910. D	911. C	912. C	913. D	914. C	915. A	916. C
917. C	918. D	919. B	920. C	921. B	922. A	923. A	924. A	925. A	926. A
927. A	928. B	929. B	930. C	931. C	932. B	933. A	934. D	935. C	936. B
937. D	938. D	939. C	940. D	941. B	942. C	943. B	944. A	945. D	946. B
947. A	948. A	949. B	950. A	951. B	952. D	953. D	954. C	955. A	956. B
957. C	958. C	959. B	960. A	961. A	962. B	963. D	964. A	965. C	966. B
967. B	968. B	969. B	970. B	971. C	972. D	973. B	974. C	975. C	976. A
977. B	978. A	979. A	980. B	981. C	982. A	983. B	984. A	985. B	986. B
987. D	988. A	989. A	990. C	991. B	992. D	993. C	994. D	995. B	996. A
997. C	998. A	999. A	1000.A	1001.C	1002.B	1003.A	1004.B	1005.D	1006.B
1007.D	1008.C	1009.C	1010.C	1011.B	1012.B	1013.D	1014.D	1015.B	1016.D
1017.D	1018.A	1019.B	1020.D	1021.D	1022.B	1023.A	1024.D	1025.B	1026.D
1027.C	1028.A	1029.C	1030.A	1031.A	1032.B	1033.B	1034.A	1035.A	1036.A
1037.C	1038.C	1039.B	1040.B	1041.C	1042.A	1043.D	1044.C	1045.B	1046.A
1047.D	1048.C	1049.C	1050.A	1051.C	1052.D	1053.B	1054.A	1055.B	1056.A
1057.D	1058.D	1059.D	1060.B	1061.B	1062.C	1063.C	1064.D	1065.B	1066.B
1067.C	1068.C	1069.C	1070.D	1071.A	1072.A	1073.A	1074.A	1075.B	1076.A
1077.B	1078.C	1079.C	1080.C	1081.B	1082.D	1083.D	1084.B	1085.D	1086.D
1087.C	1088.C	1089.D	1090.A	1091.C	1092.A	1093.B	1094.B	1095.D	1096.C
1097.C	1098.B	1099.B	1100.D	1101.D	1102.B	1103.D	1104.A	1105.B	1106.D
1107.B	1108.B	1109.A	1110.C	1111.C	1112.A	1113.A	1114.C	1115.C	1116.A
1117.D	1118.C	1119.A	1120.C	1121.C	1122.A	1123.B	1124.B	1125.A	1126.A
1127.C	1128.A	1129.D	1130.A	1131.D	1132.D	1133.B	1134.C	1135.C	1136.A
1137.B	1138.B	1139.C	1140.C	1141.D	1142.B	1143.B	1144.D	1145.B	1146.B
1147.D	1148.D	1149.A	1150.C	1151.D	1152.B	1153.A	1154.C	1155.D	1156.B
1157.B	1158.A	1159.B	1160.C	1161.C	1162.D	1163.B	1164.C	1165.C	1166.A
1167.C	1168.B	1169.B	1170.A	1171.B	1172.C	1173.B	1174.A	1175.B	1176.D
1177.C	1178.D	1179.D	1180.C	1181.B	1182.B	1183.C	1184.C	1185.C	1186.B
1187.A	1188.B	1189.D	1190.C	1191.D	1192.C	1193.C	1194.B	1195.A	1196.A
1197.B	1198.A	1199.A	1200.B	1201.D	1202.C	1203.D	1204.B	1205.A	1206.B
1207.D	1208.B	1209.B	1210.A	1211.B	1212.D	1213.C	1214.A	1215.B	1216.B
1217.A	1218.B	1219.D	1220.C	1221.A	1222.C	1223.D	1224.C	1225.C	1226.D
1227.D	1228.D	1229.C	1230.B	1231.C	1232.A	1233.D			

NỘI DUNG CÂU HỎI

3 Mức độ vận dụng thấp

Câu 1234. Cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$. Giá trị của m để hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ là?

A. $m > 2$.B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.C. $m \leq -2$.D. $m < -2$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số $x \neq -m$.

$$\text{Đạo hàm } y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$y' > 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ -m \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Vậy khi $m > 2$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1235. Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + \frac{3}{2}$. Giá trị thực của m để phương trình $\left| 2x^4 - 4x^2 + \frac{3}{2} \right| = m^2 - m + \frac{1}{2}$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt là

A. $0 \leq m \leq 1$.B. $0 < m < 1$.C. $0 < m \leq 1$.D. $0 \leq m < 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^3 - 8x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên của hàm số sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, phương trình $\left| 2x^4 - 4x^2 + \frac{3}{2} \right| = m^2 - m + \frac{1}{2}$ có đúng 8 nghiệm thực

$$\text{phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m + \frac{1}{2} > 0 \\ m^2 - m + \frac{1}{2} < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1236. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} - \sqrt{(x-1)(5-x)} + 5$ là

A. Không tồn tại.

B. 0.

C. 7.

D. $3 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $1 \leq x \leq 5$.

Đặt $t = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$, $t \geq 0$.

$$\text{Ta có } t^2 = 4 + 2\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{5-x} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(5-x)} = \frac{t^2 - 4}{2}.$$

$$\text{Do } \sqrt{(x-1)(5-x)} \geq 0, \forall x \in [1; 5] \text{ nên } \frac{t^2 - 4}{2} \geq 0 \Rightarrow t \geq 2.$$

$$t = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow t \in [2; 2\sqrt{2}].$$

Khi đó ta có hàm số $g(t) = t - \frac{t^2 - 4}{2} + 5 = \frac{-t^2 + 2t + 14}{2}$ với $t \in [2; 2\sqrt{2}]$.

Ta có $g'(t) = -t = 1 < 0, \forall t \in [2; 2\sqrt{2}]$ suy ra $\max_{t \in [2; 2\sqrt{2}]} g(t) = g(2) = 7$.

$$\text{Vậy } \max_{x \in [1; 5]} f(x) = 7 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(5-x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1237. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+1}$. Xác định m để đường thẳng $y = mx + m - 1$ luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị.

A. $m < 1$.

B. $m > 0$.

C. $m < 0$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } \frac{x+2}{2x+1} = mx + m - 1 \Rightarrow 2mx^2 + 3(m-1)x + m - 3 = 0 \quad (1).$$

Để đường thẳng luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < -\frac{1}{2} < x_2$ (2).

$$(1) \text{ có hai nghiệm phân biệt } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \neq 0 \\ m^2 + 6m + 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -3. \end{cases}$$

$$\text{Theo định lý Vi-et, ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{3(m-1)}{2m} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{2m}. \end{cases}$$

Do đó

$$\begin{aligned} (2) &\Leftrightarrow (2x_1 + 1)(2x_2 + 1) < 0 \\ &\Leftrightarrow 4x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow 4 \cdot \frac{m-3}{2m} + 2 \cdot \left(-\frac{3(m-1)}{2m}\right) + 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{4m - 12 - 6m + 6 + 2m}{2m} < 0 \\ &\Leftrightarrow -\frac{6}{2m} < 0 \\ &\Leftrightarrow m > 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1238. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Tính tổng $m - 2n$.

A. 0.

B. -3.

C. -9.

D. 6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3} = n - 3, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3} = n - 3.$$

Do đó để đồ thị hàm số nhận trục Ox làm tiệm cận ngang thì $n - 3 = 0 \Leftrightarrow n = 3$.

Khi đó hàm số đã cho trở thành $y = \frac{-2014}{x + m + 3}$, ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2014}{x + m + 3}$ không xác định khi $m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

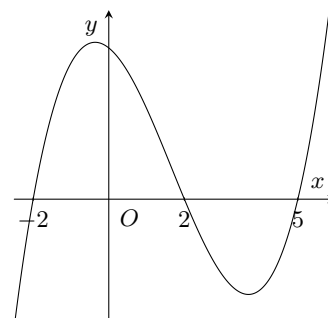
Suy ra $m - 2n = -9$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1239.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-1; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2) \cup (5; +\infty)$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; 5)$.

Xét hàm số $y = f(3 - 2x)$ có $y' = -2 \cdot f'(3 - 2x)$.

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow -2 \cdot f'(3 - 2x) < 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 3 - 2x < 2 \\ 3 - 2x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2} \\ x < -1 \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$.

Chọn đáp án **C**

□

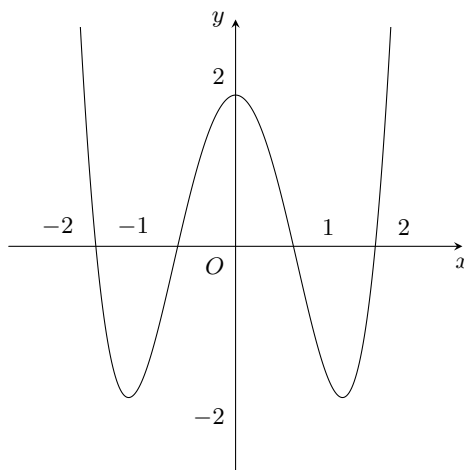
Câu 1240. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có dạng hình vẽ bên. Tính tổng tất cả giá trị nguyên của m để hàm số $y = |f(x) - 2m + 5|$ có 7 điểm cực trị.

A. 6.

B. 3.

C. 5.

D. 2.



Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = f(x) - 2m + 5$ có được bằng cách tịnh tiến theo trục Oy là $-2m + 5$ đơn vị.

Muốn đồ thị $y = |f(x) - 2m + 5|$ có đủ 7 cực trị thì đồ thị hàm số $y = f(x) - 2m + 5$ phải cắt Ox như vậy thì $-2 < -2m + 5 < 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < \frac{7}{2}$ do m nguyên nên chọn $m = 2; m = 3$. Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1241. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x - 2)^4(x - 1)(x + 3)\sqrt{x^2 + 3}$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

A. 1.

B. 2.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

$$f'(x) = (x-2)^4(x-1)(x+3)\sqrt{x^2+3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(\text{nghiệm boi chan}) \\ x = 1(\text{nghiệm don}) \\ x = -3(\text{nghiệm don}) \end{cases}$$

 $\Rightarrow$ Hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1242. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (m+1)x + 1$ và $y = 2x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ để hai đồ thị của hai hàm số trên cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

A. 9.

B. 10.

C. 1.

D. 11.

Lời giải.Giả sử hàm số $y = x^3 + x^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C) và $d: y = 2x + 1$ Hoành độ giao điểm của (C) và d là nghiệm PT: $x^3 + x^2 + (m+1)x + 1 = 2x + 1$ (1)

$$\Leftrightarrow x^3 + x^2 + (m-1)x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + x + m - 1 = 0(2) \end{cases}$$

Đặt $f(x) = x^2 + x + m - 1$ d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt $x \neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 4m > 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{5}{4} \\ m \neq 1 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $m \in (-10; 10)$ ta được $m \in \left(-10; \frac{5}{4}\right) \setminus \{1\}$ Do m nguyên nên có 10 giá trị thỏa mãn.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1243. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3(m+2)^2$. Đồ thị của hàm số trên có ba cực trị tạo thành tam giác đều. Tìm mệnh đề đúng.

A. $m \in (-1; 0)$.B. $m \in (0; 1)$.C. $m \in (1; 2)$.D. $m \in (-2; -1)$.**Lời giải.**Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+2)x$.Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4x^3 - 4(m+2)x = 0$ có 3 nghiệm phân biệt (1)

$$\text{Lại có } 4x^3 - 4(m+2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m+2 \end{cases}$$

Do đó (1) $\Leftrightarrow m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$ (*)

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m+2} \end{cases}$$

Gọi ba điểm cực trị đó là $A(0; 3(m+2)^2)$, $B(\sqrt{m+2}; 2(m+2)^2)$, $C(-\sqrt{m+2}; 2(m+2)^2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (\sqrt{m+2}; -(m+2)^2) \\ \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m+2}; -(m+2)^2) \\ \overrightarrow{BC} = (-2\sqrt{m+2}; 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{m+2} + (m+2)^4 \\ AC = \sqrt{m+2} + (m+2)^4 \\ BC = 2\sqrt{m+2} \end{cases}$$

Như vậy $AB = AC$ nên ta chỉ cần ép cho $AB = BC$

$$\Rightarrow m + 2 + (m + 2)^4 = 4(m + 2) \Leftrightarrow (m + 2)^4 = 3(m + 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \sqrt[3]{3} - 2 \end{cases}$$

Kết hợp với (*) ta được $m = \sqrt[3]{3} - 2$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1244. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(3m + 1)x^2 + 6(2m^2 + m)x - 12m^2 + 3m + 1$. Tính tổng tất cả giá trị nguyên dương của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$y' = 6x^2 - 6(3m + 1)x + 6(2m^2 + m).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = 2m + 1 \end{cases}$$

Vì m nguyên dương nên $m < 2m + 1$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3) \Leftrightarrow m \leq 1 < 3 \leq 2m + 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1245. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}-2)}{x^2-4x+3}$.

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = (1; +\infty) \setminus \{3\}$

Dễ thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}-2)}{x^2-4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}+2)} = 0$ Nên hs có 1 tiệm cận ngang

Lại có

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}-2)}{x^2-4x+3} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}+2)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^\pm} y = \lim_{x \rightarrow 3^\pm} \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}-2)}{x^2-4x+3} = \lim_{x \rightarrow 3^\pm} \frac{1}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{4\sqrt{2}}$$

Nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng. Vậy đồ thị hs có 2 tiệm cận.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1246. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m+3)x + m - 4$. Tìm m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. $-3 < m < -1$.

B. $m > 1$.

C. $m > 4$.

D. $m > 0$.

Lời giải.

Có $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn. Nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Xét $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m+3)x + m - 4$. Có $f'(x) = x^2 - 2(m+1)x + (m+3)$.

Hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow y = f(x)$ có 2 điểm cực trị có hoành độ dương.

$\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 > 0; x_2 > 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 2 > 0 \\ m + 1 > 0 \\ m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty) \\ m > -1 \\ m > -3. \end{cases}$$

$\Leftrightarrow m > 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1247. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m_0 \in (-1; 7)$. B. $m_0 \in (-15; -7)$. C. $m_0 \in (7; 10)$. D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi y' có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

Khi đó x_1, x_2 là 2 nghiệm của y' . Theo định lý Vi-ét ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \frac{m}{3}. \end{cases}$$

Theo đề bài ra $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9$.

Vậy $m_0 = -9$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1248. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 5 của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m - 1)x^2 + (2m - 3)x - \frac{2}{3}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m - 1)x^2 + (2m - 3)x - \frac{2}{3}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' = x^2 + 2(m - 1)x + (2m - 3) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq -2mx - 2m, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq -2m(x + 1), \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} \geq -2m, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow x - 3 \geq -2m, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \geq 1.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}, m < 5 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}$. Suy ra có 4 giá trị của tham số m .

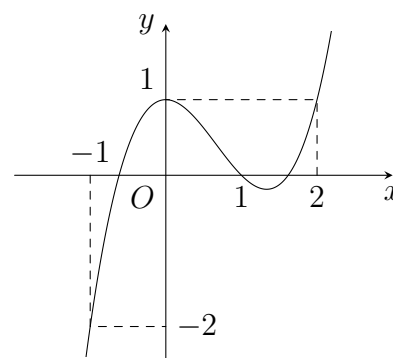
Chọn đáp án (D) □

Câu 1249.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào?

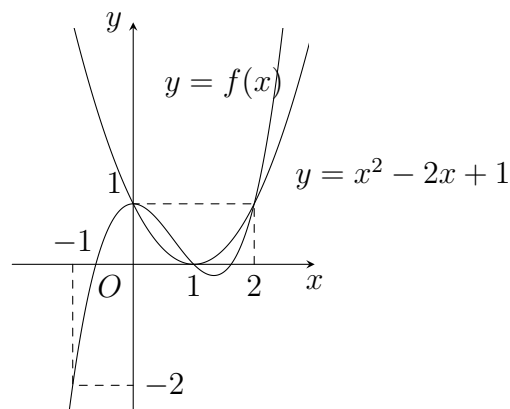
- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.



Lời giải.

Ta có: $g'(x) = f'(x) - x^2 + 2x - 1$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \text{ (như hình vẽ).} \\ x = 2 \end{cases}$$



Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	+

Từ bảng xét dấu của $g'(x)$ suy ra hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1250. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+3)x^2 + 18mx - 8$ tiếp xúc với trục hoành?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho tiếp xúc với trục hoành khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} 2x^3 - 3(m+3)x^2 + 18mx - 8 = 0 & (1) \\ 6x^2 - 6(m+3)x + 18m = 0 & (2). \end{cases}$$

$$\text{Từ (2) ta có: } x^2 - (m+3)x + 3m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = m. \end{cases}$$

$$\text{Với } x = 3 \text{ ta thay vào (1) ta có } 54 - 27(m+3) + 54m - 8 = 0 \Leftrightarrow 27m = 35 \Leftrightarrow m = \frac{35}{27}.$$

$$\text{Với } x = m \text{ ta thay vào (1) ta có } 2m^3 - 3m^2(m+3) + 18m^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow m^3 - 9m^2 + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(m^2 - 8m - 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 - 2\sqrt{6} \\ m = 4 + 2\sqrt{6}. \end{cases}$$

Vậy chỉ có một giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn điều kiện đề bài là $m = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1251. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để hàm số $y = f(x) = \frac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -14)$. Tính tổng T của các phần tử trong S ?

A. $T = -10$.

B. $T = -9$.

C. $T = -6$.

D. $T = -5$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3m-2\}$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{-5m+5}{(x-3m+2)^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Hàm số đồng biến trên } (-\infty; -14) &\Leftrightarrow \begin{cases} -5m + 5 > 0 \\ 3m - 2 \notin (-\infty; -14) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 3m - 2 \geq -14 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \geq -4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow -4 \leq m < 1. \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-4; -3; -2; -1; 0\} \Rightarrow T = -4 - 3 - 2 - 1 = -10$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1252. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đạt cực đại tại 0 là

- A. $m = 1$. B. $m = 1$ hoặc $m = 2$. C. $m = 6$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Phương pháp:

Tính y' và y'' .

Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow m = m_i, i = 1, 2, \dots$

Với các giá trị m_i tính $y''(x_0)$.

+ Nếu $y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

+ Nếu $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

+ Nếu $y''(x_0) = 0$ chưa kết luận gì, ta sẽ thay giá trị $m = m_i$ tương ứng vào hàm số kiểm tra.

Cách giải:

$$y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 5.$$

$$\Rightarrow y' = x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2.$$

$$\Rightarrow y'' = 2x - 2(m-1).$$

$$\text{Ta có } y'(0) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}.$$

+) Với $m = 1$ ta có $y''(0) = 0$ chưa thể kết luận nên ta thay $m = 1$ vào đề bài được $y = \frac{1}{3}x^3 + 5$ hàm này không có cực trị nên $m = 1$ loại.

+) Với $m = 2$ ta có $y''(0) = -2 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. Vậy $m = 2$ nhận.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1253. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \tan x$.

B. $y = \frac{x}{x+1}$.

C. $y = (x^2 - 1)^2 - 3x + 2$.

D. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Hàm số $y = f(x)$ có:

+ Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

+ $y' \geq 0, \forall x$ và $y' = 0$ tại hữu hạn điểm.

Cách giải:

$$y = \tan x: \text{ loại vì } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$y = \frac{x}{x+1}$: loại vì $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$y = (x^2 - 1)^2 - 3x + 2$: loại vì $y' = 2.2x(x^2 - 1) - 3 = 4x^3 - 4x - 3$ có khoảng mang dấu dương, có khoảng mang dấu âm.

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$: thỏa mãn vì $y' = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}(x^2 + 1)} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1254. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có cực đại, cực tiểu.

B. Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có cực trị.

C. Hàm số $y = -2x + 1 + \frac{1}{x+2}$ không có cực trị.

D. Hàm số $y = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ có 2 cực trị.

Lời giải.

Phương pháp:

Quy tắc 1:

- Tìm TXD của hàm số.
- Tính $f'(x)$. Tìm các điểm mà tại đó $f'(x) = 0$ hoặc không xác định.
- Lập bảng xét dấu $f'(x)$.
- Đưa ra kết luận về cực trị.

Quy tắc 2:

- Tìm TXD của hàm số.
- Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm các nghiệm $x_i, i = 1, 2, 3, \dots$
- Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$.
- Dựa vào dấu $f''(x_i)$ đưa ra kết luận về cực trị.

Cách giải:

+) $y = -x^3 + 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có cực đại, cực tiểu.

+) $y = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \Rightarrow$ Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ không có cực trị.

Vậy, khẳng định ở câu B là sai.

+) $y = -2x + 1 + \frac{1}{x+2}, (\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}) \Rightarrow y' = -2 - \frac{1}{(x+2)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow$ Hàm số $y = -2x + 1 + \frac{1}{x+2}$ không có cực trị.

+) $y = x - 1 + \frac{1}{x-1}, (\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}) \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in \mathcal{D} \\ x = 2 \in \mathcal{D} \end{cases}$.

Dễ dàng kiểm tra $y' = 0$ đổi dấu tại $x = 0; x = 2$. Suy ra hàm số $y = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ có 2 cực trị.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1255. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba cực trị, đồng thời ba điểm cực trị với gốc tọa độ tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của S .

A. 3.

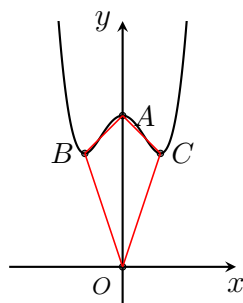
B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.**Phương pháp:**

Sử dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4m^2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m \\ x = -m. \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì $m \neq 0$.

Khi đó, tọa độ ba điểm cực trị là: $A(0; m^4 + 5)$, $B(-m; 5)$, $C(m; 5)$.

Dễ dàng chứng minh: $\triangle ABO = \triangle ACO \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$.

Mà tứ giác $ABOC$ nội tiếp, nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ$.

Khi đó

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow (-m) \cdot (-m) + (-m^4) \cdot 5 = 0 - 5m^4 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2(1 - 5m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (ktm)} \\ m = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ (tm)}. \end{cases}$$

Vậy tập hợp S tất cả các giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài có 2 phần tử là $\pm \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1256. Cho hàm số $y = \frac{mx + 2}{2x + m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. Tìm số phần tử của S .

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}. \quad y' = \frac{m^2 - 4}{(2x + m)^2}.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} \frac{-m}{2} \leq 0 \\ \frac{-m}{2} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1257. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x + 1 - \sqrt{x + 1}}{x^2 + 2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định: $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x + 1 - \sqrt{x + 1}}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} - \sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}}}{1 + \frac{2}{x}} = 0$$

$\Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 1 - \sqrt{x+1}}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5x+1)^2 - x - 1}{(x^2 + 2x)(5x+1 + \sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x^2 + 9x}{(x^2 + 2x)(5x+1 + \sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x + 9}{(x-2)(5x+1 + \sqrt{x+1})} = \frac{-9}{4}$$

$\Rightarrow x = 0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 1 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1258. Tính tổng bình phương giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 1]$?

A. 121.

B. 64.

C. 73.

D. 22.

Lời giải.

Ta có $y' = (x^4 + 4x^2 + 3)' = 4x^3 + 8x$.

Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in (-1; 1)$.

Đặt $m = \min_{[-1;1]} y$; $M = \max_{[-1;1]} y$.

Do $y(-1) = y(1) = 8$; $y(0) = 3$ nên $M = \max_{[-1;1]} y = y(\pm 1) = 8$; $m = \min_{[-1;1]} y = y(0) = 3$.

$$\Leftrightarrow M^2 + m^2 = 8^2 + 3^2 = 73.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1259. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2x + \sqrt{8 - 2x^2}$ trên tập xác định của nó?

A. $M = 2\sqrt{5}$.

B. $M = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

C. $M = 2\sqrt{6}$.

D. $M = 4$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số: $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

$$\text{Ta có } y' = 2 + \frac{-2x}{\sqrt{8-2x^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{8-2x^2} = x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 8 - 2x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 8 = 3x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3} \in [-2; 2].$$

$$y(-2) = -4; y(2) = 4; y\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = 2\sqrt{6}.$$

Vậy giá trị lớn nhất M của hàm số là $M = 2\sqrt{6}$. Chọn C.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1260. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{2x + m + 1}{x + m + 1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -4)$ và $(11; +\infty)$?

A. 13.

B. 12.

C. Vô số.

D. 14.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } x \neq -m + 1, y' = \frac{m-3}{(x+m-1)^2}.$$

Để hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -4)$ và $(11; +\infty)$ thì hàm số phải xác định trên mỗi khoảng $(-\infty; -4)$ và $(11; +\infty)$, $\Rightarrow -4 \leq -m + 1 \leq 11 \Leftrightarrow -10 \leq m \leq 5$.

Khi đó để hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -4)$ và $(11; +\infty)$ thì $m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < 3$, lấy giao với $-10 \leq m \leq 5 \Rightarrow -10 \leq m < 3$.

Từ đó có các giá trị nguyên của $m \in \{-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$.

Suy ra đáp án A.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1261. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{(3m+2)x^2}{2} + (2m^2+3m+1)x + m - 2$ (1). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số (1) có cực đại, cực tiểu x_{CD}, x_{CT} sao cho $3x_{CD}^2 = 4x_{CT}$. Khi đó, tổng các phần tử của tập S bằng

A. $S = \frac{-4 - \sqrt{7}}{6}$. B. $S = \frac{4 + \sqrt{7}}{6}$. C. $S = \frac{-4 + \sqrt{7}}{6}$. D. $S = \frac{4 - \sqrt{7}}{6}$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - (3m+2)x + (2m^2+3m+1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m+1 \\ x = m+1 \end{cases}$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi chỉ khi $m \neq 0$.

— Trường hợp $m > 0$. Khi đó, $x_{CD} = m+1$, $x_{CT} = 2m+1$.

Ta có $3x_{CD}^2 = 4x_{CT} \Leftrightarrow 3(m+1)^2 = 4(2m+1) \Leftrightarrow 3m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (nhận)} \\ m = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$.

— Trường hợp $m < 0$. Khi đó, $x_{CD} = 2m+1$, $x_{CT} = m+1$.

Ta có $3x_{CD}^2 = 4x_{CT} \Leftrightarrow 3(2m+1)^2 = 4(m+1) \Leftrightarrow 12m^2 + 8m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-2 + \sqrt{7}}{6} \text{ (loại)} \\ m = \frac{-2 - \sqrt{7}}{6} \text{ (nhận)} \end{cases}$.

Vậy $S = \{1; \frac{-2 - \sqrt{7}}{6}\}$. Do đó, tổng $1 + \frac{-2 - \sqrt{7}}{6} = \frac{4 - \sqrt{7}}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1262. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$ là

A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = 1$.

Do đó hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = -\infty$.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = +\infty$.

Do đó hàm số có hai tiệm cận ngang là $x = 1$ và $x = 2$.

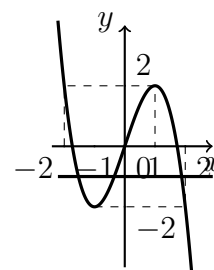
Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1263.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 B. Nếu $|m| > 2$ thì phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất.
 C. Hàm số $y = f(x)$ có cực tiểu bằng -1 .
 D. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 2.



Lời giải.

Đáp án A: đúng.

Đáp án B: Với $m > 2$ hoặc $m < -2$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại một điểm duy nhất nên B đúng.

Đáp án C: Hàm số đạt cực tiểu tại chứ không phải đạt cực tiểu bằng -1 nên C sai.

Đáp án D: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ đạt được bằng 2 tại $x = -2$ nên D đúng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1264. Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m \in [-1; 1]$.

B. $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

D. $m \in (-1; 1)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho là hàm số bậc ba có $a = 1 > 0$, có $y' = 3x^2 - 6mx + 3$. Do đó y đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu và chỉ nếu phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 9m^2 - 9 \leq 0.$$

$$\text{Vậy } m \in [-1; 1].$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1265. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 ?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq m$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x - m)^2}$ nhận thấy $m^2 - m + 2 > 0$ với mọi m nên $y' > 0$ với mọi m .

Hay hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Để hàm số đạt GTLN trên $[0; 4]$ thì $m \in \mathbb{R} \setminus [0; 4] \Rightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. Suy ra $\max_{x \in [0; 4]} y(4) = \frac{4 - m^2 - 2}{4 - m}$.

$$\text{Theo bài ra ta có } \frac{4 - m^2 - 2}{4 - m} = -1 \Rightarrow m^2 + 2 = m - 4 \Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (loại)} \\ m = -3. \end{cases}$$

Vậy có một giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1266. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

A. $(-\infty; 0]$.

B. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ tương đương

$$\begin{aligned} y' &= -3x^2 - 12x + 4m - 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1) \\ \Leftrightarrow 4m &\leq 3x^2 + 12x + 9, \forall x \in (-\infty; -1). \end{aligned}$$

Đặt $g(x) = 3x^2 + 12x + 9 \Rightarrow g'(x) = 6x + 12$, suy ra $\min_{(-\infty; -1]} g(x) = g(-2) = -3$.

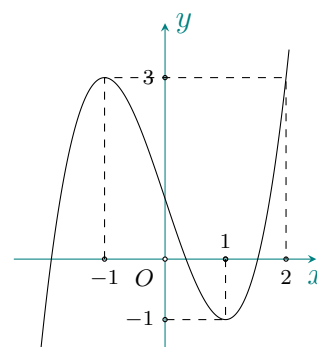
$$\text{Vậy } 4m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1267.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là

- A. $[-1; 3)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; 3)$. D. $[-1; 1)$.

**Lời giải.**

Đặt $t = \sin x$, với $x \in (0; \pi)$ thì $t \in (0; 1]$.

Do đó phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 1]$.

Quan sát đồ thị ta suy ra điều kiện của tham số m là $m \in [-1; 1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1268. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3f'(x+2) - 3x^2 + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x+2) - x^2 + 1 = 0$ (1)

Đặt $t = x + 2$, khi đó (1) $\Leftrightarrow f'(t) + (-t^2 + 4t - 3) = 0$ Để hàm số đồng biến thì $y' > 0$

Ta chọn t sao cho

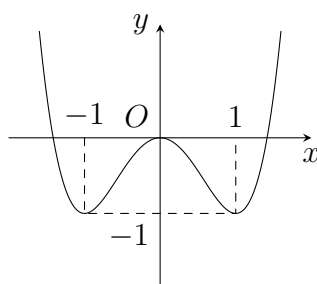
$$\begin{aligned} \begin{cases} f'(t) > 0 \\ -t^2 + 4t - 3 > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 1 < t < 2 \vee 2 < t < 3 \vee t > 4 \\ 1 < t < 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 1 < t < 2 \\ 2 < t < 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ 0 < x < 1. \end{cases} \end{aligned}$$

vvhyuurucc/

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1269. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $2019f(x) + 1 = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $2019f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2019}$.

Số nghiệm phương trình $2019f(x) + 1 = 0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = -\frac{1}{2019}$ (cùng phương với trục Ox).

Dựa vào đồ thị như hình vẽ ta có d cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1270. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.

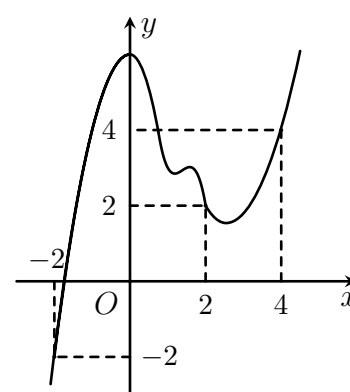
Đồ thị hàm số $g(x) = |2f(x) - x^2|$ có tối đa bao nhiêu cực trị?

A. 7.

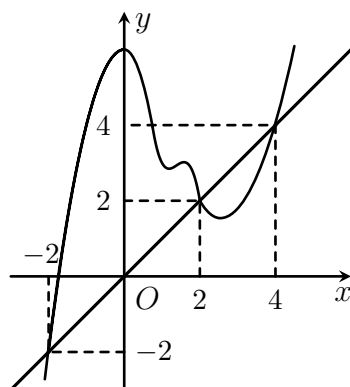
B. 5.

C. 6.

D. 3.



Lời giải.



Xét hàm số $h(x) = 2f(x) - x^2 \Rightarrow h'(x) = 2f'(x) - 2x = 2(f'(x) - x)$.

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 4. \end{cases}$

Vậy $\int_{-2}^2 (2f'(x) - 2x) dx > \int_2^4 (2x - 2f'(x)) dx > 0 \Leftrightarrow h(x) \Big|_{-2}^2 > -h(x) \Big|_2^4 \Leftrightarrow h(2) - h(-2) > -(h(4) - h(2)).$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		4		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$				$h(2)$				$+\infty$
			$h(-2)$				$h(4)$		

Vậy $g(x) = |2f(x) - x^2|$ có tối đa 7 cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1271. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\sqrt[3]{\frac{m}{2} + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{2}m + \frac{4}{3}}\sin(x^2 + 2019)} = \sin(x^2 + 2019)$$

có nghiệm thực?

A. 3.

B. 2.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \sin(x^2 + 2019) = a, (a \in [-1; 1]) \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{m}{2} + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{2}m + \frac{4}{3}}}a = a.$$

$$\text{Đặt } \sqrt[3]{\frac{1}{2}m + \frac{4}{3}}a \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{\frac{m}{2} + \frac{4}{3}}t = a \\ \sqrt[3]{\frac{1}{2}m + \frac{4}{3}}a = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} + \frac{4}{3}t = a^3 \\ \frac{m}{2} + \frac{4}{3}a = t^3 \end{cases} \Rightarrow a^3 + \frac{4}{3}a = t^3 + \frac{4}{3}t. \quad (*)$$

Xét hàm $f(x) = x^3 + \frac{4}{3}x$ với $x \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = 3x^2 + \frac{4}{3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Từ (*) suy ra $f(a) = f(t) \Leftrightarrow a = t$.

Do đó $\sqrt[3]{\frac{1}{2}m + \frac{4}{3}}a = a \Leftrightarrow m = 2a^3 - \frac{8}{3}a = f(a)$ với $a \in [-1; 1]$.

Ta có $f'(a) = 6a^2 - \frac{8}{3} = 0 \Leftrightarrow a = \pm \frac{2}{3} \in [-1; 1]$.

Khi đó $f(-1) = \frac{2}{3}; f\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{32}{27}; f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{32}{27}; f(1) = -\frac{2}{3}$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \min_{[-1;1]} f(a) \leq m \leq \max_{[-1;1]} f(a) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{32}{27} \leq m \leq \frac{32}{27} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1272. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

và đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như

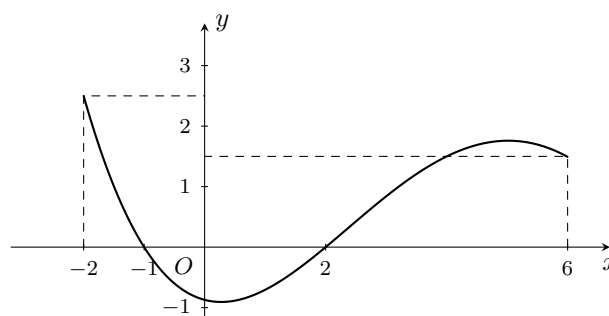
hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$.

B. $\max_{[-2;6]} f(x) = f(6)$.

C. $\max_{[-2;6]} f(x) = \max\{f(-1), f(6)\}$.

D. $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-1)$.



Lời giải.

x	-2	-1	2	6		
y'		+	0	-	0	+
y	$f(-2)$	$f(-1)$	$f(2)$	$f(6)$		

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

— Hàm số đồng biến trên $(-2; -1)$ và $(2; 6)$ do $f'(x) > 0$, suy ra

$$f(-1) > f(-2) \text{ và } f(6) > f(2) \quad (1).$$

— Hàm số nghịch biến trên $(-1; 2)$ do $f'(x) < 0$, suy ra

$$f(-1) > f(2) \quad (2).$$

Từ (1), (2) suy ra $\max_{[-2;6]} f(x) = \max \{f(-2), f(-1), f(2), f(6)\} = \max \{f(-1), f(6)\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1273. Cho hàm số $y = \frac{x-m}{x+2}$ thỏa mãn $\min_{[0;1]} y + \max_{[0;1]} y = \frac{7}{6}$. Vậy m thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số liên tục và đơn điệu trên đoạn $[0; 1]$.

$$\text{Do đó } \min_{[0;1]} y + \max_{[0;1]} y = \frac{7}{6} \Leftrightarrow f(0) + f(1) = \frac{7}{6} \Leftrightarrow m = -1$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1274. Xét đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3ax + b$ với a, b là các số thực. Gọi M, N là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại hai điểm đó có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng MN bằng 1, giá trị nhỏ nhất của $a^2 + b^2$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 3a$.

Tiếp tuyến tại M và N của (C) có hệ số góc bằng 3 nên tọa độ của M và N thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x^2 + 3a = 3 & (1) \\ y = x^3 + 3ax + b & (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow x^2 = 1 - a$. (1) có hai nghiệm phân biệt nên $a < 1$.

Từ (2) $\Rightarrow y = x(1 - a) + 3ax + b$ hay $y = (2a + 1)x + b$.

Tọa độ M và N thỏa mãn phương trình $y = (2a + 1)x + b$ nên phương trình đường thẳng MN là

$$y = (2a + 1)x + b \Leftrightarrow (2a + 1)x - y + b = 0.$$

Ta có

$$d(O, MN) = 1 \Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{(2a+1)^2 + 1}} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 4a^2 + 4a + 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 5a^2 + 4a + 2.$$

Xét $f(a) = 5a^2 + 4a + 2$ với $a < 1$. Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	$-\frac{2}{5}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$\frac{6}{5}$	$+\infty$

Do đó $a^2 + b^2$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{6}{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1275. Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m sao cho hàm số $y = -x^4 + (2m - 3)x^2 + m$ nghịch biến trên đoạn $[1; 2]$?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải.

Ta có $y' = x[-x^2 + 2(2m - 3)]$. Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[1; 2]$ khi và chỉ khi

$$-x^2 + 2(2m - 3) \leq 0, \forall x \in [1; 2].$$

Trường hợp 1: $\Delta' = 2(2m - 3) < 0$. Chỉ có giá trị $m = 1$ thỏa mãn. Trường hợp 2: $\begin{cases} \Delta' = 2(2m - 3) \geq 0 \\ -1 + 2(2m - 3) < 0 \end{cases}$.

Không có giá trị m nguyên dương thỏa mãn.

Vậy có duy nhất 1 giá trị $m = 1$ thỏa yêu cầu.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1276. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn $a, b, c, d \in \mathbb{R}; a > 0$ và $\begin{cases} d > 2019 \\ 8a + 4b + 2c + d - 2019 < 0 \end{cases}$

Số cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2019|$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 5.

Lời giải.

Ta có hàm số $g(x) = f(x) - 2019$ là hàm số bậc ba liên tục trên $\mathbb{R}$.

Do $a > 0$ nên $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.

Để ý $g(0) = d - 2019 > 0; g(2) = 8a + 4b + 2c + d - 2019 < 0$.

Nên phương trình $g(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R}$.

Khi đó đồ thị hàm số $g(x) = f(x) - 2019$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên hàm số $y = |f(x) - 2019|$ có đúng 5 cực trị.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1277. Cho hàm số $y = 2x^4 - 8x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Tiếp tuyến song song với trục hoành suy ra tiếp tuyến có hệ số góc $k = 0$.

$$\text{Ta có } y' = 8x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & \Rightarrow y = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} & \Rightarrow y = -8. \end{cases}$$

Vậy có một tiếp tuyến là $y = -8$ (loại $y = 0$ do trùng với trục hoành).

Chọn đáp án **B** □

Câu 1278. Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng 120 cm từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

- A. 40 cm. B. $40\sqrt{3}$ cm. C. 80 cm. D. $40\sqrt{2}$ cm.

Lời giải.

Kí hiệu cạnh góc vuông $AB = x$, $0 < x < 60$.

Khi đó cạnh huyền $BC = 120 - x$, cạnh góc vuông kia là $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{120^2 - 240x}$.

Diện tích tam giác ABC là $S(x) = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{120^2 - 240x}$.

Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số này trên khoảng $(0; 60)$.

Ta có $S'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{120^2 - 240x} + \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{-240}{\sqrt{120^2 - 240x}} = \frac{14400 - 360x}{2\sqrt{120^2 - 240x}} \Rightarrow S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40$.

Lập bảng biến thiên:

x	0	40	60	
$S'(x)$		+	0	-
$S(x)$		$S(0)$	$S(40)$	$S(60)$

Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $BC = 80$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1279. Tìm các số thực m để hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có cực trị.

- A. $\begin{cases} m \neq 2 \\ -3 < m < 1 \end{cases}$. B. $-3 < m < 1$. C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-2 < m < 1$.

Lời giải.

Với $m = -2$, hàm số trở thành $y = 3x^2 - 2x - 5$.

$$y' = 6x - 2, y' = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}.$$

Vì $y' = 0$ có nghiệm và đổi dấu khi đi qua nghiệm nên với $m = -2$ hàm số có cực trị.

Với $m \neq -2$, $y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$.

Để hàm số có cực trị thì $\Delta' > 0 \Rightarrow 9 - 3m(m+2) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Kết hợp cả hai trường hợp suy ra $-3 < m < 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1280. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

- A. $-2 < m < 2$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ \begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - mx + 1 \neq 0$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2-mx+1} = 0 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

$\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-mx+1}$ có hai đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - mx + 1 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt khác 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0 \\ 2^2 - 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1281. Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $\frac{65}{3}$.

B. 6.

C. 20.

D. $\frac{52}{3}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Ta có $f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}$.

Suy ra $\min_{[1;3]} f(x) = 4; \max_{[1;3]} f(x) = 5$.

Do đó tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $4 \cdot 5 = 20$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1282. Cho hàm số $y = mx^3 - x^2 - 2x + 8m$ có đồ thị (C_m) . Tìm tất cả giá trị tham số m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $m \in \left[-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right]$.

B. $m \in \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right) \setminus \{0\}$.

D. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) với trục hoành là

$$mx^3 - x^2 - 2x + 8m = 0 \Leftrightarrow (x+2)[mx^2 - (2m+1)x + 4m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ mx^2 - (2m+1)x + 4m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì (1) có hai nghiệm phân biệt khác -2 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = -12m^2 + 4m + 1 > 0 \\ 4m + (2m+1)2 + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{6} < m < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1283. Trên đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. Vô số.

B. 4.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$

$$\text{Ta có } y = \frac{2x-5}{3x-1} = 1 - \frac{x+4}{3x-1}.$$

$$\text{Để } x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow (x+4):(3x-1) \Rightarrow (3x-1+13):(3x-1) \Rightarrow 13:(3x-1)$$

$$\text{Nên } \begin{cases} 3x - 1 = 1 \\ 3x - 1 = -1 \\ 3x - 1 = 13 \\ 3x - 1 = -13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \text{ (loại)} \\ x = 0 \\ x = \frac{14}{3} \text{ (loại)} \\ x = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

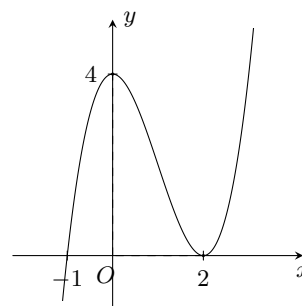
Vậy trên đồ thị hàm số có hai điểm có tọa độ nguyên là $(0; 5)$ và $(-4; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1284.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên khoảng $(-1; 3)$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có trên khoảng $(-1; 3)$ có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1285. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. 2007. B. 2030. C. 2005. D. 2018.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 12x + m.$$

Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \leq -3x^2 + 12x, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; +\infty)} (-3x^2 + 12x) \Leftrightarrow m \geq 12.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $-2018 \leq m \leq 2018$ nên $m \in \{12, 13, 14, \dots, 2018\}$.

Vậy có 2007 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1286. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)^2(x - 5)(3x + 2)$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

$f'(x) = (x - 1)^2(x - 5)(3x + 2)$. Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu tại các điểm có hoành độ là $x = 5$ và $x = -\frac{2}{3}$ nên số điểm cực trị của hàm số là 2.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1287. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để hàm số $y = (m - 1)x^3 + 3mx^2 + (4m + 4)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 4036. B. 2017. C. 2018. D. 4034.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Đạo hàm: $y' = 3(m - 1)x^2 + 6mx + 4m + 4$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$ ($y' = 0$ tại hữu hạn điểm).

• TH1: $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì $y' = 6x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{4}{3}$ (không thỏa mãn).

• TH2: $\begin{cases} a = m - 1 > 0 \\ \Delta'_{y'} = (3m)^2 - 3(m - 1)(4m + 4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -3m^2 + 12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2.$

Vì m là số nguyên và $m \in [-2019; 2019] \Rightarrow m = \{2; 3; 4; \dots; 2019\}$.

Vậy có 2018 số nguyên m thuộc khoảng $m \in [-2019; 2019]$.

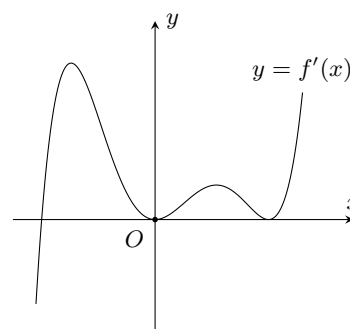
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1288.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.



Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm lần lượt là x_1, x_2, x_3 (với $x_1 < x_2 < x_3$).

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm qua dương khi qua điểm x_1 này nên số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ bằng 1.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1289. Cho hàm số $f(x) = (m - 2)x^3 - 2(2m - 3)x^2 + (5m - 3)x - 2m - 2$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị?

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Trường hợp 1: $m = 2$ thì hàm số $f(x) = -2x^2 + 7x - 6$ thì rõ ràng hàm số $y = |f(x)|$ có nhiều nhất 3 cực trị. Ta loại trường hợp này.

Trường hợp 2: $m \neq 2$ thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc 3. Do đó, hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow (x - 2)[(m - 2)x^2 + (2 - 2m)x + m + 1] = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow (m - 2)x^2 + (2 - 2m)x + m + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 - (m - 2)(m + 1) > 0 \\ (m - 2)2^2 + (2 - 2m)2 + m + 1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m < 3 \end{cases}.$$

Kết hợp cả 2 trường hợp trên và điều kiện m nguyên dương ta suy ra $m = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1290. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B và $AB \leq 4$?

A. 1.

B. 6.

C. 2.

D. 7.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x-1}{x+1} = x+m \Leftrightarrow 2x-1 = (x+1)(x+m) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m+1 = 0 \quad (1).$$

(Ta có $x = -1$ không là nghiệm phương trình (1).)

Đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-1)^2 - 4(m+1) = m^2 - 6m - 3 > 0 \\ m > 3 + 2\sqrt{3} \\ m < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 + 2\sqrt{3} \\ m < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \quad (*).$$

Gọi tọa độ giao điểm $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1).

$$\text{Khi đó } AB = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 6m - 3} \leq 4 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 19 \leq 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{7} \leq m \leq 3 + 2\sqrt{7}.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } (*), \text{ ta được } \begin{cases} 3 + 2\sqrt{3} < m < 3 + 2\sqrt{7} \\ 3 - 2\sqrt{7} \leq m \leq 3 - 2\sqrt{3}. \end{cases}$$

Mà m nguyên dương nên $m = 7 \vee m = 8$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1291. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị.

A. $-2 < m < \frac{5}{4}$.

B. $-\frac{5}{4} < m < 2$.

C. $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$.

D. $\frac{5}{4} < m < 2$.

Lời giải.

Nhận thấy rằng nếu $x_0 \geq 0$ là điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ cũng là điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ (1)

Lại thấy vì đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng mà $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba nên $x = 0$ luôn là một điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$ có hai điểm cực trị dương phân biệt.

Hay phương trình $f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + 2-m = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương.

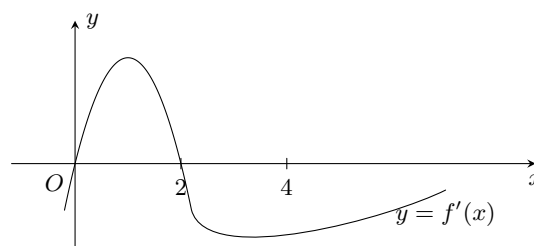
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ \frac{2m-1}{3} > 0 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee m > \frac{5}{4} \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1292.

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ dưới đây và

$$f(0) + f(1) - 2f(2) = f(4) - f(3).$$



Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên $[0; 4]$.

A. $m = f(4)$.

B. $m = f(0)$.

C. $m = f(2)$.

D. $m = f(1)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	0	1	2	3	4			
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-
$f(x)$								

$f(0)$

$f(1)$

$f(2)$

$f(3)$

$f(4)$

Từ bảng biến thiên, ta thấy GTNN của hàm số đạt được bằng $f(0)$ và $f(4)$.

Ta sẽ so sánh $f(0)$ và $f(4)$ như sau

$$f(0) + f(1) - 2f(2) = f(4) - f(3)$$

$$\Leftrightarrow f(0) - f(4) = 2f(2) - f(1) - f(3)$$

$$\Leftrightarrow f(0) - f(4) = [f(2) - f(1)] + [f(2) - f(3)] > 0 \text{ (do } f(2) > f(1), f(2) > f(3)).$$

Do đó $f(0) - f(4) > 0 \Leftrightarrow f(0) > f(4)$.

Vậy $m = f(4)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1293. Đường thẳng $y = m$ tiếp xúc với đồ thị $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ tại hai điểm phân biệt $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Giá trị biểu thức $y_A + y_B$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Xét hàm số $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$, tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = -8x^3 + 8x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1. \\ x = 1. \end{cases}$ Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$		

$-\infty \nearrow 1 \searrow -1 \nearrow 1 \searrow -\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để đường thẳng $y = m$ tiếp xúc với đồ thị $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ tại hai điểm phân biệt thì đường thẳng đó phải đi qua hai điểm cực đại, hay $m = 1$.

Khi đó hai tiếp điểm là $A(-1; 1)$ và $B(1; 1)$. Vậy $y_A + y_B = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1294. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d_m: y = mx + 1$ cắt đồ thị $(C): y = x^3 - x^2 + 1$ tại 3 điểm $A, B(0; 1)$ và C phân biệt sao cho tam giác AOC vuông tại O .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của d_m và (C) là:

$$x^3 - x^2 + 1 = mx + 1 \Leftrightarrow x(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - m = 0. \end{cases}$$

Đường thẳng d_m cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt $A, B(0; 1)$ và C .

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2 - x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + 4m > 0 \\ -m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0. \end{cases}$$

Khi đó: $A(x_1; mx_1 + 1)$ và $C(x_2; mx_2 + 1)$ Theo Vi-et: x_1 và x_2 là nghiệm phương trình $x^2 - x - m = 0$ nên ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1 x_2 = -m$.

$\triangle AOC$ vuông tại O .

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + (mx_1 + 1)(mx_2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 1)x_1 x_2 + m(x_1 + x_2) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 1)(-m) + m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m^3 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1. (\text{Thỏa mãn điều kiện})$$

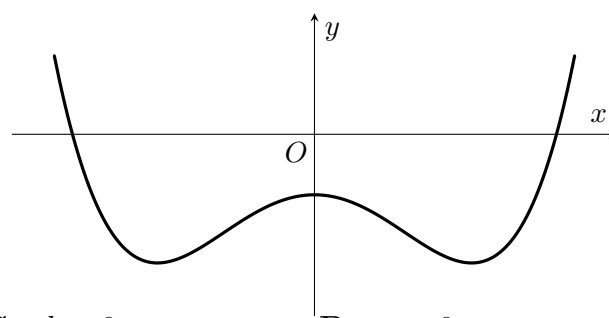
Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1295.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm kết luận **đúng**

A. $a + b > 0$.B. $bc > 0$.C. $ab > 0$.D. $ac > 0$.

Lời giải.

Phương pháp:

Dựa vào cách đọc đồ thị hàm số trùng phương bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$.

+ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi $ab < 0$, có một điểm cực trị khi $ab \geq 0$.

+ Xác định dấu của hệ số tự do c dựa vào giao của đồ thị với trục tung.

+ Xác định dấu của a dựa vào $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.

Nếu $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ thì $a > 0$.

Nếu $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ thì $a < 0$.

Cách giải:

Từ hình vẽ ta thấy:

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ nên $a > 0$.

+ Đồ thị hàm số có ba cực trị nên $ab < 0$ mà $a > 0 \Rightarrow b < 0$.

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm dưới trục Ox nên $c < 0$.

Từ đó ta có $a > 0; b > 0; c > 0 \Rightarrow bc > 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1296. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 8$. Tính tổng các giá trị nguyên của m để phương trình $f(|x - 1|) + m = 2$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. -2.

B. -6.

C. 8.

D. 4.

Lời giải.

Phương pháp:

- Đặt $t = |x - 1| (t \geq 0)$ đưa phương trình về ẩn t .

- Phương trình đã cho có 3 nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình ẩn t có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm dương.

Cách giải:

Đặt $t = |x - 1| (t \geq 0)$ ta được $f(t) + m = 2 \Leftrightarrow f(t) = 2 - m$.

Có $f(t) = t^3 - 3t^2 + 8 \Rightarrow f'(t) = 3t^2 - 6t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [0; +\infty) \\ t = 2 \in [0; +\infty) \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t^3 - 3t^2 + 8$

t	0		2		$+\infty$
y'	0	-	0	+	
y	8		4		$+\infty$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình ẩn t có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm dương $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = 2 - m$ cắt đồ thị hàm số tại một điểm có hoành độ bằng 0 và điểm còn lại có hoành độ dương.

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $2 - m = 8 \Leftrightarrow m = -6$.

Vậy tổng các giá trị của m là -6.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1297. Một trang trại mỗi ngày thu hoạch được một tấn rau. Mỗi ngày, nếu bán rau với giá 30000 đồng/kg thì hết sạch rau, nếu giá bán cứ tăng thêm 1000 đồng/kg thì số rau thừa lại tăng thêm 20kg. Số rau thừa này được thu mua làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi số tiền bán rau nhiều nhất mà trang trại có thể thu được mỗi ngày là bao nhiêu?

A. 32420000 đồng.

B. 32400000 đồng.

C. 34400000 đồng.

D. 34240000 đồng.

Lời giải.

Phương pháp:

- Gọi $x, (x \geq 0)$ (ngàn đồng) là số tiền tăng lên cho mỗi kg rau.

- Cách giải:*

Chọn đáp án **A**

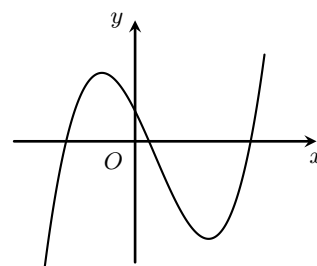
D. $m = \pm 3\sqrt{2}$.

BBT:

x	-3	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$	0	3
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	-3	$-3\sqrt{2}$	-3	3

Chọn đáp án **A**

D. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$.



— $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0.$

— Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm này

$$\text{luôn dương nên } \begin{cases} ac < 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ b < 0 \end{cases} \text{ (do } a > 0 \text{)}.$$

Do đó $ab < 0, bc > 0, cd < 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1300. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Cách 1: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành (không tính điểm cực trị). Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm nên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có $2 + 1 = 3$ điểm cực trị.

Cách 2: $|f(x)| = \sqrt{f^2(x)} \Rightarrow (|f(x)|)' = \frac{f(x) \cdot f'(x)}{|f(x)|} \Rightarrow$ dấu của $(|f(x)|)'$ là dấu của $f(x) \cdot f'(x)$.

Ta có $f(x) \cdot f'(x)$.

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1; x = 3$.

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0 < -1$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	x_0	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	$\vdots$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	$\vdots$	$+$
$f'(x) \cdot f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x) \cdot f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số $|f(x)|$ có 3 cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1301. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 \cos 2x - 4 \sin x$ là

A. 1.

B. -7.

C. -5.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y = 3(1 - 2 \sin^2 x) - 4 \sin x = -6 \sin^2 x - 4 \sin x + 3$.

Đặt $\sin x = t, t \in [-1; 1]$.

Khi đó, $f(t) = -6t^2 - 4t + 3, t \in [-1; 1]$, có $f'(t) = -12t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3} \in (-1, 1)$.

$f(-1) = 1, f(1) = -7, f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{3} \Rightarrow \min_{[-1; 1]} f(t) = \min y = -7$.

Chọn đáp án **(B)**

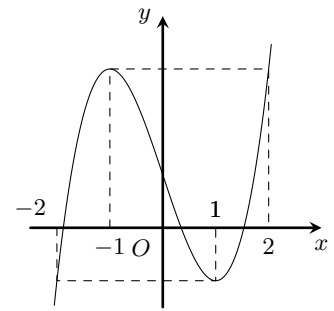
□

Câu 1302.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ.

Số nghiệm của phương trình $3f(x+2) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

**Lời giải.**

$$\text{Xét phương trình } 3f(x+2) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x+2) = \frac{4}{3}. \quad (1)$$

$$\text{Đặt } X = x + 2, \text{ do } -2 \leq x \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x + 2 \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq X \leq 4.$$

$$\text{Khi đó ta có } (1) \Leftrightarrow f(X) = \frac{4}{3}. \quad (*)$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm trên đoạn $[-2, 2]$ khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm trên đoạn $[0; 4]$.

Dựa vào hình vẽ ta nhận thấy trên đoạn $[0; 4]$ thì đường thẳng $y = \frac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số đã cho đúng tại một điểm. Do đó phương trình (*) có đúng 1 nghiệm hay phương trình (1) có đúng một nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1303. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m \pm 1$. D. Không có m .

Lời giải.

Cách 1: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

$\Rightarrow$ Hàm số xác định trên một trong các miền $(-\infty, a)$, $(-\infty; a]$, $(a, +\infty)$ hoặc $[a; +\infty) \Rightarrow m \geq 0$

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = x - \sqrt{-3x + 7}$ đồ thị hàm số không tiệm cận ngang.

TH2: $m > 0 \Rightarrow y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$.

Khi $x \rightarrow +\infty$, $y = x - x\sqrt{m - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}}$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m = 1$.

Khi $x \rightarrow -\infty$, $y = x + x\sqrt{m - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}} \rightarrow -\infty$, đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

KL: $m = 1$.

Cách 2: Với $m < 0$, ta có hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ không tồn tại giới hạn tại dương vô cùng.

— Với $m \in (0; 1)$, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}) = -\infty$.

— Với $m > 1$, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}) = -\infty$.

— Với $m = 1$, ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 7}{x + \sqrt{x^2 - 3x + 7}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{7}{x}}{1 + \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}}} = \frac{3}{2},$$

đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$.

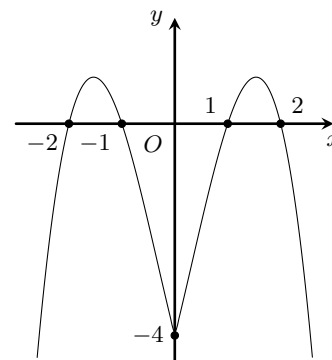
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1304.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ. Chọn kết luận đúng trong các kết luận sau:

- A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$. B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.
C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 4$. D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.



Lời giải.

Cách 1: Ta đã biết từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C_1): y = f(|x|)$ sẽ gồm hai phần.

- Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị (C) ở bên phải trục tung.
- Phần 2: Bỏ phần đồ thị (C) bên trái trục tung và lấy đối xứng phần 1 qua trục tung. Từ dáng điệu của đồ thị đã cho ta quan sát phần đồ thị bên phải có ngay được
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow y = f(x)$ có hệ số $a < 0$.
 - Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ âm nên $y = f(x)$ có hệ số $d < 0$.

Cách 2: Nhận xét đồ thị đi qua điểm $A(1; 0)$, $B(0; -4)$, $C(2; 0)$ nên ta kiểm tra các đáp án.

Ta có $-1^3 + 1^2 + 4 \cdot 1 - 4 = 0$; $-0^3 + 0^2 + 4 \cdot 0 - 4 = -4$; $-2^3 + 2^2 + 4 \cdot 2 - 4 = 0$ nên $A(1; 0)$, $B(0; -4)$, $C(2; 0)$ thuộc $y = f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1305. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 8.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \\ &\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ m^2 + 12m + 27 \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3 \\ &\Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3\} \text{ (vì } m \text{ là số nguyên)} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1306. Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b \in (-10; 10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) qua $(0; b)$

- A. 9. B. 16. C. 2. D. 17.

Lời giải.

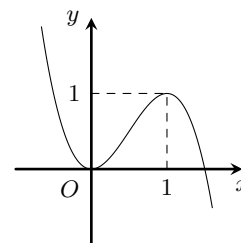
Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0, x_0^3 - 3x_0^2)$ là

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2$$

Tiếp tuyến qua $(0; b) \Leftrightarrow (3x_0^2 - 6x_0)(0 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 = b \Leftrightarrow b = -2x_0^3 + 3x_0^2$.
 Có đúng một tiếp tuyến của (C) qua $(0; b) \Leftrightarrow b = -2x_0^3 + 3x_0^2$ có đúng một nghiệm x_0 .

Dựa vào đồ thị hàm số $f(t) = -2t^3 + 3t^2$ suy ra có 17 số nguyên $b \in [-9; 9] \setminus \{0; 1\}$ để đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2$ cắt đường thẳng $y = b$ tại đúng một điểm.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1307. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

TXĐ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{1+|x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{1+x} = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{1+|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{1-x} = 1$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ có 2 đường TCN $y = 1, y = -1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1308. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin x - m}{\sin x + 1}$. Tìm giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ bằng -2 ?

A. $m = 5$.

B. $\begin{cases} m = 5 \\ m = 2 \end{cases}$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x, x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Ta được hàm số $g(t) = \frac{t-m}{t+1}, t \in [0; 1]$.

Ta có $g'(t) = \frac{1+m}{(t+1)^2}$.

— $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1 \Rightarrow g'(t) > 0 \Rightarrow \max_{[0;1]} g(t) = -2 \Leftrightarrow g(1) = -2 \Leftrightarrow \frac{1-m}{2} = -2 \Leftrightarrow m = 5$
 (thỏa mãn).

— $m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1 \Rightarrow g'(t) < 0 \Rightarrow \max_{[0;1]} g(t) = -2 \Leftrightarrow g(0) = -2 \Leftrightarrow \frac{-m}{1} = -2 \Leftrightarrow m = 2$
 (không thỏa mãn).

Vậy $m = 5$.

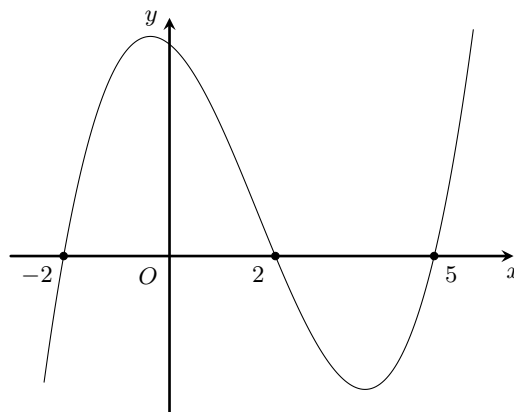
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1309.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$.
C. $(1; 3)$. D. $(0; 2)$.



Lời giải.

Cách 1: Có $g'(x) = -2f'(3 - 2x)$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x) \leq 0$, dấu “=” chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm.

$$\Leftrightarrow -2f'(3 - 2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq 3 - 2x \leq 2 \\ 3 - 2x \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right] \\ x \in (-\infty; -1] \end{cases}$$

Cách 2: Dựa vào đồ thị hàm số ta có $f'(x) = (x + 2)^{2n+1}(x - 2)^{2m+1}(x - 5)^{2k+1}$, $(m, n, k \in \mathbb{N})$.

Mà $g'(x) = -2f'(3 - 2x)$.

$$\text{Nên } g'(x) = -2(5 - 2x)^{2n+1}(1 - 2x)^{2m+1}(-2 - 2x)^{2k+1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$(5 - 2x)^{2n+1}$	+	+	+	0	—
$(1 - 2x)^{2m+1}$	+	+	0	—	—
$(-2 - 2x)^{2k+1}$	+	0	—	—	—
-2	—	—	—	—	—
$g'(x)$	—	0	+	0	+

Dựa vào BXD ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1]; \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1310. Một xưởng sản xuất cần làm 100 chiếc hộp inox bằng nhau, hình dạng là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông (hộp không có nắp), với thể tích là $108 \text{ dm}^3/1 \text{ hộp}$. Giá inox là $47000 \text{ đồng}/1 \text{ dm}^2$. Hãy tính toán sao cho tổng tiền chi phí cho 100 chiếc hộp là ít nhất, và số tiền tối thiểu đó là bao nhiêu (nếu chỉ tính số inox vừa đủ để sản xuất 100 chiếc hộp, không có phần dư thừa, cắt bỏ)?

- A. 1692000000 đồng. B. 507666000 đồng. C. 1015200000 đồng. D. 235800000 đồng.

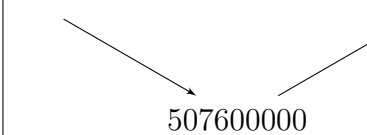
Lời giải.

Gọi độ dài cạnh đáy của hộp là $x \text{ dm} \Rightarrow$ Chiều cao của hộp là $h = \frac{108}{x^2} \text{ dm}$.

$\Rightarrow$ Số inox cần thiết để làm 1 hộp là $S = x^2 + 4x \cdot h = x^2 + \frac{432}{x} \text{ dm}^2$.

Tổng số tiền chi phí cho 100 chiếc hộp là $T = 47000 \cdot 100 \cdot S = 4700000 \cdot \left(x^2 + \frac{432}{x}\right)$.

Ta có $T' = 4700000 \cdot \left(2x - \frac{432}{x^2}\right) \Rightarrow T' = 0 \Leftrightarrow x = 6$.

x	0	6	$+\infty$
T'	–	0	+
T			

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1311. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành (không tính điểm cực trị).

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm trên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có $2 + 1 = 3$ điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1312. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}m^2x^2 + 2m$ đồng biến trên $(1; +\infty)$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Do hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ nên nếu hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ thì cũng đồng biến trên $[1; +\infty)$.

Ta có $y' = x^3 - m^2x$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow m^2 \leq \frac{x^3}{x}, \forall x \in [1; +\infty)$.

$\Leftrightarrow m^2 \leq f(x) = x^2, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow m^2 \leq \min_{x \in [1; +\infty)} f(x)$.

$\Leftrightarrow m^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Do m nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1\} \Rightarrow S = -1 + 0 + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1313.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	-1	$-\infty$	

- A. $m > f(1) - \sin 1$.
 B. $m \geq f(1) - \sin 1$.
 C. $m \leq f(-1) + \sin 1$.
 D. $m < f(-1) + \sin 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \sin x$.

$$g'(x) = f'(x) - \cos x.$$

Với $\forall x \in (-1; 1)$, ta có $f'(x) < -1 \Rightarrow f'(x) - \cos x < -1 - \cos x < 0 \Rightarrow g'(x) < 0$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên $g(x) < g(-1) = f(-1) + \sin 1$.

Do đó bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi bất phương trình $m < f(x) - \sin x$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

$$\Leftrightarrow m < \max_{[-1;1]} g(x) \Leftrightarrow m < f(-1) + \sin 1.$$

Vậy $m < f(-1) + \sin 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1314. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 - 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tích giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

- A. -2 . B. -5 . C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} f'(x) &\geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2x^4 - mx^2 - 20x - (m^2 - m - 20) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ &\Leftrightarrow (x-1)[m^2x^3 + m^2x^2 + (m^2 - m)x + m^2 - m - 20] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (*) \end{aligned}$$

Xét $g(x) = m^2x^3 + m^2x^2 + (m^2 - m)x + m^2 - m - 20$.

Nếu $g(x) = 0$ không có nghiệm $x = 1$ thì $f'(x)$ sẽ đổi dấu khi x đi qua 1, nên muốn $(*)$ thỏa thì điều

$$\text{kiện cần là } g(1) = 1 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ m = -2 \end{cases}.$$

Ta cần kiểm tra xem hai giá trị tìm được có thỏa $(*)$ không.

Nếu $m = \frac{5}{2}$ thì $g(x) = \frac{25}{4}x^3 + \frac{25}{4}x^2 + \frac{15}{4}x - \frac{65}{4} = \frac{5}{4}(x-1)(5x^2 + 10x + 13)$, thỏa $(*)$.

Nếu $m = -2$ thì $g(x) = 4x^3 + 4x^2 + 6x - 14 = (x-1)(4x^2 + 8x + 14)$, thỏa $(*)$.

Vậy $S = \left\{\frac{5}{2}; -2\right\}$. □

Câu 1315. Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{m}{2}\right\}$.

$$\text{Ta có } y = \frac{mx+2}{2x+m} \Rightarrow y' = \frac{m^2-4}{(2x+m)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ khi và chỉ khi $y' < 0, \forall x \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

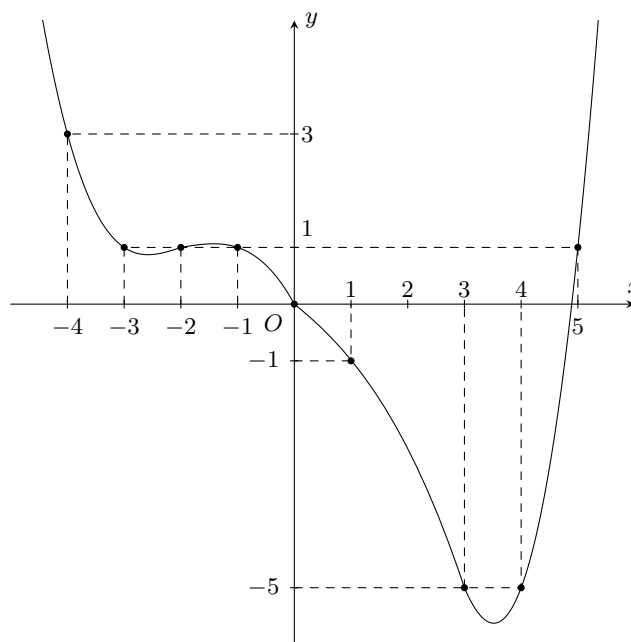
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1316.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f(3 - 4\sqrt{6x - 9x^2}) = m - 3$ có nghiệm.

A. 13. B. 12. C. 8. D. 10.



Lời giải.

Điều kiện $x \in \left[0; \frac{2}{3}\right]$.

Đặt $t = 3 - 4\sqrt{6x - 9x^2} = 3 - 4\sqrt{1 - (3x - 1)^2}$.

Ta có $x \in \left[0; \frac{2}{3}\right] \Leftrightarrow 3x - 1 \in [-1; 1] \Leftrightarrow (3x - 1)^2 \in [0; 1] \Leftrightarrow 1 - (3x - 1)^2 \in [0; 1] \Leftrightarrow t \in [-1; 3]$.

Yêu cầu bài toán tương đương với tìm m để phương trình $f(t) = \frac{m-3}{2}$ có nghiệm trên $[-1; 3]$.

Từ đồ thị đã cho, điều này tương đương với $-5 \leq \frac{m-3}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -7 \leq m \leq 5$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-7; -6; -5; \dots; 3; 4; 5\}$. Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1317. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có

$$\text{—} \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty \text{ (do } \lim_{x \rightarrow -1^+} (\sqrt{x+9}-3) = -3+2\sqrt{2} < 0, \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2+x) = 0 \text{ và } x^2+x < 0 \text{ khi } x \rightarrow -1^+).$$

Suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\text{—} \lim_{x \rightarrow 0^\pm} y = \lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

Suy ra $x = 0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1318. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-3; 3)$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

— Trường hợp $m = 0$: hàm số trở thành $y = x + 1$, đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang nên $m = 0$ không thỏa yêu cầu bài toán.

— Trường hợp $m < 0$: tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left(-\sqrt{-\frac{1}{m}}; \sqrt{-\frac{1}{m}}\right)$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

— Trường hợp $m > 0$: tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$. Suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Vì $m \in \mathbb{Z} \cap (-3; 3)$ nên $m = 1; 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1319. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên $(4; +\infty)$. Tính tổng P của các giá trị m của S .

A. $P = 10$.

B. $P = 9$.

C. $P = -9$.

D. $P = -10$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có $y' = \frac{1-m}{(x-m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ khi chỉ khi

$$\begin{cases} y' < 0, \forall x \in (4; +\infty) \\ m \notin (4; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m < 0 \\ m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 4.$$

Vì m chỉ nhận giá trị nguyên nên $m = 2; 3; 4$. Suy ra $P = 2 + 3 + 4 = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1320.

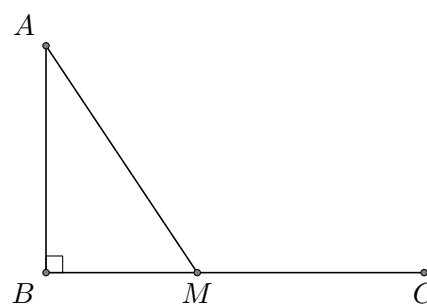
Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A có khoảng cách đến bờ biển $AB = 5$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng bằng $BC = 7$ km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h. Vị trí của điểm M cách B một khoảng bao nhiêu để người đó đi đến C nhanh nhất?

A. 0 km.

B. $\frac{14+5\sqrt{5}}{12}$ km.

C. $2\sqrt{5}$ km.

D. 7 km.



Lời giải.

Gọi khoảng cách từ M đến B là x km ($0 \leq x \leq 7$).

Khi đó, $MC = 7 - x$ và $AM = \sqrt{x^2 + 25}$.

Người đó đi từ A đến C hết khoảng thời gian là $f(x) = \frac{7-x}{6} + \frac{\sqrt{x^2+25}}{4}$ giờ.

Hàm số $f(x) = \frac{7-x}{6} + \frac{\sqrt{x^2+25}}{4}$ liên tục trên $[0; 7]$ và

$$f'(x) = -\frac{1}{6} + \frac{x}{4\sqrt{x^2+25}}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}.$$

Mà $f(0) = \frac{29}{12}$, $f(2\sqrt{5}) = \frac{14+5\sqrt{5}}{12}$, $f(7) = \frac{\sqrt{74}}{4}$.

Suy ra $\min_{[0;7]} f(x) = \frac{14+5\sqrt{5}}{12}$.

Vậy M cách B một khoảng $2\sqrt{5}$ km.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1321. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x + 2m - 3$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 18$. Tính tổng P của tất cả các giá trị m trong S .

A. $P = -4$.

B. $P = 1$.

C. $P = -\frac{3}{2}$.

D. $P = -5$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + (m-2)$, $\Delta' = (m+1)^2 - (m-2) = m^2 + m + 3$.

Hàm số đã cho là hàm bậc ba nên có hai điểm cực trị khi chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + m + 3 > 0$ (luôn đúng với mọi $m \in \mathbb{R}$).

Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1)$, $x_1x_2 = m-2$.

Mà $x_1^2 + x_2^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 18 \Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases}$.

Vì m chỉ nhận giá trị nguyên nên $m = 1$. Vậy $P = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1322. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sin 2x - 1}{\sin 2x + m}$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $m \geq -1$.

B. $m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m > -1$.

D. $m > 1$.

Lời giải.

Vì $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{4}$ nên $-\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{\pi}{2}$. Đặt $t = \sin 2x \Rightarrow -\frac{1}{2} < t < 1$. Khi đó ta có $y = \frac{t-1}{t+m}$.

Điều kiện $t \neq -m$. Do $-\frac{1}{2} < t < 1$ nên $\begin{cases} -m \leq -\frac{1}{2} \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1}{2} \\ m \leq -1 \end{cases}$.

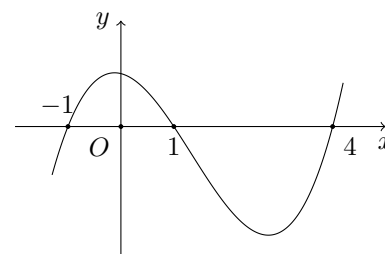
Ta có $y'_x = \frac{m+1}{(t+m)^2} \cdot t'_x$. Mà $t'_x = 2 \cos 2x > 0$ với mọi $x \in \left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$ nên để hàm số $y = \frac{t-1}{t+m}$ đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ thì điều kiện cần và đủ là

$$\begin{cases} \frac{m+1}{(t+m)^2} > 0 \\ \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1323.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(|3 - x|)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



- A. $(4; 7)$. B. $(2; 3)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

— Với $x > 3$, ta có $g(x) = f(x - 3) \Rightarrow g'(x) = f'(x - 3)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến khi và chỉ khi

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x - 3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x - 3 < 1 \\ x - 3 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 4 \\ x > 7. \end{cases}$$

Vì $x > 3$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 4)$ hoặc $(7; +\infty)$.

— Với $x < 3$, ta có $g(x) = f(3 - x) \Rightarrow g'(x) = -f'(3 - x)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến khi và chỉ khi

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(3 - x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x < -1 \\ 1 < 3 - x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ -1 < x < 2. \end{cases}$$

Vì $x < 3$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1324. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 - m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

- A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m > 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = m$. (*)

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$, có $f'(x) = 3x^2 - 6x$. Do đó $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		$\downarrow$	0		$+\infty$	
	$-\infty$	-4	$\nearrow$	$\searrow$	-4	$\nearrow$

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 - m}$ có đúng một tiệm cận đứng khi thỏa mãn một trong các trường hợp sau

TH1. Phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x \neq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 0. \end{cases}$

TH2. Phương trình (*) có hai nghiệm, trong đó một nghiệm $x = -1$ và một nghiệm $x \neq -1$
 $\Leftrightarrow m = -4$.

Kết luận với $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$ thì đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1325. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + x + m|$ trên đoạn $[2; 4]$ và m_0 là giá trị của tham số m để M đạt giá trị nhỏ nhất. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $1 < m_0 < 5$. B. $m_0 < -8$. C. $-4 < m_0 < 0$. D. $-7 < m_0 < -5$.

Lời giải.

Xét hàm $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + m$ trên đoạn $[2; 4]$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x + 1 > 0$ với mọi $x \in [2; 4]$. Suy ra $f(x)$ luôn đồng biến trên đoạn $[2; 4]$, do vậy

$$\min_{[2;4]} f(x) = f(2) = m-2 \text{ và } \max_{[2;4]} f(x) = f(4) = m+20 \Rightarrow M = \max_{[2;4]} |f(x)| = \max \{|m-2|, |m+20|\}.$$

Ta có

$$2M \geq |m-2| + |m+20| \geq |m-2-m-20| = 22 \Rightarrow M \geq 11.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} |m-2| = |m+20| \\ (m-2)(m+20) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -9.$$

Vậy $m_0 = -9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1326. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m}{x^2+x+1}$ có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$ nhỏ hơn hoặc bằng 1.

- A. $m \geq 1$. B. $m \geq -1$. C. $m \leq -1$. D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$.

$$y' = \frac{-x^2 - 2mx + 1 - m}{(x^2 + x + 1)^2}. \text{ Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + m - 1 = 0. \quad (1)$$

Ta có $\Delta' = m^2 - m + 1 > 0$ với mọi m nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$	0	$f(x_1)$	$f(x_2)$	0

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x_2 = -m + \sqrt{m^2 - m + 1}$. Khi đó

$$\frac{1}{-2m + 2\sqrt{m^2 - m + 1} + 1} \leq 1 \Leftrightarrow 1 - 2m + 2\sqrt{m^2 - m + 1} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 - m + 1} \geq m \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \geq 0 \\ m^2 - m + 1 \geq m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1327. Giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

- A. 1. B. -1. C. 3. D. -3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m = 0$. (1)

Để hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

Theo Viet ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{3}. \end{cases}$$

Mà $x_1^2 + x_2^2 = 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6 \Leftrightarrow 4 - 2 \cdot \frac{m}{3} = 6 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn điều kiện $m < 3$).

Vậy $m = -3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1328. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 + (5 - 2m)x - \frac{1}{x+1} - 3$ đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

A. $\forall m \in \mathbb{R}$.

B. $m \leq 6$.

C. $m \geq -3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Khoảng cần xét thuộc vào tập xác định của hàm số với mọi số thực m .

Đạo hàm: $y' = 2x + 5 - 2m + \frac{1}{(x+1)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' \geq 0, \forall x \in (-1; +\infty) &\Leftrightarrow 2x + 5 - 2m + \frac{1}{(x+1)^2} \geq 0, \forall x \in (-1; +\infty) \\ &\Leftrightarrow 2x + 5 + \frac{1}{(x+1)^2} \geq 2m, \forall x \in (-1; +\infty). \end{aligned}$$

Để hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$ thì $2m \leq \min_{(-1; +\infty)} g(x)$ với $g(x) = 2x + 5 + \frac{1}{(x+1)^2}$.

Ta xét hàm số $g(x) = 2x + 5 + \frac{1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Đạo hàm: $g'(x) = 2 - \frac{2}{(x+1)^3} = \frac{2x^3 + 6x^2 + 6x}{(x+1)^3}$.

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow g(0) = 6$.

Bảng biến thiên

x	-1	0	$+\infty$
$g'(x)$	$ $	$-$	$0 \quad +$
$g(x)$	$+\infty$		$+\infty$
		6	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $2m \leq 6 \Leftrightarrow m \leq 3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1329. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - (m-1)x^2 + (m-3)|x| + m^2 - 4m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có 5 điểm cực trị.

A. $m > 3$.

B. $m > 1$.

C. $m > 4$.

D. $-3 < m < -1$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x + m^2 - 4m + 1$.

Khi đó $y = f(|x|) = \frac{1}{3}|x|^3 - (m-1)x^2 + (m-3)|x| + m^2 - 4m + 1$.

Ta có $f'(x) = x^2 - 2(m-1)x + (m-3)$.

Để có đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ ta giữ nguyên phần bên phải trục tung của đồ thị hàm số $y = f(x)$, sau đó lấy đối xứng phần đồ thị này qua trục tung.

Như vậy, đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị có hoành độ dương.

Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m-3)x + m^2 - 4m + 1$ có 2 điểm cực trị có hoành độ dương khi và chỉ khi phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m + 4 > 0 \\ S = 2(m-1) > 0 \\ P = m-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Vậy giá trị của tham số m cần tìm thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m > 3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1330. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2020)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. 2021.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m^2 + 6m$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$, có $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m) = 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$. Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = m; x_2 = m+1$. Dễ thấy $x_1 < x_2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	m	$m+1$	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$y(m)$	$y(m+1)$	$+\infty$		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; m); (m+1; +\infty)$. Vì thế, hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi $m+1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Suy ra có 2020 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1331. Cho hàm số $y = x^3 - 2(m-1)x^2 + 2(m^2 - 2m)x + 4m^2$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = 4x + 8$. Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.

A. $\max P = 16\sqrt{2} - 8$.

B. $\max P = -8$.

C. $\max P = -16\sqrt{2} - 8$.

D. $\max P = 8$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (d) và (C) là

$$\begin{aligned} & x^3 - 2(m-1)x^2 + 2(m^2 - 2m)x + 4m^2 = 4x + 8 \\ \Leftrightarrow & x^3 - 2(m-1)x^2 + 2(m^2 - 2m - 2)x + 4m^2 - 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+2)(x^2 - 2mx + 2m^2 - 4) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2mx + 2m^2 - 4 = 0 \quad (*) \end{cases} \end{aligned}$$

Như thế đường thẳng (d) và đồ thị (C) luôn có giao điểm với hoành độ giao điểm (ta ký hiệu là x_3) $x_3 = -2$. Do đó, đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác -2 . Điều kiện tương đương là

$$\begin{cases} \Delta' = 4 - m^2 > 0 \\ 2m^2 + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Khi đó, theo Vi-et thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 2m^2 - 4 \end{cases}$ và

$$P = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) - 8 = 8m^3 - 6m(2m^2 - 4) - 8 = -4m^3 + 24m - 8.$$

Ta xem P là hàm số biến số m với $m \in (-2; 2) \setminus \{0\}$.

Ta có $P' = -12m^2 + 24$ và $P' = 0 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên của P như sau

m	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	
P'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
P	-24		-8	$16\sqrt{2}-8$		8
		$-16\sqrt{2}-8$		-8		

Từ bảng biến thiên ta có $P \leq 16\sqrt{2} - 8$. Đẳng thức xảy ra khi $m = \sqrt{2}$.

Vậy $\max P = 16\sqrt{2} - 8$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1332. Cho đồ thị (C) của hàm số $y' = (1+x)(x+2)^2(x-3)^3(1-x^2)$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

A. (C) có một điểm cực trị.

B. (C) có ba điểm cực trị.

C. (C) có hai điểm cực trị.

D. (C) có bốn điểm cực trị.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = (1+x)^2(x+2)^2(x-3)^3(1-x) \text{ nên } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	1	3	$+\infty$		
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Ta thấy đạo hàm đổi dấu hai lần nên hàm số có hai điểm cực trị suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

Thử nghiệm: Ta thấy phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm đơn hoặc bội lẻ nên đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

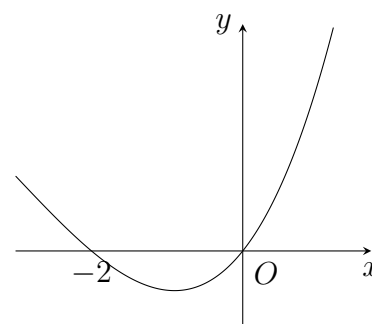
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1333.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. f đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- B. f đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- C. f đạt cực đại tại $x = -2$.
- D. Cực tiểu của f nhỏ hơn cực đại.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		$f(-2)$ 				

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1334. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

- A. $m = 0$.
- B. $m = 1$.
- C. $m = 2$.
- D. $m = -2$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. Suy ra $y'(2) = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Với $m = 0$ ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$ 0 $+\infty$ $-\infty$ -4 $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$				

Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy với $m = 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1335. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m; -2)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để qua M kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) . Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. 3.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng qua $M(m; -2)$ có dạng: $y = k(x - m) - 2$ (Δ).

$$(\Delta) \text{ tiếp xúc với } (C) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = k(x - m) - 2 \\ 3x^2 - 6x = k \end{cases} (*) \text{ có nghiệm.}$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = (3x^2 - 6x)(x - m) - 2 \Leftrightarrow (x - 2)(2x^2 + (-3m + 1)x + 2) = 0.$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } 2x^2 + (-3m + 1)x + 2 = 0 \quad (1).$$

Qua M kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt. Hay phương trình (1) có nghiệm kép khác 2 hoặc phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 2 \neq x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-3m + 1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 0 \\ 2 \cdot 2^2 + (-3m + 1)2 + 2 \neq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} (-3m + 1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 > 0 \\ 2 \cdot 2^2 + (-3m + 1)2 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{5}{3} \\ m = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } S = \left\{-1, \frac{5}{3}, 2\right\}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1336. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{3}{x^2 - 1}$.

B. $y = \frac{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 7}}{2x - 1}$.

C. $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$.

D. $y = \frac{3}{x - 2} + 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của hàm số } y = \frac{3}{x^2 - 1}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 7}}{2x - 1} = \pm\infty \Rightarrow \text{hàm số } y = \frac{3}{x^2 - 1} \text{ không có tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 3}{x + 1} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là tiệm cận ngang của hàm số } y = \frac{2x - 3}{x + 1}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{3}{x - 2} + 1 \right) = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là tiệm cận ngang của hàm số } y = \frac{3}{x - 2} + 1.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1337. Tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m + 1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ là

A. $S = \emptyset$.

B. $S = [0; 1]$.

C. $S = [-1; 0]$.

D. $S = \{-1\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 2m.$$

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	m	$m+2$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$y(m)$	$y(m+2)$	$+\infty$	

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ thì $\begin{cases} m \leq -1 \\ m+2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1338. Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m+2)x^2 - 6(m+2)x + 1$. Tập giá trị của m để $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $[3; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $[4\sqrt{2}; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3(m-1)x^2 - 6(m+2)x - 6(m+2)$.

Nếu $m = 1 \Rightarrow y' = -18x - 18 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$. Do đó $m = 1$ không thỏa mãn yêu cầu.

Nếu $m \neq 1$ thì

$$y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta = 9(m+2)^2 + 24(m-1)(m+2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -2 \leq m \leq \frac{6}{33} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy $m \in \emptyset$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1339. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 - m$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

- A. Vô số. B. Không có. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m. \end{cases}$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi $m > 0$ (*). Khi đó hàm số có ba điểm cực trị là $A(0; 2m^2 - m)$, $B(\sqrt{m}; m^2 - m)$, $C(\sqrt{m}; m^2 - m)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (\sqrt{m}; m^2)$, $\overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m}; m^2) \Rightarrow AB = AC = \sqrt{m + m^4}$.

Vậy $\triangle ABC$ cân tại A nên $\triangle ABC$ vuông cân tại A .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -m + m^4 = 0 \Leftrightarrow m(m^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1. \end{cases}$$

Kết hợp với (*) ta có $m = 1$.

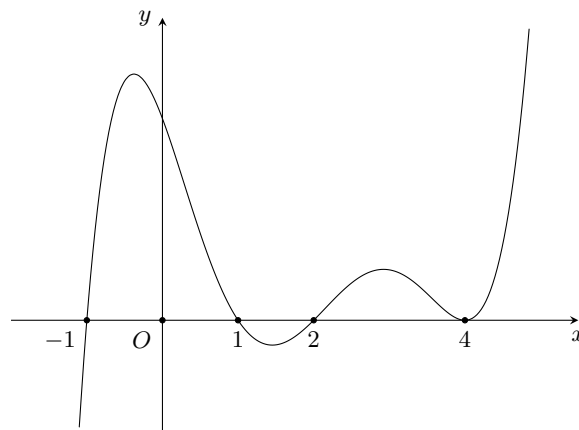
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1340.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(1 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = -2f'(1 - 2x)$.

Để hàm số $g(x) = f(1 - 2x)$ đồng biến suy ra $g'(x) \geq 0$ hay $-2f'(1 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2x) \leq 0$.

Dựa vào đồ thị suy ra $\begin{cases} 1 - 2x \leq -1 \\ 1 \leq 1 - 2x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -\frac{1}{2} \leq x \leq 0. \end{cases}$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1341. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt.

- A. $m \in (-\infty; -4)$. B. $m \in (-4; 0)$.
C. $m \in (0; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2$. Ta có

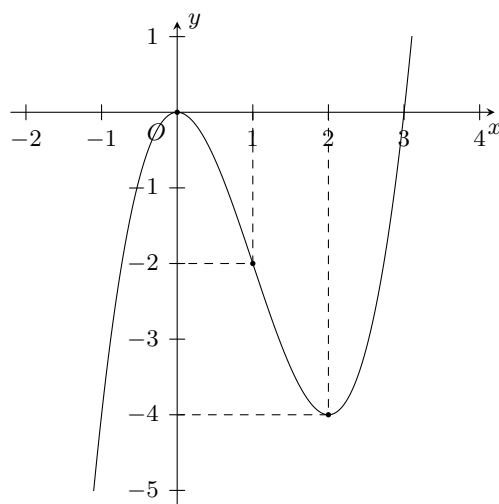
$$f'(x) = 3x^2 - 6x.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$



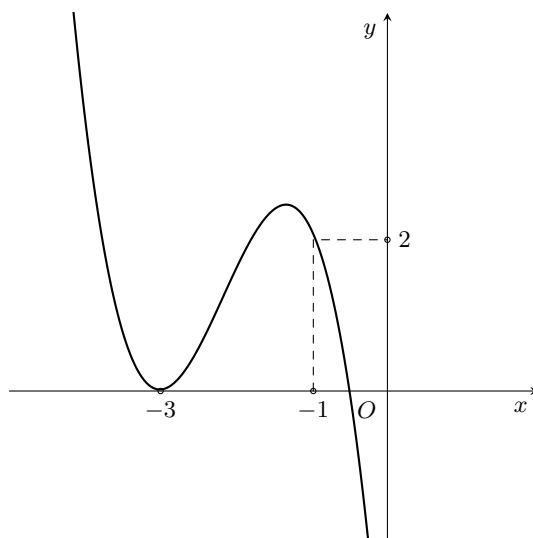
Đồ thị hàm số $y = m$ là đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng m .

Dựa vào đồ thị ta thấy, hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $-4 < m < 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1342. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



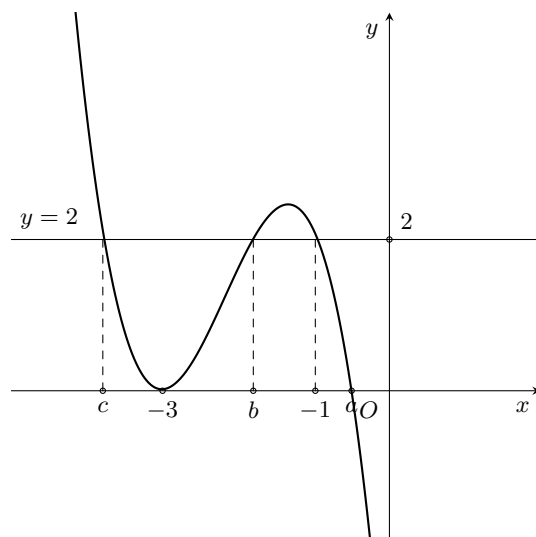
A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.



Ta thấy phương trình bậc ba $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt là $x_1 = c < -3$, $x_2 = b$, với $-3 < b < -1$ và $x_3 = -1$.

Phương trình bậc ba $f(x) = 0$ có nghiệm kép $x = -3$ và nghiệm đơn $x = a$ với $-1 < a < 0$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ nên không mất tính tổng quát, ta giả sử

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+3)^2(x-a) = 0 \text{ và } f(x) = 2 \Leftrightarrow -(x-c)(x-b)(x+1) = 0.$$

$$\text{Ta có: } y = \frac{(x^2 + 4x + 3) \sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]} = \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{xf(x)[f(x)-2]}.$$

$$\text{Khi đó: } \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}f(x)[f(x)-2]} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} y = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{(x+1)\sqrt{x(x+1)}}{-x(x+3)(x-a)[f(x)-2]} = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow c^+} y = \lim_{x \rightarrow c^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{-xf(x)(x-c)(x-b)(x+1)} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow b^+} y = \lim_{x \rightarrow b^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{-xf(x)(x-c)(x-b)(x+1)} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{-xf(x)(x-c)(x-b)} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} y \text{ không tồn tại.}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 + 4x + 3) \sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]}$ có 4 đường tiệm cận đứng là $x = 0$, $x = -3$, $x = c$ và $x = b$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1343. Cho hàm số $y = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của thuộc đoạn $[0; 10]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số nhỏ hơn -2 .

A. 1.

B. 9.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Gọi y_0 thuộc tập giá trị của hàm số, khi đó phương trình $y_0 = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2}$ có nghiệm x .

$$\Leftrightarrow m \sin x + y_0 \cos x = 1 - 2y_0 \text{ có nghiệm } x.$$

$$\Leftrightarrow m^2 + y_0^2 \geq (1 - 2y_0)^2$$

$$\Leftrightarrow 3y_0^2 - 4y_0 + 1 - m^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} \leq y_0 \leq \frac{2 + \sqrt{1 + 3m^2}}{3}$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3}$

Để giá trị nhỏ nhất của hàm số nhỏ hơn -2 thì $\frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} < -2$

$$\Leftrightarrow 8 < \sqrt{1 + 3m^2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{21} < m \\ m < -\sqrt{21} \end{cases}.$$

Do m nguyên thuộc đoạn $[0; 10]$ nên $m \in \{5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[0; 10]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số nhỏ hơn -2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1344. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1 - x)(x + 2)g(x) + 2018$ với $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1 - x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -f'(1 - x) + 2018 = -x(3 - x) \cdot g(1 - x)$.

$$\text{Suy ra } y' \leq 0 \Leftrightarrow -x(3 - x) \cdot g(1 - x) \leq 0 \Leftrightarrow x(3 - x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 3. \end{cases}$$

(do $g(1 - x) < 0$ nên $-g(1 - x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$).

Vậy hàm số $y = f(1 - x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1345. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến $\mathbb{R}$?

- A. 6. B. 4. C. 7. D. 5.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3m^2 - 2mx + 4m + 9$.

Do phương trình $y' = 0$ có hữu hạn nghiệm nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 12m + 27 \leq 0 \text{ (do } a = -3 < 0)$$

$$\Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -5; -4; -3\}$.

Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1346. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$?

- A. $-2 < m \leq -1$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $-2 \leq m \leq 2$. D. $-2 < m < 2$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1) \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (-\infty; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 1 \leq -m \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1347. Số tiếp tuyến đi qua điểm $A(1; -6)$ của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Gọi k là hệ số góc tiếp tuyến (Δ) với đồ thị (C) đi qua $A(1; -6)$ nên $\Rightarrow (\Delta)$ có dạng $y = k(x - 1) - 6$.

$$\text{Để } (\Delta) \text{ tiếp xúc với } (C) \text{ thì } \begin{cases} x^3 - 3x + 1 = k(x - 1) - 6 \\ k = 3x^2 - 3 \end{cases} \text{ có nghiệm}$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x + 1 = (3x^2 - 3)(x - 1) - 6$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(2x^2 + x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2x^2 + x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy có 1 phương trình tiếp tuyến đi qua $A(1; -6)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1348. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2018]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m + 2)x$ có hai điểm cực trị nằm trong khoảng $(0; +\infty)$.

A. 2015.

B. 2016.

C. 2018.

D. 4035.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$.

Từ yêu cầu bài toán ta phải tìm m để hàm số có hai điểm cực trị dương hay phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó

$$\begin{cases} 1 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ S = \frac{-b}{a} > 0 \\ P = \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m - 1)(m - 2) > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases} \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Vì $m \in \mathbb{R}$ và $m \in [-2017; 2018] \Rightarrow m \in \{3; 4; 5; \dots; 2018\}$ nên ta có $2018 - 3 + 1 = 2016$ giá trị m thỏa mãn ycbt.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1349. Công ty du lịch Ban Mê dự định tổ chức tua xuyên Việt. Công ty dự định nếu giá tua là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia, công ty phải bán giá tua là bao nhiêu để doanh thu từ tua xuyên Việt là lớn nhất?

A. 1375000.

B. 3781250.

C. 2500000.

D. 3000000.

Lời giải.

Gọi x (triệu đồng) là giá tua.

Số tiền được giảm đi so với ban đầu là $2 - x$.

Số người tham gia được tăng thêm nếu bán với giá x là $\frac{(2 - x)20}{0,1} = 400 - 200x$.

Số người sẽ tham gia nếu bán giá x là $150 + (400 - 200x) = 550 - 200x$.

Tổng doanh thu là $f(x) = x(550 - 200x) = -200x^2 + 550x$.

$$f'(x) = -440x + 550 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{11}{8}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$\frac{3025}{8}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{11}{8} = 1,375$.

Vậy công ty cần đặt gói tua 1375000 đồng thì tổng doanh thu sẽ cao nhất là 378125000 đồng.

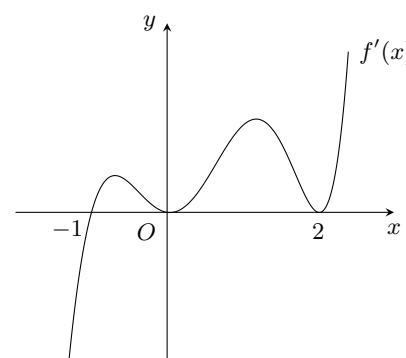
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1350.

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K . Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên khoảng K . Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 4. C. 3. D. 1.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$ ta thấy có một giao điểm với trục hoành (không tính điểm tiếp xúc) nên hàm số $f(x)$ có một cực trị.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1351. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-1000; 1000)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 999. B. 1001. C. 1998. D. 1000.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 6(2m + 1)x + 6m(m + 1) = 6[x^2 - (2m + 1)x + m(m + 1)]$.

Xét phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m + 1)x + m(m + 1) = 0$ có $\Delta = (2m + 1)^2 - 4m(m + 1) = 1 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm $x_1 = \frac{2m + 1 - 1}{2} = m$; $x_2 = \frac{2m + 1 + 1}{2} = m + 1$.

Để thấy $x_1 = m < m + 1 = x_2$ và $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trong khoảng $(m + 1; +\infty)$ và $(-\infty; m)$.

Bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow m + 1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (-1000; 1000)$ nên $m \in \{-999; -998; \dots; 0; 1\}$.

Vậy có $[1 - (-999)] : 1 + 1 = 1001$ giá trị của m thỏa mãn bài toán.

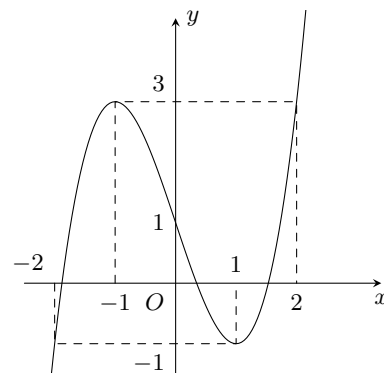
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1352.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có duy nhất một nghiệm.

- A. $m \leq 2015, m \geq 2019$. B. $2015 < m < 2019$.
C. $m = 2015, m = 2019$. D. $m < 2015, m > 2019$.



Lời giải.

Phương trình $f(x) + m - 2018 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2018 - m$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2018 - m$ (có phương trình song song hoặc trùng với trục hoành)

Dựa vào đồ thị, ta thấy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} 2018 - m > 3 \\ 2018 - m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2015 \\ m > 2019 \end{cases}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1353.

Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = f(-2) = 0$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên. Hàm số $y = [f(3-x)]^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 5)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-2; -1)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			0		0			

Từ đó suy ra $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $g(x) = [f(3-x)]^2 \Rightarrow g'(x) = -2f(3-x)f'(3-x)$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến suy ra $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 3-x < 1 \\ 3-x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 5 \\ x < 1 \end{cases}$.

Nhận xét: Bài này đề ra không chính xác vì chọn được cả phương án A và C.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1354. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$.

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2} < m < 2$. D. $m \leq 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - 4m$.

Hàm số đồng biến trên $[1; 4]$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - 4m \geq 0, \forall x \in [1; 4]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x \geq 2m(x + 2), \forall x \in [1; 4]$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2m, \forall x \in [1; 4]$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{x}{2}, \forall x \in [1; 4]$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1355. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$f(x) = \frac{x-1}{mx^2-2x+3}$ nên đồ thị hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang.

Do đó đồ thị hàm số cần có đúng 1 tiệm cận đứng.

Với $m = 0$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{3}{2} \Rightarrow m = 0$ thỏa mãn bài toán.

Với $m \neq 0$ đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 - 2x + 3 = 0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có nghiệm $x = 1$ hay:

$$\begin{cases} \Delta_f = 0 \\ \begin{cases} \Delta_f > 0 \\ f(1) = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3m = 0 \\ \begin{cases} 1 - 3m > 0 \\ m + 1 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m \in \left\{0; \frac{1}{3}; -1\right\}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1356. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Giá trị của tham số m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$ là

A. $m = -1$ hoặc $m = 6$.

B. $0 \leq m \leq 5$.

C. $m = 0$ hoặc $m = 6$.

D. $m = 0$ hoặc $m = 7$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là:

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + (m-1)x + m-1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ (-1)^2 - (m-1) + m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases} (*)$

Ta có:

$$A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m) \Rightarrow \overline{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2}|x_2 - x_1|$$

$$\text{Và } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}. \text{ Từ đây ta có:}$$

$$AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow (1 - m)^2 - 4(m - 1) = 5 \Leftrightarrow m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn) } (*).$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1357. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = -\frac{1}{4}t^4 + 3t^2 - 2t - 4$. Trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng mét (m). Tại thời điểm nào vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất?

A. $t = 1$.

B. $t = \sqrt{2}$.

C. $t = 2$.

D. $t = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có vận tốc $v(t) = S'(t) = -t^3 + 6t - 2 \Rightarrow v'(t) = -3t^2 + 6$.

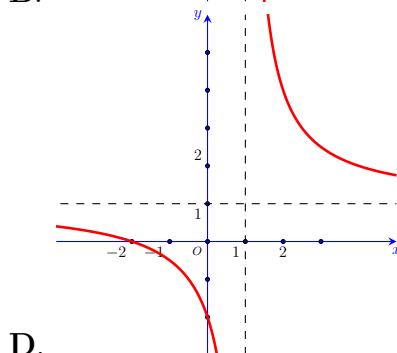
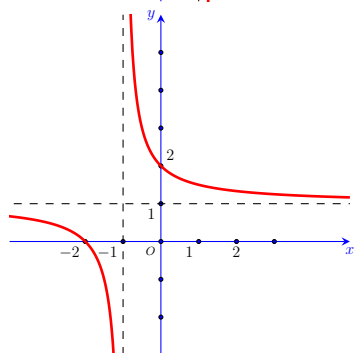
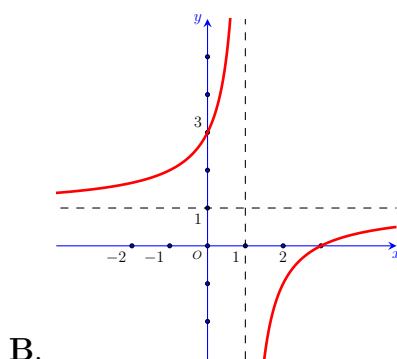
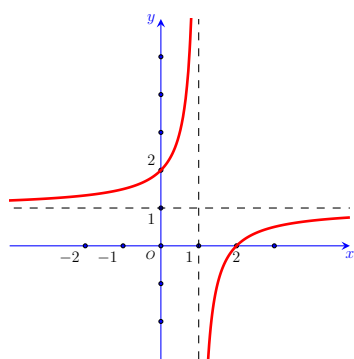
$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta có $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất khi $t = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1358. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình nào sau đây?



Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x = 1$. Tiệm cận ngang $y = 1$.

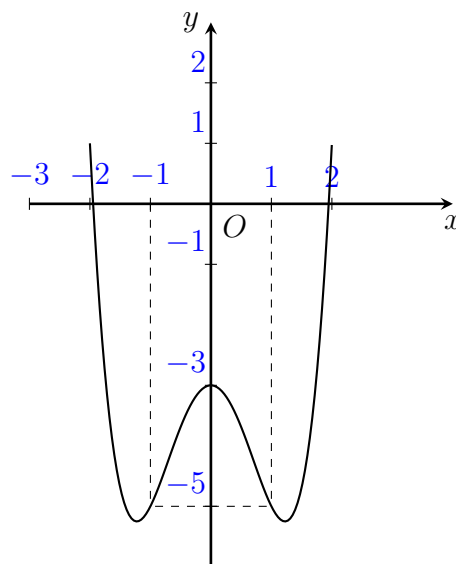
Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ đi qua điểm $(0; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1359.

Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 - 3 = m$ có 3 nghiệm phân biệt

A. $m = -4$.B. $m = -3$.C. $m = 0$.D. $m = -5$.

Lời giải.

Phương pháp

Số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị hàm số để xác định m thỏa mãn bài toán.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m = -3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1360. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Phương pháp

Số nghiệm của hai đồ thị hàm số là số giao điểm của phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị.

Giải phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$-x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 3x^2 - 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

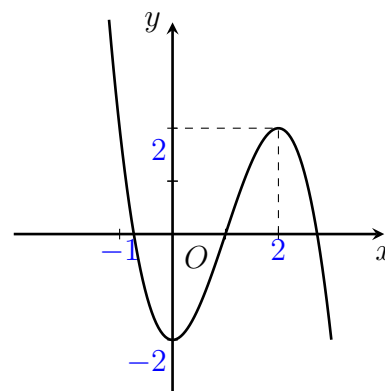
$\Rightarrow$ Hai đồ thị hàm số có 3 điểm chung.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1361.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt nhỏ hơn 2?



A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương pháp

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào đồ thị hàm số để biện luận số nghiệm của phương trình.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

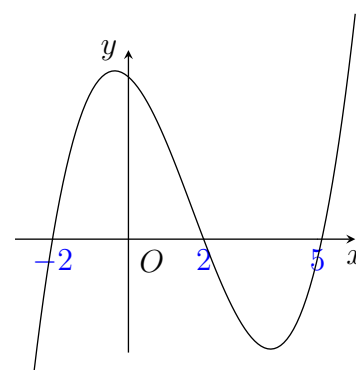
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ nhỏ hơn 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1362.

Cho hàm số $f(x)$ Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(0; 2)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Ta có:

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x > 5 \end{cases}$$

$$g'(x) = [f(3 - 2x)]' = -2f'(3 - 2x)$$

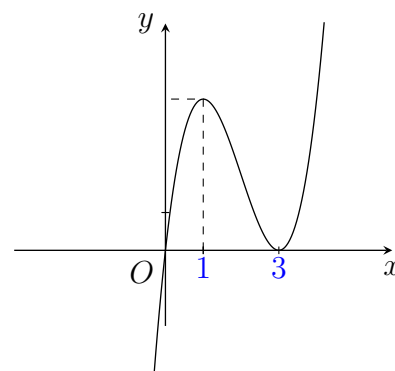
$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 3 - 2x < 2 \\ 3 - 2x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2} \\ x < -1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1363.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có số điểm cực trị ít nhất thì giá trị nhỏ nhất của tham số $m = m_0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:



A. $m_0 \in (0; 1)$.

B. $m_0 \in (-1; 0)$.

C. $m_0 \in (-\infty; -1)$.

D. $m_0 \in (1; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x)$ sau đó xác định sự biến thiên của hàm số $h(x)$ và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

$$\text{Xét hàm số: } g(x) = f^2(x) + f(x) + m \Rightarrow g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x) + f'(x) = f'(x)[2f(x) + 1]$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ 2f(x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Dựa vào đồ thị hàm số ta có: } \begin{cases} f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \\ f(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = a \quad (a < 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g(1) = f^2(1) + f(1) + m = m > m \\ g(3) = f^2(3) + f(3) + m = m \\ g(a) = f^2(a) + f(a) + m = m - \frac{1}{4} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	a			1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				$g(1)$				$+\infty$
	$g(a)$			m					

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

$$\Rightarrow h(x) = |g(x)| = |f^2(x) + f(x) + m| = \left| \left[f(x) + \frac{1}{2} \right]^2 + m - \frac{1}{4} \right| \text{ có điểm cực trị ít nhất là 3.}$$

Đồ thị hàm số $g(x)$ nằm phía trên trục Ox (kể cả trường hợp tiếp xúc với Ox)

$$\Rightarrow m \geq \frac{1}{4} \Rightarrow x_0 = \frac{1}{4}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1364. Biết đồ thị hàm số $y = a \log_2^2 x + b \log_2 x + c$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc đoạn $[1; 2]$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)}$ bằng:

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Phương pháp

Đặt $\log_2 x = t$, xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành sau đó biện luận và áp dụng định lý Vi-ét.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là:

$$a \log_2^2 x + b \log_2 x + c = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } \log_2 x = t, \text{ ta có } (*) \Rightarrow at^2 + bt + c = 0, \quad (1)$$

$$\text{Có: } x \in [1; 2] \Rightarrow t \in [0; 1]$$

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 2]$ phương trình (1) có hai nghiệm $t_1, t_2 \in [0; 1]$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{b}{a} \\ t_1 t_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)} = \frac{2a^3 - 3ab + b^2}{a^2 - ab + ca} = \frac{2 - 3\frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2}{a - \frac{b}{a} + \frac{c}{a}} = \frac{(t_1 + t_2)^2 + 3(t_1 + t_2) + 2}{1 + t_1 + t_2 + t_1 t_2}$$

$$\text{Lại có: } 0 \leq t_1 < t_2 \leq 1 \Rightarrow t_1^2 \leq t_1 t_2; t_2^2 \leq 1 \Rightarrow (t_1 + t_2)^2 \leq 3t_1 t_2 + 1$$

$$\Rightarrow P = \frac{(t_1 + t_2)^2 + 3(t_1 + t_2) + 2}{1 + (t_1 + t_2) + t_1 t_2} \leq \frac{3t_1 t_2 + 1 + 3(t_1 + t_2) + 2}{1 + t_1 t_2 + t_1 + t_2} = 3$$

$$\Rightarrow P_{\min} = 3.$$

Chọn đáp án 

□

Câu 1365. Hàm số $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{5-x} - 3x^2 + 6x$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. -1.

B. Một giá trị khác.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện $x \in [-3; 5]$. Đặt $t = \sqrt{3+x} + \sqrt{5-x}, x \in [-3; 5]$.

$$t^2 = 8 + 2\sqrt{(3+x)(5-x)} \geq 8 \Rightarrow t \geq 2\sqrt{2}, t = 1\sqrt{3+x} + 1\sqrt{5-x} \leq \sqrt{(1^2+1^2)(3+x+5-x)} = 4.$$

$$\text{Suy ra } t \in [2\sqrt{2}; 4] \text{ và } -x^2 + 2x = \left(\frac{t^2 - 8}{2}\right)^2 - 15. \text{ Khi đó } f(t) = t + 3\left[\left(\frac{t^2 - 8}{2}\right)^2 - 15\right], t \in [2\sqrt{2}; 4].$$

$$f'(t) = 1 + 6t(t^2 - 8) > 0, \forall t \in [2\sqrt{2}; 4] \Rightarrow \max_{[2\sqrt{2}; 4]} f(t) = f(4). \text{ Với } t = 4 \Rightarrow x = 1.$$

Chọn đáp án 

□

Câu 1366. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$ với m là tham số. Gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực tiểu của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Xác định hệ số góc k của đường thẳng d .

A. $k = -3$.B. $k = \frac{1}{3}$.C. $k = 3$.D. $k = -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1). y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases}$$

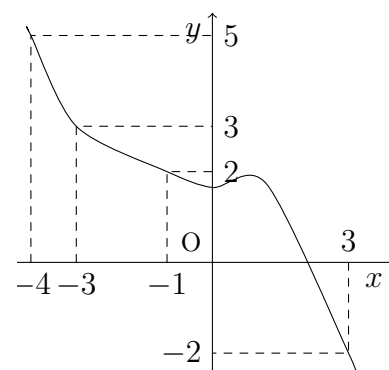
Vì là hàm số bậc ba với hệ số $a = 1 > 0$ nên điểm cực tiểu của hàm số là $A(m+1; -3m-2)$.

Lại có $-3m - 2 = -3(m + 1) + 1$ nên điểm cực tiểu của hàm số luôn thuộc đường thẳng $d: y = -3x + 1$, hệ số góc $k = -3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1367.

Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên $[-4; 3]$ hàm số $g(x) = 2f(x) + (1 - x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm?



A. $x_0 = -4$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = -3$.

D. $x_0 = -1$.

Lời giải.

Trên $[-4; 3]$, ta có: $g'(x) = 2f'(x) - 2(1 - x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \quad x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên.

x	-4	0	3
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	↘ ↗		

Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0 = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1368. Tìm giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2008.

B. 2010.

C. 2009.

D. 2007.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m} = 0$ suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang với mọi m .

Để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận thì phương trình $x^2 + x - m = 0$ có nghiệm kép $x \geq 3$ hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó $x_1 \geq 3$ và $x_2 < 3$.

— $\Delta = 1 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$ (loại).

— $\Delta = 1 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}$.

Khi đó phương trình $x^2 + x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó $x_1 \geq 3$ và $x_2 < 3$ khi

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ -1 < 3 \\ (x_1 - 3)(x_2 - 3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m > 12 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 12.$$

Vậy số giá trị m thỏa mãn là 2008.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1369. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$?

A. 18.

B. 17.

C. 16.

D. 20.

Lời giải.

Đặt $g(x) = f(x^2 + 3x - m)$, suy ra $g'(x) = (2x+1)f'(x^2 + 3x - m)$.

Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$ khi

$$\begin{aligned} g'(x) &\leq 0 \text{ với mọi } x \in (0; 2) \\ \Leftrightarrow (2x+1)f'(x^2 + 3x - m) &\leq 0 \text{ với mọi } x \in (0; 2) \\ \Leftrightarrow f'(x^2 + 3x - m) &\leq 0 \text{ với mọi } x \in (0; 2) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - m \leq -3 \\ x^2 + 3x - m \geq 1 \end{cases} &\text{ với mọi } x \in (0; 2) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 3 \leq m \\ x^2 + 3x - 1 \geq m \end{cases} &\text{ với mọi } x \in (0; 2) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 13 \\ m \leq -1. \end{cases} \end{aligned}$$

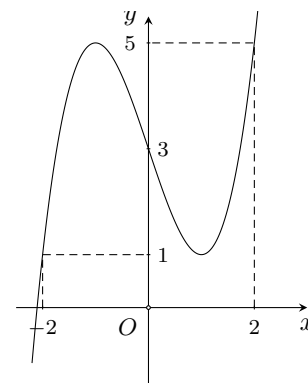
Do m thuộc đoạn $[-10; 20]$ nên có 18 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1370.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3x$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $g(-4) = g(-2)$.B. $g(0) \leq g(2)$.C. $g(2) < g(4)$.D. $g(-2) > g(0)$.**Lời giải.**

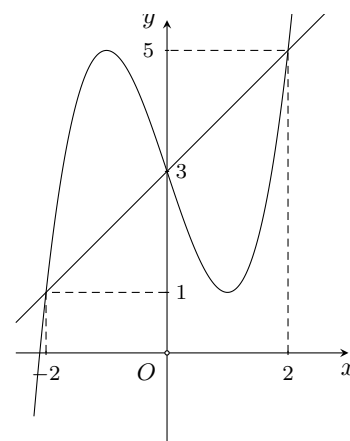
Ta có $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3x \Rightarrow g'(x) = f'(x) - (x+3)$.

Vẽ đường thẳng $AB : y = x + 3$ trên cùng hệ trục với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy $f'(x) < x + 3$ với $x \in (0; 2)$ hoặc $x \in (-\infty; -2)$ và $f'(x) > x + 3$ với $x \in (-2; 0)$ hoặc $x \in (2; +\infty)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	-4	-2	0	2	4
g'	-	0	+	0	+
g	$g(-4)$	$g(-2)$	$g(0)$	$g(2)$	$g(4)$



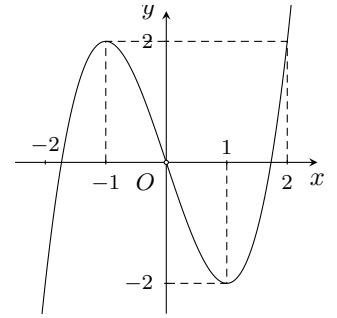
Từ bảng biến thiên của hàm số ta suy ra $g(2) < g(4)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1371.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{2f(\cos x)}) = m$ có nghiệm $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.



A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có với $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \cos x \in (-1; 0] \Rightarrow f(\cos x) \in (0; 2] \Rightarrow \sqrt{2f(\cos x)} \in [0; 2]$

khi đó $f(\sqrt{2f(\cos x)}) \in [-2; 2]$.

Do vậy phương trình đã cho có nghiệm $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ khi và chỉ khi $m \in [-2; 2]$.

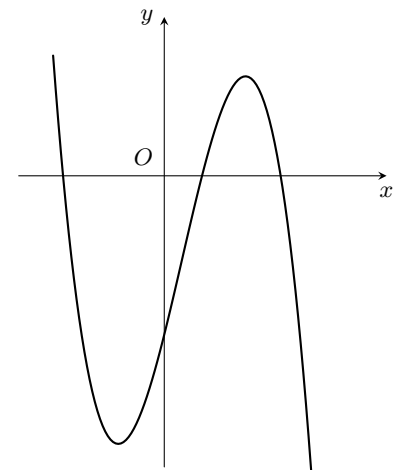
Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1372.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm mệnh đề đúng.



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải.

① Ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

② Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ $y_0 < 0 \Rightarrow d < 0$.

③ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị trái dấu nên $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Rightarrow 3ac < 0 \Rightarrow c > 0$.

④ Hoành độ điểm uốn nằm bên phải trục tung nên $y'' = 6ax + 2b = 0$ có nghiệm dương $\Rightarrow x = \frac{-b}{3a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1373. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 10}{2x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{mx + 10}{2x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 20 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0; 2) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m \leq -4 \\ 0 \leq m < \sqrt{20} \end{cases}$$

Vậy $m \in \{-4; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1374. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có ba đường tiệm cận.

A. $m < 1$. B. $m \neq 1$ và $m \neq -8$. C. $m \leq 1$ và $m \neq -8$. D. $m < 1$ và $m \neq -8$.

Lời giải.

① Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

② Để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có hai đường tiệm cận đứng, tức là phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -2. Từ đó, ta có

$$\begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ 1 - 2 + m \neq 0 \\ 4 + 4 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 1 \\ m \neq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -8 \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1375. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - m\sqrt{x^2 + 1} + m + 4 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m > 6$. B. $m \geq 6$.
C. $m \in \emptyset$. D. $m \geq 6$ hoặc $m \leq -2$.

Lời giải.

① Đặt $\sqrt{x^2 + 1} = t \Leftrightarrow x^2 = t^2 - 1$ ($t \geq 1$).

② Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 1 - mt + m + 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - mt + m + 3 = 0 \quad (1).$$

③ Để phương trình ban đầu có bốn nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 lớn hơn 1. Do đó ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta = m^2 - 4(m + 3) > 0 \\ t_1 > 1 \\ t_2 > 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 12 > 0 \\ t_1 - 1 > 0 \\ t_2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < -2 \\ (t_1 - 1) + (t_2 - 1) > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < -2 \\ t_1 + t_2 - 2 > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < -2 \\ m - 2 > 0 \\ m + 3 - m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 6. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1376. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. $m = 1$. B. $m \in \{-1; 1\}$. C. $m \in \{-1; 0; 1\}$. D. $m \in \{0; 1\}$.

Lời giải.

- ① $y' = 4x^3 - 4m^2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 \end{cases}$. Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ phải có ba nghiệm phân biệt, suy ra $m \neq 0$.
- ② Khi đó, đồ thị có ba điểm cực trị là $A(0; 1)$, $B(m; -m^4 + 1)$, $C(-m; -m^4 + 1)$.
- ③ Ta có $\overrightarrow{AB} = (m; -m^4)$, $\overrightarrow{AC} = (-m; -m^4)$. Suy ra $AB = \sqrt{m^2 + m^8}$, $AC = \sqrt{m^2 + m^8}$. Do đó tam giác ABC luôn cân ở A . Vậy để tam giác ABC vuông thì tam giác ABC phải vuông ở A .
- ④ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -m^2 + m^8 = 0 \Leftrightarrow m^6 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1377. Cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 3m^2$, với m là tham số. Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị lập thành tam giác nhận $G(0; 2)$ làm trọng tâm.

- A. $m = 1$. B. $m = -\sqrt{\frac{2}{7}}$. C. $m = -1$. D. $m = -\sqrt{\frac{6}{7}}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m)$.

Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số đã cho có ba điểm cực trị hay phương trình $x^2 + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0, tức là $m < 0$.

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị là $A(0; 3m^2)$, $B(-\sqrt{-m}; 2m^2)$, $C(\sqrt{-m}; 2m^2)$.

Tam giác ABC nhận $G(0; 2)$ làm trọng tâm nên

$$\begin{cases} \frac{0 + (-\sqrt{-m}) + \sqrt{-m}}{3} = 0 \\ \frac{3m^2 + 2m^2 + 2m^2}{3} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow 7m^2 = 6 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{\frac{6}{7}}.$$

Kết hợp điều kiện $m < 0$ ta được $m = -\sqrt{\frac{6}{7}}$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1378. Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$, với m là tham số, đồng biến trên $(2; +\infty)$ thì m thuộc tập nào sau đây?

- A. $m \in \left(\frac{2+\sqrt{6}}{2}; +\infty\right)$. B. $m \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$.
C. $m \in (-\infty; -1)$. D. $m \in \left(-\infty; \frac{-2-\sqrt{6}}{2}\right)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$.

— Với $m = 0$ ta được $y' = 2x - 6$ và $y' > 0$ khi $x > 3$. Vậy hàm số chỉ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$. Do đó $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

— Với $m \neq 0$, ta có $\Delta'_{y'} = (m-1)^2 - 3m(m-2) = -2m^2 + 4m + 1$.

◦ Dễ thấy $m < 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

◦ Xét trường hợp $m > 0$.

Nếu $\Delta'_{y'} \leq 0$ hay $m \geq \frac{2+\sqrt{6}}{2}$ thì hàm số đã cho luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$, cho nên nó đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Nếu $\Delta'_{y'} > 0$ hay $0 < m < \frac{2 + \sqrt{6}}{2}$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$, thì yêu cầu bài toán thỏa mãn khi

$$\begin{aligned} x_1 < x_2 \leq 2 &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \\ 4m - 4(m-1) + 3(m-2) \geq 0 \\ \frac{2(m-1)}{2m} < 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \\ 3m - 2 \geq 0 \\ \frac{-m-1}{m} < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq m < \frac{2 + \sqrt{6}}{2}. \end{aligned}$$

Kết hợp các trường hợp ta được $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$ thì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1379. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 \left(\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0.$$

Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\text{Ta lại có } \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} = -\infty.$$

Đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1380.

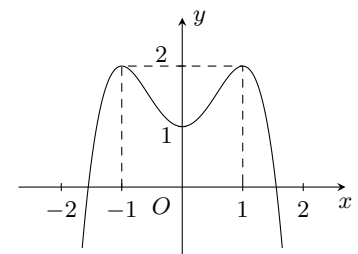
Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

B. $y = -x^4 + 3x^2 + 1.$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$

D. $y = x^4 + 3x^2 + 1.$



Lời giải.

Nhìn từ trái sang phải nhánh cuối cùng của đồ thị đi xuống nên $a < 0$, loại đáp án $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

Điểm $A(1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 1$ không đi qua $A(1; 2)$ vì $x = 1 \Rightarrow y = 3$.

Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đi qua $A(1; 2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1381. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\frac{1}{2}f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-3	0	$+\infty$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$

B. $m < -3$.

C. $m < -\frac{3}{2}$.

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m < -3 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2}f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$. (*)

Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy, để phương trình (*) có đúng hai nghiệm

phân biệt thì $\begin{cases} 2m = 0 \\ 2m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1382. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m > -\frac{1}{2}$.

B. $m > -\frac{1}{2}, m \neq 4$.

C. $m > \frac{1}{2}$.

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} 2x^3 - (2+m)x + m &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 + 2x - m) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 + 2x - m = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ 2x^2 + 2x - m = 0 \end{cases} & \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = 2x^2 + 2x - m = 0$.

Để đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Tức là $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2m > 0 \\ 4 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 4 \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1383. Phương trình $x^3 - \sqrt{1-x^2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 2.

B. 6.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Điều kiện $1 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

$$x^3 - \sqrt{1-x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^6 + x^2 - 1 = 0. \end{cases}$$

Đặt $t = x^2$ khi đó $0 \leq t \leq 1$. Phương trình trở thành $t^3 + t - 1 = 0$. (*)

Nhận xét: Mỗi giá trị của t thuộc đoạn $[0; 1]$ cho ta một nghiệm $x \in [0; 1]$.

Xét $f(t) = t^3 + t - 1$ với $t \in [0; 1] \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \forall t \in [0; 1]$.

Ta có bảng biến thiên

t	0	1
$f'(t)$	+	
$f(t)$	-1	1

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình (*) có một nghiệm $t \in [0; 1]$.

Nên phương trình đã cho có một nghiệm.

(Chú ý: Ta có thể xét hàm số $f(x) = x^6 + x^2 - 1$ trên đoạn $[0; 1]$).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1384. Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1.$$

A. $\min P = \frac{17}{3}$.

B. $\min P = 5$.

C. $\min P = \frac{115}{3}$.

D. $\min P = \frac{7}{3}$.

Lời giải.

Ta có $x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x$.

$$\text{Do đó } P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (2-x)^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5.$$

Từ giả thiết ta có $x, y \in [0; 2]$.

Đặt $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5$ với $x \in [0; 2]$.

$$f'(x) = x^2 + 4x - 5.$$

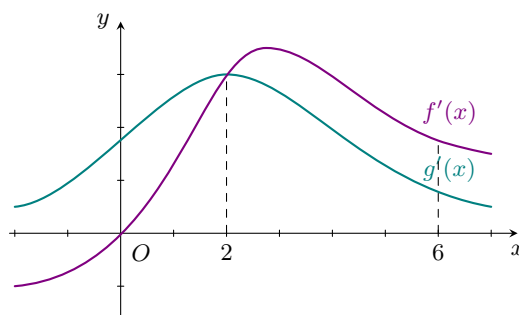
$$\text{Ta có } \begin{cases} f'(x) = 0 \\ 0 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$f(0) = 5; f(1) = \frac{7}{3}; f(2) = \frac{17}{3}.$$

$$\Rightarrow \min_{x \in [0; 2]} f(x) = \frac{7}{3}. \text{ Vậy } \min P = \frac{7}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1385. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là

- A. $h(2), h(6)$. B. $h(6), h(2)$. C. $h(0), h(2)$. D. $h(2), h(0)$.

Lời giải.

Có $h'(x) = f'(x) - g'(x)$.

Từ đồ thị đã cho ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ trên $[0; 6]$

x	0	2	6
$h'(x)$	—	0	+
$h(x)$	$h(0)$  $h(2)$ $h(6)$		

Do đó $\min_{[0;6]} h(x) = h(2)$.

Giả thiết ta có $f(0) - g(0) < f(6) - g(6) \Leftrightarrow h(0) < h(6)$.

Vậy $\max_{[0;6]} h(x) = h(6)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1386. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ có đồ thị (C) và điểm $A(1; a)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để có đúng hai tiếp tuyến của (C) đi qua A ?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

TXĐ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Giả sử k là hệ số góc của đường thẳng d qua A . Khi đó phương trình d có dạng $y = k(x - 1) + a$.

d là tiếp tuyến của (C) khi hệ sau có nghiệm

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 3} = k(x - 1) + a \\ \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = k. \end{cases}$$

$$\text{Từ hệ ta được } \sqrt{x^2 - 2x + 3} = \frac{(x - 1)^2}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} + a \Leftrightarrow a = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}. \quad (*)$$

Trường hợp 1: Nếu $a \leq 0$ thì $(*)$ vô nghiệm.

$$\text{Trường hợp 1: Nếu } a > 0 \text{ thì } (*) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 - \frac{4}{a^2} = 0. \quad (**)$$

Để có đúng hai tiếp tuyến của C đi qua A thì $(**)$ phải có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 1 - 3 + \frac{4}{a^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} > 2 \Leftrightarrow a^2 < 2 \Rightarrow 0 < a < \sqrt{2} \text{ (do đang xét } a > 0).$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của a để thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1387. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$.

(1)

Dựa vào BBT ta suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $x_1; x_2; x_3; x_4$ trong đó

$$x_1 < -2 < x_2 < 1 < x_3 < 2 < x_4.$$

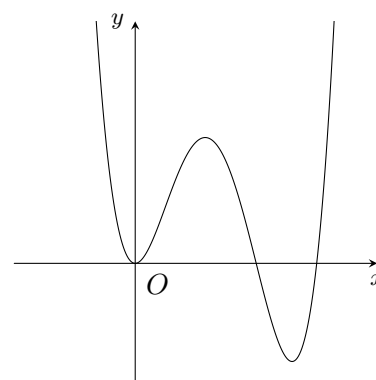
Mặt khác hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5} = g(x)$ có tử thức là hằng số nên ta suy ra đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 4 tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1388.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên dưới. Khi đó trên $\mathbb{R}$ hàm số $y = f(x)$



A. có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

B. có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

C. có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$	0	x_1	x_2	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$	0	$+$
y			y_1	y_2	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1389. Hàm số $y = \frac{x-2}{x+m-3}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi

A. $m < 1$.B. $m = 1$.C. $m \geq 3$.D. $m \neq 1$.

Lời giải.

$$y' = \frac{m-3+2}{(x+m-3)^2} = \frac{m-1}{(x+m-3)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-1 > 0 \\ x=3-m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1390. Tập hợp các giá trị m để hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng là

A. $\left\{\frac{7}{2}\right\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{7}{2}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{2}\right\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 + 6x - 2 = 0$ không có nghiệm $x = -2 \Leftrightarrow m \cdot (-2)^2 + 6 \cdot (-2) - 2 \neq 0 \Leftrightarrow 4m - 14 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1391. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2018]$ để hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + m = 0 \\ \sqrt{xy} + y = 1 \end{cases} \text{ có nghiệm?}$$

A. 2016. B. 2018. C. 2019. D. 2017.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{xy} + y = 1 \Leftrightarrow \sqrt{xy} = 1 - y \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 - y \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 - 2y + y^2 \\ y \leq 1 \end{cases} \quad (1)$

— Nếu $y = 0$, hiển nhiên không thỏa mãn hệ.

— Nếu $y \neq 0$, khi đó hệ(1) trở thành $\begin{cases} x = \frac{1}{y} - 2 + y \\ y \leq 1. \end{cases}$

Thế vào $x - y + m = 0$, ta có $\frac{1}{y} - 2 + y - y + m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{y} = 2 - m, (2).$

Để hệ có nghiệm thì (2) có nghiệm $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$. Xét hàm $f(y) = \frac{1}{y}$ có $f'(y) = -\frac{1}{y^2} < 0$ với mọi $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$ nên ta có bảng biến thiên hàm $f(y)$ như sau

y	$-\infty$	0	1
$f'(y)$	—	—	
$f(y)$	0	$+\infty$	1

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta thấy (2) có nghiệm $y \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2 - m < 0 \\ 2 - m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \leq 1. \end{cases}$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [0; 2018]$ nên $m \in \{0; 1; 3; 4; 5; 6; \dots; 2018\}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1392. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $3\sqrt{x-1} - m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1}$ có nghiệm là

- A. $m < -\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3} < m \leq 1$. C. $-\frac{1}{3} \leq m < 1$. D. $-\frac{1}{3} < m < 1$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 1$.

$$\text{Ta có } 3\sqrt{x-1} - m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1} \Leftrightarrow m = \frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} - \frac{2\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt{x+1}} = 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}, (0 \leq t < 1), (\text{vì } \frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1} \text{ mà } 0 < \frac{2}{x+1} \leq 1, \forall x \geq 1 \text{ nên } 0 \leq \frac{x-1}{x+1} < 1).$$

$$\text{Ta được } m = 3t^2 - 2t = f(t), (0 \leq t < 1); f'(t) = 6t - 2, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m < 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1393. Cho hàm số $f'(x) = (x-2)^2(x^2-4x+3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^2 - 10x + m + 9)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 17. B. 18. C. 15. D. 16.

Lời giải.

$$\text{Ta có } [f(x^2 - 10x + m + 9)]' = (2x - 10)(x^2 - 10x + m + 7)^2(x^2 - 10x + m + 8)(x^2 - 10x + m + 6).$$

Hàm số $y = f(x^2 - 10x + m + 9)$ có 5 điểm cực trị điều kiện cần và đủ là các phương trình $x^2 - 10x + m + 8 = 0$ (1) và $x^2 - 10x + m + 6 = 0$ (2) đều có hai nghiệm phân biệt khác 5,

$$\text{điều kiện tương đương là } \begin{cases} \Delta'_1 > 0 \\ \Delta'_2 > 0 \\ 25 - 50 + m + 8 \neq 0 \\ 25 - 50 + m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17 - m > 0 \\ 19 - m > 0 \\ m \neq 17 \\ m \neq 19 \end{cases} \Leftrightarrow m < 17.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1394. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng (a, b) . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số $y = f(x+1)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
 B. Hàm số $y = -f(x) + 1$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.
 C. Hàm số $y = f(x) + 1$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
 D. Hàm số $y = -f(x) - 1$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng (a, b) nên $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a, b)$ và dấu bằng chỉ xảy ra hữu hạn điểm thuộc (a, b) .

Hàm số $y = -f(x) + 1$ và $y = -f(x) - 1$ có đạo hàm bằng $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a, b)$ nên hai hàm số trên nghịch biến trên (a, b) .

Hàm số $y = f(x) + 1$ có đạo hàm bằng $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a, b)$ nên hàm số đồng biến trên (a, b) .

Hàm số $y = f(x + 1)$ đồng biến trên khoảng $(a - 1; b - 1)$.

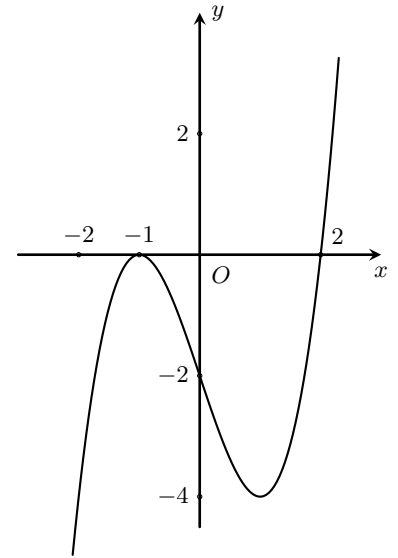
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1395.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.
- B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.
- D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có $g'(3) = 6 \cdot f'(7) > 0$.

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1396. Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = 2b - a$.

- A. $T = \sqrt{51} + 6$.
- B. $T = \sqrt{61} + 3$.
- C. $T = \sqrt{61} - 3$.
- D. $T = \sqrt{51} - 6$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 27$ và $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 27 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 9 = 0$. (1)

Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt. Điều đó tương đương với

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 3. \end{cases} \quad (2)$$

Theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 9. \end{cases}$

Khi đó

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| \leq 5 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 25 \\ &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 25 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 4m^2 - 61 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{61}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{61}}{2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Kết hợp (2), (3) và m dương ta được

$$3 < m \leq \frac{\sqrt{61}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{\sqrt{61}}{2} \end{cases} \Rightarrow T = 2b - a = \sqrt{61} - 3.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1397. Cho đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$. Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) . Gọi tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt các tiệm cận của (C) tại hai điểm P và Q . Gọi G là trọng tâm của tam giác IPQ (với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C)). Diện tích tam giác GPQ bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 4.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$. Giả sử $M\left(a; \frac{2a+1}{a-1}\right)$ thuộc đồ thị (C) .

Phương trình tiếp tuyến tại M là $d: y = -\frac{3}{(a-1)^2}(x-a) + \frac{2a+1}{a-1}$.

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận có phương trình là $d_1: x = 1$ và $d_2: y = 2$.

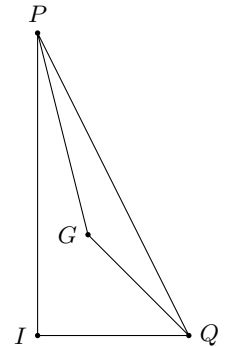
Do đó d cắt d_1 tại $P\left(1; \frac{2a+4}{a-1}\right)$, d cắt d_2 tại $Q(2a-1; 2)$ và d_1 cắt d_2 tại $I(1; 2)$.

Ta có

$$IP = \frac{6}{|a-1|}, \quad IQ = 2|a-1|.$$

Khi đó

$$S_{GPQ} = \frac{1}{3}S_{IPQ} = \frac{1}{6}IP \cdot IQ = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{|a-1|} \cdot 2|a-1| = 2.$$



Chọn đáp án **A** □

Câu 1398. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1|$ có 7 điểm cực trị.

A. $(0; 6)$.

B. $(6; 33)$.

C. $(1; 33)$.

D. $(1; 6)$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1$. Ta có $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x^2 - x - 2)$ và

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x(x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$m-6$	$m-1$	$m-33$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = |f(x)|$ có 7 điểm cực trị khi đồ thị $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Điều đó tương đương với

$$m-6 < 0 < m-1 \Leftrightarrow 1 < m < 6.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1399. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x + 5$ có đồ thị (C) . Trong các tiếp tuyến của (C) , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ và Δ là tiếp tuyến của (C) tại M .

Đặt $f'(x) = y' = 3x^2 - 2x + 2$. Khi đó hệ số góc của Δ là $f'(x_0) = 3x_0^2 - 2x_0 + 2$.

Đặt $g(x) = 3x^2 - 2x + 2$, rõ ràng giá trị nhỏ nhất của $f'(x_0)$ bằng với giá trị nhỏ nhất của $g(x)$.

Ta có $g'(x) = 6x - 2$ và $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$+\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị hệ số góc của Δ nhỏ nhất bằng $\frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1400. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số đã cho có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho luôn có 1 tiệm cận ngang với mọi m .

Do đó bài toán trở thành tìm m để đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 tiệm cận đứng.

— Với $m = 0$, $y = \frac{x-1}{-2x+3}$. Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x = \frac{3}{2}$.

— Với $m \neq 0$. Đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 tiệm cận đứng khi phương trình $mx^2 - 2x + 3 = 0$ có nghiệm kép hoặc nghiệm $x = 1$.

Điều đó tương đương với

$$\begin{cases} 1 - 3m = 0 \\ m - 2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = -1. \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn đề bài là $-1, 0, \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1401. A và B là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-2}$. Khi đó độ dài đoạn AB ngắn nhất bằng

A. $4\sqrt{2}$.

B. 4.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

— Gọi $A\left(a; \frac{a}{a-2}\right)$ và $B\left(b; \frac{b}{b-2}\right)$ là hai điểm thuộc hai nhánh của (C) , $(a < 2 < b)$.

— Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(b-a; \frac{b}{b-2} - \frac{a}{a-2}\right) = \left(b-a; \frac{b-a}{(b-2)(2-a)}\right)$.

— Áp dụng BDT Côsi ta có $(b-2)(2-a) \leq \frac{(b-a)^2}{4}$.

— $AB^2 = (b-a)^2 + \frac{(b-a)^2}{[(b-2)(2-a)]^2} \geq (b-a)^2 + \frac{64}{(b-a)^2} \geq 16 \Rightarrow AB \geq 4$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = 2 - \sqrt{2}$ và $b = 2 + \sqrt{2}$.

— Vậy AB nhỏ nhất bằng 4.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1402. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$ đi qua giao điểm hai đường tiệm cận?

A. 1.

B. Không có.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải.

— Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -\frac{d}{c} = -2$ làm tiệm cận đứng.

— Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c} = 2$ làm tiệm cận ngang.

— Vậy $I(-2; 2)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận.

— Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và $y' = \frac{7}{(x+2)^2}$.

— Gọi tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ có dạng $\Delta: y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$ hay $\Delta: y = \frac{7}{(x_0+2)^2} \cdot$

$$(x - x_0) + \frac{2x_0 - 3}{x_0 + 2}.$$

— Vì Δ đi qua $I(-2; 2)$ nên

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{7}{(x_0+2)^2} \cdot (-2 - x_0) + \frac{2x_0 - 3}{x_0 + 2} \Leftrightarrow 2 = \frac{-7}{(x_0+2)^2} \cdot (x_0+2) + \frac{2x_0 - 3}{x_0 + 2} \\ &\Leftrightarrow 2 = \frac{-7}{(x_0+2)} + \frac{2x_0 - 3}{x_0 + 2} \Leftrightarrow 2 = \frac{2x_0 - 10}{x_0 + 2} \\ &\Leftrightarrow 4 = -10 \text{ (vô nghiệm)} \end{aligned}$$

— Vậy không tồn tại tiếp tuyến nào của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$ mà đi qua giao điểm của hai tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1403. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = a^x (a > 0; a \neq 1)$ qua điểm $I(1; 1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

A. 2016.

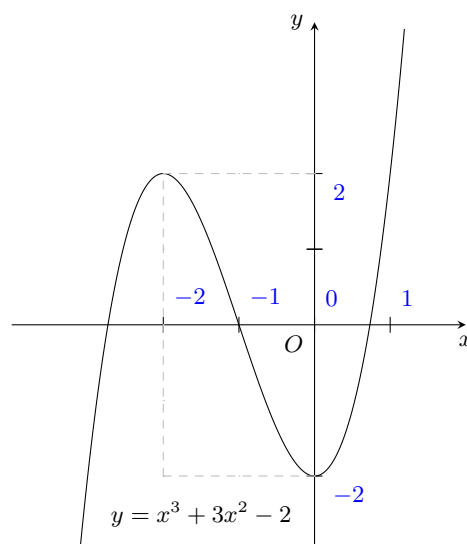
B. -2016.

C. 2020.

D. -2020.

Lời giải.— Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = a^x$; (C_1) là đồ thị hàm số $y = f(x)$.— $M\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}; y_M\right) \in (C_1) \Leftrightarrow y_M = f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$.— Gọi N đối xứng với M qua $I(1; 1) \Rightarrow N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2 - y_M\right)$.— Do đồ thị (C_1) đối xứng (C) qua $I(1; 1)$ nên $N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2 - y_M\right) \in (C)$.— $N \in (C) \Leftrightarrow 2 - y_M = a^{-\log \frac{1}{2018}} \Leftrightarrow 2 - y_M = 2018 \Leftrightarrow y_M = -2016$.— Vậy $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = -2016$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1404.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có hai nghiệm phân biệt.A. $m \in (-\infty; -2]$.B. $m \notin [-2; 2]$.C. $m \in [2; +\infty)$.D. $m \in \{-2; 2\}$.**Lời giải.****Phương pháp:**+) Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.+) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ sau đó suy ra giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.**Cách giải:**Số nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m$.Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$. Ta có đồ thị hàm số như

hình vẽ:

Quan sát đồ thị hàm số ta có: đường thẳng $y = m$ cắt đồ thịhàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.**Chú ý khi giải:** Để làm bài nhanh hơn, các em có thể vẽ BTT thay cho đồ thị hàm số.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1405.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$. Mệnh đề nào sau đây đúng?A. Nếu $f''(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.B. Nếu x_0 thì là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) \neq 0$.C. Nếu x_0 thì là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f'(x_0) = 0$.D. Nếu x_0 thì là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) > 0$.**Lời giải.****Phương pháp:** Dựa vào lý thuyết về các điểm cực trị của hàm số.**Cách giải:**

Nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số thì $f'(x_0) = 0$. Nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số thì

$$\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1406. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 6\sqrt{x^2 - 6x + 12} + 6x - x^2 - 4$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x) = M$.

A. -6.

B. 3.

C. -3.

D. 6.

Lời giải.

Phương pháp: Đặt $t = \sqrt{x^2 - 6x + 12} = \sqrt{(x-3)^2 + 3} \geq 3$ tìm GTLN của hàm số $f(t)$ với $t \geq 3$.

Cách giải: $f(x) = 6\sqrt{x^2 - 6x + 12} + 6x - x^2 - 4$

$$f(x) = 6\sqrt{x^2 - 6x + 12} - (x^2 - 6x + 12) + 8.$$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 6x + 12} = \sqrt{(x-3)^2 + 3} \geq 3$, khi đó ta có $f(t) = -t^2 + 6t + 8, \forall x \geq 3$. Ta có $f'(t) = -2t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 3$. BBT:

x	3	$+\infty$
$f'(t)$	—	
$f(t)$	17	$-\infty$

$$\Rightarrow \max_{[3;+\infty)} f(t) = 17 \Leftrightarrow t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 3} = 3 \Leftrightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \max f(x) = 17 = M \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy phương trình $f(x) = M$ có nghiệm duy nhất $x = 3$, do đó tích các nghiệm của chúng bằng 3.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1407. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2 - 3x + m^2 + 5m + 6$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên $(3; 5)$.

A. $m \in (-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$.B. $m \in (-\infty; -3] \cup [-2; +\infty)$.C. $m \in [-3; -2]$.D. Với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Phương pháp: Hàm số đồng biến trên $(a; b) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (a; b)$.

Cách giải: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(3; 5) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (3; 5)$.

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + m^2 + 5m + 6 \geq 0, \forall x \in (3; 5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x \geq -m^2 - 5m - 6, \forall x \in (3; 5) (*)$$

Đặt $g(x) = x^2 - 3x$.

$$(*) \Leftrightarrow g(x) \geq -m^2 - 5m - 6, \forall x \in (3; 5)$$

$$\Rightarrow -m^2 - 5m - 6 \leq \min_{(3;5)} g(x)$$

Khảo sát hàm số $g(x) = x^2 - 3x$ ta được:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	3	5	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$-\frac{9}{4}$	0	10	$+\infty$

$$-m^2 - 5m - 6 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 5m + 6 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq -3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1408. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2})$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Xét $f'(x) = 0$ suy ra

$$x(x^2 + 2x)^3(x^2 - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x^4(x + 2)^3(x - \sqrt[4]{2})(x - \sqrt[4]{2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 2 = 0 \\ x - \sqrt[4]{2} = 0 \\ x + \sqrt[4]{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = \sqrt[4]{2} \\ x = -\sqrt[4]{2} \end{cases}$$

Xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt[4]{2}$	0	$\sqrt[4]{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa bảng xét dấu suy ra hàm số có 3 cực trị.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1409. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + (m^2 + 2018m - 1) \cdot \frac{x^2}{2} - 2019m$ tăng trên $(-\infty; -2018)$. Tổng tất cả các giá trị của tập hợp S là

A. -2039189.

B. -2039190.

C. -2019.

D. -2018.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 + (m^2 + 2018m - 1)x$.

Để hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; -2018)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &\geq 0, \forall x \in (-\infty; -2018) \\ \Leftrightarrow x^2 + (m^2 + 2018m - 1)x &\geq 0, \forall x \in (-\infty; -2018) \\ \Leftrightarrow x &\leq -(m^2 + 2018m - 1), \forall x \in (-\infty; -2018). \end{aligned}$$

Suy ra $-(m^2 + 2018m - 1) \geq -2018 \Leftrightarrow -2019 \leq m \leq 1$.

Vậy tổng số các phần tử của tập hợp S là

$$-2019 - 2018 - 2017 - \dots - 1 + 0 + 1 = \frac{(-2019 + 1)2021}{2} = -2039189.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1410.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Do hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ suy ra số tiệm cận đứng của hàm số sẽ tương ứng với số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x) = 0$ (*).

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ suy ra số nghiệm phân biệt của phương trình (*) là 3. Nên số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là 3.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1411. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'	$+\infty$	-1	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) > 2^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi:

- A. $m > f(1) - 2$. B. $m \leq f(1) - 2$. C. $m \leq f(-1) - \frac{1}{2}$. D. $m > f(-1) - \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Từ $f(x) > 2^x + m \Leftrightarrow f(x) - 2^x > m$. Đặt $g(x) = f(x) - 2^x \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2^x \ln 2 < 0, \forall x \in (-1, 1)$ vì theo bảng biến thiên $f'(x) < 0, \forall x \in (-1, 1)$ và $2^x \ln 2 > 0$.

Khi đó $g(x) > g(1) = f(1) - 2, \forall x \in (-1, 1)$.

Do đó bất phương trình $f(x) > 2^x + m, \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m \leq g(1) = f(1) - 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1412. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + mx - 2019$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

- A. $m \leq -1$. B. $m < -1$. C. $m > -1$. D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -x^2 + 2x + m$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' \leq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \min_{(0; +\infty)} (x^2 - 2x) \Leftrightarrow m \leq -1.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1413. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$; $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Xét hàm số $y = f(x^2 - 2)$.

Ta có $y' = [f(x^2 - 2)]' = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

$$\begin{aligned} y' \leq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq 0 \\ f'(x^2 - 2) \geq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 0 \\ f'(x^2 - 2) \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 - 2 \geq 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2 \leq 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ 0 \leq x \leq 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vì vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$; $(0; 2)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1414. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx + 16}{x + m}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

- A. $m \in (-\infty; -4)$. B. $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.
C. $m \in [4; +\infty)$. D. $m \in (4; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = \frac{m^2 - 16}{(x + m)^2}$. Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} m^2 - 16 > 0 \\ -m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \Leftrightarrow m > 4. \\ -m \leq 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1415. Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị 0; 1; 2 và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(4x - 4x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ta có $[f'(4x - 4x^2)]' = (4x - 4x^2)' \cdot f'(4x - 4x^2) = 4(1 - 2x) \cdot f'(4x - 4x^2)$.

$$[f'(4x - 4x^2)]' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 4x - 4x^2 = 0 \\ 4x - 4x^2 = 1 \\ 4x - 4x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 0; x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \text{ (kép)}. \end{cases}$$

Do đó, hàm số $y = f(4x - 4x^2)$ có ba điểm cực trị là $0; 1; \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1416. Cho hàm số $f(x)$ với bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$

Hỏi hàm số $y = |f(|x|)|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 7.

Lời giải.

Phương pháp:

+ Cách 1: Dựa vào BBT, vẽ BBT của đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ và suy ra số các điểm cực trị của hàm số.

+ Cách 2: Từ BBT suy ra công thức hàm số $y = f(x)$ từ đó vẽ đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ và suy ra số các điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị $(-1; -2), (0; 3), (2; -4)$.

Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y = |f(|x|)|$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	2	3	4	$+\infty$		
	$y = 0$	-2		-4			

Bảng biến thiên của hàm số $y = |f(|x|)|$ là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	4	3	4	$+\infty$

$y = 0$

Như vậy hàm số $y = |f(|x|)|$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1417. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ là $[a; b]$. Khi đó $a - 3b$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 6.

D. -1.

Lời giải.

Phương pháp: Hàm số bậc ba nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Cách giải: $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5 \Rightarrow y' = -x^2 + 2mx + 3m + 2$.

Hàm số bậc ba nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi

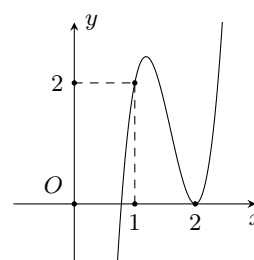
$$\begin{aligned} \begin{cases} -1 < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1 \\ &\Rightarrow a = -2, b = -1 \Rightarrow a - 3b = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1418.

Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 5.

B. 2.

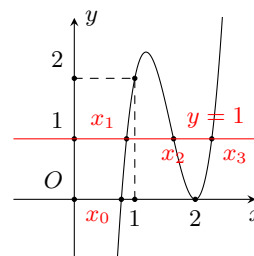
C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Phương pháp: Định nghĩa tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Nếu $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^-} = -\infty \end{cases}$ thì $x = a$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.



Cách giải: Từ đồ thị hàm số ta có:

$$f(1) = 2, f(x_0) = f(2) = 0, f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 1.$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có TXĐ là

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 0 \\ f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq x_0 \\ x \neq x_1 \\ x \neq x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq x_2, 1 < x_2 < 2 < x_3. \\ x \neq x_3 \end{cases}$$

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow x_2} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_2} \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]} = \infty.$$

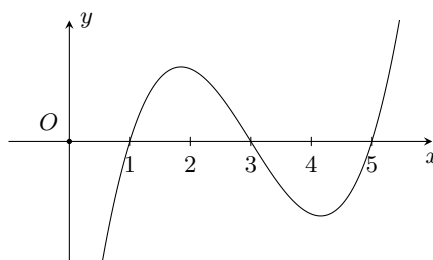
$$\text{---} \lim_{x \rightarrow x_3} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_3} \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]} = \infty.$$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 4x + 4)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1419. Cho hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x+1)$. Kết luận nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 4)$.
- B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
- C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4; 6)$.
- D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp: Xét dấu của $g'(x)$ dựa vào dấu của $f'(x)$.

Cách giải: $g(x) = f(x+1) \Rightarrow g'(x) = f'(x+1)$.

Với $x \in (0; 1)$ thì $x+1 \in (1; 2)$, $f'(x+1) > 0, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1420. Cho hàm số $f(x) = mx^3 - 3mx^2 + (3m-2)x + 2-m$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $g(x) = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị?

A. 9.

B. 7.

C. 10.

D. 11.

Lời giải.**Phương pháp:** Hàm số $g(x) = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.**Cách giải:** Hàm số $g(x) = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.Xét $mx^3 - 3mx^2 + (3m - 2)x + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(mx^2 - 2mx + m - 2) = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ mx^2 - 2mx + m - 2 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

 $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - m(m - 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 2m > 0 \Leftrightarrow m > 0. \\ m \cdot 1^2 - 2m \cdot 1 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 2m > 0 \Leftrightarrow m > 0. \\ -2 \neq 0 \end{cases}$$

Mà $m \in [-10; 10], m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 10\}$. Có 10 giá trị của m thỏa mãn.Chọn đáp án **C**

□

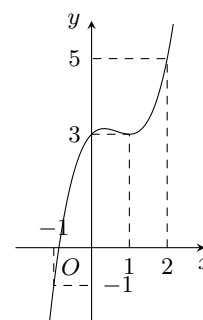
Câu 1421.Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(2 - \sqrt{2x - x^2}) = m$ có nghiệm?

A. 6.

B. 7.

C. 3.

D. 2.

**Lời giải.**Xét hàm số $t(x) = 2 - \sqrt{2x - x^2}, x \in [0; 2]$, có $t'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{2x-x^2}}, t'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.Hàm số $t(x)$ liên tục trên $[0; 2]$ có $t(0) = t(2) = 2, t(1) = 1 \Rightarrow \min_{[0;2]} t(x) = 1, \max_{[0;2]} t(x) = 2$.Do đó $x \in [0; 2] \Rightarrow t \in [1; 2]$. Khi đó bài toán trở thành có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(t) = m$ có nghiệm $t \in [1; 2]$.Quan sát đồ thị hàm số $y = f(t)$ trên đoạn $[1; 2]$ ta thấy phương trình $f(t) = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow 3 \leq m \leq 5$.Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{3; 4; 5\}$: có 3 giá trị của m thỏa mãn.Chọn đáp án **C**

□

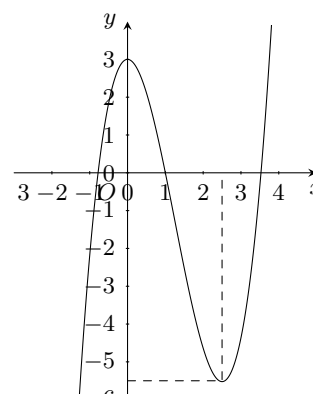
Câu 1422.Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(x^2)$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.



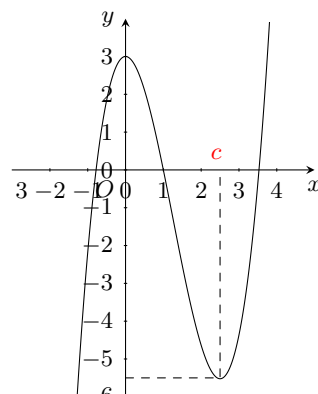
Lời giải.

Ta có $g'(x) = 2x \cdot f'(x)$;

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c \end{cases}.$$

(với $2 < c < 3$ được biểu diễn bởi hình vẽ trên)

Vậy, phương trình $g'(x) = 0$ có 2 nghiệm.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1423. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{4x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 2020. B. 4038. C. 2018. D. 2019.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{4x^2-2x+m} = 0 \Leftrightarrow 4x^2-2x+m = 0$.

Đặt $f(x) = 4x^2-2x+m$ có $\Delta' = 1-4m$.

Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-4m > 0 \\ 1+1+m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{4} \\ m \neq -2 \end{cases}.$$

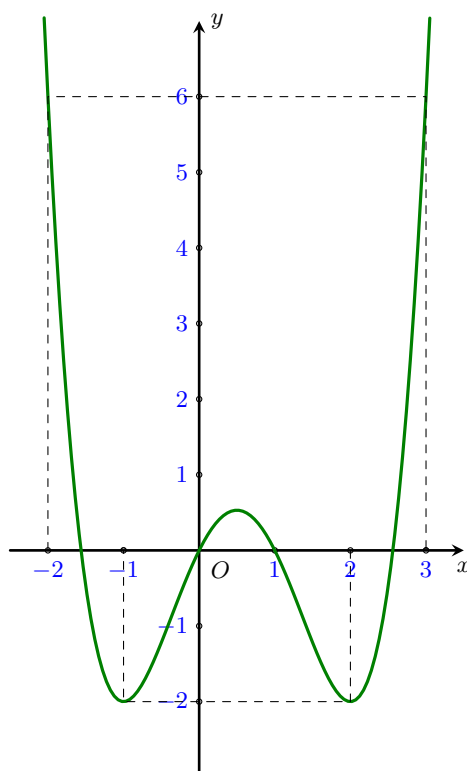
Lại có $m \in \mathbb{Z}, m \in [-2019; 2019] \Rightarrow m \in \{-2019; -2018; \dots; 0\} \setminus \{-2\}$.

Vậy có 2019 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1424. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3-3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?



A. 2.

B. 6.

C. 3.

D. 7.

Lời giải.

Đặt

$$t = g(x) = x^3 - 3x, \quad x \in [-1; 2]$$

$$g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $[-1; 2]$

x	-1	1	2
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	2	-2	2

Suy ra

Với $t = -2$, có 1 giá trị của x thuộc đoạn $[-1; 2]$. $t \in (-2; 2]$, có 2 giá trị của x thuộc đoạn $[-1; 2]$.

Phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $(-2; 2]$. (1)

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ và m nguyên ta có hai giá trị của m thỏa mãn điều kiện (1) là: $m = 0, m = -1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1425. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0) \right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2; 3)$?

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 6.

Lời giải.

Chọn A

Đặt $g(x) = f(\cos x) + x^2 - x$. Ta thấy $g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1$. Do $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $-1 \leq f'(\cos x) \leq 1$, suy ra $|- \sin x \cdot f'(\cos x)| \leq 1$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Cách 1. Ta có $g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1 \leq 1 + (2x - 1) = 2x \leq 0, \forall x \leq 0$. Loại đáp án B và D. Với $x \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ thì $0 \leq \sin x < 1, 0 < \cos x \leq 1$ nên $- \sin x \cdot f'(\cos x) \leq 0$. Do đó $g'(x) \leq 0, \forall x \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. Loại đáp án C. Chọn đáp án A.

Cách 2. Vì $g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1 \neq 1 + (2x - 1) = 2x - 2$ nên $g'(x) > 0, \forall x > 1$. Suy ra $g(x) = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$. Chọn đáp án A. □

Câu 1426. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng

A. $(1; 2)$.B. $(-1; 0)$.C. $(0; 1)$.D. $(-2; -1)$.**Lời giải.**

Chọn D.

Xét hàm số $h(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0)$. Ta có $h'(x) = f'(x) + x; h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x$ Số nghiệm

phương trình trên là số giao điểm của hai đồ thị $y = -x$ và $y = f'(x)$. Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f'(x) = -x$ có ba nghiệm $x = -2; x = 0; x = 2$. Tại $x = 2$ là cực tiểu, tại $x = -2$ là cực đại, tại $x = 0$ không là cực trị vì đạo hàm không đổi dấu. Hay $h(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0)$ có một cực trị dương trong khoảng $(-2; 3)$. Hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0) \right|$ có số cực trị trong khoảng $(-2; 3)$ là: $2.1 + 1 = 3$. $\square$

Câu 1427. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + 1}{1 - \frac{1}{x}} = 2 \text{ và}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - 2x} - x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{2}{x}}{\left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(-\sqrt{1 - \frac{2}{x}} - 1\right)} = 0.$$

Nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 2$ và $y = 0$.

Chọn đáp án **C** $\square$

Câu 1428. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x + 1)(x - 2)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. $f(-1)$.B. $f(0)$.C. $f(3)$.D. $f(2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = x(x + 1)(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \text{ với } x = 2 \text{ là nghiệm kép.} \\ x = 2 \end{cases}$$

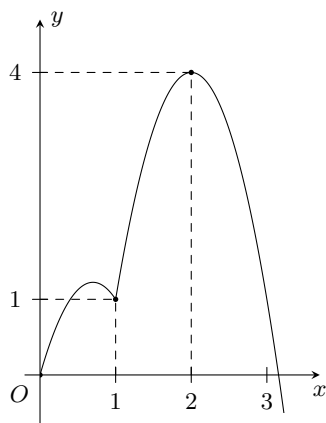
Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	
$f(x)$									

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 2]$ tại $x = 0$.

Chọn đáp án **B** $\square$

Câu 1429. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y = |3f(x) - x^3|$ đồng biến trên khoảng

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

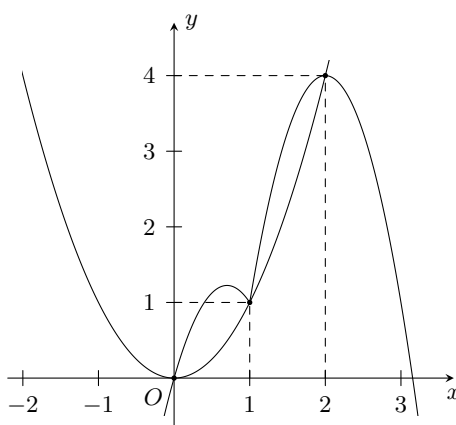
C. $(0; 2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Đặt $g(x) = 3f(x) - x^3$. Hàm số ban đầu có dạng $y = |g(x)|$.

Ta có $g'(x) = 3f'(x) - 3x^2$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$



Dễ thấy $g(0) = 0$. Ta có bảng biến thiên

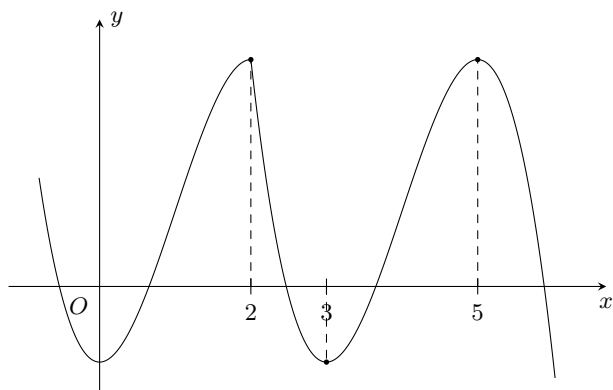
x	$-\infty$	0	1	2	a	$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-
$y = g(x) $	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$
			$y = 0$			
					0	$\searrow$
						$-\infty$

Dựa vào BBT suy ra hàm số $y = |g(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và $(a; +\infty)$ với $g(a) = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1430. Cho số thực m và hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(2^x + 2^{-x}) = m$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $t = t(x) = 2^x + 2^{-x}$ với $x \in [-1; 2]$.

Hàm $t = t(x)$ liên tục trên $[-1; 2]$ và $t'(x) = 2^x \ln 2 - 2^{-x} \ln 2$, $t'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	-1	0	2
$t'(x)$	-	0	+
$t(x)$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{17}{4}$

Do đó $x \in [-1; 2] \Rightarrow t \in \left[2; \frac{17}{4}\right]$.

Với mỗi $t \in \{2\} \cup \left(\frac{5}{2}; \frac{17}{4}\right]$ có duy nhất 1 giá trị x thỏa mãn.

Xét phương trình $f(t) = m$ với $t \in \left(\frac{5}{2}; \frac{17}{4}\right]$.

Từ đồ thị, phương trình $f(2^x + 2^{-x}) = m$ có số nghiệm nhiều nhất khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có 2 nghiệm t_1, t_2 trong đó có $t_1 \in \left(2; \frac{5}{2}\right]$, $t_2 \in \left(\frac{5}{2}; \frac{17}{4}\right]$.

Khi đó, phương trình có $f(2^x + 2^{-x}) = m$ có nhiều nhất 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1431.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

A. $f(-1)$. B. $f(0)$. C. $f(2)$. D. $f(1)$.

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$				0		0	

Lời giải.

Ta có $g(x) = f(2x) + \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2}$.

Đặt $t = 2x$. Với $x \in [-1; 1]$ thì $t \in [-2; 2]$.

Khi đó ta có $h(t) = f(t) + \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{2} \Rightarrow h'(t) = f'(t) - \frac{1}{2} \sin t$.

Từ bảng biến thiên ta thấy

- Với $t \in (-2; 0)$ thì $f'(t) > 0$ và $\sin t < 0 \Rightarrow h'(t) > 0$.
- Với $t \in (0; 2)$ thì $f'(t) < 0$ và $\sin t > 0 \Rightarrow h'(t) < 0$.
- Với $t = 0$ thì $f'(t) = 0$.

Từ đó ta có bảng biến thiên sau

t	-2	0	2
h'	+	0	-
h			

Vậy $\max_{[-1;1]} g(x) = \max_{[-2;2]} h(t) = h(0) = f(0)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1432. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $(-1; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[-1; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$, $y' = \frac{m+1}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq 0 \\ m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1433. Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung.

A. $m < 0$. B. $0 < m < \frac{1}{3}$. C. $m < \frac{1}{3}$. D. Không tồn tại.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 2x + m$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3} \quad (1).$$

Khi đó phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1 và x_2 .

Theo định lí Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}$, $x_1 x_2 = \frac{m}{3}$.

Vì $x_1 + x_2 = -\frac{2}{3} < 0$ nên để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{m}{3} < 0 \Leftrightarrow m < 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $m < 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1434. Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{|x| - 2018}{x + 2019}$.

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2018}{x + 2019} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2018}{x}}{1 + \frac{2019}{x}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - 2018}{x + 2019} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1 - \frac{2018}{x}}{1 + \frac{2019}{x}} = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1435. Đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ và cắt đường thẳng $x = 1$ tại điểm có tung độ bằng 3 khi

A. $a = b = 0, c = 2$. B. $a = c = 0, b = 2$. C. $a = 2, b = c = 0$. D. $a = 2, b = 1, c = 0$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Gọi (C) là đồ thị hàm số $f(x)$. Vì $M(1; 3) \in (C)$ nên $3 = 1 + a + b + c \Leftrightarrow a + b + c = 2$ (1).

Vì (C) tiếp xúc với Ox tại O nên hệ $\begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$ có nghiệm $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = 0 \end{cases}$.

Từ (1) suy ra $a = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1436. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Khi đó số nghiệm của phương trình $2|f(x-3)| - 5 = 0$ là

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y	$+\infty$	1	2	$-\infty$

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = 2f(x-3)$ là

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
y	$+\infty$	2	4	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = 2f(x-3)$ ta có đồ thị hàm số $y = 2f(x-3)$ cắt trục Ox tại điểm duy nhất có hoành độ là x_0 ($x_0 > 4$).

Suy ra có bảng biến thiên của hàm số $y = 2|f(x-3)|$ là

x	$-\infty$	3	4	x_0	$+\infty$
y	$+\infty$	2	4	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = 2|f(x-3)|$ ta có

Phương trình $2|f(x-3)| - 5 = 0 \Leftrightarrow 2|f(x-3)| = 5$ có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1437. Tìm số tiệm cận (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y =$

$$\frac{\sqrt{4x^2 + 5}}{\sqrt{2x + 1} - x - 1}.$$

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

$$\text{TXĐ: } \mathcal{D} = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}.$$

Ta có

$$\text{--- } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 5}}{\sqrt{2x+1} - x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{5}{x^2}}}{\sqrt{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 - \frac{1}{x}} = -2.$$

Suy ra $y = -2$ là tiệm cận ngang của hàm số.

$$\text{--- } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{4x^2 + 5}) = \sqrt{5} > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{2x+1} - x - 1) = 0 \\ \sqrt{2x+1} - x - 1 < 0 \text{ khi } x \rightarrow 0^+ \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty.$$

Suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng của hàm số.

$$\text{--- } \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} y = -2\sqrt{6}.$$

Suy ra $x = -\frac{1}{2}$ không là tiệm cận đứng của hàm số.Chọn đáp án **C**

□

Câu 1438. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$ nghịch biến trên $[1; +\infty)$?

A. $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$. C. $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$. D. $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$.

Lời giải.Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Ta có $y' = mx^2 + 14mx + 14 = m(x^2 + 14x) + 14$.Hàm số $y = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$ nghịch biến trên $[1; +\infty)$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow y' &\leq 0, \forall x \in [1; +\infty) \\ \Leftrightarrow m(x^2 + 14x) + 14 &\leq 0, \forall x \in [1; +\infty) \\ \Leftrightarrow m &\leq -\frac{14}{x^2 + 14x} \quad (\text{vì } x^2 + 14x > 0, \forall x \in [1; +\infty)) \end{aligned} \quad (*)$$

Xét hàm số $g(x) = -\frac{14}{x^2 + 14x}$ trên nửa khoảng $[1; +\infty)$. Ta có

$$g'(x) = \frac{14(2x + 14)}{(x^2 + 14x)^2} > 0, \forall x \in [1; +\infty).$$

Bảng biến thiên

x	1	$+\infty$
y'	+	
y	$-\frac{14}{15}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $(*) \Leftrightarrow m \leq -\frac{14}{15}$.Chọn đáp án **B**

□

Câu 1439. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình các tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -2x + \frac{10}{3}$ là

A. $y = -2x + 2$.

B. $y = -2x - 2$.

C. $y = -2x + 10, y = -2x - \frac{2}{3}$.

D. $y = -2x - 10, y = -2x + \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Giả sử $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M_0(x_0; y_0)$ là: $f'(x_0) = x_0^2 - 4x_0 + 1$

Hệ số góc của đường thẳng $d: y = -2x + \frac{10}{3}$ là -2

Tiếp tuyến song song với đường thẳng d thì:

$$x_0^2 - 4x_0 + 1 = -2 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

*TH1: $x_0 = 1, y_0 = \frac{4}{3}, f'(x_0) = -2$

Phương trình tiếp tuyến:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Rightarrow y = -2x + \frac{1}{3} \text{ (loại)}$$

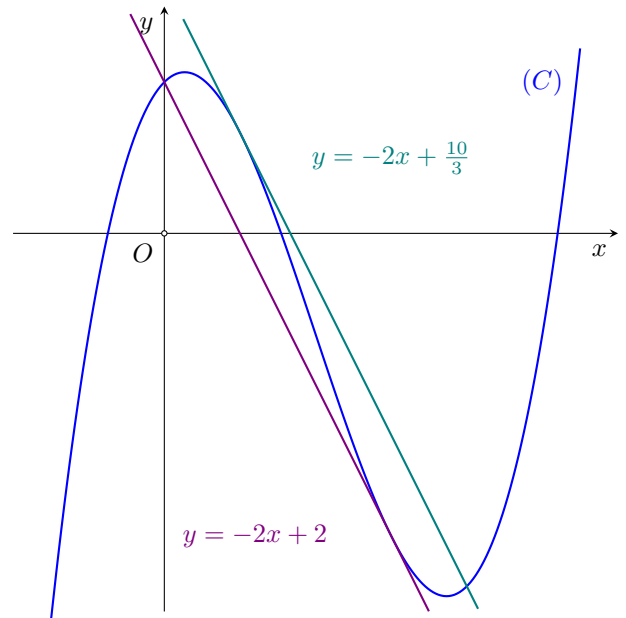
*TH2: $x_0 = 3, y_0 = -4, f'(x_0) = -2$

Phương trình tiếp tuyến:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Rightarrow y = -2x + 2 \text{ (nhận)}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -2x + 2$

Chọn đáp án **A**



Câu 1440. Cho hàm số $y = x^3 - 5x^2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 2x - 6$ sao cho từ đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) ?

A. 2 điểm.

B. 3 điểm.

C. 4 điểm.

D. vô số điểm.

Lời giải.

Cách 1: Gọi $M(a; 2a - 6) \in d$. Phương trình đường thẳng d đi qua $M(a; 2a - 6) \in d$ có hệ số góc k là:

$$y = k(x - a) + 2a - 6 \text{ tiếp xúc với } (C) \text{ khi hệ } \begin{cases} x^3 - 5x^2 = k(x - a) + 2a - 6 \\ 3x^2 - 10x = k \end{cases} \text{ có nghiệm Theo yêu}$$

cầu bài toán thì $x^3 - 5x^2 = (3x^2 - 10x)(x - a) + 2a - 6$ có hai nghiệm phân biệt. Xét hàm số $f(x) = (3x^2 - 10x)(x - a) + 2a - 6 - x^3 + 5x^2 = 2x^3 - (3a + 5)x^2 + 10ax + 2a - 6$ Có $f'(x) = 6x^2 - 2(3a + 5)x + 10a$

$$f(x) = 0 \text{ có hai nghiệm } \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \Rightarrow f(a) = -a^3 + 9a^2 + 2a - 6 \\ x = \frac{5}{3} \Rightarrow f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{31}{3}a + \frac{71}{9} \end{cases}$$

$$\text{phân biệt khi: } \begin{cases} a \neq \frac{5}{3} \\ f(a) \cdot f\left(\frac{5}{3}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq \frac{5}{3} \\ (-a^3 + 9a^2 - 2a - 6) \cdot \left(\frac{31}{3}a + \frac{71}{9}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{71}{31} \\ a = -1 \\ a = 4 \pm \sqrt{22} \end{cases} \text{ Đáp}$$

án có 4 điểm thỏa mãn bài toán. Cách 2: Gọi $M(a; 2a - 6) \in d$. Phương trình đường thẳng d đi qua $M(a; 2a - 6) \in d$ có hệ số góc k là: $y = k(x - a) + 2a - 6$ tiếp xúc với (C) khi hệ

$$\begin{cases} x^3 - 5x^2 = k(x - a) + 2a - 6 \\ 3x^2 - 10x = k \end{cases} \text{ có nghiệm Theo yêu cầu bài toán thì } x^3 - 5x^2 = (3x^2 - 10x)(x - a) + 2a - 6$$

có hai nghiệm phân biệt. Đến đây ta có thể cô lập a , xét hàm số. Chú ý tính cực trị bằng công thức: $y = u'/v'$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1441. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $x + y = \frac{3}{2}$ và biểu thức $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tính $x^2 + y^2$.

A. $\frac{25}{16}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{2313}{1156}$.

D. $\frac{153}{100}$.

Lời giải.

— **Cách 1.** Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz ta có:

$$P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y} = \frac{4^2}{4x} + \frac{1^2}{4y} \geq \frac{(4+1)^2}{4x+4y} = \frac{25}{4 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{25}{6}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{4}{4x} = \frac{1}{4y} \Leftrightarrow x = 4y$ mà $x + y = \frac{3}{2}$ nên $\begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{3}{10} \end{cases}$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{25}{6}$ khi $\begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{3}{10} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{153}{100}$.

— **Cách 2.** Ta có $P = \frac{4}{x} + \frac{1}{4y} = \left(\frac{4}{x} + \frac{25}{9}x\right) + \left(\frac{1}{4y} + \frac{25}{9}y\right) - \frac{25}{9}(x+y)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\frac{4}{x} + \frac{25}{9}x \geq 2\sqrt{\frac{4}{x} \cdot \frac{25x}{9}} = \frac{20}{3}; \quad \frac{1}{4y} + \frac{25}{9}y \geq 2\sqrt{\frac{1}{4y} \cdot \frac{25y}{9}} = \frac{5}{3} \Rightarrow P \geq \frac{20}{3} + \frac{5}{3} - \frac{25}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{25}{6}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{4}{x} = \frac{25}{9}x \\ \frac{1}{4y} = \frac{25}{9}y \end{cases}$ mà $\begin{cases} x > 0; y > 0 \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{3}{10} \end{cases}$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{25}{6}$ khi $\begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{3}{10} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{153}{100}$.

— **Cách 3.** Do $x > 0$ và $x + y = \frac{3}{2}$ nên $x \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{1}{6-4x}$ trên $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Ta có $f'(x) = -\frac{4}{x^2} + \frac{4}{(6-4x)^2}$;

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (6-4x)^2 = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 6-4x = x \\ 6-4x = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \in \left(0; \frac{3}{2}\right) \\ x = 2 \notin \left(0; \frac{3}{2}\right) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$			0		
			−	+	
$f(x)$		$+\infty$		$+\infty$	
			$\frac{25}{6}$		

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^-} f(x) = +\infty$; $f\left(\frac{6}{5}\right) = \frac{25}{6}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta có $\min_{x \in (0; \frac{3}{2})} f(x) = f\left(\frac{6}{5}\right) = \frac{25}{6}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{25}{6}$ khi $\begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{3}{10} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{153}{100}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1442. Tính số giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. 2020.

B. 2.

C. 2019.

D. 1.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow 4x^3 - 4mx \geq 0, \forall x \in (1; 2).$$

$$\Leftrightarrow x^2 - m \geq 0, \forall x \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq m, \forall x \in (1; 2).$$

Mà $x^2 > 1, \forall x \in (1; 2)$.

Do đó $m \leq 1$.

Lại có $m \in (-2019; 2019)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2018; -2017; \dots; -1; 0; 1\}$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1443. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^3(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

A. 3.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

— Hàm số $y = f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị của hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng.

— Gọi n là số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên miền $x > 0$. Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là $2n + 1$.

$$\text{— Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^3(x-2)^5(x+3)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{cases} \quad (\text{nghiệm bội lẻ})$$

$\Rightarrow$ Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên miền $x > 0$ là 1.

$\Rightarrow$ Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là $2 \cdot 1 + 1 = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1444. Gọi $M(a; b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x}$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y = 2x + 6$ nhỏ nhất. Tính $(4a+5)^2 + (2b-7)^2$.

A. 162.

B. 2.

C. 18.

D. 0.

Lời giải.

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d là:

$$\frac{x-2}{x} = 2x+6 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+5x+2=0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Suy ra đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $M_1(-2; 2)$, $M_2\left(-\frac{1}{2}; 5\right)$.

Ta có $d(M; d) \geq 0, \forall M \Rightarrow d(M; d) = 0$ khi $M \in d$.

$$\text{Mà } M \in (C) \Rightarrow M = d \cap (C) \Rightarrow \begin{cases} M(-2; 2) \\ M\left(-\frac{1}{2}; 5\right) \end{cases}.$$

$$\text{— Với } M(-2; 2) \Rightarrow a = -2, b = 2 \Rightarrow (4a+5)^2 + (2b-7)^2 = 18.$$

$$\text{— Với } M\left(-\frac{1}{2}; 5\right) \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = 5 \Rightarrow (4a+5)^2 + (2b-7)^2 = 18.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1445.

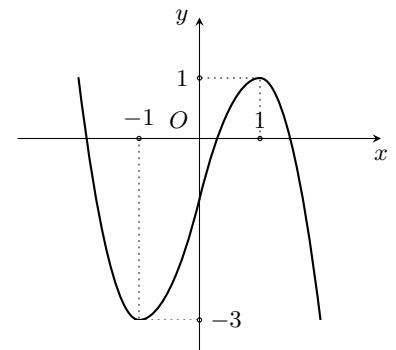
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 5 = 0$ là

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.



Lời giải.

$$2|f(x)| - 5 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{5}{2} & (1) \\ f(x) = -\frac{5}{2} & (2) \end{cases}.$$

Số nghiệm của phương trình đã cho là tổng số nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2).

Số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ và đường thẳng $y = -\frac{5}{2}$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Như vậy, dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1446. Tìm m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm M, N sao cho độ dài MN nhỏ nhất

A. 3.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là

$$2x + m = \frac{x+3}{x+1} \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Ta có: } \Delta = (m+1)^2 - 8(m-3) = m^2 - 6m + 25 = (m-3)^2 + 16 > 0, \forall m.$$

$\Rightarrow (*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m+1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{2} \end{cases}$$

Gọi $M(x_1; 2x_1 + m), N(x_2; 2x_2 + m)$ là hai giao điểm của 2 đồ thị hàm số.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} MN^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (2x_2 - 2x_1)^2 = 5(x_2 - x_1)^2 \\ &= 5 \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \right] = 5 \left[\frac{(m+1)^2}{4} - 4 \cdot \frac{m-3}{2} \right] \\ &= \frac{5}{4} (m^2 + 2m + 1 - 8m + 24) = \frac{5}{4} (m^2 - 6m + 25) \\ &= \frac{5}{4} (m-3)^2 + 20 \geq 20, \forall m. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow m-3=0 \Leftrightarrow m=3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1447. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. vô số.

Lời giải.

Hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = x^3 - 3x + m$ có 2 cực trị nằm về hai phía của trục Ox .

Ta có:

$$y' = x^3 - 3x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -2 + m \\ x = -1 \Rightarrow y = 2 + m \end{cases}$$

Hai điểm cực trị nằm về 2 phía trục $Ox \Leftrightarrow (-2 + m)(2 + m) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Kết hợp điều kiện $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1448. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + 3x - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(-3; 3)$.

B. $[-3; 3]$.

C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

D. $\left[\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2mx + 3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Chú ý: Chỉ kết luận $\Delta' > 0$ là chưa đủ, học sinh có thể thử lại khi $m = \pm 3$ để chắc chắn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1449. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 - 2)x - m^2 + 3$ có hai điểm cực trị và hai điểm cực trị đó nằm về hai phía khác nhau đối với trục hoành?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

$$y = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2-2)x - m^2 + 3 \text{ TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2.$$

Để hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 3(m^2-2) > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2m + 7 > 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{15}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}.$$

Thử lại:

$$+) \text{ Với } m = -1 \text{ ta có } y = x^3 - x^2 - x + 2.$$

$$\text{Khi đó } y' = 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = \frac{-1}{3} \Rightarrow y = \frac{59}{27} \end{cases} (ktm).$$

$$+) \text{ Với } m = 0 \text{ ta có } y = x^3 - x^2 - 2x + 3.$$

$$\text{Khi đó } y' = 3x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y = \frac{61-14\sqrt{7}}{27} > 0 \\ x = \frac{1-\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y = \frac{61+14\sqrt{7}}{27} > 0 \end{cases} (ktm).$$

$$+) \text{ Với } m = 1 \text{ ta có } y = x^3 - x^2 - x + 2.$$

$$\text{Khi đó } y' = 3x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2+\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y = \frac{20-14\sqrt{7}}{27} < 0 \\ x = \frac{2-\sqrt{7}}{3} \Rightarrow y = \frac{20+14\sqrt{7}}{27} < 0 \end{cases} (tm).$$

$$+) \text{ Với } m = 2 \text{ ta có } y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1.$$

$$\text{Khi đó } y' = 3x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = -\frac{9+2\sqrt{3}}{27} < 0 \\ x = \frac{3-\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{-9+2\sqrt{3}}{9} < 0 \end{cases} (ktm).$$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn là $m = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1450. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên đã cho, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ như sau

x	$-\infty$	x_0	-1	3	$+\infty$
$ f(x) $	$+\infty$		5		$+\infty$
		0		1	

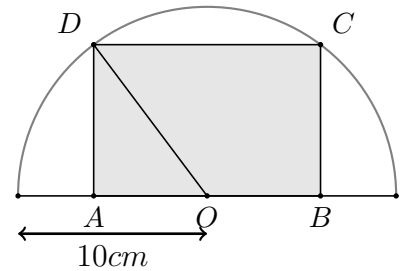
Khi đó từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 cực trị.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1451. Tính diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp trong nửa đường tròn có bán kính 10 cm (hình vẽ)

A. 160 cm^2 . B. 100 cm^2 . C. 80 cm^2 . D. 200 cm^2 .



Lời giải.

Đặt $OA = x$ ($0 < x < 10$) $\Rightarrow AB = 2x$ ($x > 0$).

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông OAD ta có: $AD = \sqrt{OD^2 - OA^2} = \sqrt{100 - x^2}$

$\Rightarrow S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2x \cdot \sqrt{100 - x^2} \leq x^2 + 100 - x^2 = 100$.

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ là 100 cm^2 . Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = 100 - x^2 \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1452. Cho hàm số $y = \frac{1-x}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận?

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}$ C. $-2 < m < 2$ D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x}{x^2-2mx+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}}{1 - \frac{2m}{x} + \frac{4}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN của đồ thị hàm số.

Do đó để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng

$\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = x^2 - 2mx + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4 > 0 \\ f(1) = 1 - 2m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1453. Tìm các giá trị thực của tham số m hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

A. $1 < m < 2$. B. $m < 1, m > 2$. C. $1 \leq m \leq 2$. D. $m \leq 1, m \geq 2$.

Lời giải.

Tập xác định của $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2)$.

Để hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ khi $f'(x) \geq 0$ với

mọi $x \in (0; 2)$ và dấu đẳng thức xảy ra tại hữu hạn điểm.

Suy ra $3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2) \geq 0, \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq (m^2 - 3m + 2), \forall x \in (0; 2)$.

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 + 6x$ trên $(0; 2)$.

Ta có bảng biến thiên

x	0	2
$g(x)$	0	24

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m^2 - 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1454. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để bất phương trình

$$\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{18+3x-x^2} \leq m^2 - m + 1$$

nghiệm đúng với $\forall x \in [-3; 6]$ là

A. 19.

B. 20.

C. 4.

D. 28.

Lời giải.

Đặt $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{18+3x-x^2}$.

Để bất phương trình $f(x) \leq m^2 - m + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-3; 6]$

thì $m^2 - m + 1 \geq \max_{x \in [-3; 6]} f(x)$.

Đặt $t = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} \Rightarrow t^2 = 9 + 2\sqrt{(3+x)(6-x)} = 9 + 2\sqrt{18+3x-x^2} \geq 9$.

Mặt khác $t^2 = [\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x}]^2 \leq (1^2 + 1^2)(3+x+6-x) = 18$.

Vậy $3 \leq t \leq 3\sqrt{2}$.

Khi đó $\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{18+3x-x^2} = t - \frac{t^2-9}{2} = g(t)$.

Ta có $g'(t) = 1 - t < 0$ với $t \in [3; 3\sqrt{2}]$, nên $g(t)$ là hàm số nghịch biến trong khoảng $[-3; 6]$.

Suy ra $\max_{t \in [3; 3\sqrt{2}]} g(t) = g(3) = 3 = \max_{x \in [-3; 6]} f(x)$.

Để bất phương trình đã cho thỏa mãn với mọi $x \in [-3; 6]$ thì

$$m^2 - m + 1 \geq 3 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1. \end{cases}$$

Vì $m \in [-10; 10]$ nên $m \in [-10; -1] \cup [2; 10]$ nên $m \in \{-10; \dots; -1; 2; \dots; 10\}$.

Vậy số các giá trị nguyên của m là 19.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1455. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị.

A. $\frac{5}{4} < m < 2$.

B. $-\frac{5}{4} < m < 2$.

C. $-2 < m < \frac{5}{4}$.

D. $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$.

Lời giải.

Để hàm số $f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì $f(x)$ phải đạt cực trị tại x_1, x_2 sao cho $0 < x_1 < x_2$ hay $f'(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2(2m - 1)x + 2 - m$. Để hàm số $f'(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt thì

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m - 1)^2 - 3(2 - m) > 0 \\ \frac{2(2m - 1)}{3} > 0 \\ \frac{2 - m}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{5}{4} \\ m < -1 \\ m > \frac{1}{2} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2.$$

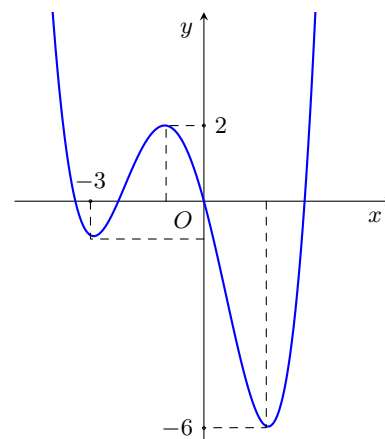
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1456.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = |f(x - 2019) + m - 2|$ có 5 điểm cực trị. Số các phần tử của S bằng

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.



Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = f(x - 2019)$ được tạo thành bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ theo chiều song song với trục Ox sang bên phải 2019 đơn vị.

Đồ thị hàm số $y = f(x - 2019) + m - 2$ được tạo thành bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x - 2019)$ theo chiều song song với trục Oy lên trên $m - 2$ đơn vị.

Đồ thị hàm số $y = |f(x - 2019) + m - 2|$ được tạo thành bằng cách giữ nguyên phần đồ thị $y = f(x - 2019) + m - 2$ phía trên trục Ox , lấy đối xứng toàn bộ phần đồ thị phía dưới trục Ox qua trục Ox và xóa đi phần đồ thị phía dưới trục Ox .

Do đó để đồ thị hàm số $y = |f(x - 2019) + m - 2|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = f(x - 2019) + m - 2$ có

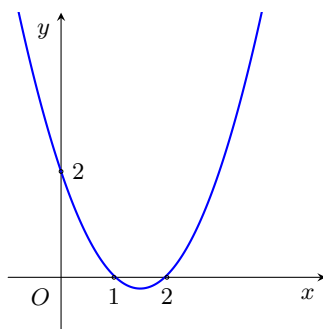
$$\begin{aligned} y_{CD} \cdot y_{CT} &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -3 + m - 2 &\geq 0 > -6 + m - 2 \\ \Leftrightarrow m - 5 &\geq 0 > m - 8 \\ \Leftrightarrow 5 &\leq m < 8. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ có 3 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1457. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hàm số $g(x) = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



- A. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

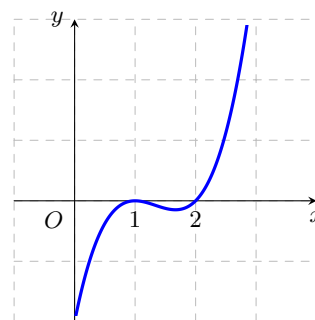
Lời giải.

Ta có $g'(x) = (1 - 2x)f'(x - x^2)$. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm. Ta có $g'(-1) = 3f'(-2) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án A, B và D.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1458. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(1; 2)$. D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.



Lời giải.

- **Phương pháp:** Lập BXD của $f'(x)$ và kết luận các khoảng đơn điệu của hàm số.
- **Cách giải:** Ta có BXD của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	—	0	—	0	+

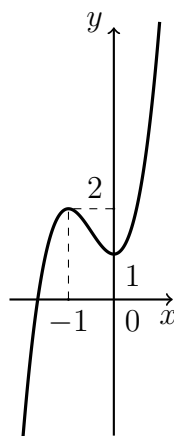
Dựa vào BXD ta có: Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$, $(1; 2)$ và đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

$\Rightarrow y = f(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1459. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và không có cực đại.
B. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và không có cực tiểu.

C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Lời giải.

Phương pháp: Dựa vào đồ thị hàm số để xét dấu của hàm số $y = f'(x)$ và số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ để kết luận tính đơn điệu và số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

Cách giải: Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 1 điểm qua điểm đó hàm số $y = f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên điểm đó là điểm cực tiểu của hàm số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1460.

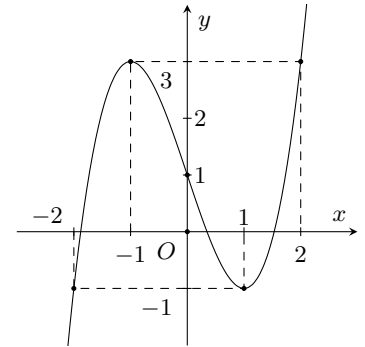
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

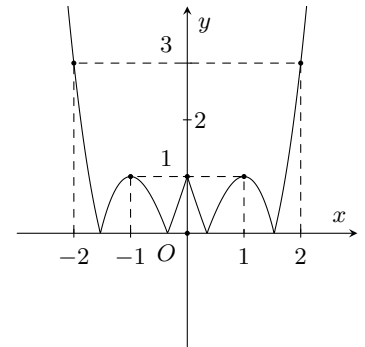


Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-2; -1)$, $(-1; 3)$, $(1; -1)$, $(2; 3)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 = -8a + 4b - 2c + d \\ 3 = -a + b - c + d \\ -1 = a + b + c + d \\ 3 = 8a + 4b + 2c + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x + 1.$$



Khi đó ta có đồ thị hàm số $y = ||x|^3 - 3|x| + 1|$ như hình vẽ bên.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1461. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ 4\sqrt{3x+1}-3x-5 \neq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ 3x+1-4\sqrt{3x+1}+4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ (\sqrt{3x+1}-2)^2 \neq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ \sqrt{3x+1}-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ 3x+1 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ x \neq 1. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Tập xác định } \mathcal{D} = \left[-\frac{1}{3}; 1\right) \cup (1; +\infty).$$

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{(\sqrt{3x+1}-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{3x+1}+2}{3(\sqrt{3x+1}-2)} = +\infty. \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x}{(\sqrt{3x+1}-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{3x+1}+2}{3(\sqrt{3x+1}-2)} = -\infty. \end{aligned}$$

$\Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{4\sqrt{\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}-3-\frac{5}{x}} = -\frac{1}{3}.$$

$\Rightarrow y = -\frac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

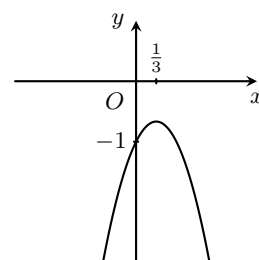
Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1462.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 2x - 1$.

B. $y = -x^3 + 2x^2 - x - 2$.

C. $y = -x^3 + x^2 - x + 2$.

D. $y = -x^3 + 2x^2 + x + 2$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ căn cứ vào đồ thị hàm $y = f'(x)$ ta có:

- Đồ thị là một parabol quay bề lõm xuống nên $a < 0$ suy ra loại $y = x^3 - 2x - 1$.
- Đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ suy ra loại $y = -x^3 + 2x^2 + x + 2$.
- $f'(x) < 0$ với mọi x nên hàm luôn nghịch biến suy ra loại $y = -x^3 + 2x^2 - x - 2$.

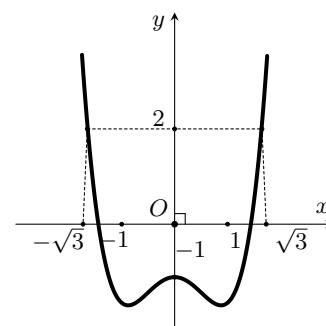
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1463.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.

Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau



A. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(1)$.

B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(-\sqrt{3})$.

C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(\sqrt{3})$.

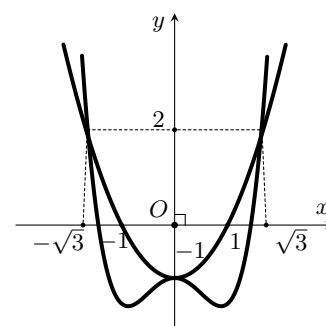
D. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(0)$.

Lời giải.

Ta có: $h'(x) = 3f'(x) - 3x^2 + 3 \Leftrightarrow h'(x) = 3[f'(x) - (x^2 - 1)]$.

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ là một parabol có tọa độ đỉnh $C(0; -1)$, đi qua $A(-\sqrt{3}; 2)$, $B(\sqrt{3}; 2)$.

Từ đồ thị hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = x^2 - 1$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = h(x)$.



x	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
$h'(x)$	—	0	—

$h(x)$

 $h(-\sqrt{3})$

 $h(0)$

 $h(\sqrt{3})$

Với $h(-\sqrt{3}) = 3f(-\sqrt{3})$, $h(\sqrt{3}) = 3f(\sqrt{3})$.

Vậy $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} h(x) = 3f(-\sqrt{3})$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1464. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -2x + m - 1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của d và (C) . Tính tích $k_1 \cdot k_2$.

- A. $k_1 \cdot k_2 = 3$. B. $k_1 \cdot k_2 = 4$. C. $k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{4}$. D. $k_1 \cdot k_2 = 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+2)^2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là $\frac{x+1}{x+2} = -2x + m - 1$ với $x \neq -2$. Phương trình này tương đương $2x^2 - (m-6)x - 2m + 3 = 0$.

Ta có $\Delta = m^2 + 4m + 12 > 0 \forall m$. Suy ra d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 .

Hệ số góc của các tiếp tuyến tại các giao điểm lần lượt là $k_1 = \frac{1}{(x_1+2)^2}$ và $k_2 = \frac{1}{(x_2+2)^2}$.

Theo Vi-et ta có $x_1 + x_2 = \frac{m-6}{2}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{-2m+3}{2}$.

Do đó $k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{[(x_1+2)(x_2+2)]^2} = \frac{1}{\left[\frac{-2m+3}{2} + 2\frac{m-6}{2} + 4\right]^2} = 4$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1465. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân.

- A. $m = -\sqrt[3]{3}$. B. $m = -1$. C. $m = -1; m = \sqrt[3]{3}$. D. $m = -\sqrt[3]{3}; m = 1$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có: $y' = 4x^3 + 4mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0 (*)$.

Khi đó đồ thị có ba điểm cực trị là $A(0; 1)$, $B(-\sqrt{-m}; -m^2 + 1)$; $C(\sqrt{-m}; -m^2 + 1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{-m}; -m^2) \Rightarrow AB = \sqrt{-m + m^4}$.

$$\overrightarrow{AC} = (\sqrt{-m}; -m^2) \Rightarrow AC = \sqrt{-m + m^4}$$

$$\overrightarrow{BC} = (2\sqrt{-m}; 0) \Rightarrow BC = \sqrt{-4m}$$

Ta thấy $AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A . Vậy ΔABC chỉ có thể vuông cân tại A .

Khi đó $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 2(-m + m^4) = -4m \Leftrightarrow m^4 = -m \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại)} \\ m^3 = -1 \end{cases} \Rightarrow m = -1 \text{ (thỏa)}.$

Cách 2: Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{8m^3}{8} + 1 = 0 \Leftrightarrow m^3 = -1 \Rightarrow m = -1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1466. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

- A. $M(1; -10)$. B. $N(-10; 1)$. C. $P(1; 0)$. D. $Q(0; -1)$.

Câu 1467. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(|x|) = 2m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt?

- A. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$. B. $-\frac{1}{2} < m < 0$. C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. D. $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$.

Câu 1468. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $d: y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số $(H): y = \frac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A, B phân biệt sao cho $P = k_1^{2018} + k_2^{2018}$ đạt giá trị nhỏ nhất (với k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B)

- A. $m = -3$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+3}{x+2} = -2x+m \Leftrightarrow g(x): 2x^2 + (6-m)x + 3-2m = 0$ Ta có d luôn

cắt (H) tại hai điểm phân biệt $\forall m \in \mathbb{R}$. Khi đó $\begin{cases} k_1 = \frac{1}{(x_1+2)^2} \\ k_2 = \frac{1}{(x_2+2)^2} \end{cases} \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = 1$ Theo AM-GM ta có:

$k_1^{2018} + k_2^{2018} \geq 2\sqrt{k_1^{2018} \cdot k_2^{2018}} = 2$. Vậy GTNN của $P = 2$. Khi $k_1 = k_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -4 \Leftrightarrow m = -2$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1469. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

- A. $(-\infty; 6]$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-\infty; 3]$. D. $[3; 6]$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên $(0; 4)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; 4)$.

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2mx - (m-6) \geq 0, \forall x \in (0; 4) \Leftrightarrow m \leq \frac{3x^2 + 6}{2x + 1}, \forall x \in (0; 4).$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1}, \text{ với } x \in [0; 4] \text{ ta có } f'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x + 1)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \in [0; 4].$$

$$\text{Ta có: } f(0) = f(4) = 6; f(1) = 3 \Rightarrow \min_{x \in [0; 4]} f(x) = 3 \text{ và } \max_{x \in [0; 4]} f(x) = 6.$$

$$\text{Từ đó suy ra } m \leq \min_{x \in [0; 4]} f(x) \Rightarrow m \leq 3.$$

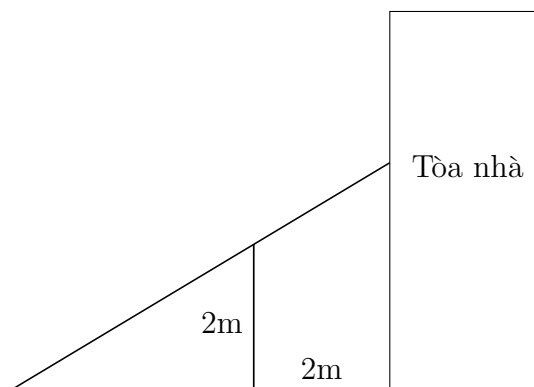
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1470.

Một bức tường cao 2 m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2 m. Người ta muốn chế tạo một cái thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang là bao nhiêu mét?

- A. $\frac{5\sqrt{13}}{3}$ m. B. $4\sqrt{2}$ m. C. 6 m. D. $3\sqrt{5}$ m.



Lời giải.

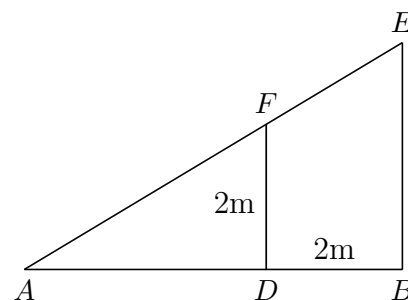
Đặt $AD = x$ ($x > 0$) thì $AF = \sqrt{x^2 + 4}$.

Ta có $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE}$.

Suy ra $AE = \frac{AB \cdot AF}{AD} = \frac{(x+2)\sqrt{x^2+4}}{x}$.

Xét hàm số $y = \frac{(x+2)\sqrt{x^2+4}}{x} = \left(1 + \frac{2}{x}\right)\sqrt{x^2+4}$.

Ta có $y' = \frac{x^3 - 8}{x^2\sqrt{x^2+4}} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.



x	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Hàm số đạt GTNN bằng $4\sqrt{2}$ do đó chiều dài tối thiểu của thang là $4\sqrt{2}$ m.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1471. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B và $AB \leq 4$?

- A. 7. B. 6. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Ta có $\frac{2x-1}{x+1} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m+1 = 0$ ($x \neq -1$) (*)

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta = (m-1)^2 - 4(m+1) > 0 \Leftrightarrow m > 3 + 2\sqrt{3}$ hoặc $m < 3 - 2\sqrt{3}$.

Ta có $AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = (x_1 - x_2)^2 + (x_1 + m - x_2 - m)^2 = 2(x_1 - x_2)^2$.

Suy ra $AB^2 \leq 4^2 \Leftrightarrow 2(x_1 - x_2)^2 \leq 16 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 8 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \leq 8$.

Áp dụng định lý Vi-ét, bất đẳng thức cuối cùng tương đương với

$$(m-1)^2 - 4(m+1) \leq 8 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 11 \leq 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{5} \leq m \leq 3 + 2\sqrt{5}.$$

Kết hợp với điều kiện của m ở trên ta được $m = 7$ (do m nguyên).

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1472. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm a để đồ thị hàm số $y = x^3 + (a+10)x^2 - x + 1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 10.

B. 8.

C. 9.

D. 11.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành

$$x^3 + (a + 10)x^2 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow a + 10 = \frac{-x^3 + x - 1}{x^2} = -x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}. \quad (*)$$

Xét hàm số $g(x) = -x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ có $g'(x) = -1 - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} = \frac{-x^3 - x + 2}{x^3}$. Cho $g'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$		$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$	$-\infty$		-1	$-\infty$
			$-\infty$		$-\infty$

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng một điểm khi phương trình (*) có đúng một nghiệm.

Dựa vào bảng biến thiên, điều kiện là $a + 10 > -1 \Leftrightarrow a > -11$.

Vậy có 10 giá trị nguyên âm a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1473. Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x-2}$ có đồ thị (C) , M là điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 2\sqrt{5}$. Gọi S là tổng các hoành độ của tất cả các điểm M thỏa mãn bài toán. Giá trị của S bằng

A. 8.

B. 5.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Có $y' = \frac{-2}{(x-2)^2}$.

$x = 2$ là tiệm cận đứng, $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Gọi $M\left(a; \frac{2a-2}{a-2}\right)$ ($a \neq 2$) là điểm thuộc đồ thị. Phương trình tiếp tuyến tại M là

$$y = -\frac{2}{(a-2)^2}(x-a) + \frac{2a-2}{a-2}.$$

Tiếp tuyến cắt tiệm cận đứng tại điểm $A\left(2; \frac{2a}{a-2}\right)$.

Tiếp tuyến cắt tiệm cận ngang tại điểm $B(2a-2; 2)$.

$$\overrightarrow{AB} = \left(2a-4; \frac{-4}{a-2}\right).$$

$$AB = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (2a-4)^2 + \frac{16}{(a-2)^2} = 20 \Leftrightarrow (a-2)^4 - 5(a-2)^2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 = 1 \\ (a-2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = 1 \\ a = 4 \\ a = 0. \end{cases}$$

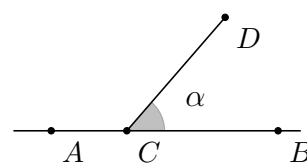
Vậy $S = 8$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1474.

Từ kho hàng hóa A dọc theo đường sắt AB cần phải xây một kho trung chuyển tại điểm C và xây dựng một con đường từ C đến D . Biết rằng vận tốc trên đường sắt là v_1 và trên đường bộ là v_2 ($v_1 > v_2$). Tìm điều kiện của $\cos \alpha$ để điểm C được chọn là địa điểm sao cho thời gian chuyển hàng hóa từ A đến D qua C là nhanh nhất (góc α như hình vẽ).

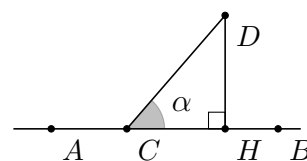


- A. $\cos \alpha = \frac{v_1}{v_2}$. B. $\cos \alpha = \frac{v_1 + v_2}{2}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos \alpha = \frac{v_2}{v_1}$.

Lời giải.

Kẻ $DH \perp AB$. Dễ thấy $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

Thời gian chuyển hàng từ A đến D qua C là



$$t = \frac{AC}{v_1} + \frac{CD}{v_2} = \frac{AH - CH}{v_1} + \frac{CD}{v_2} = \frac{AH - DH \cdot \cot \alpha}{v_1} + \frac{DH}{v_2 \sin \alpha}.$$

Ta có

$$t' = \frac{DH}{v_1} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{DH}{v_2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{DH}{v_1 v_2 \sin^2 \alpha} (v_2 - v_1 \cos \alpha).$$

Do đó

$$t' = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{v_2}{v_1} \Leftrightarrow \alpha = \arccos \frac{v_2}{v_1}.$$

Xét $v_2 - v_1 \cos \alpha > 0 \Leftrightarrow \cos \alpha < \frac{v_2}{v_1}$. Vì $\cos x$ nghịch biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ nên

$$\cos \alpha < \frac{v_2}{v_1} \Leftrightarrow \alpha > \arccos \frac{v_2}{v_1}.$$

Bảng biến thiên

α	0	$\arccos \frac{v_2}{v_1}$	$\frac{\pi}{2}$
t'	-	0	+
t			

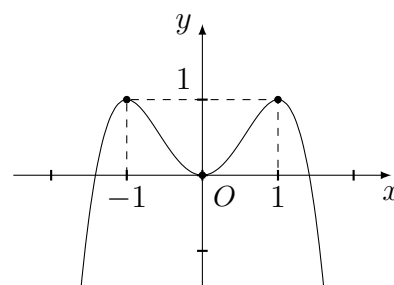
Vậy để thời gian chuyển hàng nhanh nhất thì $\cos \alpha = \frac{v_2}{v_1}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1475.

Cho đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn nghiệm của phương trình $f(f(\cos 2x)) = 0$?

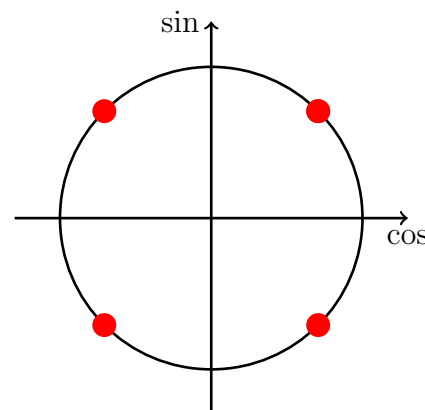


- A. 3 điểm. B. 4 điểm. C. 2 điểm. D. 1 điểm.

Lời giải.

Từ đồ thị ta có $f(x) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và suy ra được $f(\cos 2x) = \pm a$ ($a > 1$) hoặc $f(\cos 2x) = 0$.

- Nếu $f(\cos 2x) = a > 1$, phương trình vô nghiệm.
- Nếu $f(\cos 2x) = -a < -1$ thì $|\cos 2x| > 1$, phương trình vô nghiệm.
- Nếu $f(\cos 2x) = 0 \Rightarrow \cos 2x = \pm a$ (vô nghiệm) và $\cos 2x = 0$. Do đó, tập nghiệm có 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1476. Gọi M là tập tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - 16)x^2 + m^2$ có ba cực trị. Lấy ngẫu nhiên một giá trị m thuộc tập M . Tính xác suất P với m lấy được để hàm số có 3 cực trị lập thành một tam giác có diện tích lớn hơn hoặc bằng 3.

- A. $P = \frac{3}{7}$. B. $P = \frac{5}{7}$. C. $P = \frac{5}{9}$. D. $P = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4(m^2 - 16)x^2 = 4x[x^2 + (m^2 - 16)]$. Để phương trình có 3 cực trị thì

$$m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow m \in \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\} \Rightarrow n(\Omega) = 7.$$

Ta có

$$S^2 = -\frac{(m^2 - 16)^3}{1^3} \geq 3 \Leftrightarrow m^2 \leq 16 - \sqrt[3]{9} \Leftrightarrow m \in \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}.$$

Vậy $P = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1477. Bác Tôm có một cái ao có diện tích 50 m^2 để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/m^2 và thu được tất cả $1,5$ tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá thu được, bác thấy cứ thả giảm đi 8 con/m^2 thì tương ứng sẽ có mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5 \text{ kg}$. Hỏi vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng khối lượng cá thành phẩm cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

- A. 1100 con. B. 1000 con. C. 500 con. D. 512 con.

Lời giải.

Số cá bác đã thả trong vụ vừa qua là $20 \cdot 50 = 1000$ con. Gọi x là số cá giảm đi, khi đó năng suất a tăng $a = \frac{0,5 \cdot x}{8} = 0,0625 \text{ kg/con}$.

Vậy sản lượng thu được trong năm tới của bác Tôm sẽ là:

$$(1000 - x)(1,5 + 0,0625x) \text{ (kg)}.$$

Xét hàm số $f(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) = -0,0625x^2 + 61x + 1500$.

x	0	488	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	16384 ↗ ↘		

Vậy số cá giống cần mua là $1000 - 488 = 512$.

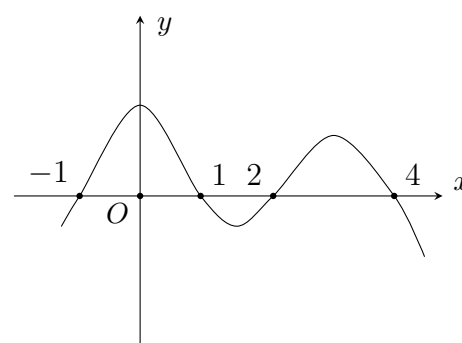
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1478.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ (trên $\mathbb{R}$ thì đồ thị $y = f'(x)$ là một nét liền và chỉ có 4 điểm chung với Ox tại các điểm có hoành độ lần lượt là $-1, 1, 2, 4$).

Đặt $g(x) = f(1-x)$. Chọn khẳng định đúng:



- A. $g(x)$ đồng biến trên $(-3; 0)$.
- B. $g(x)$ đồng biến trên $(-4; -3)$.
- C. $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.
- D. $g(x)$ đồng biến trên $(-4; -3)$ và $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = -f'(1-x)$.

$$— g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(1-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x < -1 \\ 1 < 1-x < 2 \\ 1-x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -1 < x < 0 \\ x < -3. \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$, $(-1; 0)$, $(2; +\infty)$.

$$— g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(1-x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 1-x < 1 \\ 2 < 1-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ -3 < x < -1. \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$, $(-3; -1)$.

Ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trong khoảng $(-4; -3)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1479. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 4$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3; 3)$.

- A. 12.
- B. 11.
- C. 13.
- D. 10.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - m$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3; 3)$ khi và chỉ khi $3x^2 - 6x = m$ (*) có hai nghiệm phân biệt thuộc $(-3; 3)$.

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x$, có $g'(x) = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có bảng biến thiên

x	-3	1	3
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	45	-3	9

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-3 < m < 9$ thì (*) có hai nghiệm phân biệt thuộc $(-3; 3)$.

Vậy có 11 giá trị nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1480. Tìm số giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 30]$ để phương trình $x^4 - 6x^3 + mx^2 - 12x + 4 = 0$ có nghiệm.

A. 17.

B. 16.

C. 15.

D. 14.

Lời giải.

Dễ thấy $x = 0$ không thỏa mãn phương trình. Khi đó, ta có

$$x^4 - 6x^3 + mx^2 - 12x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} - 6\left(x + \frac{2}{x}\right) + m = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{2}{x}\right) + m - 4 = 0.$$

Nhận xét x và $\frac{2}{x}$ cùng dấu nên $\left|x + \frac{2}{x}\right| = |x| + \left|\frac{2}{x}\right| \geq 2\sqrt{2}$. Đặt $t = x + \frac{2}{x} \Rightarrow |t| \geq 2\sqrt{2}$.

Ta có phương trình $t^2 - 6t + m - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t = -m + 4$.

Xét $f(t) = t^2 - 6t$ trên miền $(-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2t - 6$. Suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$. Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	3	$+\infty$
$f'(t)$		-		0	+
$f(t)$	$+\infty$	$8 + 12\sqrt{2}$	$8 - 12\sqrt{2}$	-9	$+\infty$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-m + 4 \geq -9 \Leftrightarrow m \leq 13$. Vì $m \in [0; 30]$ nên có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1481. Cho đường cong $(C): y = x^4 - 4x^2 + 2$ và điểm $A(0; a)$. Nếu qua A kẻ được 4 tiếp tuyến với (C) thì a phải thỏa mãn điều kiện

A. $a \in \left(2; \frac{10}{3}\right)$.

B. $a \in (2; +\infty)$.

C. $a \in (-\infty; 2) \cup \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$.

D. $a \in \left(-\infty; \frac{10}{3}\right)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 8x$. Gọi tọa độ tiếp điểm là $M_0(x_0; x_0^4 - 4x_0^2 + 2) \Rightarrow y'(x_0) = 4x_0^3 - 8x_0$. Do đó, phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M_0 là

$$y = (4x_0^3 - 8x_0)(x - x_0) + x_0^4 - 4x_0^2 + 2.$$

Vì tiếp tuyến đi qua điểm $A(0; a)$ nên ta có

$$a = (4x_0^3 - 8x_0)(0 - x_0) + x_0^4 - 4x_0^2 + 2 \Leftrightarrow a = -3x_0^4 + 4x_0^2 + 2. \quad (*)$$

Xét $f(t) = -3t^4 + 4t^2 + 2$, có $f'(t) = -12t^3 + 8t$. Do đó, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0, t = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$+\infty$				
$f'(t)$		+	0	-	0	-			
$f(t)$			$\frac{10}{3}$		$\frac{10}{3}$				
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	2	$\nearrow$	$\frac{10}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

Để qua $A(0; a)$ kẻ được 4 tiếp tuyến đến (C) thì phương trình (*) phải có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a \in \left(2; \frac{10}{3}\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1482. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 3 + m|$ có ba điểm cực trị.

A. $m = 3$ hoặc $m = -1$.

B. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.

C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.

D. $1 \leq m \leq 3$.

Lời giải.

Xét hàm $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3 + m$, có $f'(x) = 3x^2 + 6x$. Suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			$m+1$			$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$m-3$	$\nearrow$

Ta thấy

— Nếu $m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$ thì đồ thị hàm số $f(x)$ sẽ cắt trục hoành tại điểm $x_0 \in (-\infty; -2)$.

— Nếu $m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$ thì đồ thị hàm số $f(x)$ sẽ cắt trục hoành tại điểm $x_0 \in (0; +\infty)$.

Để hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 3 + m|$ có ba điểm cực trị thì bảng biến thiên của $y = |x^3 + 3x^2 - 3 + m|$ phải có dạng

x	$-\infty$	x_0	-2	0	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			$m+1$			$+\infty$	
		$\searrow$	0	$\nearrow$	$m-3$	$\searrow$	$\nearrow$	

hoặc

x	$-\infty$	-2	0	x_0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	$-m-1$	$-m+3$	0	$+\infty$

Do vậy, để hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 3 + m|$ có ba điểm cực trị thì $\begin{cases} m-3 \geq 0 \\ m+1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -1. \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1483. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x}$ (C). Hỏi trên đồ thị (C) về phía bên phải trục tung có bao nhiêu điểm mà tại đó ta dựng được tiếp tuyến cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác cân.

A. Vô số.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-1}{x^2}$, tiếp tuyến tại điểm $\left(x_0; \frac{x_0+1}{x_0}\right)$ thuộc đồ thị hàm số có phương trình là

$$d: y = -\frac{1}{x_0^2}(x - x_0) + \frac{x_0+1}{x_0}.$$

Gọi $A = d \cap Ox \Rightarrow A(x_0^2 + 2x_0; 0) \Rightarrow OA = |x_0^2 + 2x_0|$,

$B = d \cap Oy \Rightarrow B\left(0; \frac{x_0+2}{x_0}\right) \Rightarrow OB = \left|\frac{x_0+2}{x_0}\right|$.

Tiếp điểm nằm về bên phải trục tung nên $x_0 > 0$, để $\triangle OAB$ cân thì

$$OA = OB \Leftrightarrow |x_0^2 + 2x_0| = \left|\frac{x_0+2}{x_0}\right| \Leftrightarrow x_0 = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1484. Biết rằng hàm số $y = \frac{x+m}{x-2}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ và tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $x_0 = 1$ cắt hai trục tọa độ tạo thành một tam giác vuông cân. Tìm giá trị của tham số m .

A. $m = -3$.

B. $m = -4$.

C. $m = -5$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-2-m}{(x-2)^2}$, hàm số đồng biến nên $m < -2$. Tiếp tuyến tại $x_0 = 1$ là

$$d: y = (m+2)(x-1) - m - 1.$$

Gọi $A = d \cap Ox$, $A\left(\frac{2m+3}{m+2}; 0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{2m+3}{m+2}\right|$. $B = d \cap Oy$, $B(-2m-3) \Rightarrow OB = |2m+3|$.

Mà $\triangle OAB$ vuông cân nên $OA = OB \Leftrightarrow m = -3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1485. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 1 - m^2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ O .

A. $0 < m < 1$.

B. $0 \leq m < 1$ hoặc $m \leq -1$.

C. $m < -1$.

D. $0 < m < 1$ hoặc $m < -1$.

Lời giải.

Để đồ thị (C) của hàm số có hai điểm đối xứng nhau qua $O(0;0)$ thì điểm $(x; y) \in (C)$ và $(-x; -y) \in (C)$ với $x^2 + y^2 \neq 0$. Khi đó

$$\begin{cases} y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 1 - m^2 \\ -y = -x^3 - 3mx^2 - 3(m^2 - 1)x + 1 - m^2 \end{cases} \Rightarrow 3mx^2 + m^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

— Nếu $x = 0$ thì $m = \pm 1 \Rightarrow y = 0$ (không thỏa mãn).

— Với $m = 0$, (1) vô nghiệm (không thỏa mãn).

— Với $m \neq 0$, để thỏa mãn đề bài thì (1) $\Leftrightarrow x^2 = \frac{m^2 - 1}{3m}$ phải có nghiệm khác 0. Suy ra $\frac{m^2 - 1}{3m} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$ hoặc $m < -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1486. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2 + 3x + 5$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có hai điểm cực trị?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 3.$$

Hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2 + 3x + 5$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m^2 - 1 \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ (m + 1)^2 - 3(m^2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ -2m^2 + 2m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \pm 1 \\ -1 < m < 2. \end{cases}$$

Giá trị nguyên của m để hàm số có hai điểm cực trị là $m = 0$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1487.

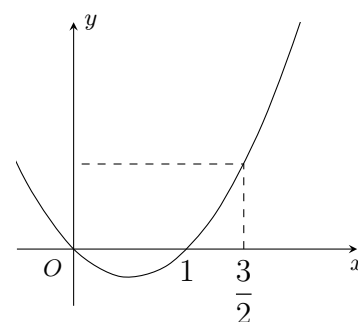
Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Ta có bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
y'	-	0	+
y	↘ ↗		

Suy ra hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1488. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7)$, $B(2; -8)$. Tính $y(-1)$.

- A. $y(-1) = 7$. B. $y(-1) = 11$. C. $y(-1) = -11$. D. $y(-1) = -35$.

Lời giải.

Ta có đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7)$, $B(2; -8)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} y(1) = -7 \\ y'(1) = 0 \\ y(2) = -8 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = -7 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = -8 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -9 \\ c = 12 \\ d = -12 \end{cases} \Rightarrow y(-1) = -a + b - c + d = -35.$$

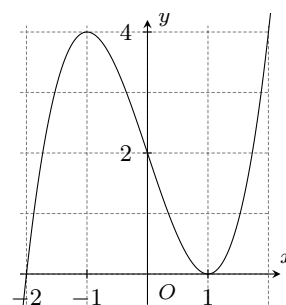
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1489.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x - 2009) + 2017x - 2018$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Lời giải.

Ta có: $y = f(x - 2019) + 2017x - 2018$ suy ra $y' = f'(x - 2019) + 2017$.

Tính tiến đồ thị theo véc-tơ $\vec{v} = (2019; -2017)$ ta thấy $y' = f'(x - 2019) + 2017$ cắt trục Ox tại một điểm. Do đó hàm số có một cực trị.

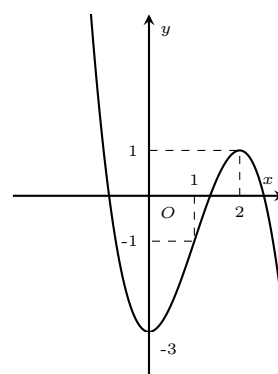
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1490.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3 ; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1; -1)$ như hình vẽ. Tỷ số $\frac{a}{b}$ bằng

- A. -1 . B. 1. C. -3 . D. 3.



Lời giải.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$; $y(0) = -3 \Rightarrow d = -3$.

$y(1) = -1 \Rightarrow a + b + c + d = -1 \Rightarrow a + b + c = 2$ (1).

$y'(2) = 0 \Rightarrow 12a + 4b + 7c = 0$ (2).

$y(2) = 1 \Rightarrow 8a + 4b + 2c - 3 = 1 \Rightarrow 4a + 2b + c = 2$ (3).

Từ (1), (2), (3) ta được $a = -1$; $b = 3$; $\Rightarrow \frac{a}{b} = -3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1491. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2+4m+3)x - 3$, (m là tham số thực). Tìm điều kiện của m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của

trục tung.

- A. $-5 < m < -1$. B. $-5 < m < -3$. C. $-3 < m < -1$. D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Lời giải.

$$y' = 2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3$$

Để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung thì phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm dương phân biệt x_1 và x_2 .

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - 6m - 5 > 0 \\ \frac{m^2 + 4m + 3}{2} > 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m < -3.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1492. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C) : (x-m)^2 + (y-m-1)^2 = 5$. Tính tổng $m_1 + m_2$.

- A. $m_1 + m_2 = 0$. B. $m_1 + m_2 = 6$. C. $m_1 + m_2 = 10$. D. $m_1 + m_2 = -6$.

Lời giải.

$$y' = -3x^2 - 6x.$$

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm cực trị $A(0; 4)$ và $B(-2; 0)$ có phương trình: $-2x + y - 4 = 0$. Khoảng cách giữa tâm $I(m; m+1)$ của đường tròn (C) và đường thẳng Δ bằng bán kính đường tròn (C) .

$$\text{Khi đó: } \frac{|-2m + m + 1 - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|3m - 6|}{5} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -8 \\ m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m_1 + m_2 = -6.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1493. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	2	$+\infty$	2	$+\infty$

Hỏi phương trình $|f(x)| = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 4 nghiệm.

Lời giải.

Phương trình $|f(x)| = 3$ có hai nghiệm trên khoảng $(0; +\infty)$.

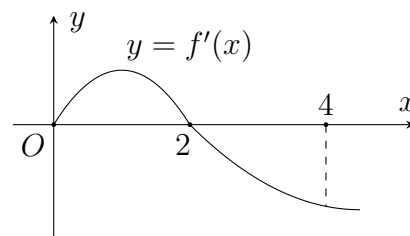
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ nên phương trình $f(x) = -3$ có một nghiệm, hay phương trình $|f(x)| = 3$ có một nghiệm trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Vậy phương trình $|f(x)| = 3$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1494.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(0) + f(1) - 2f(2) = f(4) - f(3)$. Giá trị nhỏ nhất m , giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ là



- A. $m = f(4), M = f(1)$. B. $m = f(4), M = f(2)$.
C. $m = f(1), M = f(2)$. D. $m = f(0), M = f(2)$.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	2	4	
$f'(x)$	0	+	0	−
$f(x)$	$f(0)$ $f(2)$ $f(4)$			

Từ bảng biến thiên ta thấy $M = f(2)$.

Mặt khác, từ bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(1) < f(2) \\ f(3) < f(2) \end{cases} \Rightarrow f(1) + f(3) < 2f(2)$.

Do đó $f(4) = f(0) + f(1) + f(3) - 2f(2) < f(0) + f(2) + f(2) - 2f(2) = f(0) \Rightarrow m = f(4)$.

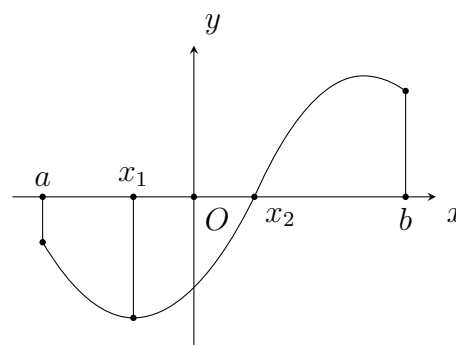
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1495.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên. Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(b)$. B. $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(x_1)$.
C. $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(a)$. D. $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(x_2)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị của $f'(x)$, ta có bảng biến thiên

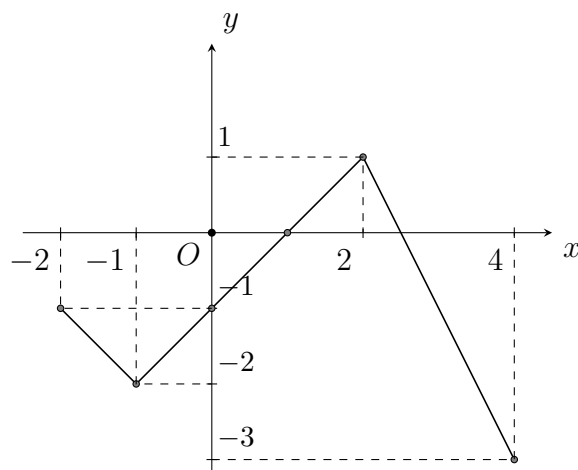
x	a	x_2	b
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$f(a)$ $f(x_2)$ $f(b)$		

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(x_2)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1496. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ dưới đây.



Phương trình $|f(x)| = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $[-2; 4]$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{nếu } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{nếu } f(x) < 0. \end{cases}$$

Từ đồ thị của hàm $y = f(x)$, ta suy ra bảng biến thiên của hàm $|f(x)|$ như sau

x	-2	-1	1	2	$\frac{5}{2}$	4
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$ f(x) $	1	2	0	1	0	3

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $|f(x)| = 2$ có 2 nghiệm thực thuộc đoạn $[-2; 4]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1497. Cho phương trình $2x^2 - 2(m+1)x + 4 - m = 0$ với m là tham số thực. Biết rằng đoạn $[a; b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm thực thuộc đoạn $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

Tính $a + b$.

A. $3 + \sqrt{11}$.

B. $2 + \sqrt{11}$.

C. $2 + 3\sqrt{11}$.

D. $2 - \sqrt{11}$.

Lời giải.

Trên đoạn $\left[0; \frac{3}{2}\right]$, phương trình tương đương với

$$m = \frac{2x^2 - 2x + 4}{2x + 1}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 2x + 4}{2x + 1}$, trên đoạn $\left[0; \frac{3}{2}\right]$. Ta có

$$f'(x) = \frac{(4x - 2)(2x + 1) - 2(2x^2 - 2x + 4)}{(2x + 1)^2} = \frac{4x^2 + 4x - 10}{(2x + 1)^2};$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{11}}{2} \notin \left[0; \frac{3}{2}\right] \\ x = \frac{-1 + \sqrt{11}}{2} \in \left[0; \frac{3}{2}\right] \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{-1 + \sqrt{11}}{2}$	$\frac{3}{2}$
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	4	$-2 + \sqrt{11}$	$\frac{11}{8}$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ khi $-2 + \sqrt{11} \leq m \leq 4$.

Do đó $a + b = 2 + \sqrt{11}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1498. Cho hàm số $y = x^2 + m(\sqrt{2018 - x^2} + 1) - 2021$ với m là tham số thực. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng hai điểm phân biệt. Tính S .

A. 860.

B. 986.

C. 984.

D. 990.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm với trục hoành

$$x^2 + m(\sqrt{2018 - x^2} + 1) - 2021 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = \sqrt{2018 - x^2}$, $0 \leq t \leq \sqrt{2018}$. Khi đó, (1) trở thành $m = \frac{t^2 + 3}{t + 1} = f(t)$.

Ta có $f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 3}{(t + 1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên

t	0	1	$\sqrt{2018}$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	3	2	$f(\sqrt{2018})$

Với mỗi nghiệm $0 \leq t_0 < \sqrt{2018}$ thì phương trình (1) sẽ có 2 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $m = 2$ hoặc $3 < m < f(\sqrt{2018}) \approx 44,001$.

Vậy $S = 2 + (4 + 5 + \dots + 44) = 1 + 2 + \dots + 44 - 4 = \frac{44 \cdot 45}{2} - 4 = 986$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1499. Tập hợp nào dưới đây chứa được tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^4 - 8x^2 - m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 14?

A. $(-\infty; -5) \cup (-3; +\infty)$.

B. $(-5; -2)$.

C. $(-7; 1)$.

D. $(-4; 2)$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 - m$ trên đoạn $[0; 3]$ có $f'(x) = 4x^3 - 16x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

$$f(0) = -m; f(2) = -m - 16; f(3) = -m + 9.$$

$$\text{Khi đó } \max_{x \in [0; 3]} y = \begin{cases} |-m - 16| \\ |-m + 9| \end{cases}$$

$$\text{Nếu } |-m - 16| \geq |-m + 9| \Leftrightarrow m \geq -\frac{7}{2} \Rightarrow \max_{x \in [0; 3]} y = |-m - 16| = 14 \Leftrightarrow m = -2.$$

$$\text{Nếu } |-m - 16| < |-m + 9| \Leftrightarrow m < -\frac{7}{2} \Rightarrow \max_{x \in [0; 3]} y = |-m + 9| = 14 \Leftrightarrow m = -5.$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn và thuộc khoảng $(-7; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1500. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $m(x + 3) = (x^2 - 2)(x^2 - 4)$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Để thấy $x = -3$ không phải nghiệm của phương trình đã cho.

$$\text{Với } x \neq -3 \text{ ta có } m = \frac{x^4 - 6x^2 + 8}{x + 3} = x^3 - 3x^2 + 3x - 9 + \frac{35}{x + 3}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9 + \frac{35}{x + 3}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3(x - 1)^2 - \frac{35}{(x + 3)^2} = \frac{3(x^2 + 2x - 3)^2 - 35}{(x + 3)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = \sqrt{\frac{35}{3}} \\ x^2 + 2x - 3 = -\sqrt{\frac{35}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 - \sqrt{4 + \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{4 - \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_3 = -1 + \sqrt{4 - \sqrt{\frac{35}{3}}} \\ x_4 = -1 + \sqrt{4 + \sqrt{\frac{35}{3}}} \end{cases}$$

$$f(x_1) \approx -161,7; f(x_2) \approx -0,8; f(x_3) \approx 2,8; f(x_4) \approx -0,2.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	-3	x_2	x_3	x_4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(x_1)$	$+\infty$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$	$+\infty$

Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $f(x_4) < m < f(x_3)$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của $m \in \{0, 1, 2\}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1501. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + (2m^2 - 1)x^2 + (m - 1)x - m^3$ có các điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung.

- A. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$. B. $0 < m < 1$. C. $m \geq 1$. D. $m < 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = mx^2 + 2(2m^2 - 1)x + m - 1$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + (2m^2 - 1)x^2 + (m - 1)x - m^3$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

$$\Leftrightarrow m(m - 1) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1502. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)^2(x - 1)^3(x - 2)$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

- A. 1. B. 6. C. 5. D. 3.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có được bằng cách giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ bên phải trục tung và đối xứng phần đồ thị đó qua trục tung.

Xét trên $(0; +\infty)$ ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$			+	0	-	0	+
$f(x)$							

$f(0)$ $f(1)$ $f(2)$ $+\infty$

Dễ thấy hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 0$.

Vậy hàm số có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1503. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4x(\sqrt{4x - m} - 2) = x^3 + (m - 8)\sqrt{4x - m}$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A. 4. B. 5. C. 8. D. 6.

Lời giải.

Điều kiện: $4x - m \geq 0$.

Ta có: $4x(\sqrt{4x - m} - 2) = x^3 + (m - 8)\sqrt{4x - m} \Leftrightarrow x^3 + 8x = 4x\sqrt{4x - m} - (m - 8)\sqrt{4x - m}$.

$$\Leftrightarrow x^3 + 8x = \sqrt{4x - m}(4x - m + 8) \Leftrightarrow x^3 + 8x = (\sqrt{4x - m})^3 + 8\sqrt{4x - m} \quad (1).$$

Từ (1) suy ra $x \geq 0$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 8t$ trên $[0; +\infty)$ ta có:

$$f'(t) = 3t^2 + 8 > 0, \quad \forall t \geq 0, \text{ suy ra } f(t) \text{ đồng biến trên } [0; +\infty).$$

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow f(x) = f(\sqrt{4x - m}) \Leftrightarrow x = \sqrt{4x - m} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 4x + m = 0 \end{cases} \quad (2).$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt

không âm, điều này tương đương với $\begin{cases} 4-m > 0 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 4.$

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1504. Cho hàm số $y = x^3 - 9x^2 + 17x + 2$ có đồ thị (C) . Qua điểm $M(-2; 5)$ kẻ được tất cả bao nhiêu tiếp tuyến đến (C) ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Tiếp tuyến (Δ) tại $M(x_0; x_0^3 - 9x_0^2 + 17x_0 + 2)$ của (C) có dạng

$$y = (3x_0^2 - 18x_0 + 17)(x - x_0) + x_0^3 - 9x_0^2 + 17x_0 + 2.$$

Vì (Δ) qua $M(-2; 5)$ nên ta có

$$\begin{aligned} 5 &= (3x_0^2 - 18x_0 + 17)(-2 - x_0) + x_0^3 - 9x_0^2 + 17x_0 + 2 \\ \Leftrightarrow 2x_0^3 - 3x_0^2 - 36x_0 + 37 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - 3\sqrt{33}}{4} \\ x = 1 \\ x = \frac{1 + 3\sqrt{33}}{4}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy qua $M(-2; 5)$ kẻ được 3 tiếp tuyến đến (C) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 1505. S là tập tất cả các số nguyên m để phương trình $\cos^2 x = m + \sin x$ có nghiệm. Tìm tổng các phần tử của S .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$ ta được $1 - t^2 = m + t \Leftrightarrow -t^2 - t + 1 = m$

Yêu cầu bài toán

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \min_{[-1;1]} (-t^2 - 2 + 1) &\leq m \leq \max_{[-1;1]} (-t^2 - 2 + 1) \\ \Leftrightarrow -1 &\leq m \leq \frac{5}{5} \\ \Rightarrow m &\in \{-1; 0; 1\}, \text{ (vì } m \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1506. Biết rằng tồn tại hai giá trị của m sao cho hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 trên đoạn $[-2; 3]$. Tính tổng hai giá trị đó.

A. 18.

B. 24.

C. 20.

D. 22.

Lời giải.

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} f(-2) = -20 \\ f(0) = 0 \\ f(2) = -4 \\ f(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \min_{[-2;3]} f(x) = -20 \\ \max_{[-2;3]} f(x) = 0. \end{cases}$$

Với $x \in [-2; 3]$ ta có

$$\begin{aligned} -20 &\leq x^3 - 3x^2 \leq 0 \\ \Rightarrow m - 20 &\leq x^3 - 3x^2 + m \leq m \\ \Rightarrow \min |x^3 - 3x^2 + m| &= \min \{|m - 20|; |m|\}. \end{aligned}$$

Trường hợp 1. $m < 0$, ta được $\min |x^3 - 3x^2 + m| = -m \Rightarrow m = -2$.

Trường hợp 2. $m \geq 20$, ta được $\min |x^3 - 3x^2 + m| = m - 20 \Rightarrow m = 22$.

Trường hợp 3. $0 \leq m < 20$, ta được $\min |x^3 - 3x^2 + m| = 0$ (không thỏa mãn đề bài).

Vậy tổng hai giá trị m thỏa mãn đề bài bằng 20.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1507. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ có đồ thị là (C) . Biết (C) có điểm cực tiểu là $A(1; 2)$. Giá trị $2a - b$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. -5.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2x + a$. Theo giả thiết ta có $f'(1) = 0 \Leftrightarrow a = -1$.

Ta lại có $f(1) = 2 \Leftrightarrow 2 = 1^3 - 1^2 - 1 + b \Leftrightarrow b = 3$.

Kiểm tra lại ta có đồ thị $f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$ có điểm cực tiểu là $(1; 2)$. Vậy $2a - b = -5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1508. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) mà có hệ số góc lớn nhất là

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = -3x + 1$.

C. $y = 3x - 1$.

D. $y = -3x - 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x = -3(x - 1)^2 + 3 \leq 3$. Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$.

Với $x = 1$, ta có $y(1) = 4$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = 3(x - 1) + 4 \Leftrightarrow y = 3x + 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1509. Cho hàm số $y = \frac{2\sqrt{x} + m}{\sqrt{x} + 1}$. Giá trị nguyên lớn hơn 1 của tham số m sao cho $\max_{x \in [0;4]} y \leq 3$ thỏa mãn

A. $m > 8$.

B. $4 < m \leq 6$.

C. Không có m .

D. $1 < m < 5$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x+1} - (2\sqrt{x} + m) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{x+1} = \frac{2(x+1) - \sqrt{x} \cdot (2\sqrt{x} + m)}{2\sqrt{x+1} \cdot (x+1)} = \frac{2 - m \cdot \sqrt{x}}{2\sqrt{x+1} \cdot (x+1)}.$$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{m^2}$. Vì $m > 1$ nên $\frac{4}{m^2} \in [0; 4]$. Bảng biến thiên

x	0	$\frac{4}{m^2}$	4
y'	+	0	-
y	m	$\sqrt{m^2 + 4}$	$\frac{4+m}{\sqrt{5}}$

Từ giả thiết ta có $\sqrt{m^2 + 4} \leq 3 \Rightarrow m \leq \sqrt{5}$.

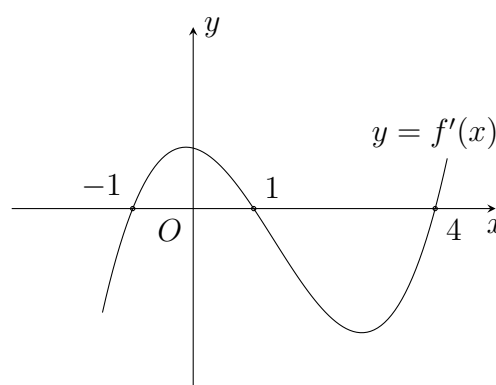
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1510.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1)$.



Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 2xf'(x^2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4. \end{cases}$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến thì } y' \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2) \leq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2) \geq 0. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1 \leq x^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

$$\text{và } \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 0 \leq x^2 \leq 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -2 \text{ hoặc } -1 \leq x \leq 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1511. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- A. $m < 0$.
B. $m = 0$.
C. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.
D. $m > 0$.

Lời giải.

Với $m = 0 \Rightarrow y = x + 1$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Với $m \neq 0$. Để hàm số xác định thì $mx^2 + 1 > 0$ với mọi x . Suy ra $m > 0$.

Với $m > 0$ ta có

$$\begin{aligned} - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} &= - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}} \\ - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \end{aligned}$$

Vậy $m > 0$ thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1512. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, biết đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2; 4)$, $B(3; 9)$ và $C(4; 16)$. Các đường thẳng AB , AC , BC cắt đồ thị lần lượt tại các điểm D , E , F . Biết $x_D + x_E + x_F = -18$. Tính $f(0)$.

A. $-\frac{8}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. 0.

D. $-\frac{1}{8}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2; 4)$, $B(3; 9)$ và $C(4; 16)$ nên ta có

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 4 = 8a + 4b + 2c + d \\ 9 = 27a + 9b + 3c + d \\ 16 = 64a + 16b + 4c + d \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 4 = 8a + 4b + 2c + d \\ 19a + 5b + c = 5 \\ 56a + 12b + 2c = 12 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} b = 1 - 9a \\ c = 26a \\ d = -24a. \end{cases} \end{aligned}$$

— Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 5) \Rightarrow \vec{n}_{AB} = (5; -1) \Rightarrow AB: y = 5x - 6$.

— Ta có $\overrightarrow{AC} = (2; 6) \Rightarrow \vec{n}_{AC} = (3; -1) \Rightarrow AC: y = 6x - 8$.

— Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; 7) \Rightarrow \vec{n}_{BC} = (7; -1) \Rightarrow BC: y = 7x - 12$.

Khi đó hàm số $y = a(x^3 - 9x^2 + 26x - 24) + x^2$.

— Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng AB là nghiệm của

$$\begin{aligned} &a(x^3 - 9x^2 + 26x - 24) + x^2 = 5x - 6 \\ \Leftrightarrow &(x-2)(x-3)(ax-4a+1) = 0 \\ \Rightarrow &x_D = \frac{4a-1}{a}. \end{aligned}$$

— Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng AC là nghiệm của

$$\begin{aligned} &a(x^3 - 9x^2 + 26x - 24) + x^2 = 6x - 8 \\ \Leftrightarrow &(x-2)(x-4)(ax-3a+1) = 0 \\ \Rightarrow &x_E = \frac{3a-1}{a}. \end{aligned}$$

— Hoành độ giao điểm của của đồ thị hàm số với đường thẳng AB là nghiệm của

$$\begin{aligned} & a(x^3 - 9x^2 + 26x - 24) + x^2 = 7x - 12 \\ \Leftrightarrow & (x - 3)(x - 4)(ax - 2a + 1) = 0 \\ \Rightarrow & x_F = \frac{2a - 1}{a}. \end{aligned}$$

$$\text{Từ } x_D + x_E + x_F = -18 \Rightarrow \frac{4a - 1}{a} + \frac{3a - 1}{a} + \frac{2a - 1}{a} = -18 \Leftrightarrow a = \frac{1}{9} \text{ nên } f(0) = d = -\frac{8}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1513. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -(m - 1)x^4 + 2(m - 3)x^2 + 5$ không có cực tiểu.

A. $1 \leq m \leq 3$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $1 < m \leq 3$.

Lời giải.

— TH 1: $a = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow y = -4x^2 + 5$ đồ thị là parabol có bề lõm hướng xuống nên chỉ có một cực đại $\Rightarrow m = 1$ (nhận).

— TH 2: $a \neq 0$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ ab \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(m - 1) < 0 \\ -2(m - 1)(m - 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 1 \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 3.$$

— Từ TH 1 và TH 2 ta suy ra $1 \leq m \leq 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1514. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = -(m^2 - 1)x^3 - (m - 1)x^2 + x - 7$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

— Ta có $y' = -3(m^2 - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 1$.

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty).$$

— TH 1: $a = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

— Với $m = 1 \Rightarrow y' = 1 > 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Rightarrow m = 1$ (nhận).

— Với $m = -1 \Rightarrow y' = 4x + 1 > 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$ (sai) $\Rightarrow m = -1$ (loại).

— TH 2: $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3(m^2 - 1) > 0 \\ 16m^2 - 8m + -8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq 1.$$

— Vậy $-\frac{1}{2} < m \leq 1 \Rightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1515. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + 2m$ có đồ thị là (C_m) . Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để từ $M(1; 2)$ kẻ được đúng hai tiếp tuyến với (C_m) . Tính tổng các phần tử của S .

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{81}{109}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{217}{81}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + m - 1$.

Phương trình đường thẳng đi qua $M(1; 2)$ có hệ số góc k có dạng $d: y = kx - k + 2$.

Đường thẳng d tiếp xúc với (C_m) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 - 2x^2 - (m-1)x + 2m = kx - k + 2 & (1) \\ 3x^2 - 4x + (m-1) = k & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) và rút gọn ta được

$$2x^3 - 5x^2 + 4x - 3(m-1) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 5x^2 + 4x = 3(m-1) \quad (*)$$

Để từ M kẻ được đúng hai tiếp tuyến với (C_m) thì phương trình $(*)$ phải có đúng hai nghiệm phân biệt hay hai đồ thị $y = 2x^3 - 5x^2 + 4x$ (C) và $y = 3(m-1)$ cắt nhau tại đúng hai điểm phân biệt.

Hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 4x$ có $y' = 6x^2 - 10x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$ nên ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$\frac{2}{3}$	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		1		$\frac{28}{27}$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} 3(m-1) = 1 \\ 3(m-1) = \frac{28}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{3} \\ m = \frac{109}{81} \end{cases}$.

Vậy tổng các phần tử của S là $\frac{4}{3} + \frac{109}{81} = \frac{217}{81}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1516. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1		$+\infty$
y'	+		+	
y	-1	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty \nearrow -1$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - x^2 + 2x - 1 = 0$ là

A. vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $f(x) - x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = (x-1)^2$. (1)

Với $x > 1$ thì $f(x) < 0$ mà $(x-1)^2 \geq 0$ nên phương trình (1) không có nghiệm $x > 1$.

Với $x < 1$ thì hàm số $g(x) = f(x) - x^2 + 2x - 1$ có đạo hàm $g'(x) = f'(x) - 2x + 2 > 0$ nên $g(x)$ là hàm số đồng biến và liên tục trên $(-\infty; 1)$. Lại có $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty$ nên phương trình có một nghiệm duy nhất trên $(-\infty; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1517. Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 - x - m$ (C_m). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox :

$$\begin{aligned} x^3 + mx^2 - x - m &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+m)(x^2-1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m \\ x = \pm 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó có ba trường hợp:

① Trường hợp 1. Thứ tự các số hạng của cấp số cộng là $-m, -1, 1$.

Khi đó $m = 3$.

② Trường hợp 2. Thứ tự các số hạng của cấp số cộng là $-1, -m, 1$.

Khi đó $m = 0$.

③ Trường hợp 3. Thứ tự các số hạng của cấp số cộng là $-m, 1, -1$.

Khi đó $m = -3$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1518.

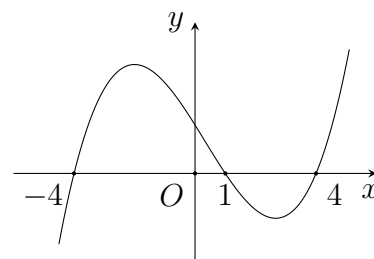
Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(5 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7.

B. 9.

C. 4.

D. 3.



Lời giải.

Xét hàm số $y = f(5 - x^2)$, ta có

$$y' = -2x \cdot f'(5 - x^2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 5 - x^2 = -4 \\ 5 - x^2 = 1 \\ 5 - x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 9 \\ x^2 = 4 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(5 - x^2)$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1519. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc đồ thị (C) với hoành độ $x_0 = 0$ cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm A, B . Tính diện tích tam giác IAB , với I là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C).

A. $S_{\triangle IAB} = 6$.B. $S_{\triangle IAB} = 3$.C. $S_{\triangle IAB} = 12$.D. $S_{\triangle IAB} = 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \Rightarrow M(0; -1) \in (C)$. Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(0) = -3$.

Tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tại M có phương trình : $y = y'(0) \cdot (x - 0) - 1 \Leftrightarrow y = -3x - 1$.

Đường tiệm cận đứng của đồ thị (C) là $d_1: x = 1 \Rightarrow \Delta \cap d_1 = A(1; -4)$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị (C) là $d_2: y = 2 \Rightarrow \Delta \cap d_2 = B(-1; 2)$.

Ta có $I(1; 2) \Rightarrow IA = 6$ và $IB = 2$. Do $\triangle IAB$ vuông tại I , suy ra $S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2}IA \cdot IB = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1520. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m}$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 2 để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có $y' = \frac{-m-1}{(x-m)^2}, \quad \forall x \in \mathcal{D}$.

Hàm số nghịch biến trên $(2; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 & \forall x \in (2; 3) \\ (2; 3) \subset \mathcal{D} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m-1 < 0 \\ m \leq 2 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m \leq 2 \\ m \geq 3. \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1521. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m lớn hơn -2019 để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 1 - m^2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ?

A. 2017.

B. Vô số.

C. 2019.

D. 2018.

Lời giải.

Gọi $A(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho, ta có

$$y_0 = x_0^3 - 3mx_0^2 + 3(m^2 - 1)x_0 + 1 - m^2 \quad (1).$$

Tọa độ điểm B đối xứng với A qua gốc tọa độ là $B(-x_0; -y_0)$. Điểm B thuộc đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi

$$-y_0 = -x_0^3 - 3mx_0^2 - 3(m^2 - 1)x_0 + 1 - m^2 \quad (2).$$

Từ (1) và (2), suy ra $-6mx_0^2 + 2 - 2m^2 = 0 \Leftrightarrow 3mx_0^2 = 1 - m^2 \quad (*)$.

Nếu $x_0 = 0$ thì $y_0 = 1 - m^2 = -y_0 \Rightarrow y_0 = 0$ nên A trùng với B .

Nếu $m = 0$ thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Do đó, bài toán xảy ra khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm khác 0

$$\Leftrightarrow \frac{1-m^2}{3m} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 1 \\ m < -1. \end{cases}$$

Vậy có 2017 giá trị nguyên của m lớn hơn -2019 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1522. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx + 2\ln x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. $m \leq -3$.

B. $m \geq -3$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải.

Với $x \in (0; +\infty)$, ta có $y' = x^2 + m + \frac{2}{x}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq -x^2 - \frac{2}{x}, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq \max_{x>0} \left\{ -x^2 - \frac{2}{x} \right\}$.

Mặt khác, với $x > 0$, theo bất đẳng thức Cauchy ta có $x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq 3\sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} = 3$.

Suy ra $\max_{x>0} \left\{ -x^2 - \frac{2}{x} \right\} = -3$ (vì với $x \in (0; +\infty)$ thì $-x^2 - \frac{2}{x} < 0$).

Suy ra $m \geq -3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1523.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x^2 + 8x + 2018)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	-2	$+\infty$	$+\infty$

Lời giải.

Ta có $f'(x^2 + 8x + 2018) = (2x + 8)f'_{(x^2+8x+2018)}(x^2 + 8x + 2018)$.

Vì $x^2 + 8x + 2018 > 1 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'_{(x^2+8x+2018)}(x^2 + 8x + 2018) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Suy ra ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 + 8x + 2018)$ như sau

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$f(2002)$	$+\infty$

Vậy hàm số $y = f(x^2 + 8x + 2018)$ có một cực trị.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1524. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $A(0; a)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng hai tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tích các giá trị các phần tử của S là

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc đồ thị (C) .

Khi đó tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là $\Delta: y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + (x_0^3 - 3x_0^2)$.

Để có hai đường tiếp tuyến Δ đi qua A thì phương trình ẩn x_0 sau có hai nghiệm phân biệt

$$a = (3x_0^2 - 6x_0)(0 - x_0) + (x_0^3 - 3x_0^2)$$

$$\Leftrightarrow a = -3x_0^3 + 6x_0^2 + x_0^3 - 3x_0^2$$

$$\Leftrightarrow a = -2x_0^3 + 3x_0^2 \quad (1)$$

Để (1) có hai nghiệm thì a bằng giá trị cực tiểu hoặc cực đại của hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2$.

Như vậy $a = 0$ hoặc $a = 1$. Nên $S = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1525. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ là

$$\begin{aligned} \frac{4x+4}{x-1} = x^2 - 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1) = (x-1)(x^2-1) \\ x \neq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2(x-3) = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại 2 điểm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1526. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = (-1; +\infty) \setminus \{1\}$.

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+1}}{-x-1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-1}{\sqrt{x+1}} = -\infty.$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} = +\infty.$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} = 0.$$

Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$ có 3 đường tiệm cận, gồm 2 đường tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -1$, $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1527. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$ nghịch biến trên $(0; 1)$.

$$\text{A. } m > \frac{1}{3}.$$

$$\text{B. } m < -1.$$

$$\text{C. } m \geq \frac{1}{3} \text{ hoặc } m \leq -1.$$

$$\text{D. } -1 < m < \frac{1}{3}.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2 = 3(x+m)(x-3m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m \\ x = 3m. \end{cases}$$

— Nếu $m = 0$ thì $y' = 3x^2 > 0, \forall x \in (0; 1)$, nên hàm số đồng biến trên $(0; 1)$. Do đó $m = 0$ không thỏa mãn.

— Nếu $m < 0$ thì $y' \leq 0, \forall x \in [3m; -m]$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi $3m \leq 0 < 1 \leq -m \Rightarrow m \leq -1$.

— Nếu $m > 0$ thì $y' \leq 0, \forall x \in [-m; 3m]$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi $-m \leq 0 < 1 \leq 3m \Rightarrow m \geq \frac{1}{3}$.

Vậy: $m \geq \frac{1}{3}$ hoặc $m \leq -1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1528. Phương trình $|x^2 - 2x|(|x| - 1) = m$ (với m là tham số thực) có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Xét $f(x) = |x^2 - 2x|(|x| - 1)$, ta có

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2x & \text{nếu } x \geq 2 \\ -x^3 + 3x^2 - 2x & \text{nếu } 0 \leq x < 2 \\ -x^3 + x^2 + 2x & \text{nếu } x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 & \text{nếu } x > 2 \\ -3x^2 + 6x - 2 & \text{nếu } 0 < x < 2 \\ -3x^2 + 3x + 2 & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

Từ đó $f'(x) = 0$ có các nghiệm $x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6}$ và $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{3 - \sqrt{33}}{6}$	0	$\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$	2	$+\infty$
y'		$- \quad 0 \quad +$	$ $	$+ \quad 0 \quad -$	$ $	$+$
y						

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $|x^2 - 2x|(|x| - 1) = m$ có tối đa 4 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1529. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = x(x^2 - 3)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt (C) và trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt A (khác M) và B sao cho M là trung điểm của AB .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $M(m; m^3 - 3m)$, phương trình tiếp tuyến Δ tại M của đồ thị (C) là: $y = (3m^2 - 3)(x - m) + m^3 - 3m$.

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C) là

$$x(x^2 - 3) = (3m^2 - 3)(x - m) + m^3 - 3m \Leftrightarrow (x - m)^2(x + 2m) = 0$$

Khi đó $x_A = -2m$.

Vì B là giao điểm của Δ với trục hoành nên $x_B = \frac{2m^3}{3m^2 - 2}$.

Điều kiện để M là trung điểm của AB là

$$x_A + x_B = 2x_M \Leftrightarrow -2m + \frac{2m^3}{3m^2 - 2} = 2m \Leftrightarrow m(5m^2 - 6) = 0.$$

Vì A khác M nên $m \neq -2m \Leftrightarrow m \neq 0$. Do đó, ta được $5m^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{\frac{6}{5}}$.

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1530. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và có đúng 3 điểm cực trị là -2 , -1 và 0 . Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị.

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $u = x^2 - 2x$ ta có $y' = (2x - 2)f'(u)$.

$$\text{Do đó: } y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 2)f'(u) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1531. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 10}{2x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

A. 6.

B. 5.

C. 9.

D. 4.

Lời giải.

Ta có tập xác định $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{m}{2}\right) \cup \left(-\frac{m}{2}; +\infty\right)$ và đạo hàm $y' = \frac{m^2 - 20}{(2x + m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} (0; 2) \subset \mathcal{D} \\ y' < 0, \forall x \in \mathcal{D} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} \leq 0 \\ m^2 - 20 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 0 \\ -2\sqrt{5} < m < 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{5} < m \leq -4 \\ 0 \leq m < 2\sqrt{5} \end{cases}.$$

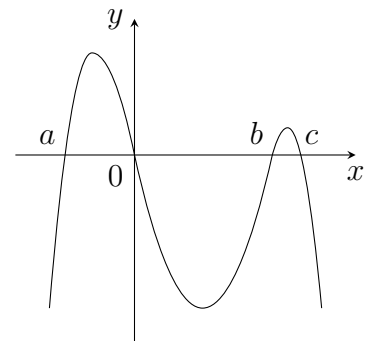
Vậy có 6 giá trị nguyên của m là $\{-4; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1532.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết rằng phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(a) > f(b) > f(c)$.B. $f(a) > f(c) > f(b)$.C. $f(c) > f(a) > f(b)$.D. $f(b) > f(a) > f(c)$.**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị, ta thấy

$$\begin{aligned} f(b) - f(a) &= \int_a^b f'(x) dx < 0 \Rightarrow f(a) > f(b). \\ f(c) - f(a) &= \int_a^c f'(x) dx < 0 \Rightarrow f(a) > f(c). \\ f(c) - f(b) &= \int_b^c f'(x) dx > 0 \Rightarrow f(c) > f(b). \end{aligned}$$

Vậy, $f(a) > f(c) > f(b)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1533. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương của tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 2$ bằng

- A. $\frac{52}{9}$. B. $\frac{10}{9}$. C. $\frac{73}{16}$. D. $\frac{34}{9}$.

Lời giải.

Ta có $y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$. Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = -2m^2 + 4m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{-\sqrt{6}+2}{2} < m < \frac{\sqrt{6}+2}{2} \end{cases}.$$

Với điều kiện trên thì hàm số có hai cực trị x_1, x_2 . Theo định lí Vi-ét, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m-2}{m} \\ x_1 x_2 = \frac{3m-6}{m} \end{cases}.$$

Kết hợp với giả thiết $2x_1 + x_2 = 2$, ta được phương trình ẩn m

$$\frac{2}{m} \cdot \frac{2m-4}{m} = \frac{3m-6}{m} \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Cả hai giá trị m này đều thỏa điều kiện ở trên nên nhận.

Vậy đáp số của bài toán là $2^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{52}{9}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1534. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$.

- A. $-\frac{13}{3}$. B. 1. C. -3. D. $-\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Nhận thấy hàm số liên tục trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ và

$$\begin{aligned} &— f(-2) = -\frac{13}{3}. \\ &— f(0) = -3 \\ &— f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2}. \end{aligned}$$

Từ đó ta có $\max_{\left[-2; \frac{1}{2}\right]} f(x) = -3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1535. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là (C) và I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C) . Điểm M di chuyển trên (C) . Xác định giá trị nhỏ nhất độ dài đoạn thẳng MI .

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có giao điểm hai tiệm cận $I(-1; 1)$.

Gọi $M\left(m; \frac{m+2}{m+1}\right) \in (C)$, khi đó ta có

$$IM = \sqrt{(m+1)^2 + \left(\frac{m+2}{m+1} - 1\right)^2} = \sqrt{(m+1)^2 + \frac{1}{(m+1)^2}} \geq \sqrt{2}.$$

Từ đó suy ra $IM_{\min} = \sqrt{2}$, dấu bằng xảy khi $(m+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1536. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+2)x^2 + 3x - 3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 5.

Lời giải.

$y' = 3x^2 + 2(m+2)x + 3$. YCBT tương đương với $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 1$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn YCBT.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1537.

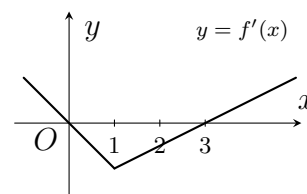
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên. Số nào bé nhất trong các số sau: $f(0), f(1), f(2), f(3)$?

A. $f(1)$.

B. $f(2)$.

C. $f(3)$.

D. $f(0)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f(0)$	$f(3)$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(3)$ là số bé nhất trong các số $f(0), f(1), f(2), f(3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1538. Tìm tất cả các giá trị thực của a để đồ thị hàm số $y = ax + \sqrt{9x^2 + 4}$ có tiệm cận ngang.

A. $a = \pm 3$.

B. $a = -3$.

C. $a = \pm \frac{1}{3}$.

D. $a = -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(a^2 - 9)x^2 - 4}{ax - \sqrt{9x^2 + 4}}$. Để giới hạn này tồn tại hữu hạn thì $a^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 3$.

Thử lại:

- Với $a = 3$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - 9)x^2 - 4}{ax - \sqrt{9x^2 + 4}} = 0$. Tiệm cận ngang $y = 0$.

- Với $a = -3$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a^2 - 9)x^2 - 4}{ax - \sqrt{9x^2 + 4}} = 0$. Tiệm cận ngang $y = 0$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1539. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(m+1)x - m - 1$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía đối với trục hoành.

A. $m \in (-\infty; 0)$.

B. $m \in (-1; +\infty)$.

C. $m \in (-1; 0)$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 6x + 3(m+1).$$

Đồ thị hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, điều này tương đương với $\Delta' = 9 - 9(m+1) > 0 \Leftrightarrow m < 0$. Khi đó hàm số có hai điểm cực trị là x_1 và x_2 . Theo Vi-et $x_1x_2 = m+1$.

Mặt khác $y = y' \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \right) + 2mx$, suy ra $y_1 = 2mx_1$, $y_2 = 2mx_2$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $y_1y_2 > 0 \Leftrightarrow 4m^2x_1x_2 > 0 \Leftrightarrow 4m^2(m+1) > 0 \Leftrightarrow m > -1$ (vì $m^2 > 0$). Kết hợp với $m > 0$ ta có $-1 < m < 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1540. Cho hàm số $f(x) = |x^3 - 3x^2 + m|$ với $m \in [-5; 7]$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có đúng ba điểm cực trị?

A. 13.

B. 12.

C. 10.

D. 8.

Lời giải.

Đặt $g(x) = x^3 - 3x^2$, ta có

$$g'(x) = 3x^2 - 6x,$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Hàm số $f(x)$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $g(x) = -m$ có đúng một nghiệm bội lẻ. Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $g(x)$, điều này tương đương $-m \geq 0$ hoặc $-m \leq -4$. Do đó $m \leq 0$ hoặc $m \geq 4$. Từ đó có tất cả 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1541. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-2mx+1}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

C. $m \neq \frac{5}{3}$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \setminus \left\{ \frac{5}{3} \right\}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt, khác 3. Điều này tương đương

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 3^2 - 2m \cdot 3 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1542. Cho đường cong $(\mathcal{C}) : y = \frac{2x+3}{x-1}$ và M là điểm bất kỳ trên $(\mathcal{C})$. Giả sử d_1, d_2 tương ứng là các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của $(\mathcal{C})$, khi đó $d_1 \cdot d_2$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Đường cong $(\mathcal{C})$ có tiệm cận đứng $x - 1 = 0$ và tiệm cận ngang $y - 2 = 0$.

Do $M \in (\mathcal{C})$ nên $M \left(a; 2 + \frac{5}{a-1} \right)$.

$$\text{Ta có } d_1 = d(M, \text{TCD}) = \frac{|a-1|}{\sqrt{1}} = |a-1| \text{ và } d_2 = d(M, \text{TCN}) = \frac{\left| 2 + \frac{5}{a-1} - 2 \right|}{\sqrt{1}} = \frac{5}{|a-1|}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } d_1 \cdot d_2 = |a-1| \cdot \frac{5}{|a-1|} = 5.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1543. Cho một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước $10 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$. Người ta cắt bỏ 4 góc của tấm tôn 4 miếng hình vuông bằng nhau rồi gò lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Để thể tích của hình hộp đó lớn nhất thì độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng

A. 2 m.

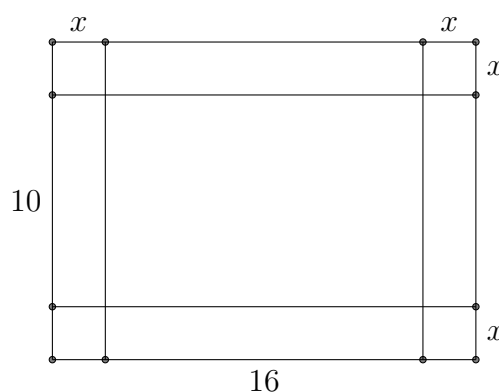
B. 4 m.

C. 5 m.

D. 3 m.

Lời giải.

Giả sử độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng x ($0 < 2x < 10 \Leftrightarrow 0 < x < 5$). Khi đó hình hộp chữ nhật có chiều cao bằng x , chiều rộng bằng $10 - 2x$ và chiều dài bằng $16 - 2x$. Suy ra hình hộp chữ nhật có thể tích $V = x(10 - 2x)(16 - 2x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$.



Xét hàm $f(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$ trên $(0; 5)$. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$,

$$f'(x) = 12x^2 - 104x + 160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{20}{3} \end{cases} \quad \text{Bảng biến thiên hàm số } f(x) \text{ trên } (0; 5):$$

x	0	2	5
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 5)$ tại $x = 2$ hay hình hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất khi độ dài cạnh hình vuông của miếng tôn bị cắt bỏ bằng 2 m.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1544. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$. Tìm m để đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O với O là gốc tọa độ.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. -2 .

Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{3x-1}{x-2} = x + m (x \neq 2) \Leftrightarrow x^2 + (m-5)x + 1 - 2m = 0 (x \neq 2). (*)$$

Điều kiện để đường thẳng cắt đường cong tại 2 điểm phân biệt là $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 2. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-5)^2 - 4(1-2m) > 0 \\ 4 + (m-5) \cdot 2 + 1 - 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 21 > 0 \\ -5 \neq 0 \end{cases}$$

đúng $\forall m \in \mathbb{R}$.

Khi đó tạo độ hai giao điểm là $A(x_A; x_A + m)$ và $B(x_B; x_B + m)$. Tam giác OAB vuông tại O nên $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_A \cdot x_B + (x_A + m)(x_B + m) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x_A \cdot x_B + m(x_A + x_B) + m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(1-2m) + m(5-m) + m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1545. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ giảm trên khoảng $(-\infty; 1)$?

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq -m$.

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}.$$

Hàm số giảm trên khoảng $(-\infty; 1)$ khi

$$\begin{cases} y' < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \\ -m \notin (-\infty; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1546. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m; 0)$ sao cho từ M vẽ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C) , trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

C. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

D. $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng qua $M(m; 0)$ với hệ số góc k có dạng $y = k(x - m)$.

Hoành độ tiếp điểm là nghiệm hệ phương trình
$$\begin{cases} k(x - m) = x^3 + 3x^2 \\ k = 3x^2 + 6x \end{cases}$$

suy ra $(3x^2 + 6x)(x - m) = x^3 + 3x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + 3(1 - m)x - 6m = 0 (*) \end{cases}$

Do $k_1 \cdot k_2 = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 + 6x_1)(3x_2^2 + 6x_2) = -1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{27}$ thỏa mãn (*) có hai nghiệm phân biệt.

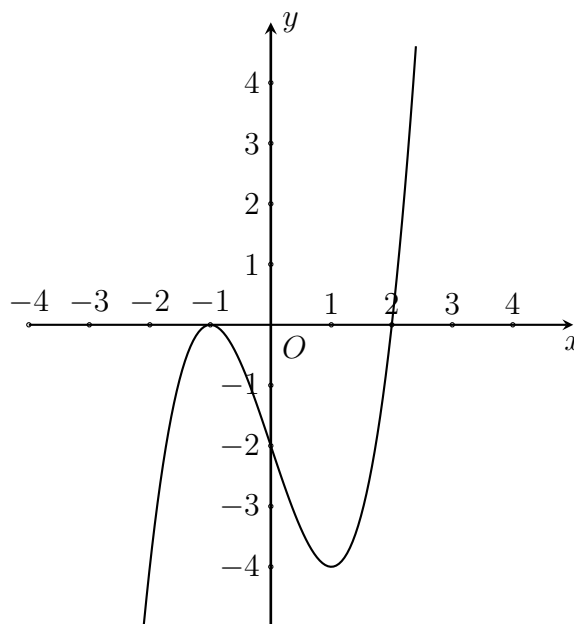
Chọn đáp án **C** □

Câu 1547.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$.

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.
- B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.
- C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.
- D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

**Lời giải.**

Ta có $g'(x) = (x^2 - 2)' \cdot f'(x^2 - 2) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$2x$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$f'(x^2 - 2)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1548. Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý. Trong bốn mệnh đề dưới đây có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- (I) Nếu $f(x)$ là hàm số có đạo hàm tại x_0 và đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- (II) Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại điểm x_0 .
- (III) Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x) > 0$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .
- (IV) Nếu $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 thì $f''(x) < 0$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Mệnh đề (II) sai, với $f(x) = x^3$, $f'(0) = 0$ nhưng hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mệnh đề (III) sai, với $f(x) = -x^2 + 1$, $f'(0) = 0$, $f''(x) = -2 < 0$ nhưng hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Mệnh đề (IV) sai, với $f(x) = x^2$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ nhưng $f''(x) = 2 > 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1549. Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = (x - 6)\sqrt{x^2 + 4}$ trên đoạn $[0; 3]$ có dạng $a - b\sqrt{c}$ với a là số nguyên và b, c là các số nguyên dương. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 4$.B. $S = -2$.C. $S = -22$.D. $S = 5$.**Lời giải.**

$$\text{Có } y' = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{(x - 6)x}{\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{2x^2 - 6x + 4}{\sqrt{x^2 + 4}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y(0) = -12; y(1) = -5\sqrt{5}; y(2) = -4\sqrt{8} = -8\sqrt{2}; y(3) = -3\sqrt{13}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M = \max_{[0;3]} y = -3\sqrt{13} \\ m = \min_{[0;3]} y = -12 \end{cases} \Rightarrow M + m = -12 - 3\sqrt{13} \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 3 \\ c = 13 \end{cases} \Rightarrow S = a + b + c = 4.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1550. Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi số $d(t) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t - 80)\right) + 12$, $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố X có nhiều giờ có ánh sáng nhất?

A. 262.

B. 353.

C. 80.

D. 171.

Lời giải.

Xét hàm số $y(t) = d(t) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t - 80)\right) + 12$, $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$.

$$\Rightarrow y' = \frac{3\pi}{182} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{182}(t - 80)\right) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow t = 171 + k \cdot 182 \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Mà } 0 < t \leq 365 \Rightarrow 0 < 171 + 182k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{171}{182} < k \leq \frac{97}{91} \Rightarrow k \in \{0; 1\}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 171 \\ t = 353 \end{cases} \Rightarrow d(171) = 15; d(353) = 12,08; d(365) = 9,06; d(0) = 9,05.$$

$\Rightarrow$ Vào ngày thứ 171 thì thành phố X có nhiều giờ có ánh sáng nhất.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1551. Tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2$ có ba điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = 2$.B. $m = 0$.C. $m = 1$.D. $m = 2$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4(m^2 + 1)x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m^2 + 1} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{m^2+1}$	0	$\sqrt{m^2+1}$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			2				$+\infty$
			$-m^4-2m^2+1$			$-m^4-2m^2+1$		

Từ bảng biến thiên ta thấy $y_{CT} = -m^4 - 2m^2 + 1 = -(m^4 + 2m^2) + 1 \leq 1$.

Giá trị lớn nhất của giá trị cực tiểu là $y_{CT} = 1 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1552. Cho hàm số $y = x^3 - (m+3)x^2 + (m^2+1)x + m+5$ (1). Tổng các giá trị m nguyên để hàm số (1) có cực trị là

A. 6.

B. 5.

C. 10.

D. 7.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+3)x + (m^2+1)$.

$$\Delta'_{y'} = -m^2 + 3m + 3 > 0 \Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{21}}{2} < m < \frac{3 + \sqrt{21}}{2}.$$

Vậy $m = 0, m = 1, m = 2, m = 3$ thỏa yêu cầu đề bài. Tổng các giá trị nguyên của m bằng 6.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1553. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			1		
		-4				$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $|f(x)| = 3$ là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |f(x)| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 3 \\ f(x) = -3. \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên, ta có

- Phương trình $f(x) = 3$ có 1 nghiệm.
- Phương trình $f(x) = -3$ có 3 nghiệm.

Vậy phương trình $|f(x)| = 3$ có 4 nghiệm

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1554. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\sin^4 x + m\cos^2 x + 2 = 0$ có nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ là

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $3\sin^4 x + m\cos^2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3\sin^4 x - m\sin^2 x + m + 2 = 0$.

Đặt $t = \sin^2 x$, ta có $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Thay $t = \sin^2 x$ vào phương trình đã cho, ta được phương trình

$$3t^2 - mt + m + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{3t^2 + 2}{t - 1} = m.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{3t^2 + 2}{t - 1}$ với $t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Suy ra phương trình đã cho có nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right] \Leftrightarrow \min_{\left[0; \frac{1}{2}\right]} f(t) \leq m \leq \max_{\left[0; \frac{1}{2}\right]} f(t)$.

Ta có $f'(t) = \frac{3t^2 - 6t - 2}{(t - 1)^2} < 0, \forall t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

$\Rightarrow \min_{\left[0; \frac{1}{2}\right]} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{11}{2}$ và $\max_{\left[0; \frac{1}{2}\right]} f(t) = f(0) = -2 \Rightarrow -\frac{11}{2} \leq m \leq -2$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình $3\sin^4 x + m\cos^2 x + 2 = 0$ có nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1555. Tìm số giao điểm n của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 3|$ và đường thẳng $y = 2$.

A. $n = 8$.

B. $n = 2$.

C. $n = 6$.

D. $n = 4$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2|x^2 - 3| = 2$ (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 3 \\ x^2(x^2 - 3) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \sqrt{\frac{3 + \sqrt{17}}{2}} \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 3 \\ x^2(3 - x^2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}.$$

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 3|$ và đường thẳng $y = 2$ chính là số nghiệm của phương trình (1).

Do đó $n = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1556. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

A. $-2 < m < -1$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $-2 \leq m \leq 1$.

D. $-2 < m \leq -1$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ $\Leftrightarrow y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2} < 0, \forall x \in (-\infty; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1557. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

A. $m \leq \frac{47}{64}$ hoặc $m \geq \frac{3}{2}$.

B. $\frac{47}{64} < m < \frac{3}{2}$.

C. $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$.

D. $\frac{47}{64} \leq m \leq \frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \cos^2 4x = m.$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{\sin^2 2x}{2} + \cos^2 4x = m \Leftrightarrow \frac{3}{4} + \frac{\cos 4x}{4} + \cos^2 4x = m.$$

Đặt $t = \cos 4x$ thì $t \in [-1; 1]$. Ngoài ra với mỗi $t \in [-1; 1]$, phương trình $\cos 4x = t$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$. Còn với $t = 1$, phương trình $\cos 4x = t$ có nghiệm duy nhất trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Phương trình trở thành $\frac{3}{4} + \frac{t}{4} + t^2 = m$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{3}{4} + \frac{t}{4} + t^2, t \in [-1; 1]$.

$$f'(t) = 2t + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{8}$$

$$f\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{47}{64}, f(-1) = \frac{3}{2}, f(1) = 2.$$

t	-1	$-\frac{1}{8}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{3}{2}$	$\frac{47}{64}$	2

Phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc nửa khoảng $[-1; 1]$.

$$\Leftrightarrow \frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1558. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0) = 0$.
- B. $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) = 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.
- C. $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
- D. $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) \neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

Câu 1559. Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ tăng trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. $m \neq 3$.
- B. $m \geq 3$.
- C. $m \leq 3$.
- D. $m < 3$.

Câu 1560. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

- A. $m > -2$.
- B. $m = -2$.
- C. $m < -2$.
- D. $m \neq -2$.

Câu 1561. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4-x^2} + m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là

- A. $m = \sqrt{2}$.
- B. $m = 2\sqrt{2}$.
- C. $m = -\sqrt{2}$.
- D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 1562. Tìm m để đường thẳng $y = x + m$ (d) cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị (C).

- A. $m \in \mathbb{R}$.
- B. $m > -\frac{1}{2}$.
- C. $m < -\frac{1}{2}$.
- D. $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 1563. Cho hàm số $y = x + \sin 2x + 2017$. Tìm tất cả các điểm cực tiểu của hàm số.

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 1564. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 2m^2 + m^4$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0; -3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?

A. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{9}{5}\right)$.

C. $m \in \left(\frac{9}{5}; 2\right)$.

D. $m \in (2; 3)$.

Câu 1565. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. $2 < m \leq 4$.

B. $0 < m \leq 2$.

C. $m \leq 0$.

D. $m > 4$.

Câu 1566. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu của của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1; 1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$.

B. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$.

C. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$.

D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3m$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$.

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) có phương trình $\Delta : y = -2mx + 2$.

Ta có $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \cdot \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2}$.

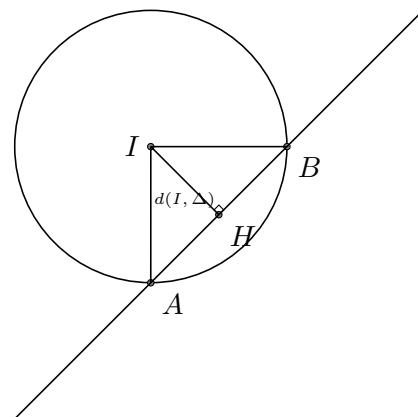
Diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$ khi và chỉ khi

$$\sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow AI \perp BI.$$

Gọi H là trung điểm của AB , ta có $IH = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = d(I, \Delta)$.

Mà $d(I, \Delta) = \frac{|2m+1-2|}{\sqrt{4m^2+1}}$. Suy ra

$$d(I, \Delta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |4m-2| = \sqrt{2(4m^2+1)} \Leftrightarrow 8m^2-16m+2=0 \Leftrightarrow m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **B**

□

Câu 1567. Xác định các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - m$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

A. $m \geq \frac{1}{2}$.

B. $m < \frac{1}{2}$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0; 1)$ khi chỉ khi

$$\begin{aligned} y' \leq 0, \forall x \in (0; 1) &\Leftrightarrow 3x^2 - 6mx \leq 0, \forall x \in (0; 1) \\ &\Leftrightarrow x - 2m \leq 0, \forall x \in (0; 1) \text{ (do } x > 0) \\ &\Leftrightarrow \frac{x}{2} \leq m, \forall x \in (0; 1) \\ &\Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1568.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty; -2]$ và $[2; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp các giá trị m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-2	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$			$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2		$+\infty$
		$\searrow$		$\searrow$	$\nearrow$	
		22		$\frac{7}{4}$		

A. $\left[\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$. B. $[22; +\infty)$.

C. $\left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$.

D. $\left(\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số

- Đường thẳng $y = m$ song song hoặc trùng Ox .
- Đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 22 \\ \frac{7}{4} < m \leq 2 \end{cases}. \text{ Do đó, } m \in \left(\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty) \text{ là các giá trị tham số cần tìm.}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1569. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m-1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $1 < m \leq 2$.

B. $1 < m < 2$.

C. $1 \leq m \leq 2$.

D. $1 \leq m < 2$.

Lời giải.

$$y' = 3(m-1)x^2 - 6(m-1)x + 3$$

- $m = 1, y' = 3 > 0$
- $m \neq 1$

$$y_{cbt} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta' = 9(m-1)^2 - 3(m-1) \cdot 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 2.$$

Vậy $1 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1570. Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-5; 5)$. Tìm m để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành.

- A. $m = 0$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và $(d) : y = -x + m$ là

$$\frac{2x-4}{x+1} = -x+m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (3-m)x - (4+m) = 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Đặt $g(x) = x^2 + (3-m)x - (4+m)$

(C) cắt (d) tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 25 > 0 \\ -6 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{luôn đúng})$$

Khi đó $M(x_1; -x_1 + m)$, $N(x_2; -x_2 + m)$ với $x_1 + x_2 = m - 3$ và $x_1 x_2 = -(4 + m)$

$OAMN$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{NM} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 = x_1 - x_2 \\ 5 = -x_1 + x_2 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = -5.$$

Suy ra

$$(x_1 - x_2)^2 = 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 25 \Leftrightarrow (m - 3)^2 + 4(4 + m) = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0 \end{cases}.$$

Khi $m = 0$ thì $M(x_1; -x_1)$, $N(x_2; -x_2)$, $A(-5; 5)$ thẳng hàng (cùng thuộc đường thẳng $y = -x$) (loại).

Vậy $m = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1571. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$. Tìm m để hàm số có các điểm cực đại và cực tiểu tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32.

- A. $m = 4$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - m = 0 (*) \end{cases}.$$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu tạo thành một tam giác thì $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m > 0$ (1).

Khi đó, ta có các điểm cực trị $A(0; 2m)$, $B(\sqrt{m}; -m^2 + 2m)$, $C(-\sqrt{m}; -m^2 + 2m)$. Gọi H là trung điểm BC .

Nhận xét: tam giác ABC cân tại $A \Rightarrow AH \perp BC$, $BC = 2\sqrt{m}$ và $AH = |2m + m^2 - 2m| = m^2$.

$$\text{Do vậy } \frac{2m^2 \sqrt{m}}{2} = 32 \Rightarrow m = 4 \text{ (thỏa mãn điều kiện (1)).}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1572. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số $y = x^3 - 27ax$ có cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

A. $a < 0$.

B. $a < -1$.

C. $-1 < a < 0$.

D. $a > 0$.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 27a$. Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a > 0$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3\sqrt{a} \Rightarrow$ tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(3\sqrt{a}; -54\sqrt{a})$ và $B(-3\sqrt{a}; 54\sqrt{a})$.

Nhận xét: gốc $O(0; 0)$ là trung điểm của $AB \Rightarrow$ đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số luôn đi qua gốc tọa độ với mọi $a > 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1573.

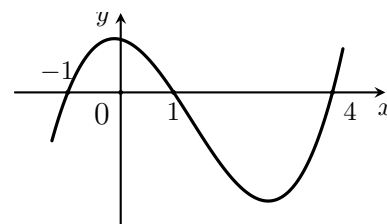
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(-x)$ đồng biến trong khoảng

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; -5)$.

C. $(-\infty; -4)$.

D. $(-3; -1)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-1)$	$f(1)$	$f(4)$	$+\infty$

Vì $f(x)$ và $f(-x)$ đối xứng nhau qua trục Oy nên ta có bảng biến thiên của $y = f(-x)$ như sau:

x	$-\infty$	-4	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-4)$	$f(-1)$	$f(1)$	$+\infty$

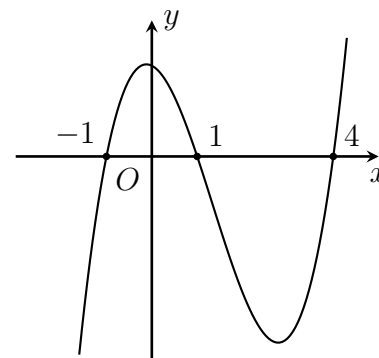
Vậy hàm số đồng biến trên $(-3; -1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1574.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



- A. Hàm số $f(x)$ có hai cực trị.
- B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- C. $f(-1) < f(4) < f(1)$.
- D. Trên đoạn $[-1; 4]$ giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(4)$.

Lời giải.

Ta thấy $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $-1; 1; 4$ và đổi dấu qua 3 nghiệm đó nên hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị.

Lại có $f'(x) < 0$, với mọi $x \in (1; 4)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(1; 4)$.

Theo đồ thị ta có $\int_{-1}^1 |f'(x)| dx < \int_1^4 |f'(x)| dx \Leftrightarrow f(1) - f(-1) < f(1) - f(4) \Leftrightarrow f(4) < f(-1)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1575. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = e^{\frac{3x - \sqrt{mx^2 + 1}}{x - \sqrt{(2018-m)x^2 + 1}}}$ có 2 tiệm cận ngang?

- A. 2016.
- B. 2018.
- C. 2017.
- D. 2019.

Lời giải.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{3x - \sqrt{mx^2 + 1}}{x - \sqrt{(2018-m)x^2 + 1}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{3 + \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}}{1 + \sqrt{(2018-m) + \frac{1}{x^2}}}} = e^{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}}{1 + \sqrt{(2018-m) + \frac{1}{x^2}}}} = e^{\frac{3 + \sqrt{m}}{1 + \sqrt{2018-m}}},$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{3x - \sqrt{mx^2 + 1}}{x - \sqrt{(2018-m)x^2 + 1}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{3 - \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}}{1 - \sqrt{(2018-m) + \frac{1}{x^2}}}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}}{1 - \sqrt{(2018-m) + \frac{1}{x^2}}}} = e^{\frac{3 - \sqrt{m}}{1 - \sqrt{2018-m}}}.$$

Do đó, để đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang thì

$$\begin{cases} 2018 - m \neq 1 \\ 2018 - m \geq 0 \\ m \geq 0 \\ \frac{3 + \sqrt{m}}{1 + \sqrt{2018-m}} \neq \frac{3 - \sqrt{m}}{1 - \sqrt{2018-m}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2017 \\ 0 \leq m \leq 2018 \\ m \neq 1816,2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1576.

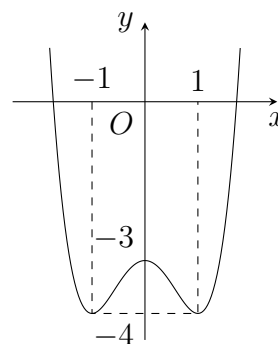
Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

A. $a = -\frac{1}{4}, b = 3, c = -3$.

B. $a = 1, b = -2, c = -3$.

C. $a = 1, b = -3, c = 3$.

D. $a = 1, b = 3, c = -3$.



Lời giải.

— Ta có: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$.

— Từ hình vẽ, suy ra đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị có tọa độ là $(-1; -4)$, $(0; -3)$, $(1; -4)$.

— Khi đó:
$$\begin{cases} y(0) = -3 \\ y(-1) = y(1) = -4 \\ y'(-1) = y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ a + b + c = -4 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1577.

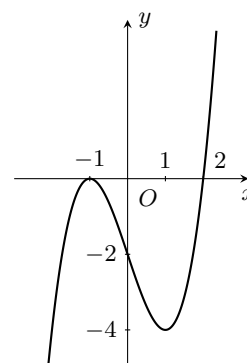
Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(2 - x^2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x = 2$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.

C. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta suy ra được $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Cũng từ đồ thị ta có $x = 2$ là điểm cực trị của hàm số.

Xét hàm số $t = 2 - x^2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Khi đó,

• Nếu $x < 1$ thì hàm $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

• Nếu $x \geq 1$ thì hàm $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1578. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ không có cực trị.

A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 2$.

B. $m \leq -1$.

C. $m \geq 2$.

D. $-1 \leq m \leq 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$, với $\Delta' = m^2 - m - 2$. Hàm số đã cho không có cực trị khi và chỉ khi $m^2 - m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1579.

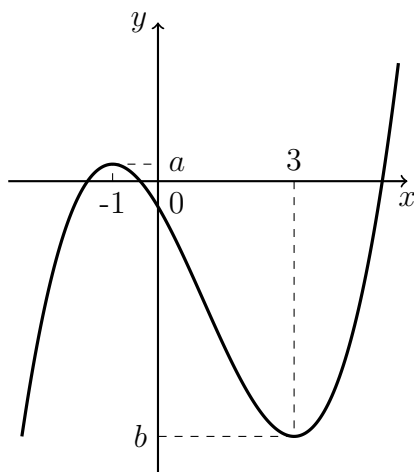
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên ($a > 0; b < 0$). Biết $f(0) < 0$, phương trình $f(|x|) = f(0)$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 5.
C. 3. D. 4.

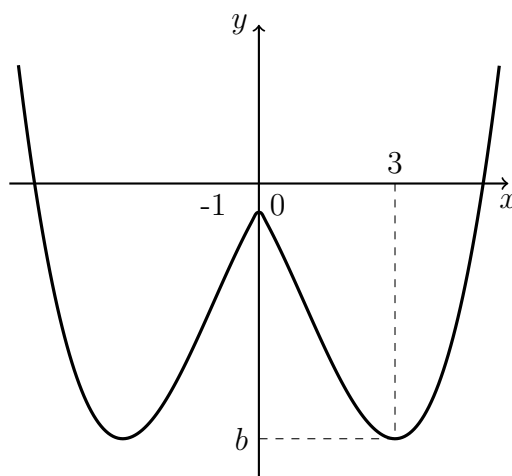
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	a	b	$+\infty$	

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số đã cho như sau



Do đó đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ sau



Vậy phương trình $f(|x|) = f(0)$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1580. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.

Lời giải.

Hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ là hàm bậc 3 có hệ số $a = -1 < 0$ nên điều kiện cần và đủ để $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ là $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1581. Cho hàm số $y = 3x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 3.

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Lời giải.

$y' = 12x^3 - 4mx^2 = 4x(3x^2 - m)$. Hàm số $y = 3x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có 3 cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Điều này tương đương với $m > 0$.

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{m\sqrt{3}}{3} \end{cases}.$$

Tọa độ các điểm cực trị là $A(0; 2m + m^4)$, $B\left(-\sqrt{\frac{m}{3}}; m^4 - \frac{m^2}{3} + 2m\right)$, $C\left(\sqrt{\frac{m}{3}}; m^4 - \frac{m^2}{3} + 2m\right)$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{m}{3}} \cdot \frac{m^2}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1582. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^3(x+1)^2(2-x)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0$ có ba nghiệm $x = 0$, $x = -1$, $x = 2$. Trong đó $x = 0$ là nghiệm bội 3, $x = -1$ là nghiệm kép, $x = 2$ là nghiệm đơn nên hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1583. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$ đạt cực trị tại x_1, x_2 sao cho $x_1 = -4x_2$.

- A. $m = -\frac{9}{2}$ hoặc $m = \frac{9}{2}$. B. $m = -1$ hoặc $m = 1$.
C. $m = -\frac{2}{9}$ hoặc $m = \frac{2}{9}$. D. $m = -2$ hoặc $m = 2$.

Lời giải.

Do $y' = 12x^2 + 2mx - 3 = 0$ có $\Delta = -36 < 0$ nên hàm số luôn có hai cực trị. Từ đó suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m}{6} \\ x_1 x_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện $x_1 = -4x_2$ ta có $-4x_2 + x_2 = -3x_2 = -\frac{m}{6} \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{18} \Rightarrow x_1 = -\frac{4m}{18}$, từ đó suy ra $x_1 x_2 = -\frac{4m^2}{18^2} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \pm \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1584. Cho hàm số: $y = x^4 - (2m - 1)x^2 + 2m$ có đồ thị (C) . Tất cả có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đường thẳng $d: y = 2$ cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ bé hơn 3?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa d và (C)

$$x^4 - (2m - 1)x^2 + 2m = 2 \Leftrightarrow x^4 - (2m - 1)x^2 + 2m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 2m + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2m - 2 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra để d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ bé hơn 3 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 0 < 2m - 2 < 9 \\ 2m - 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < \frac{11}{2} \\ m \neq \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1585. Một xưởng sản xuất những thùng hình hộp chữ nhật bằng nhôm không nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích khối hộp bằng 18 dm^3 . Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x + y + z$ bằng

- A. 10 dm. B. $\frac{19}{2}$ dm. C. 26 dm. D. $\frac{26}{3}$ dm.

Lời giải.

Thể tích khối hộp là $V = xyz = 3x^2z = 18 \Rightarrow z = \frac{6}{x^2}$. (1)

Diện tích nhôm cần sử dụng để sản xuất khối hộp là $S = xy + 2(yz + zx)$. (2)

Thay (1) vào (2) ta có $S = 3x^2 + \frac{48}{x}$ suy ra $S' = 6x - \frac{48}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập luận được S đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2, y = 6, z = \frac{3}{2}$, suy ra $x + y + z = \frac{19}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1586. Cho hàm số $y = (m + 1)x^4 - (m - 1)x^2 + 1$. Số các giá trị nguyên của m để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

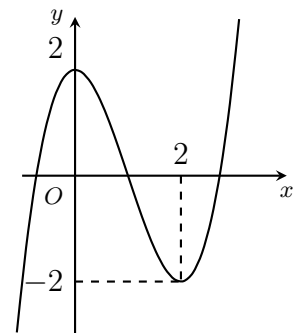
Câu 1587. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là:

- A. $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}) \cup (5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$. B. $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}] \cup [5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$.
C. $(5 - 2\sqrt{3}; 5 + 2\sqrt{3})$. D. $(-\infty; 5 - 2\sqrt{3}) \cup (5 + 2\sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 1588.

Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hỏi phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2)^2 + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 7. B. 9. C. 6. D. 5.



Lời giải.

Đặt $t = x^3 - 3x^2 + 2$, phương trình đã cho trở thành

$$t^3 - 3t^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = t_1 = 1 - \sqrt{3} \\ t = t_2 = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có

Với $t = 1$: Phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Với $t = t_1$: Phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = t_1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Với $t = t_2$: Phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = t_2$ có 1 nghiệm phân biệt.

Các nghiệm trên không trùng nhau, vậy phương trình ban đầu có tất cả 7 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1589. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng:

A. $m < 0$.

B. $m = 0$.

C. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

D. $m < 1$.

Câu 1590. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = -1 \text{ nên đường thẳng } y = -1 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = 1 \text{ nên đường thẳng } y = 1 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(1-x)(-x-1)}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-\sqrt{-x-1}}{\sqrt{1-x}} = 0 \text{ nên đường thẳng } x = -1 \text{ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(x+1)(x+1)}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(x+1)}}{\sqrt{(x-1)}} = +\infty \text{ nên đường thẳng } x = 1 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1591. Cho $(P) : y = x^2$ và $A\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P) . Khoảng cách MA nhỏ nhất là

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $M \in (P) \Rightarrow M(t; t^2), t \in \mathbb{R}$.

$$MA = \sqrt{(t+2)^2 + \left(t^2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{t^4 + 4t + \frac{17}{4}}.$$

Đặt: $f(t) = t^4 + 4t + \frac{17}{4}$, ta có:

$$f'(t) = 4t^3 + 4$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$

Suy ra: $f(t) \geq \frac{5}{4} \Rightarrow AM \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Vậy khoảng cách MA bé nhất bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$ khi $M(-1; 1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1592. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây.

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	3	1	-1	2	4

Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(2; 4)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-4; -2)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f'(x) = 2$ có hai nghiệm phân biệt là $x = 2$ và $x = a$ với $-1 < a < 0$.

Đặt $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ thì $g'(x) = -\frac{1}{2}f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1$.

Ta có $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2$.

$$- f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2 \Rightarrow 2 < 1 - \frac{x}{2} < 3 \Leftrightarrow -4 < x < -2.$$

$$- f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2 \Rightarrow -1 < 1 - \frac{x}{2} < a \Leftrightarrow 2 - 2a < x < 4.$$

Vì $-1 < a < 0$ nên $2 < 2 - 2a < 4$. Do đó $(2 - 2a; 4) \subset (2; 4)$.

Vậy hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên $(-4; -2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1593. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)^2(x^2 - 2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 17.

C. 16.

D. 18.

Lời giải.

Đặt $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$.

$$f'(x) = (x - 1)^2(x^2 - 2x)$$

$$\Rightarrow g'(x) = (2x - 8)(x^2 - 8x + m - 1)^2(x^2 - 8x + m)(x^2 - 8x + m - 2).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 - 8x + m - 1 = 0 & (1) \\ x^2 - 8x + m = 0 & (2) \\ x^2 - 8x + m - 2 = 0 & (3) \end{cases}$$

Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2 - 8x + m - 1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - m > 0 \\ 16 - m + 2 > 0 \\ 16 - 32 + m \neq 0 \\ 16 - 32 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18. \end{cases}$$

Vì m là số nguyên dương và $m < 16$ nên có 15 giá trị m cần tìm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1594. Hiệu giá trị nguyên âm lớn nhất và nhỏ nhất của m để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 2$ cắt trục Ox tại đúng 1 điểm là

A. 12.

B. 6.

C. 1.

D. 36.

Lời giải.

Số giao điểm của đồ thị với trục hoành là số nghiệm của phương trình $x^3 + mx + 2 = 0$.

Ta có $x = 0$ không là nghiệm của phương trình. Khi đó, $m = -x^2 - \frac{2}{x}$ (1).

Đặt $f(x) = -x^2 - \frac{2}{x}$. Ta có $f'(x) = -2x + \frac{2}{x^2} = \frac{-2(x^3 - 1)}{x^2}$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Xét bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	-3	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m > -3$ thì phương trình có nghiệm duy nhất. Do đó, giá trị nguyên âm nhỏ nhất đạt được là -2 và giá trị nguyên âm lớn nhất đạt được là -1 nên hiệu giá trị nguyên âm lớn nhất và nhỏ nhất là 1.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1595. Có bao nhiêu số nguyên của tham số m trên đoạn $[-1; 5]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - 2x + m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

Yêu cầu bài toán tương đương $\Delta_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 4 - 4m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Mặt khác, do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-1; 5]$ nên suy ra $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1596. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - ax^2 - 3ax + 4$, với a là tham số. Để hàm số đạt cực trị tại x_1 và x_2 thỏa mãn $\frac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \frac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2$ thì a thuộc khoảng nào?

A. $\left(-3; \frac{-5}{2}\right)$. B. $\left(-5; \frac{-7}{2}\right)$. C. $(-2; -1)$. D. $\left(\frac{-7}{2}; -3\right)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2ax - 3a$. Để hàm số đã cho có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 - 2ax - 3a = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt. Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' = a^2 + 3a > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a < -3. \end{cases}$

Áp dụng định lý Vi-et ta được $x_1 + x_2 = 2a$ (2).

Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên ta được

$$x_1^2 - 2ax_1 - 3a = 0 \Rightarrow x_1^2 + 2ax_2 + 9a = (x_1^2 - 2ax_1 - 3a) + 2a(x_1 + x_2) + 12a = 4a^2 + 12a.$$

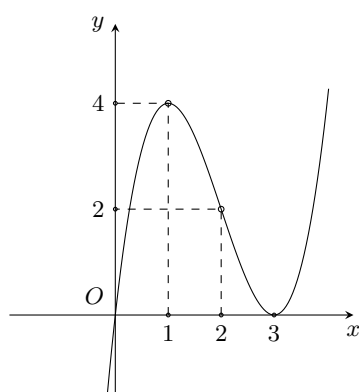
Tương tự ta có $x_2^2 + 2ax_1 + 9a = 4a^2 + 12a$. Khi đó

$$\begin{aligned} \frac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \frac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2 &\Leftrightarrow \frac{4a^2 + 12a}{a^2} + \frac{a^2}{4a^2 + 12a} = 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{4a + 12}{a} + \frac{a}{4a + 12} = 2 \\ &\Leftrightarrow (4a + 12)^2 + a^2 - 2a(4a + 12) = 0 \\ &\Leftrightarrow (4a + 12 - a)^2 = 0 \Leftrightarrow a = -4 \in \left(-5; \frac{-7}{2}\right). \end{aligned}$$

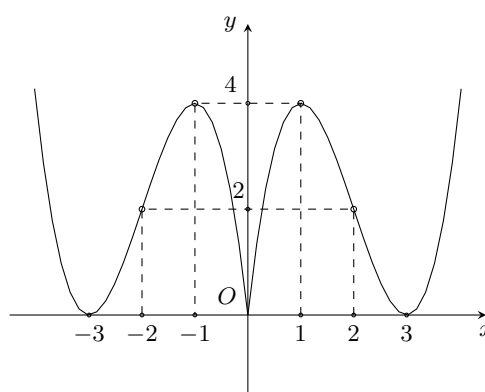
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1597. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

B. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

C. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

D. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

Lời giải.

Đồ thị hình 2 đối xứng qua trục tung nên đó là hàm chẵn.

Ta thấy đồ thị hình 2 có phần bên phải trục tung trùng với phần đồ thị bên phải trục tung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ và phần bên trái trục tung chính là lấy đối xứng phần đồ thị bên phải trục tung qua trục tung. Do đó hình 2 chính là đồ thị của hàm số $y = f(|x|) = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1598. Tổng tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Xét $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 - 6mx$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4m^3 \\ x = 2m \Rightarrow y = 0. \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Gọi $A(0; 4m^3) \in Oy$, $B(2m; 0) \in Ox$ là hai điểm cực trị.

A, B đối xứng nhau qua $y = x$ của góc phần tư thứ nhất

$$\Leftrightarrow y_A = x_B \Leftrightarrow 4m^3 = 2m \Leftrightarrow 2m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1599. Đường thẳng $y = m^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại đúng hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông (O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m^2 \in (5; 7)$.

B. $m^2 \in (3; 5)$.

C. $m^2 \in (1; 3)$.

D. $m^2 \in (0; 1)$.

Lời giải.

Do A, B đối xứng nhau qua trục tung nên ta gọi $A(t; m^2), B(-t; m^2)$ ($t > 0$).

$\triangle OAB$ cân tại O nên theo giả thiết suy ra $\triangle OAB$ vuông cân tại O .

$$\text{Do đó } \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow t^2 = m^4.$$

Vì $A(t; m^2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ nên

$$m^2 = t^4 - t^2 - 10 \Leftrightarrow t^4 - t^2 - t - 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2 = m^2.$$

Do đó $m^2 \in (1; 3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1600. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - |m|x + 4}{x - |m|}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị phân biệt là A, B . Tìm số giá trị của m sao cho ba điểm $A, B, C(4; 2)$ phân biệt và thẳng hàng.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 - \frac{4}{(x - |m|)^2}$. Nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $d: y = 2x - |m|$.

Vì A, B, C thẳng hàng nên $2 = 8 - |m| \Leftrightarrow |m| = 6$.

Nhưng khi $|m| = 6$ thì $C(4; 2)$ là một trong hai điểm cực trị, do đó không có giá trị nào của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1601. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = 4\sqrt{x^2 - 2x + 3} + 2x - x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x) = M$.

A. 2.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ thì $t \in [\sqrt{2}; +\infty)$. Khi đó $f(x) = g(t) = -t^2 + 4t + 3$ và $\max_{[\sqrt{2}; +\infty)} f(x) = \max_{[\sqrt{2}; +\infty)} g(t)$.

Lại có đồ thị hàm số $g(t)$ là một Parabol bề lõm hướng xuống dưới, có đỉnh là $I(2; g(2))$, $2 \in [\sqrt{2}; +\infty)$ nên $\max_{[\sqrt{2}; +\infty)} g(t) = g(2)$. Do đó

$$f(x) = M \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 3} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0.$$

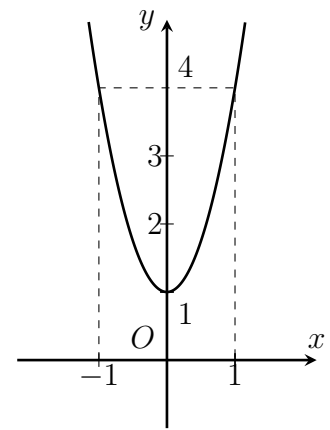
Tích hai nghiệm của phương trình là -1.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1602.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là (C) . Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính $H = f(4) - f(2)$.

A. $H = 58$.B. $H = 51$.C. $H = 45$.D. $H = 64$.

Lời giải.

Vì đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $d = 0$.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ có đồ thị là Parabol (P) . Từ đồ thị suy ra $(0; 1) \in (P)$ nên $c = 1$, lại có $(0; 1)$ đồng thời là điểm cực trị của (P) nên $b = 0$.

Đồ thị (P) đi qua $(1; 4)$ nên ta có $3a + 1 = 4 \Leftrightarrow a = 1$.

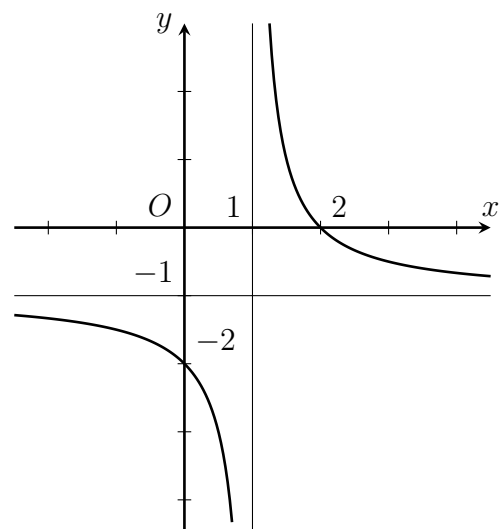
Do đó $f(x) = x^3 + x$. Vậy $H = f(4) - f(2) = 68 - 10 = 58$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1603.

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

A. $T = 12$.B. $T = -7$.C. $T = 10$.D. $T = -9$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 0)$ nên $2a + b = 0$.

Đồ thị nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng nên $c = -1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -2)$ nên $\frac{b}{c} = -2$ suy ra $b = 2, a = -1$.

Vậy $a - 3b + 2c = -9$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1604. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx + 2\ln x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. $m \leq -3$.

B. $m \geq -3$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 + m + \frac{2}{x}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq -x^2 - \frac{2}{x}, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq \max_{x>0} \left\{ -x^2 - \frac{2}{x} \right\}$.

Mặt khác, với $x > 0$, theo bất đẳng thức Cauchy ta có $x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq 3\sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} = 3$.

Suy ra $\max_{x>0} \left\{ -x^2 - \frac{2}{x} \right\} = -3$. Suy ra $m \geq -3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1605. Khi tham số $m \in (a; b)$ thì hàm số $y = |-x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 1 - m|$ có số điểm cực trị là lớn nhất. Giá trị $a + b$ bằng

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 1 - m$.

Ta có $g'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 8x$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \\ x = 0. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$-\infty$	0		1	2		$+\infty$		
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$1-m$			$-m$	$1-m$			$-\infty$

Nhận thấy nếu $1 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ thì $f(x) = |g(x)| = -g(x)$ thì hàm số sẽ có 3 điểm cực trị.

Nếu $-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$ thì $f(x) = |g(x)|$ sẽ có 5 điểm cực trị.

Nếu $0 < m < 1$ thì $1 - m > 0$ và $-m < 0$ nên $f(x) = |g(x)|$ sẽ có 7 điểm cực trị.

Do đó, $a + b = 0 + 1 = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1606. Cho hàm số $y = x^3 - 12x + 12$ có đồ thị (C) và điểm $A(m; -4)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m nguyên thuộc khoảng $(2; 5)$ để từ A kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C) . Tổng tất cả các phần tử nguyên của S bằng

A. 7.

B. 9.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Tiếp tuyến qua $A(m; -4)$ có dạng $y = k(x - m) - 4$.

$$\text{Điều kiện tiếp xúc: } \begin{cases} k(x - m) - 4 = x^3 - 12x + 12 \\ y' = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k(x - m) - 4 = x^3 - 12x + 12 \\ k = 3x^2 - 12 \end{cases}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} (3x^2 - 12)(x - m) - 4 &= x^3 - 12x + 12 \\ \Leftrightarrow 2x^3 - 3mx^2 + 12m - 16 &= 0 \quad (1) \\ \Leftrightarrow (x - 2)[2x^2 + (4 - 3m)x + 8 - 6m] &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2x^2 + (4 - 3m)x + 8 - 6m = 0. \end{cases} \quad (2) \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán từ A kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C) tại 3 tiếp điểm nghĩa là phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 8 + 2(4 - 3m) + 8 - 6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 + 8m - 16 > 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > \frac{4}{3} \\ m \neq 2. \end{cases}$$

Kết hợp với m nguyên thuộc khoảng $(2; 5)$ nên m nguyên thuộc khoảng $(2; 5)$.

Vậy $S = \{3; 4\}$. Tổng tất cả các phần tử nguyên của S bằng 7.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1607. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x - 1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

Ta có $x + \frac{1}{x-1} \geq m, \forall x \in (1; +\infty)$.

Xét hàm $g(x) = x + \frac{1}{x-1} (x > 1), g'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.

x	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	—	0	+
$g(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

Vậy điều kiện của m là $m \leq 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1608. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m \in \emptyset$.B. $m \in [1; +\infty)$.C. $m = 1$.D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có:

$$y' = f'(x) = -3x^2 + 4x - m, y'' = f''(x) = -6x + 4.$$

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow -3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

$$f''(1) = -6 \cdot 1 + 4 = -2 < 0.$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán nghĩa là $m \in \emptyset$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1609. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên và bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy rằng $f'(-2) = f'(1) = f'(3) = 0$.

Hơn nữa, $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (-2; 1)$ nên $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Tương tự, $f'(x) > 0, \forall x \in (1; 3)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (3; +\infty)$ nên $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 3$.

Tuy nhiên dấu của $f'(x)$ không đổi qua điểm $x = 1$ nên hàm số $y = f(x)$ không đạt cực trị tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1610. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C_2) .

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Ox .B. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua gốc tọa độ.C. (C_1) và (C_2) trùng nhau.D. (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Oy .

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và ta có $y(-x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Do đó (C_1) và (C_2) đối xứng nhau qua Oy .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1611. Tìm m để đường thẳng $d: y = mx + 1$ cắt đồ thị $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh của đồ thị.

A. $m \in (-\infty; 0)$.B. $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.C. $m \in (0; +\infty)$.D. $m = 0$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x+1}{x-1} = mx + 1 (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow x+1 = (x-1)(mx+1) \Leftrightarrow x+1 = mx^2 + x - mx - 1 \Leftrightarrow mx^2 - mx - 2 = 0 \quad (1)$$

Để đường thẳng d cắt C tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị khi và chỉ khi (1) có hai

$$\text{ nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ thỏa } x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = m \neq 0 \\ \Delta = m^2 + 8m > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < -8; m > 0 \\ x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -8; m > 0 \\ -\frac{2}{m} - 1 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -8; m > 0 \\ \frac{2}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1612. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Gọi M, N là hai điểm thuộc đồ thị của hàm số sao cho hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M và N song song với nhau. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.
- B. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN .
- C. Hai điểm M và N đối xứng nhau với qua giao điểm của hai đường tiệm cận.
- D. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN .

Lời giải.

Ta có $y = 1 + \frac{2}{x-1}$. Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$.

Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Suy ra $I(1; 1)$.

Gọi $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ ($x_1, x_2 \neq 1; x_1 \neq x_2$). Ta có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$.

Do tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M và N song song với nhau nên

$$y'(x_1) = y'(x_2) \Leftrightarrow -\frac{2}{(x_1-1)^2} = -\frac{2}{(x_2-1)^2} \Leftrightarrow (x_1-1)^2 = (x_2-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 & (\text{loại}) \\ x_1 - 1 = 1 - x_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \quad (1).$$

$$\text{Ta có } y_1 + y_2 = 2 + 2\left(\frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1}\right) = 2 + 2\frac{x_1+x_2-2}{(x_1-1)(x_2-1)} = 2 = 2y_I \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra I là trung điểm của MN . Từ đó các khẳng định B, C, D là đúng và A là khẳng định sai.

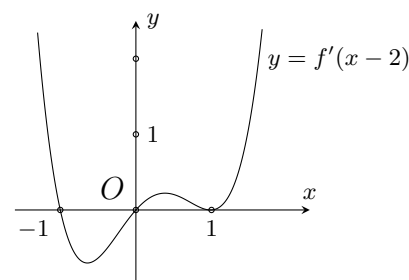
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1613.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x-2)$ có đồ thị như hình vẽ. Tính số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 3.



Lời giải.

Hàm số $y = f'(x-2)$ đổi dấu 2 lần (tại -1 và 0). Mà đồ thị hàm số $y = f'(x-2)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f'(x)$ sang phải 2 đơn vị, do đó hàm số $y = f'(x)$ cũng đổi dấu 2 lần (tại -3 và -2). Vậy hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1614. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên các khoảng $(-1; 0)$, $(0; 5)$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	-1	0	$\sqrt{5}$	5
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	-2	$+\infty$	$4 + 2\sqrt{5}$	10
		$-\infty$		

Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất trên $(-1; 0) \cup (0; 5)$ khi và chỉ khi m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(4 + 2\sqrt{5}; 10)$.

B. $(-\infty; -2) \cup \{4 + 2\sqrt{5}\} \cup [10; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2) \cup [4 + 2\sqrt{5}; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2) \cup [10; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $-2 < 4 + 2\sqrt{5}$ nên đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại duy nhất một điểm khi và chỉ khi $m < -2$ (m không thể bằng -2 vì $x \neq 1$) hoặc $m = 4 + 2\sqrt{5}$ hoặc $m \geq 10$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1615. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 2}{\cot x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$.

A. $m > 2$.

B. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$.

C. $1 \leq m < 2$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{m - 2}{\sin^2 x (\cot x - m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$ khi và chỉ khi

$$y' < 0 \quad \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 < 0 \\ \cot x - m \neq 0 \quad \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1616.

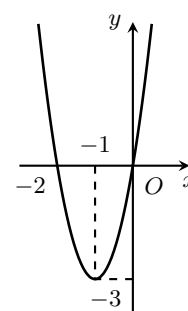
Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ với đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?

A. -4 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 4 .



Lời giải.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f(-2)$	$f(0)$	$+\infty$	

Do đồ thị hàm số $y = f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm nên $f(-2) = 0$.

Từ đó suy ra $f(0) < 0$, vì vậy $f(0)$ chỉ có thể nhận giá trị bằng -4 .

Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -4 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1617. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (8 - 2m)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + 8 - 2m$, hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$.

Từ đó suy ra giá trị lớn nhất của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $m = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1618.

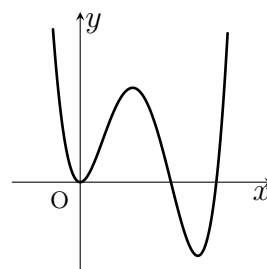
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

B. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.



Lời giải.

Ký hiệu b, c là hoành độ các giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ với trục Ox , ở đó $0 < b < c$. Khi đó dấu của $f'(x)$ là:

x	$-\infty$	0	b	c	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$	0	$+$

Từ đó suy ra hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1619.

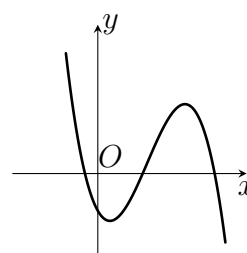
Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0; b > 0; c > 0; d < 0$.

B. $a < 0; b > 0; c > 0; d < 0$.

C. $a < 0; b < 0; c > 0; d < 0$.

D. $a < 0; b < 0; c < 0; d < 0$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$, từ đó suy ra $a < 0$.

Do đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$, từ đồ thị ta suy ra $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $0 < x_1 < x_2$.

Theo định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1620. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x - 5m}{2x - m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

- A. $m = 0$. B. $m = \frac{5}{2}$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(m+1)x - 5m}{2x - m} = \frac{m+1}{2}$, suy ra $y = \frac{m+1}{2}$ là tiệm cận ngang.

Theo bài ra ta có $y = \frac{m+1}{2} = 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1621. Biết hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)x^2(x+1)^3(x+2)^4$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)x^2(x+1)^3(x+2)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	-2		-1		0	1	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ có hai lần đổi dấu, nên hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1622. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Lấy điểm $M \left(x_0; \frac{x_0+2}{x_0-1} \right)$ ($x_0 \neq 1$) thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Khoảng cách từ M đến trục tung $d(M, Oy) = |x_0|$.

Khoảng cách từ M đến trục hoành $d(M, Ox) = \left| \frac{x_0+2}{x_0-1} \right|$.

Theo bài ra ta có

$$|x_0| = 2 \left| \frac{x_0 + 2}{x_0 - 1} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{2(x_0 + 2)}{x_0 - 1} & (1) \\ x_0 = \frac{2(x_0 + 2)}{1 - x_0} & (2) \end{cases}$$

Ta có

$$(1) \Leftrightarrow x_0^2 - x_0 = 2x_0 + 4 \Leftrightarrow x_0^2 - 3x_0 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 4 \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow x_0 - x_0^2 = 2x_0 + 4 \Leftrightarrow x_0^2 + x_0 + 4 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1623. Tìm m để phương trình $|x^4 - 5x^2 + 4| = \log_2 m$ có 8 nghiệm thực phân biệt.

A. $0 < m < \sqrt[4]{2^9}$. B. $-\sqrt[4]{2^9} < m < \sqrt[4]{2^9}$. C. Không tồn tại m . D. $1 < m < \sqrt[4]{2^9}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = |x^4 - 5x^2 + 4|$, ta có $y^2 = (x^4 - 5x^2 + 4)^2$, suy ra

$$2yy' = 2(x^4 - 5x^2 + 4)(4x^3 - 10x) \Leftrightarrow y' = \frac{(x^4 - 5x^2 + 4)(4x^3 - 10x)}{|x^4 - 5x^2 + 4|} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{10}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	$-\frac{\sqrt{10}}{2}$	-1	0	1	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$	$+$	
y	$+\infty$	0	$\frac{9}{4}$	0	4	0	$\frac{9}{4}$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, để phương trình có 8 nghiệm khi và chỉ khi

$$0 < \log_2 m < \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 < m < \sqrt[4]{2^9}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1624. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C_m) của hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 3$ có 4 giao điểm với đường thẳng $y = 1$, có hoành độ nhỏ hơn 3.

A. $m \in (2; 11) \setminus \{4\}$. B. $m \in (2; 5)$. C. $m \in (2; +\infty) \setminus \{4\}$. D. $m \in (2; 11)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4 - mx^2 + 2m - 3 = 1 \Leftrightarrow x^4 - mx^2 + 2m - 4 = 0.$$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), ta có phương trình

$$t^2 - mt + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow (t - 2)(t + 2 - m) = 0^{(*)} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (1) \\ t = m - 2 & (2) \end{cases}$$

Để hai đồ thị giao nhau tại 4 điểm có hoành độ nhỏ hơn 3 thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm dương phân biệt nhỏ hơn 9, điều đó tương đương với

$$\begin{cases} m - 2 > 0 \\ m - 2 \neq 2 \\ m - 2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \neq 4 \\ m < 11 \end{cases}.$$

Vậy $m \in (2; 11) \setminus \{4\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1625. Tìm m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{m^2x - 4m}{2x - m^2}$ đi qua điểm $A(2; 1)$.

A. $m = 2$. B. $m = 2$ và $m = -2$. C. $m = -2$. D. Không tồn tại m .

Lời giải.

Để hàm số có tiệm cận đứng thì

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 \cdot \frac{m^2}{2} - 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m(m^3 - 8) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 2 \end{cases}.$$

Khi đó tiệm cận đứng của hàm số là $x = \frac{m^2}{2}$. Theo giả thiết ta có $\frac{m^2}{2} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (loại)} \\ m = -2 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$

Vậy $m = -2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1626.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x^2 + 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị.

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải.

Ta có $f'(x^2 + 1) = 2xf'_{(x^2+1)}(x^2 + 1)$. Vì $2x^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow f'_{(x^2+1)}(x^2 + 1) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Suy ra ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 + 1)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $y = f(x^2 + 1)$ có một cực trị.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1627. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số

$$y = x^3 - 2mx^2 - (m^2 - 5m + 6)x + m + 1$$

đồng biến trên trên $(-\infty; 0)$.

A. 0.

B. 1.

C. Vô số.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4mx - (m^2 - 5m + 6)$. $\Delta = 7m^2 - 15m + 18 > 0$ với mọi m . Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $y' = 0$. Do đó để hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 5m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (2; 3).$$

Vậy không tồn tại m nguyên thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1628.

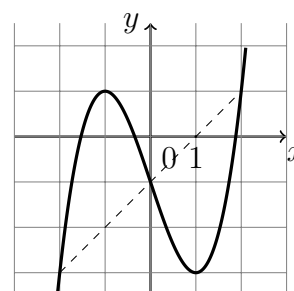
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $f[f(\cos x) - 1] = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 2.



Lời giải.

Từ đồ thị ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-2; -1) \\ x = x_2 \in (-1; 0) \\ x = x_3 \in (0; 1) \end{cases}$. Do đó

$$f[f(\cos x) - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos x) - 1 = x_1 \in (-2; -1) \\ f(\cos x) - 1 = x_2 \in (-1; 0) \\ f(\cos x) - 1 = x_3 \in (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos x) = 1 + x_1 \in (-1; 0) \\ f(\cos x) = 1 + x_2 \in (0; 1) \\ f(\cos x) = 1 + x_3 \in (1; 2) \end{cases}.$$

TH1 $f(\cos x) = 1 + x_1 \in (-1; 0) \Leftrightarrow \cos x = a_1 \in (-1; 0) \Rightarrow$ có hai nghiệm $\in [0; 2\pi]$.

TH2 $f(\cos x) = 1 + x_2 \in (0; 1) \Leftrightarrow \cos x = a_2 \in (0; 1) \Rightarrow$ có hai nghiệm $\in [0; 2\pi]$.

TH3 $f(\cos x) = 1 + x_3 \in (1; 2) \Leftrightarrow \cos x = a_3 > 1 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Vậy có bốn nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1629. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có cả tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. $y = x - \sqrt{x^2 + 1}$.B. $y = \frac{1}{2x + 1}$.C. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$.D. $y = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 1}$.

Lời giải.

— Hàm số $y = x - \sqrt{x^2 + 1}$ và $y = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 1}$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hai hàm số này không có tiệm cận đứng.

— Hàm số $y = \frac{1}{2x + 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{1}{2x + 1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x + 1} = 0$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang $y = 0$.

— Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = -\infty$
 $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1630. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Số nghiệm của phương trình $[f(x)]^3 - 3f(x) + 1 = 0$ là

A. 3.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ như hình vẽ bên.

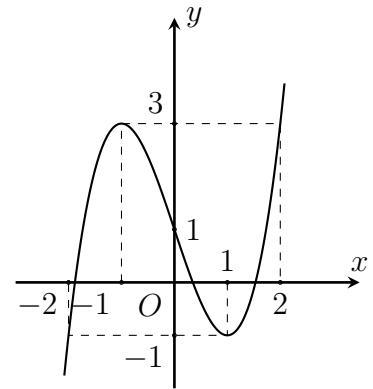
Quan sát đồ thị, ta thấy phương trình

$$[f(x)]^3 - 3f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \text{ với } -2 < a < -1 \\ f(x) = b \text{ với } 0 < b < 1 \\ f(x) = c \text{ với } 1 < c < 2 \end{cases}.$$

— $-2 < a < -1$, suy ra phương trình $x^3 - 3x + 1 = a$ có đúng 1 nghiệm x_1 .

— $0 < b < 1$, suy ra phương trình $x^3 - 3x + 1 = b$ có đúng 3 nghiệm phân biệt x_2, x_3, x_4 không trùng với x_1 .

— $1 < c < 2$, suy ra phương trình $x^3 - 3x + 1 = c$ có đúng 3 nghiệm phân biệt x_5, x_6, x_7 không trùng với x_1, x_2, x_3, x_4 .



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1631. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + mx + 1$. Gọi S là tổng tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại ba điểm phân biệt $A(0; 1), B, C$ sao cho các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại B, C vuông góc với nhau. Giá trị của S bằng

A. $\frac{11}{5}$.B. $\frac{9}{2}$.C. $\frac{9}{5}$.D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x + m$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$ là

$$x^3 + 3x^2 + mx + 1 = 1 \Leftrightarrow x(x^2 + 3x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 3x + m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Điều kiện 1. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại ba điểm phân biệt $A(0; 1), B, C$

$$\Leftrightarrow \text{phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Gọi x_1, x_2 là hoành độ của điểm B, C . Khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).

$$\text{Theo Vi-ét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}.$$

Điều kiện 2. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại B, C vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y'(x_1) \cdot y'(x_2) &= -1 \\ \Leftrightarrow (3x_1^2 + 6x_1 + m)(3x_2^2 + 6x_2 + m) &= -1 \\ \Leftrightarrow 9(x_1x_2)^2 + 18x_1x_2(x_1 + x_2) + 3m(x_1 + x_2)^2 + (36 - 6m)x_1x_2 + 6m(x_1 + x_2) + m^2 &= -1 \\ \Leftrightarrow 4m^2 - 9m + 1 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{9 + \sqrt{65}}{8} \\ m = \frac{9 - \sqrt{65}}{8} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1632. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	1 3 $\frac{1}{3}$ 1 $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$				

Số nghiệm của phương trình $2(f(x))^2 - 3f(x) + 1 = 0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 6.

D. 0.

Lời giải.

$$2(f(x))^2 - 3f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1 \vee f(x) = \frac{1}{2}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x) = 1$ có đúng 1 nghiệm, $f(x) = \frac{1}{2}$ có đúng 2 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1633. Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

$$y = f(x^2 - 2x) \Rightarrow y' = (2x - 2)f'(x^2 - 2x)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nghiệm bội 3)} \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1634. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2$. Xét hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ trên $\mathbb{R}$. Trong các phát biểu sau:

- I. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- II. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- III. Hàm số $y = g(x)$ có 5 điểm cực trị.
- IV. $\min_{x \in \mathbb{R}} g(x) = f(9)$.

Số phát biểu đúng là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = 2xf'(x^2) = 2x^5(x^2 - 9)(x^2 - 4)^2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 9 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$

x	$-\infty$	-3	-2	0	2	3	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$									$+\infty$

$\swarrow$ $f(9)$ $\nearrow$ $f(0)$ $\searrow$ $f(9)$ $\nearrow$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$, có 3 điểm cực trị và $\min_{x \in \mathbb{R}} g(x) = f(9)$.

Vậy có 3 phát biểu đúng là I , II và IV .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1635. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1; 0)$, $x_2 \in (1; 2)$. Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Vì hàm số đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 và hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$ nên $a < 0$.

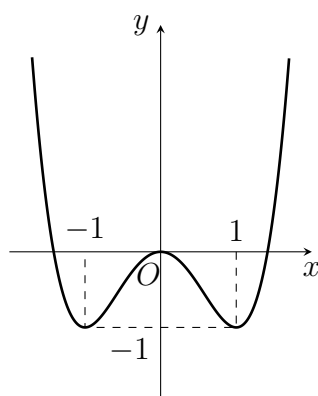
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

$$\text{Vì } x_1 \in (-1; 0), x_2 \in (1; 2) \text{ nên } \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1636. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



- A. $y = -x^4 + 4x^2$. B. $y = -x^4 - 2x^2$. C. $y = x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải.

Nhìn đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 với hệ số của x^4 là dương. Ta loại đáp án A, B
Đồ thị đi qua điểm $(1; -1)$. Loại đáp án C.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1637. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{4x^2+3}}$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Phương trình $4x^2 + 3 = 0$ vô nghiệm nên hàm số không có tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{4x^2+3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2 + \frac{1}{x}}{\sqrt{4 + \frac{3}{x^2}}} = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{4x^2+3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{\sqrt{4 + \frac{3}{x^2}}} = 1.$$

Hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1638. Gọi M, N là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ và đường thẳng $d : y = x + 1$.

Hoành độ trung điểm I của đoạn MN là

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm khác 1 của phương trình :

$$\begin{aligned} \frac{2x+4}{x-1} &= x+1 \Leftrightarrow 2x+4 = (x-1)(x+1) \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{6} \\ x = 1 + \sqrt{6} \end{cases} \end{aligned}$$

Hoành độ trung điểm I của MN là : $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{1 - \sqrt{6} + 1 + \sqrt{6}}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1639. Cho hàm số $y = (2m-1)x - (3m+2)\cos x$. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của X bằng

- A. 6. B. -6. C. -3. D. 0.

Lời giải.

TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = (2m-1) + (3m+2)\sin x.$$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì: $y' \leq 0, \forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow m(2+3\sin x) \leq 1-2\sin x$

Đặt $t = \sin x$. Điều kiện $-1 \leq t \leq 1$. Bất phương trình trở thành : $m(2+3t) \leq 1-2t$ (1)

Trường hợp 1: $t = -\frac{2}{3}$. Bất phương trình (1) luôn đúng.

Trường hợp 2: $t < -\frac{2}{3} \Rightarrow m \geq \frac{1-2t}{2+3t} = g(t)$

$$g'(t) = \frac{-7}{(3t+2)^2} < 0, \forall t \in \left[-1; -\frac{2}{3}\right).$$

$$g(-1) = -3; \lim_{x \rightarrow -(\frac{2}{3})^-} = -\infty \Rightarrow m \geq -3 \quad (2)$$

Trường hợp 3: $t > -\frac{2}{3} \Rightarrow m \leq \frac{1-2t}{2+3t} = g(t)$

$$g'(t) = \frac{-7}{(3t+2)^2} < 0, \forall t \in \left[-1; -\frac{2}{3}\right).$$

$$g(-1) = -3; \lim_{x \rightarrow -(\frac{2}{3})^+} = +\infty \Rightarrow m \leq -\frac{1}{5} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $-3 \leq m \leq -\frac{1}{5}$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1\}$.

Tổng các giá trị của m là -6 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1640. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có đồ thị (C) . Từ một điểm bất kì trên đường thẳng nào dưới đây luôn kẻ được đúng một tiếp tuyến đến đồ thị (C)

A. $x = -1$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 12x + 9.$$

Để từ điểm $M(x_0, y_0)$ kẻ được đúng 1 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số thì hệ phương trình sau phải có đúng 1 nghiệm.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = k(x - x_0 + y_0) \\ y' = k \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = k(x - x_0) + y_0 \\ k = 3x^2 - 12x + 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = (3x^2 - 12x + 9)(x - x_0) + y_0 \\ k = 3x^2 - 12x + 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1 - (3x^2 - 12x + 9)(x - x_0) - y_0 = 0 \\ k = 3x^2 - 12x + 9 \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

Nếu hàm số $g(x)$ có hai điểm cực trị thì luôn tồn tại y_0 để phương trình $g(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Như vậy để thỏa mãn bài toán thì $g(x)$ chỉ có 1 cực trị hay $\Delta_{g'} \leq 0$.

Ta có : $g'(x) = -6(x^2 - (2 + x_0) + 2x_0)$.

$$\Delta_{g'} = (x_0 - 2)^2.$$

$$\Delta_{g'} \leq 0 \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 \leq 0 \Leftrightarrow x_0 = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1641. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) . Gọi $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$ với $x_A > x_B$ là các điểm thuộc (C) sao cho các tiếp tuyến tại A, B song song với nhau và $AB = 6\sqrt{37}$. Tính $2x_A - 3x_B$.

A. $S = 90$.

B. $S = -15$.

C. $S = 15$.

D. $S = -9$.

Lời giải.

— TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— $y' = 3x^2 - 3$.

Tiếp tuyến tại A, B song song với nhau nên:

$$\begin{aligned} y'(x_A) = y'(x_B) &\Leftrightarrow 3x_A^2 - 3 = 3x_B^2 - 3 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B \text{ (loại do } x_A > x_B) \\ x_A = -x_B \end{cases} \end{aligned}$$

Theo đầu bài ta có:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \\ &\Leftrightarrow 6\sqrt{37} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (x_A^3 - x_B^3 - 3x_A + 3x_B)^2} \\ &\Leftrightarrow 6\sqrt{37} = \sqrt{(2x_A)^2 + (2x_A^3 - 6x_A)^2} \\ &\Leftrightarrow 972 = (x_A)^2 + (2x_A^3 - 6x_A)^2 \\ &\Leftrightarrow x_A^6 - 6x_A^4 + 10x_A^2 - 333 = 0 \\ &\Leftrightarrow x_A^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3 \Rightarrow x_B = -3 \\ x_A = -3 \Rightarrow x_B = 3 \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2x_A - 3x_B = 15.$$

Chọn đáp án  □

Câu 1642. Cho (P) là đường Parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$. Gọi m_0 là giá trị để (P) đi qua $A(2; 24)$. Hỏi m_0 thuộc khoảng nào dưới đây

A. $(\sqrt{5}; \sqrt{15})$. B. $(-6; 1)$. C. $(\sqrt{3}; \sqrt{39})$. D. $(-8; 2)$.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = x^3 - 2mx = x(x^2 - 2m).$$

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $y' = 0$ phải có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

$$\text{Khi đó: } y' = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2m} \\ x = -\sqrt{2m} \end{cases}.$$

Với $x = 0 \Rightarrow y = m^2$. Với $x = \pm\sqrt{2m} \Rightarrow y = 0$.

Như vậy tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0, m^2), B(-\sqrt{2m}; 0), C(\sqrt{2m}; 0)$.

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ là Parabol đi qua ba điểm cực trị.

$$A \in (P) \Rightarrow m^2 = c.$$

$$B \in (P) \Rightarrow 2ma - \sqrt{2m}b + c = 0 \quad (1)$$

$$C \in (P) \Rightarrow 2ma + \sqrt{2m}b + c = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 2ma - \sqrt{2m}b + c = 0 \\ 2ma + \sqrt{2m}b + c = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2m}b = 0 \\ 2ma - \sqrt{2m}b + c = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -\frac{c}{2m} = -\frac{m}{2} \end{cases}$$

Suy ra (P) : $y = -\frac{m}{2}x^2 + m^2$.

(P) đi qua điểm A(2; 24) nên $24 = -2m + m^2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -4 \text{ (loại do } m > 0) \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1643. Số giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt là

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Chia cả hai vế của phương trình cho 2^{x^2} ta được: $\left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} + m\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{2}$ (1)

Ta có $\frac{7-3\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{7+3\sqrt{5}}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{7+3\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{\frac{7-3\sqrt{5}}{2}}$.

Đặt $t = \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}$. Điều kiện $0 < t \leq 1$.

Lúc đó $\Rightarrow \left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{t}$.

Phương trình (1) tương đương với $t + \frac{m}{t} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}t - t^2 = f(t)$.

$f'(t) = \frac{1}{2} - 2t \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$.

Ta có bảng biến thiên sau:

t	0	$\frac{1}{4}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{2}$

Với mỗi giá trị của $t \neq 1, t > 0$ thì phương trình sẽ có 2 nghiệm của x.

Như vậy để phương trình có đúng 2 nghiệm thực phân biệt thì $\begin{cases} m = \frac{1}{16} \\ m \leq 0 \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Do m nguyên nên $m = 0$.

Thử lại: Khi $m = 0$ thì phương trình có hai nghiệm $x = \pm \sqrt{\frac{\ln \frac{1}{2}}{\ln \frac{7-3\sqrt{5}}{2}}}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1644. Gọi K là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin 2x + \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 2 = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; \frac{3\pi}{4})$. K là tập con của tập hợp nào sau đây?

- A. $(0; \frac{\pi}{2})$. B. $(1 - \sqrt{2}; 2)$. C. $(-\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$. D. $[-\frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2})$.

Lời giải.

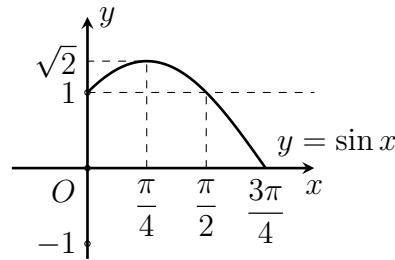
Ta có:

$$\begin{aligned} \sin 2x + \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 2 &= m \\ \Leftrightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x + \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 3 &= m \\ \Leftrightarrow (\sin x + \cos x)^2 - \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 3 &= m \\ \Leftrightarrow \left(\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})\right)^2 + \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) - 3 &= m \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$.

Điều kiện: Do $x \in (0; \frac{3\pi}{4}) \Rightarrow (x + \frac{\pi}{4}) \in (\frac{\pi}{4}; \pi)$.

Xét đồ thị hàm số $y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ với $x \in (0; \frac{3\pi}{4})$.



Từ đồ thị ta thấy: Với mỗi giá trị của t mà $1 < t < \sqrt{2}$ thì sẽ có 2 giá trị của $x \in (0; \frac{3\pi}{4})$ thỏa mãn $t = \sin(x + \frac{\pi}{4})$. Với mỗi giá trị của t mà $0 < t \leq 1$ thì sẽ có một giá trị của $x \in (0; \frac{3\pi}{4})$ hoặc $t = \sqrt{2}$ thỏa mãn $t = \sin(x + \frac{\pi}{4})$.

Phương trình (1) tương đương với: $f(t) = t^2 + t - 3 = m$.

$f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in (0; \sqrt{2}]$ Suy ra $f(t)$ là hàm đồng biến trên $(0; \sqrt{2}]$ Ta có bảng biến thiên của hàm $f(t)$ như sau:

t	0	$\sqrt{2}$
$f'(t)$	+	
$f(t)$	-3	$\sqrt{2} - 1$

Phương trình $m = f(t)$ chỉ có 1 nghiệm duy nhất.

Để phương trình có đúng 2 nghiệm thì $t \in (1; \sqrt{2}) \Leftrightarrow f(1) < m < f(\sqrt{2}) \Leftrightarrow -1 < m < \sqrt{2} - 1$.

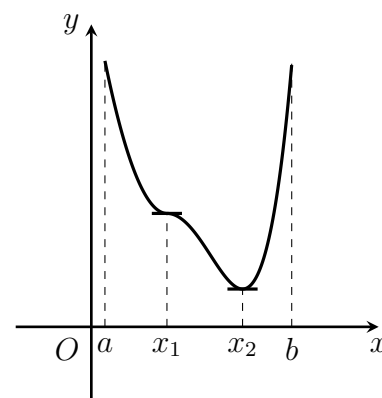
Vậy tập hợp của m là tập con của $(-\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1645.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau



- A. Hàm số nghịch biến trong khoảng $(x_1; x_2)$.
- B. $f'(x) > 0, \forall x \in (x_2; b)$.
- C. Hàm số nghịch biến trong khoảng $(a; x_2)$.
- D. $f'(x) < 0, \forall x \in (a; x_2)$.

Lời giải.

Tại x_1 tiếp tuyến song song với trục hoành nên $f'(x_1) = 0$.

Suy ra khẳng định **sai** là $f'(x) < 0, \forall x \in (a; x_2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1646. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 - mx + \frac{3}{28x^7}$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

- A. $m \leq -\frac{15}{4}$.
- B. $-\frac{15}{4} \leq m \leq 0$.
- C. $m \geq -\frac{15}{4}$.
- D. $-\frac{15}{4} < m \leq 0$.

Lời giải.

Ta cần có $y' \leq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow -3x^2 - \frac{3}{4x^8} - m \leq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq -3x^2 - \frac{3}{4x^8}, \forall x > 0$

Như vậy $m \geq \max_{x>0} f(x)$ với $f(x) = -3x^2 - \frac{3}{4x^8}$.

Ta có $f'(x) = \frac{6}{x^9} - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Nên $\max_{x>0} f(x) = -\frac{15}{4}$. Vậy $m \geq -\frac{15}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1647. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là

- A. 5.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 3.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m - 4$ trên đoạn $[-2; 1]$. Ta có $f'(x) = 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Ta có $f(-2) = m - 4$, $f(1) = m - 1$ và $f(-1) = m - 5$.

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\max\{|m - 4|, |m - 1|, |m - 5|\}$.

Ta thấy $m - 5 < m - 4 < m - 1$ nên $|m - 4| < \max\{|m - 1|, |m - 5|\}$. Do đó $\max\{|m - 4|, |m - 1|, |m - 5|\} = \max\{|m - 1|, |m - 5|\}$.

Đặt $A = m - 1 = (m - 3) + 2$ và $B = m - 5 = (m - 3) - 2$.

— $m - 3 > 0 \Rightarrow \max\{|A|, |B|\} \geq |A| > 2$.

— $m - 3 < 0 \Rightarrow \max\{|A|, |B|\} \geq |B| > 2$.

— $m - 3 = 0 \Rightarrow \max\{|A|, |B|\} = |A| = |B| = 2$

Vậy để giá trị lớn nhất của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất thì $m = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1648. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $A(0; a)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng hai tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tổng các giá trị các phần tử của S là

- A. 1.
- B. -1.
- C. 0.
- D. 3.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc đồ thị (C) .

Khi đó tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là $\Delta: y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + (x_0^3 - 3x_0^2)$.

Để có hai đường tiếp tuyến Δ đi qua A thì phương trình ẩn x_0 sau có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{aligned} a &= (3x_0^2 - 6x_0)(0 - x_0) + (x_0^3 - 3x_0^2) \\ &\Leftrightarrow a = -3x_0^3 + 6x_0^2 + x_0^3 - 3x_0^2 \\ &\Leftrightarrow a = -2x_0^3 + 3x_0^2 \quad (1) \end{aligned}$$

Để (1) có hai nghiệm thì a bằng giá trị cực tiểu hoặc cực đại của hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2$.

Như vậy $a = 0$ hoặc $a = 1$. Nên $S = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1649.

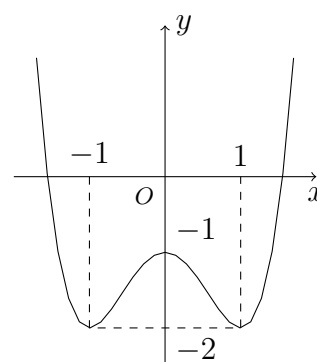
Biết rằng đồ thị được cho ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các đáp án **A, B, C, D** dưới đây. Đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 - 3x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = 2x^4 - 2x^2 - 1$.

**Lời giải.**

Đồ thị đã cho có 3 điểm cực trị $(-1; -2)$, $(1; -2)$ và $(0; -1)$. Kiểm tra chỉ có hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1650. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$ có một tiệm cận ngang là $y = 2$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. vô số.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{m+1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{m-1}{2}$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có TCN $y = 2$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \frac{m+1}{2} = 2 \\ \frac{m-1}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3, m = 5.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1651. Gọi S là tập tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S .

A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -12$.

D. $T = -10$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành

$$x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 9x + 1 = -2m$$

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ có $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 & \Rightarrow f(x) = 28 \\ x = 1 & \Rightarrow f(x) = -4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		28		-4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có 2 điểm chung với trục hoành khi và chỉ khi

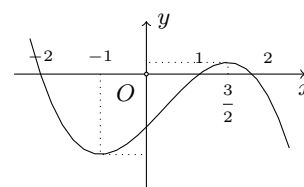
$$\begin{cases} -2m = 28 \\ -2m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -14 \\ m = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } T = -14 + 2 = -12.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1652.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2) = f(-2) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình bên. Hàm số $y = (f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau



- A. $(1; 2)$. B. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-2; -1)$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$		0		$f(1)$		0	$-\infty$

Suy ra $f(x) \leq 0$ với mọi x và $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Ta có $y' = 2f'(x) \cdot f(x)$. Dấu của y' chính là dấu của $-f'(x)$.

Do đó ta có $y' < 0 \Leftrightarrow x < -2$ hoặc $1 < x < 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1653. Cho hàm số $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Hỏi trên trục Oy có bao nhiêu điểm A mà qua A có thể kẻ đến (C) đúng ba tiếp tuyến?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có (C) nhận Oy làm trục đối xứng. Do đó, nếu d là một tiếp tuyến của (C) thì d' đối xứng với d qua Oy cũng là tiếp tuyến của (C) . Do đó, để từ A kẻ được đến (C) ba tiếp tuyến thì trong các tiếp tuyến đó, có một tiếp tuyến vuông góc với trục Oy , hay $y'(x_0) = 0$. Giải phương trình này ta được $x_0 = 2$, $x_0 = -2$, $x_0 = 0$. Khi đó $A_1(0; -3)$ và $A_2(0; 1)$. Tuy nhiên qua A_1 ta chỉ kẻ đến (C) đúng một tiếp tuyến, còn qua A_2 ta kẻ được đúng 3 tiếp tuyến.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1654. Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $y = \frac{1}{3} \cos^3 x - 4 \cot x - (m+1) \cos x$ đồng biến trên $(0; \pi)$

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. vô số.

Lời giải.

Ta có

$$y' = -\sin x \cdot \cos^2 x + \frac{4}{\sin^2 x} + (m+1) \sin x = \sin^3 x + \frac{4}{\sin^2 x} + m \sin x.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0 \forall x \in (0; \pi)$, hay

$$\sin^3 x + \frac{4}{\sin^2 x} + m \sin x \geq 0 \forall x \in (0; \pi) \Leftrightarrow t^2 + \frac{4}{t^3} \geq -m \forall t \in (0; 1],$$

với $t = \sin x$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + \frac{4}{t^3}$, $t \in (0; 1]$, ta có

$$f'(t) = 2t - \frac{12}{t^4} = \frac{2(t^5 - 6)}{t^4} < 0 \forall t \in (0; 1] \Rightarrow \min_{(0;1]} f(t) = f(1) = 5.$$

Do đó ta có $5 \geq -m \Leftrightarrow m \geq -5$. Suy ra $m \in \{-5, -4, -3, -2, -1\}$ nên có 5 giá trị của m .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1655. Gọi M , m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2 \cos x + 1}{\cos x - 2}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M + 9m = 0$.B. $9M - m = 0$.C. $9M + m = 0$.D. $M + m = 0$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đặt $t = \cos x$, với $x \in \mathbb{R} \Rightarrow t \in [-1; 1]$. Thu được hàm $f(t) = \frac{2t+1}{t-2}$, $t \in [-1; 1]$ và $M = \max_{[-1;1]} f(t)$, $m = \min_{[-1;1]} f(t)$.

Vì $f(t)$ nghịch biến trên $[-1; 1]$, nên $M = f(-1) = \frac{1}{3}$, $m = f(1) = -3$.

Vậy mệnh đúng là $9M + m = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1656. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = t^2 - \frac{1}{6}t^3$ (m). Tìm thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 2$.B. $t = 0,5$.C. $t = 2,5$.D. $t = 1$.

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = 2t - \frac{1}{2}t^2$. Suy ra $v'(t) = 2 - t$ và $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên

t	2
$v'(t)$	+ 0 -
$v(t)$	2

Vậy chất điểm đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm $t = 2$ (giây).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1657. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ là một tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là một tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1} = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là một tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1658. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị $(C_m): y = \frac{mx+3}{1-x}$ có tiệm cận và tâm đối xứng của (C_m) thuộc đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận khi $ad - bc \neq 0 \Leftrightarrow m \cdot 1 - 3(-1) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -3$.

Khi đó, hai tiệm cận của đồ thị là $x = 1$ và $y = -m$ và tâm đối xứng của đồ thị là $I(1; -m)$.

Điểm I thuộc đường thẳng d khi $2 \cdot 1 - (-m) + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -3$ (không xảy ra).

Vậy đáp án của bài toán là 0.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1659. Để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị nhận gốc tọa độ O làm trục tâm thì giá trị của tham số m bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{1}{3}$.

D. 2.

Lời giải.

Hàm số trùng phương có ba điểm cực trị khi

$$ab < 0 \Leftrightarrow 1(-2m) < 0 \Leftrightarrow m > 0.$$

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m).$$

$$\text{Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m} \end{cases}.$$

Các điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$A(0; m-1), B(\sqrt{m}; -m^2+m-1) \text{ và } C(-\sqrt{m}; -m^2+m-1).$$

Ta có

$$\overrightarrow{OB} = (\sqrt{m}; -m^2+m-1), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m}; -m^2), \overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{AC}$$

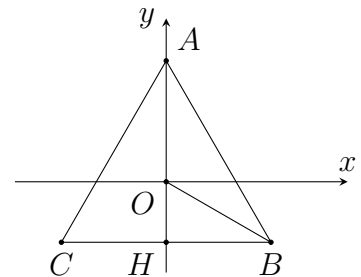
$$\Leftrightarrow \sqrt{m}(-\sqrt{m}) + (-m^2+m-1)(-m^2) = 0 \Leftrightarrow -m^2 + m^4 - m^3 + m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^3(m-1) = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (do } m > 0).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1660. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Số các giá trị tham số m để đường thẳng $y = x + m$ luôn



cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm $\triangle OAB$ nằm trên đường tròn $x^2 + y^2 - 3y = 4$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 1661. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1. \\ m < \frac{1}{5} \end{cases}$

B. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1. \\ m < \frac{1}{3} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{1}{3} \end{cases}$

D. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{1}{5} \end{cases}$

Lời giải.

Đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận ngang nên để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận thì cần phải có hai đường tiệm cận đứng. Tức là $mx^2 - 2x + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x \neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = 1 - 3m > 0 \\ f(1) = m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{1}{3} \\ m \neq -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1662. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(16x^2 + 1) - (m+1)x + m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \in (-\infty; 3]$.B. $m \in [-3; 3]$.C. $m \in [3; +\infty)$.D. $m \in (-\infty; -3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{32x}{16x^2+1} - m - 1$.

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ thì $\frac{32x}{16x^2+1} - m - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hay $f(x) = \frac{32x}{16x^2+1} - 1 \leq m, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = \frac{32(1-16x^2)}{(16x^2+1)^2}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$

Ta xét bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$			
$y'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Từ bảng biến thiên thì $m \geq 3$. Vậy $m \geq 3$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1663. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 64.

A. $m = -\sqrt[5]{2}$.

B. $m = \sqrt[5]{2}$.

C. $m = \pm\sqrt[5]{2}$.

D. Không tồn tại m .

Lời giải.

$$\text{Có } y' = 4x^3 - 16m^2x = 4x(x^2 - 4m^2).$$

$$\text{Hàm số có 3 cực trị khi } y' \text{ có 3 nghiệm phân biệt xảy ra khi } m \neq 0 \text{ khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \\ x = -2m \end{cases}.$$

Khi đó 3 điểm cực trị là $A(0; 1); B(2m; -16m^4 + 1); C(-2m; -16m^4 + 1)$.

$$\text{Khi đó } S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2}16m^4 \cdot |4m| = 32|m^5|.$$

$$\text{Từ đó } S_{ABC} = 64 \Leftrightarrow |m^5| = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt[5]{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1664. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $\frac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x)-2}$ bằng với số nghiệm phân biệt của phương trình $f(3-x) = 2$.

Dựa trên bảng biến thiên của hàm số ta thấy phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt nên phương trình $f(3-x) = 2$ cũng có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x)-2}$ là 3 đường.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1665. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên trên đoạn $[-5; 5]$ của tham số m để số điểm cực trị của $f(|x|)$ bằng 3.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

TH1: Nếu $m = -3$ thì $f'(x)$ không đổi dấu nên $f(x)$ không có điểm cực trị. Do đó $f(|x|)$ có một điểm cực trị (loại).

TH2: Nếu $m \leq 0, m \neq -3$ thì hàm số $f(x)$ có các điểm cực trị $x_1 = -3$ và $x_2 = m \leq 0$. Do đó hàm số $f(|x|)$ có một điểm cực trị là $x = 0$.

TH3: Nếu $m > 0$, suy ra hàm số $f(x)$ có các điểm cực trị $x_1 = -3$ và $x_2 = m > 0$. Do đó $f(|x|)$ có 3 điểm cực trị là $x = 0; x = m$ và $x = -m$.

Vậy các giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-5; 5]$ để số điểm cực trị của $f(|x|)$ bằng 3 là $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

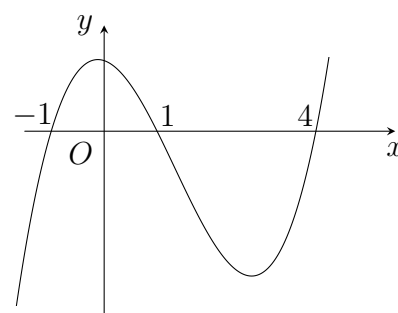
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1666.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó hàm số $y = f(3 - 2x) + 2018$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng bên dưới?

- A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; 1)$.

**Lời giải.**

Đặt $g(x) = f(3 - 2x) + 2018$ ta có $g'(x) = [f(3 - 2x) + 2018]' = -2f'(3 - 2x)$.

Ta có $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -2f'(3 - 2x) < 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) > 0$.

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có
$$\begin{cases} -1 < 3 - 2x < 1 \\ 3 - 2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(3 - 2x) + 2018$ nghịch biến trên $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(1; 2)$.

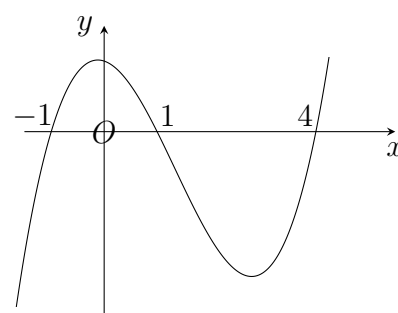
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1667.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó hàm số $y = f(3 - 2x) + 2018$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng bên dưới?

- A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; 1)$.

**Lời giải.**

Đặt $g(x) = f(3 - 2x) + 2018$ ta có $g'(x) = [f(3 - 2x) + 2018]' = -2f'(3 - 2x)$.

Ta có $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -2f'(3 - 2x) < 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) > 0$.

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có
$$\begin{cases} -1 < 3 - 2x < 1 \\ 3 - 2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(3 - 2x) + 2018$ nghịch biến trên $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(1; 2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1668. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos 2x = m\sqrt{1 + \tan x} \cdot \cos^2 x$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Đặt $t = \tan x \Rightarrow t \in [0; \sqrt{3}]$.

Khi đó $\cos^2 x = \frac{1}{1+t^2}$, $\sin^2 x = \frac{t^2}{1+t^2}$ và $\cos 2x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$.

Với $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, ta có $\cos 2x = m\sqrt{1 + \tan x} \cdot \cos^2 x \Leftrightarrow m = \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 + \tan x} \cdot \cos^2 x} = \frac{1-t^2}{\sqrt{1+t}}$.

Đặt $g(t) = \frac{1-t^2}{\sqrt{1+t}} = (1-t)\sqrt{1+t} \Rightarrow g'(t) = \frac{-3t-1}{2\sqrt{1+t}} < 0, \forall t \in [0; \sqrt{3}]$

Ta có bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{3}$
$g'(t)$	-	
$g(t)$	1	$\sqrt{1+\sqrt{3}}(1-\sqrt{3})$

Vậy $\sqrt{1+\sqrt{3}}(1-\sqrt{3}) \leq m \leq 1$, suy ra có đúng 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1669. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + (m-2)x^2 + (2m+3)x + 1$. Giá trị nguyên lớn nhất của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $(0; 3)$ là

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Lời giải.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 + 2(m-2)x + 2m+3$, hàm số nghịch biến trên $(0; 3)$ khi và chỉ khi

$$y' \leq 0, \forall x \in (0; 3) \Leftrightarrow 2m \leq \frac{-x^2 + 4x - 3}{x+1}, \forall x \in (0; 3)$$

$$\Leftrightarrow 2m \leq g(x) = \frac{-x^2 + 4x - 3}{x+1}, \forall x \in (0; 3).$$

$$g'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 7}{(x+1)^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{8} \\ x = -1 + \sqrt{8} \end{cases}$$

x	0	$-1 + \sqrt{8}$	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	-3	$6 - 2\sqrt{8}$	0

Từ đó suy ra $m \leq -\frac{3}{2}$. Vậy m nguyên lớn nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = -2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1670. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+m^2}{x-1}$ trên $[-1; 0]$ bằng -1?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-m^2-1}{(x-1)^2} < 0, \forall m$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 0]$ là $y(-1) = \frac{m^2-1}{-2}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+m^2}{x-1}$ trên $[-1; 0]$ bằng -1 $\Leftrightarrow \frac{m^2-1}{-2} = -1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

Vậy có 2 giá trị thực của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1671. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m-4)x$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 2$.

B. $m = -3$.

C. $m = -3$ hoặc $m = 2$.D. $m = -2$ hoặc $m = 3$.**Lời giải.**Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 3m - 4$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

$$\Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3. \end{cases}$$

• Với $m = 2$, hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ nên $m = 2$ không thỏa mãn.• Với $m = -3$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên $m = -3$ thỏa mãn.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1672.** Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C) . Một tiếp tuyến của (C) cắt hai tiệm cận của (C) lần lượt tại hai điểm A, B và $AB = 2\sqrt{2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến đó bằngA. $-\sqrt{2}$.B. -2 .C. $-\frac{1}{2}$.D. -1 .**Lời giải.**Ta có $y = \frac{2x-3}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2}$, $y' = -\frac{1}{(x-2)^2}$. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = 2$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm, $x_0 \neq 2$. Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tại M có phương trình

$$y = -\frac{1}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + 2 + \frac{1}{x_0-2}.$$

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C) . Khi đó $A\left(2; \frac{2}{x_0-2} + 2\right)$, $B(2x_0-2; 2)$. Ta có

$$\begin{aligned} AB = 2\sqrt{2} &\Leftrightarrow \sqrt{(2x_0-4)^2 + \frac{4}{(x_0-2)^2}} = 2\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow (x_0-2)^4 - 2(x_0-2)^2 + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x_0-2)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có $y'(3) = -1 = y'(1)$. Suy ra hệ số góc của Δ bằng -1 .Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1673.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.A. $m = \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$.B. $m = \sqrt[3]{3}$.C. $m = \sqrt{3}$.D. $m = 0$.**Lời giải.**Xét hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$ có $y' = 4x^3 - 4mx$, khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m. \end{cases}$ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0; 2m)$, $B(\sqrt{m}; 2m - m^2)$, $C(-\sqrt{m}; 2m - m^2)$.Tam giác ABC cân tại A , vậy ΔABC đều khi và chỉ khi $AB = BC \Leftrightarrow m + m^4 = 4m \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1674.** Cho hàm số $y = \frac{1-3x}{x-3}$ có đồ thị là (C) . Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận đứng bằng hai lần khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang.

A. $M_1(1; -1), M_2(7; 5)$.

B. $M_1(1; 1), M_2(-7; 5)$.

C. $M_1(-1; -1), M_2(7; -5)$.

D. $M_1(1; 1), M_2(7; -5)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{1-3x}{x-3}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và hai tiệm cận $x = 3$ và $y = -3$.

Lấy điểm $M\left(x_0; \frac{1-3x_0}{x_0-3}\right)$, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi

$$|x_0 - 3| = 2 \left| \frac{1-3x_0}{x_0-3} + 3 \right| \Leftrightarrow (x_0 - 3)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 7 \end{cases} \Rightarrow M_1(-1; -1), M_2(7; -5).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1675. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. $m \geq 0$.

B. $m > \sqrt{5}$.

C. $m < 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải.

Ta có: đồ thị có hai tiệm cận ngang nếu hai giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ cùng tồn tại.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx+3}{\sqrt{mx^2+5}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx+3}{|x|\sqrt{m-\frac{1}{x^2}}} = \sqrt{m} \text{ tồn tại nếu } m > 0.$$

Tương tự, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\sqrt{m}$ tồn tại nếu $m > 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1676. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-3	-1	0	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-5	0	-2	3	$-\infty$

Tìm m để hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, đồng thời hai điểm này ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục tung.

A. $m = -2$ và $m = 0$.

B. $m = -5$ và $m = 0$.

C. $m = 3$ và $m = -2$.

D. $m = -5$ và $m = 3$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $m = -5$ hoặc $m = 3$ thì đồ thị cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm nằm ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục Oy .

Chọn đáp án **D** □

Câu 1677. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ có đồ thị là đường cong ($\mathcal{C}$). Đường thẳng có phương trình $y = ax + b$ là tiếp tuyến của ($\mathcal{C}$) cắt trục hoành tại A , cắt trục tung tại B sao cho tam giác OAB là tam giác vuông cân tại O , với O là gốc tọa độ. Khi đó $S = a + b$ bằng bao nhiêu?

A. $S = -2$.

B. $S = -1$.

C. $S = 0$.

D. $S = -3$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, $x_0 \neq -\frac{3}{2}$.

$$y'(x) = \frac{-1}{(2x+3)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}.$$

Kết hợp với giả thiết tam giác OAB vuông cân, ta được $y'(x_0) = -1$.

Điều này tương đương với $\frac{-1}{(2x_0 + 3)^2} = -1$. Từ đó ta giải được $\begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -2. \end{cases}$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 1$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -1(x + 1) + 1 \Leftrightarrow y = -x$ (loại vì tiếp tuyến này đi qua gốc tọa độ).

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -1(x + 2) + 0 \Leftrightarrow y = -x - 2$.

Vậy $S = -3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1678. Cho hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-1; 1)$. Tìm m để đường thẳng $d: y = mx - m - 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $AM^2 + AN^2$ nhỏ nhất.

A. $m = -2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = -3$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và d là

$$\frac{x}{1-x} = mx - m - 1 \Leftrightarrow mx^2 - 2mx + m + 1 = 0. \quad (*)$$

Để (C) cắt đường thẳng d tại 2 điểm phân biệt thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Delta' = -m$. Để $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt thì $m < 0$.

Gọi x_1, x_2 lần lượt là 2 nghiệm của phương trình $(*)$. Khi đó $x_1 + x_2 = 2; x_1 \cdot x_2 = 1 + \frac{1}{m}$.

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ lần lượt là giao điểm của (C) và d . Ta có $\overrightarrow{AM} = (x_1 + 1; y_1 - 1), \overrightarrow{AN} = (x_2 + 1; y_2 - 1)$.

$$\begin{aligned} P = AM^2 + AN^2 &= (x_1 + 1)^2 + (y_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (y_2 - 1)^2 \\ &= (x_1^2 + x_2^2) + 2(x_1 + x_2) + 2 + (y_1^2 + y_2^2) - 2(y_1 - y_2) + 2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 + 2(x_1 + x_2) - 2(y_1 - y_2) + 2 - 2(x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2) \\ &= (x_1 + x_2 + 1)^2 + (y_1 + y_2 - 1)^2 + 2 - 2(x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2). \end{aligned}$$

Thay

$$x_1 + x_2 = 2; y_1 + y_2 = -2; x_1 \cdot x_2 = 1 + \frac{1}{m}; y_1 \cdot y_2 = \frac{x_1 \cdot x_2}{(1-x_1)(1-x_2)}.$$

Ta được

$$\begin{aligned} P &= (2+1)^2 + (-2-1)^2 - 2x_1x_2 \left(1 + \frac{1}{(1-x_1)(1-x_2)}\right) \\ &= 20 - 2 \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{1}{1-2+1+\frac{1}{m}}\right) \\ &= 20 - 2 \left(1 + \frac{1}{m}\right) (1+m) \\ &= 20 - 2 \left(m + \frac{1}{m} + 2\right) = 16 - 2 \left(m + \frac{1}{m}\right). \end{aligned}$$

Đặt

$$f(m) = 16 - 2 \cdot \left(m + \frac{1}{m}\right) \Rightarrow f'(m) = -2 + \frac{2}{m^2}; f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Xét $f(m)$ trên $(-\infty; 0)$.

Bảng biến thiên:

m	$-\infty$	-1	0
$f'(m)$	$-$	0	$+$
$f(m)$	$+\infty$	16	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, $f(m)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = -1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1679. Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4000 bản in khổ giấy A4 trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n + 5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 bản in khổ A4 thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được lãi nhiều nhất?

A. 7 máy.

B. 6 máy.

C. 5 máy.

D. 4 máy.

Lời giải.

Gọi n là số máy mà xưởng sử dụng với $1 \leq n \leq 8$. Chi phí bảo trì, vận hành n máy là $50n$ (nghìn đồng).

Số giờ mà n máy phải chạy để in được 50000 bản là $\frac{50000}{4000n}$.

Chi phí in ấn của n máy để in hết 50000 bản là $20 \cdot (3n + 5) \cdot \frac{50000}{4000n}$ (nghìn đồng).

Tổng chi phí mà xưởng sử dụng để in hết 50000 bản là

$$f(n) = 50n + 20 \cdot (3n + 5) \cdot \frac{50000}{4000n} = 50n + 750 + \frac{1250}{n}.$$

Ta có $f'(n) = 50 - \frac{1250}{n^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow n = \pm 5$.

Ta có $f(1) = 2050$; $f(5) = 1250$; $f(8) = 1306,25$.

Vậy chi phí nhỏ nhất để in 50000 khổ A4 là khi xưởng sử dụng 5 máy.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1680. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên, chọn mệnh đề **sai**?

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$	
y'	$-$			$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2		$-\infty$

A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$.

B. Hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại $x = 4$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; 4)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số, ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ nên khẳng định “Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại $x = 4$ ” là khẳng định sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1681. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0, \forall x > \frac{1}{2^{2018}}$. Biết $f(1) = 3$, khi đó mệnh đề nào có thể xảy ra?

A. $f(2018 \cdot 2020) > f(2019^2)$.

B. $f(3) + f(4) = 6$.

C. $f(2) = \sqrt{10} - 1$.

D. $f\left(-\frac{1}{2018}\right) = 2$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) > 0, \forall x > \frac{1}{2^{2018}}$ suy ra hàm số đồng biến trên $\left(\frac{1}{2^{2018}}; +\infty\right)$.

— $\begin{cases} f(3) > f(1) \\ f(4) > f(1) \end{cases} \Rightarrow f(3) + f(4) > 6$ nên loại đáp án $f(3) + f(4) = 6$.

— $f(2) > f(1)$ nên loại đáp án $f(2) = \sqrt{10} - 1$.

— $2018 \cdot 2020 < 2019^2 \Rightarrow f(2018 \cdot 2020) < f(2019^2)$ nên loại đáp án $f(2018 \cdot 2020) > f(2019^2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1682. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$. Biết đồ thị hàm số $y = g(x) = |ax^4 + bx^2 + c|$ có 5 điểm cực trị, trong đó có 3 điểm cực trị có tung độ dương. Tìm mệnh đề đúng?

A. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c > 0 \end{cases}$.

Lời giải.

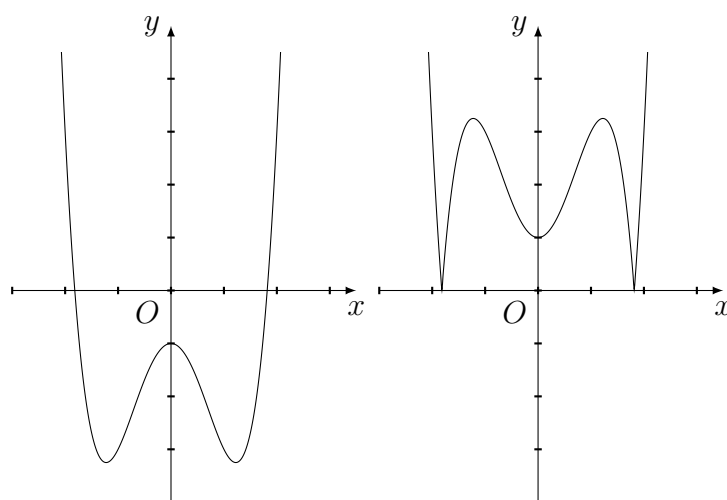
Vì $y = g(x)$ có 5 cực trị nên $y = f(x)$ phải có 3 cực trị hay $ab < 0$.

Vì $y = g(x)$ có 5 cực trị, trong đó có 3 cực trị dương nên đồ thị $f = g(x)$ phải cắt Ox và có 3 cực trị nằm cùng một phía so với Oy .

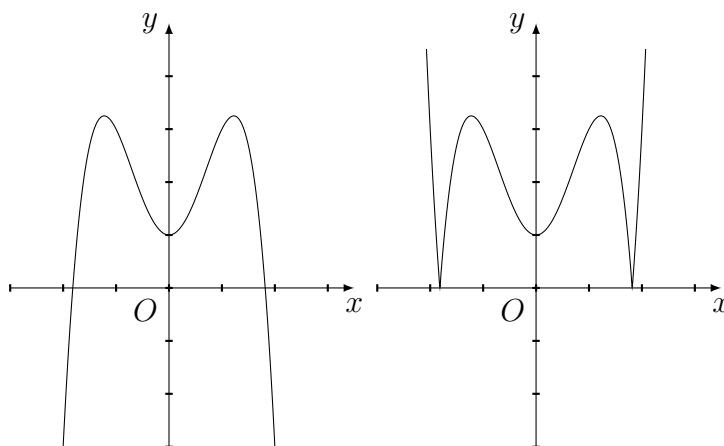
Nếu $a > 0$ thì $b < 0$ và $c < 0$.

Nếu $a < 0$ thì $b > 0$ và $c > 0$.

TH1: $a > 0, b < 0$ và $c < 0$ Ta có đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ có dạng như sau:



TH2: $a < 0, b > 0$ và $c > 0$ Ta có đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ có dạng như sau:



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1683. Cho hàm số $y = f(x) = \sin 2x$. Hỏi trong khoảng $(0; 2018)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1285.

B. 2017.

C. 643.

D. 642.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2 \cos 2x$; $f''(x) = -4 \sin 2x$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

— Nếu $k = 2l, l \in \mathbb{Z}$ suy ra $x = \frac{\pi}{4} + l\pi$ và $f''\left(\frac{\pi}{4} + l\pi\right) = -4 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + l \cdot 2\pi\right) = -4 < 0$. Trường hợp này loại.

— Nếu $k = 2l + 1, l \in \mathbb{Z}$ suy ra $x = \frac{3\pi}{4} + l\pi$ và $f''\left(\frac{3\pi}{4} + l\pi\right) = -4 \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + l2\pi\right) = 4 > 0$.

Trường hợp này nhận. Theo giả thiết, ta phải có

$$\begin{cases} 0 < \frac{3\pi}{4} + l\pi < 2018 \\ l \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{4} < l < \frac{\frac{8072}{\pi} - 3}{4} \\ l \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow l \in \{0, 1, 2, \dots, 641\}.$$

Như vậy có 642 điểm cực tiểu trong khoảng $(0; 2018)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1684. Giá trị tham số thực k nào sau đây để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3kx^2 + 4$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt?

A. $k \geq 1$.

B. $k < 1$.

C. $-1 < k < 1$.

D. $k > 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6kx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2k. \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi hàm số có hai điểm cực trị và $y_{CD} \cdot y_{CT} < 0$, điều này tương đương với

$$\begin{cases} 2k \neq 0 \\ f(0)f(2k) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ 4 - 4k^3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > 1.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1685. Biết rằng hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2+4m+3)x + \frac{1}{2}$ đạt cực trị tại x_1, x_2 . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)$.

- A. $P_{\min} = -9$. B. $P_{\min} = 2$. C. $P_{\min} = \frac{3}{2}$. D. $P_{\min} = -\frac{9}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x^2 + 2(m+1)x + (m^2 + 4m + 3)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị khi chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, tương đương với

$$\Delta' = (m+1)^2 - 2(m^2 + 4m + 3) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 < 0 \Leftrightarrow -5 < m < -1.$$

Trên cơ sở đó ta có

$$P(x) = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = \frac{m^2 + 4m + 3}{2} + 2(m+1) = \frac{(m+4)^2}{2} - \frac{9}{2} \geq -\frac{9}{2}.$$

Vậy $P_{\min} = -\frac{9}{2}$, dấu bằng xảy ra khi $m = -4$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **(D)**

□

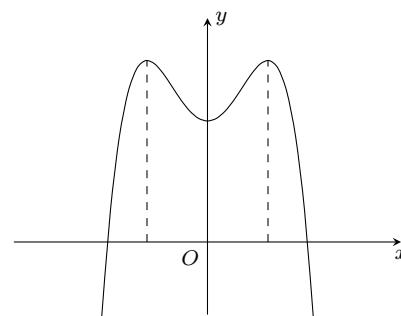
Câu 1686. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x - 4\sqrt{6-x}$ trên đoạn $[-3; 6]$. Tổng $M + m$ có giá trị là

- A. -6 . B. -12 . C. -4 . D. 18 .

Câu 1687.

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a < 0, b > 0, c < 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.



Câu 1688.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{-x+2}{2x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{2x-1}$.
C. $y = \frac{-x-2}{2x-1}$. D. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	$\frac{1}{2}$ $\nearrow$ $+\infty$		$-\infty$ $\nearrow$ $\frac{1}{2}$

Câu 1689. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 - (2m+1)x + 4$ có đúng hai cực trị.

- A. $m > -\frac{2}{3}$. B. $m > -\frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{2}{3}$. D. $m < \frac{4}{3}$.

Câu 1690. Đường thẳng $\Delta: y = -x + k$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-3}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

- A. $k = 1$. B. với mọi $k \in \mathbb{R}$. C. với mọi $k \neq 0$. D. $k = 0$.

Câu 1691. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2; 4]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m+1)x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. 3. B. 5. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 3$.

TH1: Với $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Khi $m = -1$ thì $y' = 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi $m = 1$ thì $y' = 4x + 3 > 0 \forall x > -\frac{3}{4}$, suy ra hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

TH2: Với $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ (m + 1)^2 - 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \\ m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m < -1. \end{cases}$$

Từ hai trường hợp trên, suy ra $m \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

Vì m nguyên và m thuộc $[-2; 4]$ nên $m \in \{-2; -1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1692. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của

biểu thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$.

A. 4.

B. 8.

C. 12.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $x^2 - xy + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{x^2 + 3}{x}$.

Khi đó $2x + 3y - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{3x^2 + 9}{x} - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 14x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

Cũng có $P = 3x^2 \cdot \frac{x^2 + 3}{x} - x \cdot \left(\frac{x^2 + 3}{x}\right)^2 - 2x^3 + 2x = 5x - \frac{9}{x} = f(x)$.

Mà $f'(x) = 5 + \frac{9}{x^2} > 0, \forall x \in \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

Do đó GTLN của P là $f\left(\frac{9}{5}\right) = 4$ và GTNN của P là $f(1) = -4$.

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức P bằng 0.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1693. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 1$ có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m_0 \in (-1; 1]$.

B. $m_0 \in (-2; -1]$.

C. $m_0 \in (-\infty; -2]$.

D. $m_0 \in (-1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m)$.

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 0$.

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0; -1)$, $B(-\sqrt{-m}; -m^2 - 1)$, $B(\sqrt{-m}; -m^2 - 1)$.

Gọi H là trung điểm của BC , ta có $H(0; -m^2 - 1)$.

Ta có $BC = \sqrt{(2\sqrt{-m})^2} = 2\sqrt{-m}$, $AH = \sqrt{(-m^2)^2} = m^2$.

Tam giác ABC cân tại A nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{-m} \cdot m^2 = \sqrt{-m} \cdot m^2$.

Theo giả thiết, ta có $S_{ABC} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{-m} \cdot m^2 = 4\sqrt{2} \Rightarrow m = -2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1694. Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

A. $m > 0$.

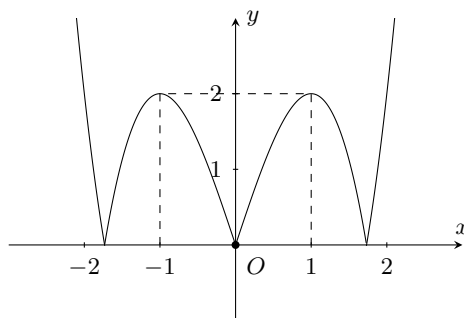
B. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Lời giải.

Đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 3x|$.



Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x|$ và đường thẳng $y = m^2 + m$.

Suy ra phương trình có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m^2 + m < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 1 \\ -2 < m < -1. \end{cases}$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1695.

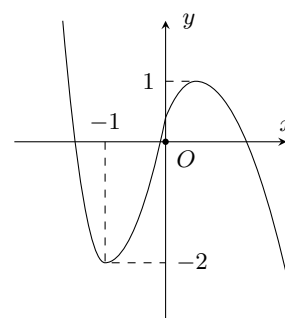
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + 2x$ là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.



Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) + 2x$. Ta có $g'(x) = f'(x) + 2$;

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy:

$$— g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \alpha \ (\alpha > 0) \end{cases}.$$

$$— g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x < \alpha \\ x \neq -1. \end{cases}$$

$$— g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) < -2 \Leftrightarrow x > \alpha.$$

Từ đó suy ra hàm số $y = f(x) + 2x$ liên tục và có đạo hàm chỉ đổi dấu khi qua giá trị $x = \alpha$.

Vậy hàm số đã cho có đúng một cực trị.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1696.

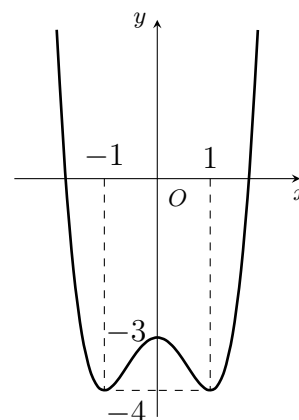
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| + 1 = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $-4 < m < -3$.

B. $4 < m < 5$.

C. $m > 5$.

D. $0 < m < 4$.



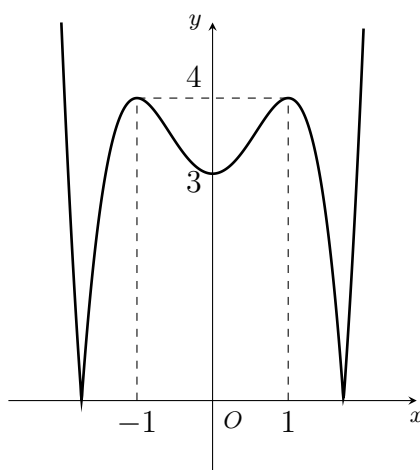
Lời giải.

Ta có: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{nếu } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{nếu } f(x) < 0 \end{cases}$.

Từ đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra đồ thị (C_1) của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) ở phía trên trục hoành (bao gồm cả các điểm thuộc trục hoành).
- Lấy đối xứng phần nằm phía dưới trục hoành của đồ thị (C) qua trục hoành.

Từ đó, ta có đồ thị (C_1) của hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ dưới:



Ta có $|f(x)| + 1 = m \Leftrightarrow |f(x)| = m - 1 \quad (*)$.

Số nghiệm phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của đồ thị (C_1) của hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m - 1$. Do đó, từ đồ thị (C_1) của hàm số $y = |f(x)|$ suy ra phương trình $(*)$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $3 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 4 < m < 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1697. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = 0$.

B. $m = -1$.

C. $m = 2$.

D. $m = -2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m^2 + 1)x = 4x[x^2 - (m^2 + 1)]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m^2 + 1} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{m^2+1}$	0	$\sqrt{m^2+1}$	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		2		$+\infty$
		$-(m^2+1)^2+2$		$-(m^2+1)^2+2$	

Ta có: $y_{CT} = -(m^2+1)^2+2 = 1-m^4-2m^2 \leq 1$.

Nên y_{CT} đạt giá trị lớn nhất là bằng 1 khi và chỉ khi $m = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1698. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$.

A. $m \leq \frac{1}{2}$.

B. $\forall m \in \mathbb{R}$.

C. $\frac{1}{2} < m < 2$.

D. $m \leq 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - 4m$.

Điều kiện cần và đủ để hàm số đã cho đồng biến trên đoạn $[1; 4]$ là

$$\begin{aligned}
 y' &= x^2 - 2(m-1)x - 4m \geq 0, \forall x \in [1; 4] \\
 \Leftrightarrow x^2 + 2x &\geq 2m(x+2), \forall x \in [1; 4] \\
 \Leftrightarrow 2m &\leq x, \forall x \in [1; 4] \\
 \Leftrightarrow 2m &\leq 1 \\
 \Leftrightarrow m &\leq \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Vậy, với $m \leq \frac{1}{2}$ thì hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1699. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x+1 = 3m\sqrt{2x^2+1}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\frac{\sqrt{2}}{6} < m < \frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{6} < m < \frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $m < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $m > \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $x+1 = 3m\sqrt{2x^2+1} \Leftrightarrow 3m = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}} \quad (*)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = \frac{1-2x}{(\sqrt{2x^2+1})^3}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}} = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Từ bảng biến thiên suy ra điều kiện để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt là

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < 3m < \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{6} < m < \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1700. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x-1)| = 2$ là

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 < -2 < x_2 < 3 < x_3$. Khi đó phương trình $f(x-1) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là x_1+1, x_2+1, x_3+1 . Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x-1)|$ như sau

x	$-\infty$	x_1+1	-1	x_2+1	4	x_3+1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	
y	$+\infty$	0	4	0	2	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình $|f(x-1)| = 2$ có 5 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1701.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

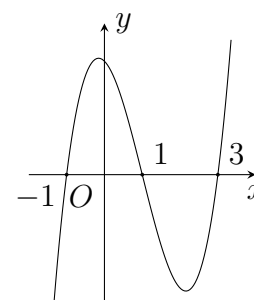
Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2+2x+2})$ là

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.



Lời giải.

Ta có $y' = (\sqrt{x^2 + 2x + 2})' f'(\sqrt{x^2 + 2x + 2}) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} f'(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ f'(\sqrt{x^2 + 2x + 2}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ \sqrt{x^2 + 2x + 2} = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ \sqrt{x^2 + 2x + 2} = 1 \\ \sqrt{x^2 + 2x + 2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 + 2\sqrt{2} \\ x = -1 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

($x = -1$ là nghiệm bội lẻ)

Vì $\sqrt{x^2 + 2x + 2} \geq 1$ nên dấu của y' là dấu của $(x+1)f'(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$.

Từ đồ thị của $f'(x)$ ta có:

$$f'(\sqrt{x^2 + 2x + 2}) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x + 2} > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 + 2\sqrt{2} \\ x < -1 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$f'(\sqrt{x^2 + 2x + 2}) < 0 \Leftrightarrow 1 < \sqrt{x^2 + 2x + 2} < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - 2\sqrt{2} < x < -1 + 2\sqrt{2} \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	$-1-2\sqrt{2}$	-1	$-1+2\sqrt{2}$	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số chỉ đạt cực đại tại điểm $x = -1$, do đó hàm số có 1 điểm cực đại.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1702. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + cx + d, a \neq 0$ có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $8a + d$.

B. $d - 16a$.

C. $d - 11a$.

D. $2a + d$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + c$.

Với $a > 0$ ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$. Suy ra không tồn tại $\min_{(-\infty; 0)} f(x)$.

Với $a < 0$ ta có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$ nên $f'(-2) = 0 \Leftrightarrow 3a(-2)^2 + c = 0 \Leftrightarrow 12a + c = 0$.

Khi đó $f(x) = ax^3 - 12ax + d$ xét trên đoạn $[1; 3]$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3a(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (loại)} \\ x = 2. \end{cases}$$

Suy ra

$$\max_{[1; 3]} f(x) = \max \{f(1), f(2), f(3)\} = \max \{d - 11a, d - 16a, d - 9a\} = d - 16a.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1703. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \leq 2m$?

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$.

$$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Khi đó:

$$\max_{[0;2]} g(x) = \max \{g(0), g(1), g(2)\} = \max \{a, a+1, a\} = a+1.$$

$$\min_{[0;2]} g(x) = \min \{g(0), g(1), g(2)\} = \min \{a, a+1, a\} = a.$$

Nếu $a \geq 0 \Rightarrow m = a, M = a+1 \Rightarrow 2a \geq a+1 \Leftrightarrow a \geq 1 \Rightarrow a \in \{1; 2; 3\}$.

Nếu $a \leq -1 \Rightarrow m = -(a+1), M = -a \Rightarrow -2(a+1) \geq -a \Leftrightarrow a \leq -2 \Rightarrow a \in \{-3; -2\}$.

Vậy có 5 số nguyên a thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1704. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 < 2$.

A. $0 < m < 2$.

B. $m > 0$.

C. $0 < m < 4$.

D. $m < 9$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Ta cần tìm điều kiện tham số m để phương trình $t^2 - 6t + m = 0$ có hai nghiệm dương t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 t_2 < 4$. Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} 9 - m > 0 \\ m > 0 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 4.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1705.

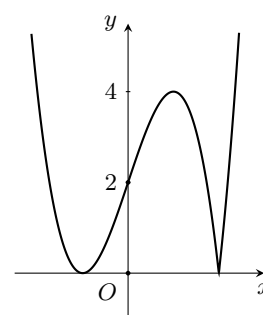
Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $a > 0$ và đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ ở bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình $f(|x|) = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (0; 2)$.

B. $m \in (-4; -2)$.

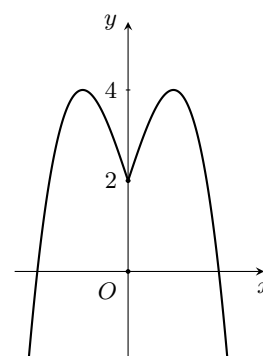
C. $m \in (2; 4)$.

D. $m = 4$.

**Lời giải.**

Từ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ và tiếp tục suy ra đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình bên.

Kết luận, $m \in (2; 4)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1706. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho B là trung điểm của AC . Phát biểu nào dưới đây đúng?

- A. $m \in (0; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -4)$. C. $m \in (-4; 0)$. D. $m \in (-4; -2)$.

Lời giải.

Ta có

$$y''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Điểm uốn của đồ thị (C) có tọa độ $(-1; m + 2)$. Đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán thì điểm uốn của đồ thị hàm số thuộc trục hoành hay $m = -2$. Thử lại, ta thấy $m = -2$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1707. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

- A. 2017. B. 2019. C. 2020. D. 2018.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số đã cho có hữu hạn nghiệm nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi đạo hàm của nó không âm trên $\mathbb{R}$ hay

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \geq m, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} > 0$ nên $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mặt khác, ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m \leq -1$. Vậy có 2018 số nguyên m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1708. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$ có đường tiệm cận đứng $x = -2$.

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$ có đường tiệm cận đứng $x = 2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$ có đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1709. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	0	-3	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $|f(x)| = 2$ là

A. 4.

B. 2.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Ta có đồ thị hàm số $|f(x)|$ gồm

- ⎧ phần 1 : giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $f(x)$ nằm phía trên Ox .
- ⎧ phần 2 : lấy đối xứng qua Ox phần đồ thị của hàm số $f(x)$ nằm phía dưới trục Ox .

Từ bảng biến thiên, ta thấy $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_1 \in (-\infty; -1) \\ x = x_2 \in (1; +\infty). \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $|f(x)|$

x	$-\infty$	x_1	-1	0	1	x_2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	0	$-$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	3	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $|f(x)|$, ta thấy phương trình $|f(x)| = 2$ có 6 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1710. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{3}{4}x^4 - (m-1)x^2 - \frac{1}{4x^4}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned}
 & \text{Hàm số } y \text{ đồng biến trên } (0; +\infty) \\
 \Leftrightarrow & 3x^3 - 2(m-1)x + \frac{1}{x^5} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \\
 \Leftrightarrow & 3x^2 + \frac{1}{x^6} \geq 2(m-1), \forall x \in (0; +\infty) \\
 \Leftrightarrow & 2(m-1) \leq \min_{(0; +\infty)} \left(3x^2 + \frac{1}{x^6} \right). \quad (1)
 \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned}
 3x^2 + \frac{1}{x^6} &= x^2 + x^2 + x^2 + \frac{1}{x^6} \\
 &\geq 4 \cdot \sqrt[4]{x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^6}} \\
 &\geq 4
 \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (2) ta được $\min_{(0; +\infty)} \left(3x^2 + \frac{1}{x^6} \right) = 4$.

Từ (1) ta được $2(m-1) \leq 4 \Leftrightarrow m \leq 3$.

Vậy $m \in \{1; 2; 3\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1711. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) và điểm $A(a; 2)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng ba tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tập hợp S bằng

A. $S = (-\infty; -1)$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup (2; +\infty) \setminus \{-1\}$.

D. $S = \left[-\frac{2}{3}; 2\right]$.

Lời giải.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0; x_0^3 - 3x_0)$ của đồ thị (C) có dạng

$$(\Delta): y = 3(x_0^2 - 1)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0.$$

Vì $A(a; 2) \in (\Delta)$ ta được

$$\begin{aligned} 2 &= 3 \cdot (x_0^2 - 1) \cdot (a - x_0) + x_0^3 - 3x_0 \\ \Leftrightarrow (x_0 + 1) \cdot [2x_0^2 - (3a + 2) \cdot x_0 + (3a + 2)] &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ 2x_0^2 - (3a + 2) \cdot x_0 + (3a + 2) = 0. \end{cases} & \quad (1) \end{aligned}$$

Khi đó, ta thấy

Yêu cầu bài toán

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \text{Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt } x_0 \neq -1 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a \neq -1 \\ a < -\frac{2}{3} \vee a > 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1712. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)\frac{x^2}{2} + (m+1)x - 3$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có: $y' = x^2 - (m+1)x + (m+1)$.

Do tam thức bậc 2 luôn có hữu hạn nghiệm nên để hàm số đồng biến trên đoạn $(1; +\infty)$ thì

$$\begin{aligned} y' &\geq 0 \quad \forall x \in (1; +\infty) \\ \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + (m+1) &\geq 0 \quad \forall x \in (1; +\infty) \\ \Leftrightarrow x^2 &\geq (m+1)(x-1) \quad \forall x \in (1; +\infty) \\ \Leftrightarrow x + \frac{1}{x-1} &\geq m \quad \forall x \in (1; +\infty). \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(x) = x + \frac{1}{x-1}$ trên $(1; +\infty)$, ta có:

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng biến thiên:

x	1	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Vậy $m \leq 3$ hay có 3 giá trị nguyên dương của m .

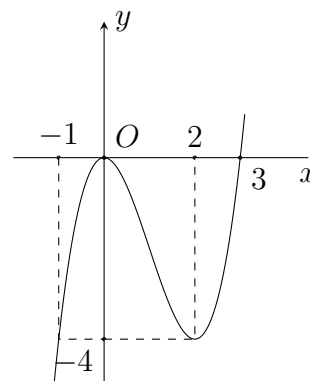
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1713.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(2 + e^x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-2; 1)$.



Lời giải.

$$y' = f'(2 + e^x) = e^x \cdot f'(t) \text{ với } t = 2 + e^x.$$

Do $e^x > 0 \quad \forall x$ nên y' và $f'(t)$ cùng dấu. Vậy để y nghịch biến thì $f(t)$ nghịch biến trên khoảng tương ứng.

Nhìn vào đồ thị ta thấy $f'(t) \leq 0 \quad \forall t \geq 3$.

Do $2 + e^x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 0$ nên hàm số $y = f(2 + e^x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1714. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 - 4x + 3| + 4mx$ lớn hơn 2. Số phần tử của S là

- A. 2. B. 5. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất lớn hơn 2 thì

$$y > 2 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 + 4mx > 2 & \forall x \in \mathbb{R} \setminus (1; 3) \\ -x^2 + 4x - 3 + 4mx > 2 & \forall x \in [1; 3]. \end{cases}$$

TH 1. Với $x \in \mathbb{R} \setminus (1; 3)$ thì $y > 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 + 4mx > 2 \Leftrightarrow x^2 + 4(m-1)x + 1 > 0$ (1).

Xét parabol $y = x^2 + 4(m-1)x + 1$ với bề lõm hướng lên trên và đỉnh là $x_1 = -2(m-1)$.

Do m nguyên dương nên $-2(m-1) \leq 0$ hay $x_1 \in \mathbb{R} \setminus (1; 3)$, khi đó để (1) xảy ra thì

$$y(x_1) > 0 \Leftrightarrow 1 - 4(m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < m-1 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}.$$

Mà m nguyên dương nên $m = 1$.

TH 2. Với $x \in [1; 3]$ thì $y > 2 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 + 4mx > 2 \Leftrightarrow x^2 - 4(m+1)x + 5 < 0$ (2).

Xét parabol $y = x^2 - 4(m+1)x + 5$ có bề lõm hướng lên trên và đỉnh là $x_1 = 2(m+1)$.

Do m nguyên dương nên $2(m+1) \geq 4$ hay $x_2 \notin [1; 3]$, khi đó để (2) xảy ra thì

$$\max\{y(1); y(3)\} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y(1) < 0 \\ y(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 4(m+1) < 0 \\ 9 - 12(m+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{-1}{4}.$$

Mà m nguyên dương nên với mọi m luôn thỏa mãn.

Từ hai trường hợp ta chỉ có duy nhất một giá trị $m = 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1715. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m+1)\sin x - 3\cos x - 5x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 9.

B. 8.

C. 10.

D. Vô số.

Lời giải.

Ta có $y' = (m+1)\cos x + 3\sin x - 5$. Điều kiện đề bài tương đương $(m+1)\cos x + 3\sin x \leq 5$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ hay

$$\max_{x \in \mathbb{R}} [(m+1)\cos x + 3\sin x] \leq 5$$

Áp dụng bất đẳng thức B-C-S ta có

$$(m+1)\cos x + 3\sin x \leq \sqrt{((m+1)^2 + 3^2)(\cos^2 x + \sin^2 x)} = \sqrt{m^2 + 2m + 10}.$$

Từ đó ta có $\sqrt{m^2 + 2m + 10} \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 3$. Vậy có 9 giá trị nguyên thỏa mãn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1716. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt A, B, C, D sao cho $AB = BC = CD$. Tổng các giá trị của tham số m bằng

A. 4.

B. $\frac{44}{9}$.

C. 5.

D. $\frac{32}{9}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 2m - 1) = 0.$$

Điều kiện để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt

$$0 < 2m + 1 \neq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \neq 0.$$

TH 1. Giả sử $2m + 1 > 1$. Khi đó hoành độ 4 giao điểm xếp theo thứ tự từ bé đến lớn là

$$-\sqrt{2m+1}; -1; 1; \sqrt{2m+1}.$$

Từ giả thiết ta có

$$1 - \sqrt{2m+1} = -2 \Leftrightarrow m = 4.$$

TH 2. Giả sử $2m + 1 < 1$. Khi đó hoành độ 4 giao điểm xếp theo thứ tự từ bé đến lớn là

$$-1; -\sqrt{2m+1}; \sqrt{2m+1}; 1.$$

Từ giả thiết ta có

$$-1 + \sqrt{2m+1} = -2\sqrt{2m+1} \Leftrightarrow m = -\frac{4}{9}.$$

Vậy tổng các giá trị bằng $\frac{32}{9}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1717. Cho hàm số $y = \frac{2x - m}{x + 2}$ với m là tham số, $m \neq -4$. Biết $\min_{x \in [0;2]} f(x) + \max_{x \in [0;2]} f(x) = -8$.

Giá trị của tham số m bằng

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 9.

Lời giải.

Ta có $\min_{x \in [0;2]} f(x) + \max_{x \in [0;2]} f(x) = f(0) + f(2) = -\frac{m}{2} + \frac{4-m}{4} = -8 \Leftrightarrow m = 12$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1718. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ là bao nhiêu?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là số nghiệm của phương trình

$$e^{f^2(x)} - 2 \Leftrightarrow f(x) = \pm \ln 2.$$

Vì $\ln 2 < 1$ nên theo bảng biến thiên, ta có phương trình $f(x) = \pm \ln 2$ có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1719. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ của tham số m để hàm số $f(x) = (x+1)\ln x + (2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(0; e^2)$.

A. 2022.

B. 2014.

C. 2023.

D. 2016.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = (x+1)\ln x + (2-m)x$ trên khoảng $(0; e^2)$.

Ta có $f'(x) = \ln x + \frac{x+1}{x} + 2 - m$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; e^2) \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (0; e^2)$. (1)

Ta có (1) $\Leftrightarrow m \leq \ln x + \frac{x+1}{x} + 2, \forall x \in (0; e^2)$.

Đặt $g(x) = \ln x + \frac{x+1}{x} + 2 = \ln x + \frac{1}{x} + 3$ với $x \in (0; e^2)$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{x-1}{x^2}.$$

Phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; e^2)$. Bảng biến thiên hàm số $g(x)$ như hình dưới

x	0	1	e^2
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	4	$5 + \frac{1}{e^2}$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq g(x), \forall x \in (0; e^2) \Leftrightarrow m \leq 4$.

Vì m là số nguyên thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ nên $m \in \{-2018; -2017; \dots; 3; 4\}$

$\Rightarrow$ có 2023 giá trị m thỏa mãn đề bài.

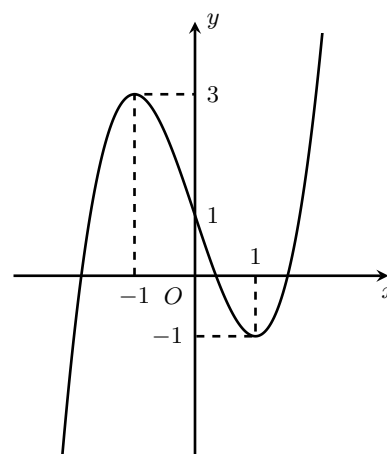
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1720.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có duy nhất một nghiệm.

- A. $\begin{cases} m = 2015 \\ m = 2019 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < 2015 \\ m > 2019 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} m > 2015 \\ m < 2019 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \leq 2015 \\ m \geq 2019 \end{cases}$



Lời giải.

Phương trình $f(x) + m - 2018 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2018 - m$.

(1)

Từ đồ thị suy ra (1) có duy nhất một nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2018 - m < -1 \\ 2018 - m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2019 \\ m < 2015 \end{cases}$.

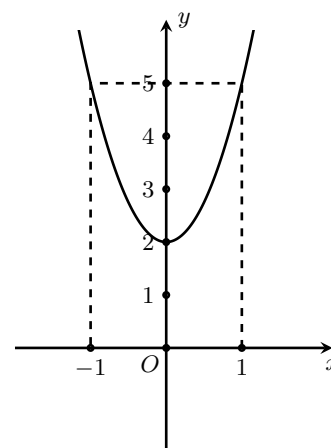
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1721.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (C)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$. Biết đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $f(3) - f(1)$.

- A. 26. B. 24.
- C. 30. D. 28.



Lời giải.

Vì đồ thị (C) đi qua $O(0; 0)$ nên $d = 0$.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ đồ thị suy ra $\begin{cases} f'(0) = 2 \\ f'(1) = 5 \\ f'(-1) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ 3a + 2b + c = 5 \\ 3a - 2b + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 2. \end{cases}$

Suy ra $f(x) = x^3 + 2x$. Ta có $f(3) = 33, f(1) = 3 \Rightarrow f(3) - f(1) = 30$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1722. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên $(0; \frac{\pi}{2})$.

- A. $m \geq 1$. B. $m > 1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m < 1$.

Câu 1723. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 - m$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân?

- A. Không có. B. 1. C. Vô số. D. 2.

Câu 1724. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C): y = mx - \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ có tiệm cận ngang?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Nếu $m \neq \pm 1$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (mx - \sqrt{x^2 - 2x + 2})$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx - \sqrt{x^2 - 2x + 2})$ bằng vô cực.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 2x + 2}) = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - \sqrt{x^2 - 2x + 2}) = -1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1725. Trong bốn khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định luôn đúng với mọi hàm số $f(x)$?

- (I) $f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x) = 0$.
 (II) $f(x)$ có cực đại, cực tiểu thì giá trị cực đại luôn lớn hơn giá trị cực tiểu.
 (III) $f(x)$ có cực đại thì có cực tiểu.
 (IV) $f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f(x)$ xác định tại x_0 .

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 1726. Tìm m để tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + (m+3)x^2 + 1 - m$ trùng với tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(H): y = \frac{14x-1}{x+2}$

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = 0$.

Lời giải.

Tâm đối xứng của đồ thị (H) là $(-2; 14)$. $y'' = 6x + 2(m+3), y'' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{m+3}{3}$, tâm đối xứng của đồ thị hai hàm số trùng nhau suy ra $-\frac{m+3}{3} = -2 \Leftrightarrow m = 3$. Thay vào hàm số (C) thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1727. Cho hàm số $y = \frac{x^2}{x^2 - x}$. Đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.

— $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

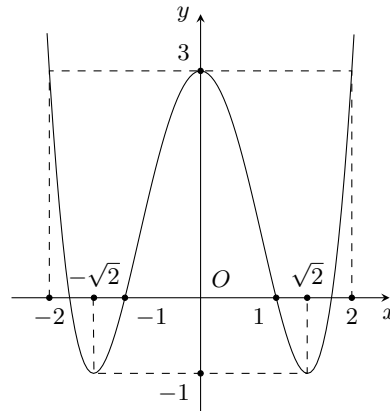
— $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x-1} = 0$ nên $x = 0$ **không** là tiệm cận đứng.

— $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1728. Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau

A. $y = (x^2 - 2)^2 + 1$. **B.** $y = (x^2 - 2)^2 - 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

Lời giải.

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $(-\sqrt{2}; -1)$ và $(0; 3)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = -1 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -4 \\ c = 3. \end{cases} \quad (1)$$

Theo hình vẽ, ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = \pm\sqrt{2}$ và $x = 0$.

Do đó phương trình $f'(x) = 4ax^3 + 2bx = 0$ có nghiệm $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ và 0.

Vì vậy $f'(\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}a + 2\sqrt{2}b = 0 \Leftrightarrow 4a + b = 0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = 1; b = -4$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1729. Số nghiệm của phương trình $e^x = 2 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2018}}{2018!}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. Vô hạn. **B.** 2018. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải.

Ta chứng minh bằng quy nạp được $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$ trên $(0; +\infty)$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Xét hàm số $f(x) = e^x - 2 - x - \frac{x^2}{2!} - \dots - \frac{x^{2018}}{2018!}$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $f'(x) = e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2!} - \dots - \frac{x^{2017}}{2017!} > 0 \quad \forall x > 0$ (do mệnh đề quy nạp).

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có tối đa một nghiệm trên $(0; +\infty)$.

Mà ta có $f(0) = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Do $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ nên tồn tại $c > 0$ sao cho $f(c) = 0$.

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1730. Đồ thị hàm số $y = |x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 6\sqrt{2}|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 9.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 6\sqrt{2}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 44x - 24$, $f'(x) = 0$ khi $x \in \{1; 2; 3\}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1		2		3		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f'(x)$	$+\infty$			$-8 + 6\sqrt{2}$				$+\infty$
		$-9 + 6\sqrt{2}$				$-9 + 6\sqrt{2}$		

Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

Từ bảng biến thiên, ta thấy $f(1) = f(3) < 0$ và $f(2) > 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

Do đó đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1731. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) thỏa mãn $(f(0) - f(2)) \cdot (f(3) - f(2)) > 0$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ có hai cực trị.

B. Phương trình $f(x) = 0$ luôn có ba nghiệm phân biệt.

C. Hàm số $f(x)$ không có cực trị.

D. Phương trình $f(x) = 0$ luôn có nghiệm duy nhất.

Lời giải.

Từ $(f(0) - f(2)) \cdot (f(3) - f(2)) > 0$ ta xét hai trường hợp

TH1.

$$\begin{cases} f(0) - f(2) > 0 \\ f(3) - f(2) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) > f(2) \\ f(3) > f(2) \end{cases}$$

Nhìn bảng bên ta thấy hàm số có một cực trị.

x	0	2	3
$f(x)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(3)$

TH2.

$$\begin{cases} f(0) - f(2) < 0 \\ f(3) - f(2) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) < f(2) \\ f(3) < f(2) \end{cases}$$

Nhìn bảng bên ta thấy hàm số có một cực trị.

x	0	2	3
$f(x)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(3)$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ chắc chắn có hai cực trị, mặt khác hàm $y = f(x)$ là hàm bậc 3 nên $y = f(x)$ chỉ có nhiều nhất hai cực trị.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1732. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là (C) và I là giao của hai tiệm cận của (C) . Điểm M di chuyển trên (C) . Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn IM bằng

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.C. $2\sqrt{2}$.D. $\sqrt{6}$.**Lời giải.**Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên $I(-1; 1)$.Điểm $M \in (C) \Rightarrow M\left(m; \frac{m+2}{m+1}\right)$.

Khi đó

$$IM = \sqrt{(m+1)^2 + \frac{1}{(m+1)^2}} \geq \sqrt{2|m+1| \cdot \frac{1}{|m+1|}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow IM \geq \sqrt{2}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của IM là $\sqrt{2}$.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1733. Tìm số tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m để phương trình $2\sin^3 2x + m \sin 2x + 2m + 4 = 4\cos^2 2x$ có nghiệm thực thuộc $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 6.

Lời giải.Đặt $t = \sin 2x$, do $x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow t \in \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Phương trình được viết lại như sau

$$2t^3 + mt + 2m + 4 = 4(1 - t^2) \Leftrightarrow m(t + 2) = -2t^2(t + 2) \Leftrightarrow m = -2t^2.$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \min_{t \in \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} (-2t^2) \leq m \leq \max_{t \in \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} (-2t^2) \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < 0.$$

Mà m là số nguyên nên $m = -1$.Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1734. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{x+m}{mx+4} \Rightarrow y' = \frac{4-m^2}{(mx+4)^2}.$$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì

$$y' > 0 \Leftrightarrow \frac{4-m^2}{(mx+4)^2} > 0 \Leftrightarrow 4-m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Do đó các giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m \in \{-1; 0; 1\}$.Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1735. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 32?A. $m = 5$.B. $m = 3$.C. $m = 4$.D. $m = 2$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4(m-1)x.$$

Để hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 32 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-1 > 0 \\ |y_{cd} - y_{ct}| \cdot |x_{ct}| = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ |(m-1)^2| \cdot |\sqrt{m-1}| = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \sqrt{m-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1736.

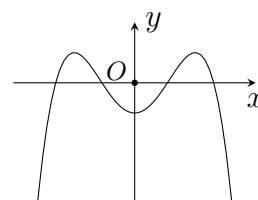
Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Xét dấu của a, b, c .

A. $a < 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

**Lời giải.**

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow -\infty$ suy ra $a < 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0 \Rightarrow b > 0$.

Lại có $y(0) = c < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1737.

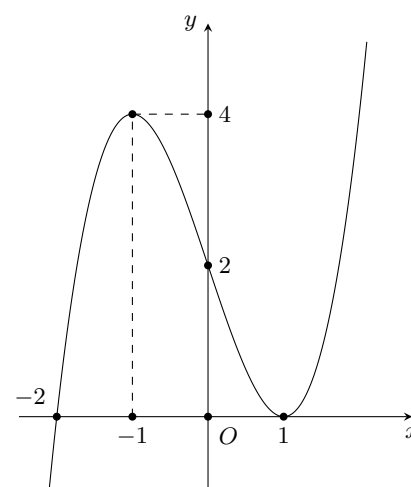
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x) - 4x$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

**Lời giải.**

Ta có $g'(x) = f'(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = x_0 \end{cases}$ ($x_0 > 1$). Trong đó, hàm $g'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua giá trị $x = x_0$. Do vậy, hàm số $g(x)$ có đúng một điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1738. Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ tại điểm $A(1; 5)$ và B là giao điểm thứ hai của d và (C) . Khi đó diện tích S của tam giác OAB bằng

A. $S = 15$.

B. $S = 12$.

C. $S = 24$.

D. $S = 6$.

Lời giải.

$$y = x^3 + 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x.$$

d là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ tại điểm $A(1; 5)$ là $y = 9(x - 1) + 5 \Leftrightarrow y = 9x - 4$.

Ta có pthđgđ: $x^3 + 3x^2 + 1 = 9x - 4$. Vậy giao điểm thứ 2 là $B(-5; -49)$.

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot d(O; d) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{6^2 + 54^2} \cdot \frac{|-4|}{\sqrt{1 + 9^2}} = 12.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1739. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |-x^3 + 3x^2 + m + 2|$ có 5 điểm cực trị?

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = -x^3 + 3x^2 + m + 2$,

$$g'(x) = -3x^2 + 6x, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = |g(x)|$ có

$$5 \text{ cực trị} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 < 0 \\ m + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -6 < m < -2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$		$m+2$	$m+6$		$-\infty$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1740. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{3x+m}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$; $y' = \frac{2m}{(x+m)^2}$.

Hàm số $y = \frac{3x+m}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ -m \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 4$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài ra.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1741. Một thanh sắt chiều dài $AB = 100$ m được cắt thành hai phần AC và CB với $AC = x$ m. Đoạn AC được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng AC và đoạn CB uốn thành tam giác đều có chu vi bằng CB . Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x \in (52; 58)$.

B. $x \in (40; 48)$.

C. $x \in (48; 52)$.

D. $x \in (30; 40)$.

Lời giải.

Theo đề các cạnh của hình vuông có độ dài là $\frac{a}{4}$, các cạnh của tam giác đều có độ dài là $\frac{100-x}{3}$.

$$\text{Ta có } S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{100-x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{(9+4\sqrt{3})}{144}x^2 - \frac{800\sqrt{3}}{144}x + \frac{40000\sqrt{3}}{144}.$$

Đây là hàm bậc hai có hệ số $a > 0$ nên hàm đạt giá trị nhỏ nhất khi

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{800\sqrt{3}}{144} \cdot \frac{144}{2 \cdot (9+4\sqrt{3})} \approx 43.5 \text{ m.}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1742.

Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên

A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		$+\infty$	
	$-\infty$			-2		

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 3x$ có $y' = 3x^2 - 3$,

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên như hình bên suy ra hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1743. Xét đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3ax + b$ với a, b là các số thực. Gọi M, N là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại hai điểm đó có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng MN bằng 1, giá trị nhỏ nhất của $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 3a = 3 \Rightarrow x^2 = 1 - a$. Suy ra $y = x(1 - a) + 3ax + b = (2a + 1)x + b$.

Phương trình đường thẳng MN là $y = (2a + 1)x + b \Leftrightarrow (2a + 1)x - y + b = 0$.

$$d(O, MN) = 1 \Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{(1 + 2a)^2 + 1}} = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 5a^2 + 4a + 2 \geq \frac{6}{5}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = -\frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1744. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + m^4$ có đồ thị là (C) . Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của (C) , S_1 và S_2 lần lượt là phần diện tích của tam giác ABC phía trên và phía dưới trục hoành.

Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m sao cho $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m^2 + 1)x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4(m^2 + 1)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 + 1 \end{cases}$$

Khi đó tọa độ 3 điểm cực trị là $A(0; m^3)$, $B(-\sqrt{m^2 + 1}; -2m^2 - 1)$, $C(\sqrt{m^2 + 1}; -2m^2 - 1)$.

Gọi M, N là giao điểm của Ox với AB, AC , H là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \text{ (do } MN \parallel BC).$$

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Suy ra O là trung điểm của AH . Suy ra $y_A = |y_B| = |y_C| \Leftrightarrow m^4 = 2m^2 + 1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{1 + \sqrt{2}}$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1745. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x$ trên đoạn $[1; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. $\frac{25}{3}$.

B. 4.

C. 5.

D. 9.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $f'(x) = -\frac{4}{x^2} + 1$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$

$$f(1) = 5, f(2) = 4, f(3) = \frac{13}{3}.$$

Suy ra $M = \max_{[1;3]} y = 5$, $m = \min_{[1;3]} y = 4$ nên $M + m = 9$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1746. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						

$\swarrow$ from $+\infty$ to 1, $\nearrow$ from 1 to 5, $\searrow$ from 5 to $-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(|x|) = 2018$ là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn và với $x \geq 0$ thì $f(|x|) = f(x)$. Do đó, từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		+	0	-	
y									

$\swarrow$ from $-\infty$ to 5, $\searrow$ from 5 to 1, $\nearrow$ from 1 to 5, $\searrow$ from 5 to $-\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$, suy ra phương trình $f(|x|) = 2018$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1747. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos^3 x + 9 \cos x + 6 \sin^2 x - 1$ là

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y = \cos^3 x + 9 \cos x + 6(1 - \cos^2 x) - 1 = \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 9 \cos x + 5$.

Đặt $t = \cos x$, ta xét hàm số $f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 5$, với $t \in [-1; 1]$.

Ta có $f'(t) = 3t^2 - 12t + 9$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \notin (-1; 1) \\ t = 3 \notin (-1; 1). \end{cases}$

$$f(-1) = -11, f(1) = 9.$$

Suy ra $\max_{[-1;1]} f(t) = 9$, $\min_{[-1;1]} f(t) = -11$.

Do đó $\max_{\mathbb{R}} y = 9$, $\min_{\mathbb{R}} y = -11$.

Từ đó $\min_{\mathbb{R}} y + \max_{\mathbb{R}} y = -11 + 9 = -2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1748. Giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{x^{2019}}{2019} - \frac{1}{2017x^{2017}} - mx + 2018$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là

A. 2018.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có $y' = x^{2018} + \frac{1}{x^{2018}} - m$.

Để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó điều kiện cần và đủ là

$$\begin{aligned} y' &\geq 0, \forall x \neq 0 \\ \Leftrightarrow x^{2018} + \frac{1}{x^{2018}} - m &\geq 0, \forall x \neq 0 \\ \Leftrightarrow m &\leq x^{2018} + \frac{1}{x^{2018}}, \forall x \neq 0 \quad (1). \end{aligned}$$

Ta lại có:

$$x^{2018} + \frac{1}{x^{2018}} \geq 2\sqrt{x^{2018} \cdot \frac{1}{x^{2018}}} = 2.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = \pm 1$.

Bởi vậy: $(1) \Leftrightarrow m \leq 2$.

Do đó, giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số đã cho luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là $m = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1749. Tìm m để hàm số $y = \frac{2 \cot x + 1}{\cot x + m}$ đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. $m \in (-\infty; -2)$.B. $m \in (-\infty; -1] \cup \left[0; \frac{1}{2}\right)$.C. $m \in (-2; +\infty)$.D. $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Đặt $t = \cot x$. Hàm số đã cho trở thành:

$$y = f(t) = \frac{2t + 1}{t + m} \Rightarrow f'(t) = \frac{2m - 1}{(t + m)^2}$$

Khi x tăng từ $\frac{\pi}{4}$ đến $\frac{\pi}{2}$ thì t giảm từ 1 về 0.

Vậy để hàm số đã cho đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $f'(t) < 0, \forall t \in (0; 1)$.

Suy ra $\begin{cases} 2m - 1 < 0 \\ -m \notin (0; 1) \end{cases}$. Giải hệ điều kiện này ta được $\begin{cases} 0 \leq m < \frac{1}{2} \\ m \leq -1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1750. Trên đường thẳng $y = 2x + 1$ có bao nhiêu điểm kẻ được đến đồ thị ($\mathcal{C}$) hàm số $y = \frac{x + 3}{x - 1}$ đúng một tiếp tuyến?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị ($\mathcal{C}$) tại điểm có hoành độ $x_0 \neq 1$ có dạng

$$y = \frac{-4}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 + 3}{x_0 - 1}.$$

Tiếp tuyến đi qua điểm $A(a; 2a + 1)$ của đường thẳng $y = 2x + 1$ khi phương trình sau có nghiệm $x_0 \neq 1$

$$2a + 1 = \frac{-4}{(x_0 - 1)^2}(a - x_0) + \frac{x_0 + 3}{x_0 - 1}.$$

Biến đổi ta được phương trình

$$ax_0^2 - 2(a + 2)x_0 + 3a + 2 = 0 \quad (*).$$

Để qua điểm A kẻ được đúng một tiếp tuyến đến đồ thị ($\mathcal{C}$) khi và chỉ khi phương trình (*) có đúng một nghiệm x_0 khác 1.

- TH1: Xét $a = 0$, khi đó phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x_0 = -1$.
- TH2: Xét $a \neq 0$, phương trình (*) có nghiệm kép khi $\Delta' = 0 \Leftrightarrow -2a^2 + 2a + 4 = 0$. Phương trình có hai nghiệm $a = -1, a = 2$. Hai nghiệm kép tương ứng là $x_0 = -1, x_0 = 2$.
- TH3: Xét phương trình (*) có nghiệm $x_0 = 1$, khi đó $a = 1$. Thử lại với $a = 1$, phương trình (*) có hai nghiệm $x_0 = 1, x_0 = 5$.

Vậy có tất cả 4 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1751. Hàm số $f(x) = |8x^4 - 8x^2 + 1|$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ tại bao nhiêu giá trị của x ?

A. 3.

B. 2.

C. 5.

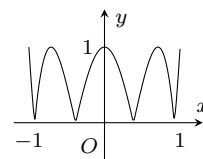
D. 4.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 8x^4 - 8x^2 + 1$ có $y' = 16x(2x^2 - 1)$.

Giải phương trình $y' = 0$ ta được các nghiệm $x = 0, x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vẽ đồ thị hàm số $f(x) = |8x^4 - 8x^2 + 1|$. Từ đồ thị ta có kết quả cần tìm.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1752. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-2)x^2 + (m-2)x + \frac{1}{3}m^2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung.

A. $m > 2$.

B. $m \leq 2$.

C. Không có giá trị m thỏa mãn.

D. $m < 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2(m-2)x + m-2$.

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu. Điều này tương đương với $x_1x_2 < 0 \Leftrightarrow m-2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1753. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	-2	$+\infty$	-2

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.
 C. Hàm số $y = |f(x)|$ có một điểm cực trị.
 D. Hàm số $y = f(|x|)$ không có cực trị.

Lời giải.

- Hàm số $y = |f(x)|$ luôn nhận giá trị không âm. Do đó, từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$ f(x) $	-2		$+\infty$		2
			0		

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$, suy ra hàm số $y = |f(x)|$ có một điểm cực trị.

- Hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn và với $x \geq 0$ thì $f(|x|) = f(x)$. Do đó, từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	-2		$+\infty$		-2
			$f(0)$		

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$, suy ra hàm số $y = f(|x|)$ có một cực trị.

Vậy mệnh đề “Hàm số $y = f(|x|)$ không có cực trị” sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1754. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 2$.
 B. $y = \frac{2x+2}{x-1}$.
 C. $y = -x^4 + 3$.
 D. $y = -x^3 - 2x^2 + 5$.

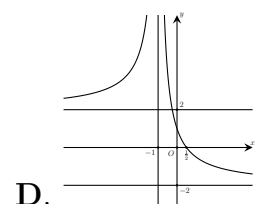
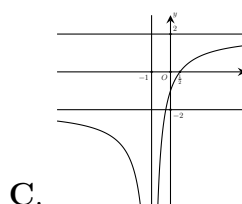
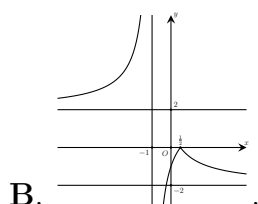
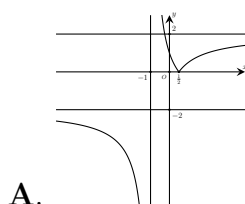
Lời giải.

- $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có tập xác định $\mathcal{D} \neq \mathbb{R}$. (loại)
 — $y = -x^4 + 3$ là hàm bậc bốn trùng phương nên không bao giờ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. (loại)
 — $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 2, y' = -3x^2 + 4x - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. (chọn)
 — $y = -x^3 - 2x^2 + 5, y' = -3x^2 - 4x$ đổi dấu 2 lần trên $\mathbb{R}$. (loại)

Chọn đáp án **A**

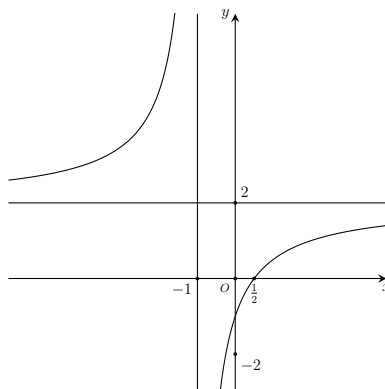
□

Câu 1755. Hàm số $y = \frac{|2x-1|}{x+1}$ có đồ thị là hình vẽ nào trong bốn phương án dưới đây?



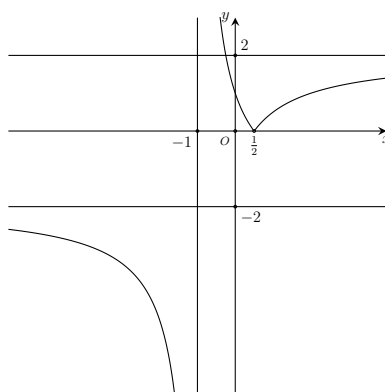
Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$



Ta có $y = \frac{|2x-1|}{x+1} = \begin{cases} \frac{2x-1}{x+1}, & \text{nếu } x \geq \frac{1}{2} \\ -\frac{2x-1}{x+1}, & \text{nếu } x < \frac{1}{2}, x \neq -1. \end{cases}$

Do đó từ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$, đồ thị hàm số $y = \frac{|2x-1|}{x+1}$ thu được bằng cách giữ nguyên phần đồ thị ứng với $x \geq \frac{1}{2}$ và lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị ứng với $x < \frac{1}{2}, x \neq -1$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1756. Cho ba số dương x, y, z theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{\sqrt{x^2 + 8yz} + 3}{\sqrt{(2y+z)^2 + 6}}$.

A. $\frac{5}{2\sqrt{2}}$.

B. $\frac{5}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{6}{\sqrt{10}}$.

D. $\frac{6}{\sqrt{15}}$.

Lời giải.

x, y, z theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên ta có $x + z = 2y$. Do đó

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x^2 + 4(x+z)z} + 3}{\sqrt{(x+2z)^2 + 6}} \\ &= \frac{\sqrt{x^2 + 4xz + 4z^2} + 3}{\sqrt{(x+2z)^2 + 6}} \\ &= \frac{|x+2z| + 3}{\sqrt{(x+2z)^2 + 6}} \\ &= \frac{t+3}{\sqrt{t^2+6}}. \quad (\text{với } t = |x+2z|, \text{ĐK: } t \geq 0) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t+3}{\sqrt{t^2+6}}, \quad t \in [0; +\infty)$

Ta có

$$f'(t) = \frac{\sqrt{t^2+6} - \frac{t(t+3)}{\sqrt{t^2+6}}}{t^2+6} = \frac{t^2+6-t^2-3t}{(\sqrt{t^2+6})^3} = \frac{6-3t}{(\sqrt{t^2+6})^3}.$$

Bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$\frac{5}{\sqrt{10}}$		

Vậy $\max P = \max_{[0;+\infty)} f(t) = f(2) = \frac{5}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1757. Cho biết hai đồ thị của hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = mx^4 + nx^2 - 1$ có chung ít nhất một điểm cực trị. Tính tổng $1015m + 3n$.

A. 2018.

B. 2017.

C. -2017.

D. -2018.

Lời giải.

Đặt

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 2, f'(x) = 4x^3 - 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(0) = 2 \\ x = \pm 1 \Rightarrow f(\pm 1) = 1. \end{cases}$$

$$g(x) = mx^4 + nx^2 - 1, g'(x) = 4mx^3 + 2nx.$$

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có một điểm cực trị là $(0; -1)$ khác $(0; 2)$ nên để đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có chung ít nhất một điểm cực trị thì chúng phải có chung hai điểm cực trị là $(-1; 1)$ và $(1; 1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} g(1) = 1 \\ g'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + n - 1 = 1 \\ 4m + 2n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 4. \end{cases}$$

Vậy $1015m + 3n = -2018$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1758.

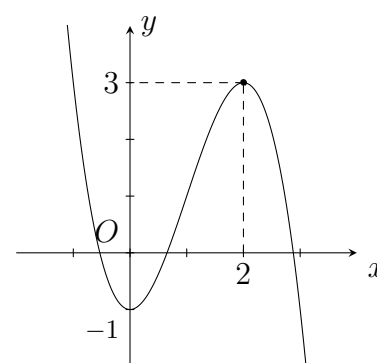
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m + 1$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $-1 < m < 3$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $-2 \leq m \leq 2$.

D. $-1 \leq m \leq 3$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy để phương trình có ba nghiệm phân biệt khi

$$-1 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy $-2 < m < 2$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1759. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-mx+1}$ có đúng ba đường tiệm cận.

A. $m \in \left\{-2; 2; \frac{5}{2}\right\}$.

B. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in (-2; 2)$.

D. $m \in (-\infty; -2) \cup \left(2; \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x^2 - mx + 1 \neq 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2-mx+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{m}{x} + \frac{1}{x^2}} = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là một đường tiệm

cận của đồ thị hàm số đã cho.

Đồ thị hàm số đã cho có đúng ba tiệm cận khi $x^2 - mx + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2, tức là

$$\begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 4 - 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}$$

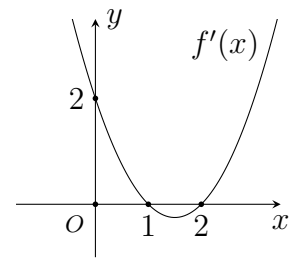
Vậy $m \in (-\infty; -2) \cup \left(2; \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1760.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2; +\infty)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. C. $(1; 2)$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.



Lời giải.

Ta có $y' = [f(1-2x)]' = -2f'(1-2x)$.

Từ đồ thị, ta có $[f(1-2x)]' > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow 1 < 1-2x < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$.

Vậy hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1761. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là: $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Ta có

— $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.

— $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = 0 \Rightarrow x = -1$ không là tiệm cận đứng.

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1762. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	—	
$f(x)$	$+\infty$	0

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	—		—
$g(x)$	0	$+\infty$	0

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Phương trình $f(x) = g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty; 0)$.
- B. Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có nghiệm với mọi m .
- C. Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có 2 nghiệm với mọi $m > 0$.
- D. Phương trình $f(x) = g(x) - 1$ không có nghiệm.

Lời giải.

- Trên khoảng $(-\infty; 0)$ ta có: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ nên phương trình $f(x) = g(x)$ không có nghiệm thuộc $(-\infty; 0)$.
- Xét hàm số $y = f(x) + g(x)$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	—		—
y	$+\infty$	$+\infty$	0

Từ bảng biến thiên suy ra:

- Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có nghiệm với mọi m .
- Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có 2 nghiệm với mọi $m > 0$.

Vậy mệnh đề “Phương trình $f(x) = g(x) - 1$ không có nghiệm” là mệnh đề **sai**.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1763. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0; 3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $4 < m \leq 8$. B. $0 < m \leq 2$. C. $2 < m \leq 4$. D. $m > 8$.

Lời giải.

Ta có $y' = m - \frac{36}{(x+1)^2}$.

- Với $m \leq 0$, hàm số nghịch biến trên $[0; 3]$ nên $\min_{x \in [0; 3]} y = y(3) = 3m + 9$.

Suy ra $3m + 9 = 20 \Leftrightarrow m = \frac{11}{3}$ (không thỏa mãn).

— Với $m > 0$, ta có: $y' = \frac{m(x+1)^2 - 36}{(x+1)^2}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x+1 = \pm \frac{6}{\sqrt{m}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \frac{6}{\sqrt{m}} \\ x = -1 - \frac{6}{\sqrt{m}} \text{ (loại)} \end{cases}.$$

– Khi $0 \leq -1 + \frac{6}{\sqrt{m}} \leq 3 \Leftrightarrow \frac{9}{4} \leq m \leq 36$, ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	0	$-1 + \frac{6}{\sqrt{m}}$	3
y'	—	0	+
y	36	$-m + 12\sqrt{m}$	$3m + 9$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra

$$\min_{x \in [0;3]} y = y\left(-1 + \frac{6}{\sqrt{m}}\right) = -m + 12\sqrt{m} = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 100 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

– Khi $-1 + \frac{6}{\sqrt{m}} > 3 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$, ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	0	3
y'		–
y	36	$3m + 9$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $\min_{x \in [0;3]} y = y(3) = 3m + 9 = 20 \Leftrightarrow m = \frac{11}{9}$ (loại).

Vậy giá trị nhỏ nhất bằng 20 khi $m = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1764. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$.

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

Phương trình $2|f(x)| - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{1}{2} & (1) \\ f(x) = -\frac{1}{2} & (2) \end{cases}$. Dễ thấy, nghiệm của phương trình (1) và phương

trình (2) (nếu có) thì không trùng nhau.

Xét hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và hai đường thẳng $(d_1): y = \frac{1}{2}; (d_2): y = -\frac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng (d_1) và (d_2) đều cắt (C) tại 3 điểm phân biệt. Suy ra phương trình (1) và (2) đều có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $2|f(x)| - 1 = 0$ có 6 nghiệm.

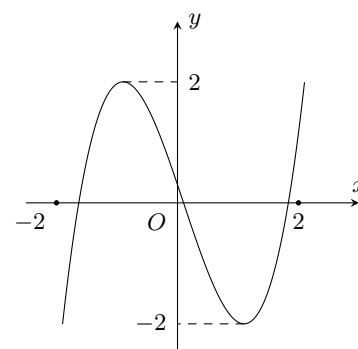
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1765.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx = d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 5. B. 9. C. 3. D. 7.



Lời giải.

Đặt $t = f(x)$, phương trình $f(f(x)) = 0$ trở thành $f(t) = 0$. Nhìn vào đồ thị thấy phương trình này có 3 nghiệm t thuộc khoảng $(-2; 2)$, với mỗi giá trị t như vậy phương trình $f(x) = t$ có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 9 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1766. Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 2$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = b - a$.

- A. $T = 2 + \sqrt{3}$. B. $T = 1 + \sqrt{3}$. C. $T = 2 - \sqrt{3}$. D. $T = 3 - \sqrt{3}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x - m$ xác định trên $\mathbb{R}$. Ta có $y' = 3(x^2 - 2mx + 3)$.

Điều kiện hàm số có cực trị: $m^2 - 3 > 0$. Lúc này theo Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$.

Theo giả thiết $|x_1 - x_2| \leq 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \leq 4$.

Mà m dương nên $3 < m^2 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{3} < m \leq 2$.

Vậy $a = \sqrt{3}, b = 2 \Rightarrow b - a = 2 - \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1767. Số điểm cực trị của hàm số $y = (x + 2)^3(x - 4)^4$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = [(x + 2)^3]'(x - 4)^4 + (x + 2)^3[(x - 4)^4]' = 3(x + 2)^2(x - 4)^4 + (x + 2)^3 \cdot 4(x - 4)^3$$

$$y' = (x + 2)^2(x - 4)^3 [3(x - 4) + 4(x + 2)] = (x + 2)^2(x - 4)^3(7x - 4).$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		$\frac{4}{7}$		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$								$+\infty$

Chọn đáp án **A**

Câu 1768. Tất cả giá trị của m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 64 là

- D.** $m = \sqrt[5]{2}$; $m = -\sqrt[5]{2}$.

Lời giải.

Ta có đạo hàm $y' = 4x^3 - 16m^2x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2m. \end{cases}$$

Do đó với điều kiện $m \neq 0$ hàm số có 3 cực trị tạo thành tam giác cân ABC với $A(0; 1)$, $B(2m; -16m^4 + 1)$ và $C(-2m; -16m^4 + 1)$.

Ta có $BC = |4m|$ và chiều cao $AH = |-16m^4|$.

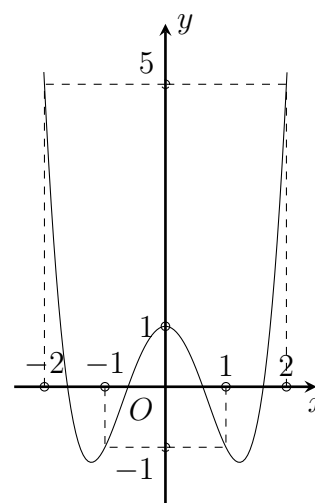
Theo đề bài thì $S_{\triangle ABC} = 64 \Leftrightarrow \frac{1}{2} |4m| |16m^4| = 64 \Leftrightarrow |m|^5 = 2 \Leftrightarrow m = \pm \sqrt[5]{2}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 1769.

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + 2m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là

- D.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{5}{8}$.



Lời giải.

Theo đồ thị trên hình vẽ, ta thấy đồ thị đi qua các điểm $A(0; 1)$, $B(1; -1)$ và $C(2; 5)$. Do đó ta có

$$\text{hệ phương trình } \begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = -1 \\ 16a + 4b + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = 1 \\ b = -2. \end{cases}$$

Ta có $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$. Do đó $f'(x) = 4x^3 - 6x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$+\infty$				
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{5}{4}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\frac{5}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) + 2m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-\frac{5}{4} < -2m < 1$.

Vậy $-\frac{1}{2} < m < \frac{5}{8}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1770. Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{4})$ là

- A. $(-2; 2)$. B. $[1; 2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{m}{4}\right\}$ và $y' = \frac{m^2-4}{(m-4x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{4}) \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (-\infty; \frac{1}{4})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \frac{m}{4} \geq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1771. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 12x + 3(m+2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + m + 2 = 0$ (*).

Hàm số có hai điểm cực trị x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2 \Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - (m+2) > 0 \\ x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1772. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

- A. 0. B. -2. C. -1. D. $-\sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x(x-1)}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	-1	$-\sqrt{2}$	1

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{\mathbb{R}} y = -\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1773. Biết đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là

A. $4 < m < 5$.

B. $5 < m < 6$.

C. $3 < m < 4$.

D. $m > 6$ hoặc $m < 5$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ xác định trên $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, có $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2$.

Hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.

Bởi vậy, đồ thị $(C_1): y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ được suy ra từ $(C): f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ như sau:

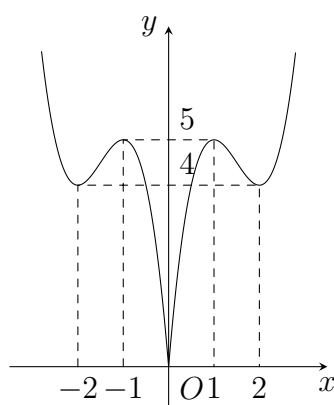
+ Một phần của đồ thị (C_1) ứng với $x \geq 0$ là phần đồ thị (C) bên phải trục tung.

+ Lấy đối xứng với phần nêu trên qua trục tung ta được đồ thị (C_1) ứng với $x < 0$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ như sau:

x	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	0	5	4	$+\infty$	

Như vậy đồ thị (C_1) có dạng:



Từ đồ thị (C_1) hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$, suy ra đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị (C_1) tại 6 điểm phân biệt khi và chỉ khi $4 < m - 1 < 5 \Leftrightarrow 5 < m < 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

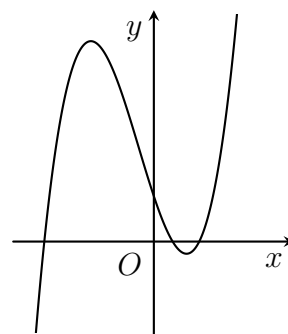
Câu 1774. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.

Vì đồ thị cắt trục Oy tại điểm nằm phía trên trục hoành nên $d > 0$.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$; $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên $c < 0$.

Ta có $f''(x) = 6ax + 2b$; $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$.

Dựa vào đồ thị thấy hoành độ điểm uốn âm nên $-\frac{b}{3a} < 0 \Leftrightarrow \frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$ (do $a > 0$).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1775. Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - (3m + 2)x + 2$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 là

A. $m = \frac{1}{3}$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = 4$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2x - (3m + 2)$.

Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$x_1, x_2 \text{ sao cho } |x_1 - x_2| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 3m + 2 > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2^2 + 4(3m + 2) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 12m = 4 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{3}.$$

Vậy $m = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1776. Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3000 lít. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

A. 6490123 đồng.

B. 7500000 đồng.

C. 5151214 đồng.

D. 6500000 đồng.

Lời giải.

Gọi x là chiều rộng bể, chiều dài bể là $2x$, diện tích đáy là $2x^2$. Do thể tích bể là $V = 3000$ lít $= 3$ m³ nên chiều cao bể là $\frac{3}{2x^2}$. Diện tích xây dựng là diện tích toàn phần của bể là

$$S = 2 \left(2x^2 + x \cdot \frac{3}{2x^2} + 2x \cdot \frac{3}{2x^2} \right) = 2 \left(2x^2 + \frac{9}{2x} \right) = 4x^2 + \frac{9}{x} + \frac{9}{x} \geq 3\sqrt[3]{81}.$$

Vậy diện tích xây dựng ít nhất là $S = 9\sqrt[3]{3}$ khi và chỉ khi $4x^2 = \frac{9}{2x} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt[3]{9}}{2}$.

Chi phí xây dựng ít nhất là $9\sqrt[3]{3} \cdot 500000 \approx 6490123$ đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1777. Biết đường thẳng $d: y = 2x + m$ (m là tham số thực) cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M và N . Giá trị của m sao cho độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất là

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Xét phương trình

$$2x + m = \frac{x+3}{x+1} \Leftrightarrow 2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0 \quad (1).$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta = (m+1)^2 - 8(m-3) > 0 \\ 2 - m - 1 + m - 3 = -2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \forall m.$$

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của (1) thì $M(x_1; 2x_1 + m), N(x_2; 2x_2 + m)$. Khi đó

$$MN^2 = (x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2 = \frac{5}{4} [(m-3)^2 + 16] \geq 20.$$

Vậy MN nhỏ nhất bằng $2\sqrt{5}$ khi $m = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1778. Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ là

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = 3$. D. $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3 \quad (1).$$

Khi đó,

$$x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^2 - 2 \cdot \frac{m}{3} = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

So với điều kiện (1) ta được $m = \frac{3}{2}$ thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1779. Điểm cực tiểu của hàm số $y = x\sqrt{4-x^2}$.

- A. $x = -2\sqrt{3}$. B. $x = 2$. C. $x = -\sqrt{2}$. D. $x = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [-2; 2]$. Ta có

$$y' = \sqrt{4-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}};$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.$$

Từ bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x = -\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

x	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2
y'	- 0 + 0 -			
y	0			
		-2	2	0

Câu 1780. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x + m^2}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng 14.

- A. $m = \pm 5$. B. $m = \pm 2\sqrt{3}$. C. $m = 5$. D. $m = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $y' = \frac{-1 - m^2}{(x - 1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Do đó hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $[2; 3]$.

Suy ra $y(3)$ là giá trị nhỏ nhất.

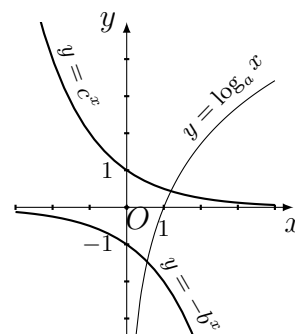
Theo đề bài $y(3) = 14 \Leftrightarrow \frac{3 + m^2}{2} = 14 \Leftrightarrow m = \pm 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1781.

Xét các hàm số $y = \log_a x$, $y = -b^x$, $y = c^x$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó a, b, c là các số thực dương khác 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a \frac{b}{c} > 0$. B. $\log_{ab} c > 0$.
C. $\log_b \frac{c}{a} < 0$. D. $\log_c (a + b) > 1 + \log_c 2$.



Lời giải.

Từ hình vẽ ta có: $a > 1, b > 1, 0 < c < 1$.

Do đó $\left. \begin{array}{l} \frac{b}{c} > 1 \\ a > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_a \frac{b}{c} > \log_a 1 = 0 \Rightarrow \log_a \frac{b}{c} > 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1782. Cho số thực a và hàm số $y = \sqrt{ax^2 + 2018x + 2019} - \sqrt{ax^2 + 2017x + 2018}$. Số tiệm cận nhiều nhất nếu có của đồ thị hàm số trên là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Dễ thấy nếu $a < 0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $a = 0$, $y = \frac{x + 1}{\sqrt{2018x + 2019} + \sqrt{2017x + 2018}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - \alpha x) = +\infty$ hoặc $-\infty$ khi $\alpha \neq 0$ cho nên đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $a > 0$, $y = \frac{x + 1}{\sqrt{ax^2 + 2018x + 2019} + \sqrt{ax^2 + 2017x + 2018}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2\sqrt{a}}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2\sqrt{a}}$ suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1783. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1 - x^2} + 2\sqrt[3]{(1 - x^2)^2}$. Hỏi điểm $A(M; m)$ thuộc đường tròn nào sau đây?

- A. $x^2 + (y - 1)^2 = 4$. B. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$.
C. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 4$. D. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt[6]{1 - x^2}$, với $-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq t \leq 1$.

Có $y = f(t) = t^3 + 2t^4$, $f'(t) = 3t^2 + 8t^3 \geq 0, \forall t \in [0; 1]$ nên $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$.

Vậy $\max y = \max_{t \in [0;1]} f(t) = f(1) = 3$ và $\min y = \min_{t \in [0;1]} f(t) = f(0) = 0$.

Vậy $A(3;0)$, thay tọa độ A vào từng đáp án, ta nhận đường tròn $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1784. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 1 \right|$ trên $\left(-\frac{8}{9}; 3\right)$. Biết $M = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$. Tính $S = a + b^3$.

A. $S = 32$.

B. $S = 128$.

C. $S = 3$.

D. $S = 2$.

Lời giải.

$$\text{Xét } f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 1, f'(x) = 2x^2 - 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như hình vẽ

x	$-\frac{8}{9}$	0	2	3	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	$-\frac{2293}{2187}$	$\nearrow$ 1	$\searrow$ $-\frac{5}{3}$	$\nearrow$ 1	

Từ bảng biến thiên, trên $\left(-\frac{8}{9}; 3\right)$ ta có $\min f(x) = -\frac{5}{3}$ và $\max f(x) = 1$.

Nên $M = \max \left\{ \left| -\frac{5}{3} \right|, |1| \right\} = \frac{5}{3}$, vậy $a = 5$, $b = 3$, suy ra $S = 5 + 3^3 = 32$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1785. Gọi $S = \left(-\infty; \frac{a}{b}\right]$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$, là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 3$ có hai nghiệm phân biệt. Tính $B = a^2 - b^3$.

A. $B = 334$.

B. $B = -440$.

C. $B = 1018$.

D. $B = 8$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Có } \sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ 2x^2 + mx + 1 = x^2 + 6x + 9 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ m = \frac{-x^2 + 6x + 8}{x} \end{cases} \quad (\text{vì } x = 0 \text{ không là nghiệm}) \end{aligned}$$

$$\text{Xét } f(x) = \frac{-x^2 + 6x + 8}{x}, f'(x) = \frac{-x^2 - 8}{x^2} < 0, \forall x \geq -3.$$

Ta có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Từ bảng biến thiên, ta suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m \leq \frac{19}{3}$.

Vậy $a = 19$ và $b = 3$, nên suy ra $B = a^2 - b^3 = 334$.

x	-3	0	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	$\frac{19}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1786. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như dưới đây:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+		-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		0	$\nearrow$	$+\infty$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{27}{4}$	$\nearrow$

Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $m < 0$. B. $m > 0$. C. $0 < m < \frac{27}{4}$. D. $m > \frac{27}{4}$.

Câu 1787. Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 1788. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

- A. 2. B. 9. C. 3. D. 7.

Câu 1789. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin^3 x - 3 \cos^2 x - m \sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $m > -3$. B. $m \leq 0$. C. $m \leq -3$. D. $m > 0$.

Lời giải.

Đặt $\sin x = t, x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0; 1]$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$.

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 6t - m$.

Để hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$ cần:

$$f'(t) \geq 0, \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0 \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t \geq m \forall t \in [0; 1]$$

Xét hàm số $g(t) = 3t^2 + 6t; g'(t) = 6t + 6; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

t	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(t)$		-	0	+		+			
$g(t)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\nearrow$	9	$\nearrow$	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy với $m \leq 0$ thì hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$, hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1790. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 2}$

trên tập hợp $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Tính giá trị T của $m \cdot M$.

- A. $T = \frac{1}{9}$. B. $T = \frac{3}{2}$. C. $T = 0$. D. $T = -\frac{3}{2}$.

Câu 1791. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Áp dụng công thức giải nhanh cực trị, ta có:

$$\begin{cases} ab < 0 \\ R = \frac{b^3 - 8a}{8|a|b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m < 0 \\ 1 = \frac{-8m^3 - 8}{8 \cdot (-2m)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -8m^3 + 16m - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị thực m thỏa mãn yêu cầu bài toánChọn đáp án **(B)** □**Câu 1792.** Cho $x, y \in [0; +\infty)$ và $x + y = 1$. Biết $m \in [a; b]$ thì phương trình $(5x^2 + 4y)(5y^2 + 4x) + 40xy = m$ có nghiệm thực. Tính giá trị biểu thức $T = 25a + 16b$.A. $T = 829$.B. $T = 825$.C. $T = 816$.D. $T = 820$.**Lời giải.**

Xét phương trình $(5x^2 + 4y)(5y^2 + 4x) + 40xy = m \Leftrightarrow 25(xy)^2 + 20(x^3 + y^3) + 56xy = m$
 $\Leftrightarrow 25(xy)^2 + 20(x + y)^3 - 60xy(x + y) + 56xy = m$, với $x + y = 1$ ta được $25(xy)^2 - 4xy + 20 = m$.

Theo giả thiết $\begin{cases} x, y \in [0; +\infty) \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq xy \leq \frac{1}{4}$. Đặt $xy = t \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$, ta được $25t^2 - 4t + 20 = m$.

Xét hàm số $y = 25t^2 - 4t + 20$, với $t \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$, ta có $y' = 50t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{25}$, ta được BBT

t	0	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{4}$	
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$	20	$\frac{496}{25}$	$\frac{329}{16}$	

Dựa vào BBT ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \in \left[\frac{496}{25}; \frac{329}{16}\right] \Rightarrow S = 25a + 16b = 825$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1793.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^4 - m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ.A. $m = 2$.B. $m = 3$.C. $m = 1$.D. $m = \frac{1}{2}$.**Lời giải.**

Xét hàm số có $y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m. \end{cases}$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$, khi đó tọa độ ba điểm cực trị là $A(0; 2m^4 - m)$, $B(\sqrt{m}; 2m^4 - m^2 - m)$ và $C(-\sqrt{m}; 2m^4 - m^2 - m)$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow 2m^4 - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases} \Rightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1794.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Khi đó ta có $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{\frac{x-3}{x+3}} = 0$.

Mặt khác ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{3}{x}}{\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có phương trình tiệm cận đứng là $x = -3$ và hai tiệm cận ngang là $y = 1, y = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1795. Cho hàm số $f(x) = x^2(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9)(x^2 - 16)$. Hỏi phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9)(x^2 - 16) = 0$ (*).

Suy ra phương trình (*) có tập nghiệm là $S = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

Xét dấu $f(x)$ ta có

x	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số có 9 cực trị. Do đó phương trình $f'(x) = 0$ có 9 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1796. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	3	$-\infty$	

Với giá trị nào của tham số m , phương trình $f(|x| + m) = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y					
	$-\infty$	3	$-\infty$	3	$-\infty$

- Nếu $m > 0$ thì từ đồ thị $y = f(|x|)$ tịnh tiến sang trái m đơn vị được đồ thị $y = f(|x| + m)$.

- Nếu $m < 0$ thì từ đồ thị $y = f(|x|)$ tịnh tiến sang phải $|m|$ đơn vị được đồ thị $y = f(|x| + m)$.

Do đó phương trình $f(|x| + m) = 0$ có nhiều nhất 4 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1797. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2(m - 10)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng -5 .

- A. $m = -8$. B. $m = \frac{15}{2}$. C. $m = 8$. D. $m = -15$.

Lời giải.

• $f'(x) = 9x^2 - 8x$. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{8}{9} \end{cases}$.

- Ta có bảng biến thiên

x	1	3
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$2m - 21$	$2m + 25$

- Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng $-5 \Leftrightarrow 2m - 21 = -5 \Leftrightarrow m = 8$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1798. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = (m+4)x + \sin x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{9} \sin 3x$ đồng biến trên tập xác định.

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

• $y' = (m+4) + \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x = \frac{4}{3} \cos^3 x + \cos^2 x + \frac{7}{2} + m$.

•

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow y' \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$
 $\Leftrightarrow \frac{4}{3} \cos^3 x + \cos^2 x + \frac{7}{2} \geq -m$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ (1)

- Đặt $t = \cos x$ ($t \in [-1; 1]$) và $f(t) = \frac{4}{3}t^3 + t^2 + \frac{7}{2}$. Ta có (1) $\Leftrightarrow f(t) \geq -m$ với mọi $t \in [-1; 1]$.

• $f'(t) = 4t^2 + 2t$ nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\frac{19}{6}$	$\frac{43}{12}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{35}{6}$	

- Từ bảng biến thiên ta có $f(t) \geq -m$ với mọi $t \in [-1; 1] \Leftrightarrow \frac{19}{6} \geq -m \Leftrightarrow m > -\frac{19}{6}$. Vậy số giá trị nguyên âm của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 3.

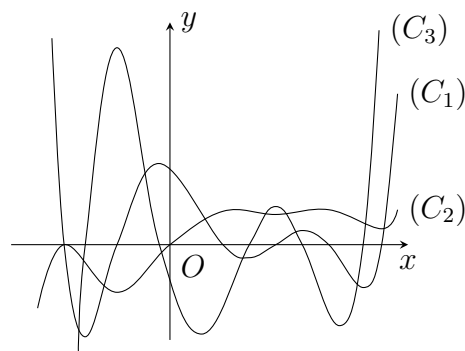
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1799.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ lần lượt là các đường nào trong hình vẽ sau?

- A. $(C_1), (C_3), (C_2)$. B. $(C_3), (C_2), (C_1)$.
C. $(C_2), (C_3), (C_1)$. D. $(C_2), (C_1), (C_3)$.



Lời giải.

Nhận xét: Sử dụng tính chất

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi x qua x_0 thì $f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 .
- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi x qua x_0 thì $f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1800. Trên đường thẳng $\Delta: y = 9x - 7$ có bao nhiêu điểm có hoành độ nguyên thuộc đoạn $[0; 10]$ mà từ đó kẻ được đúng 3 tiếp tuyến đến đồ thị $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

- A. 6. B. 9. C. 8. D. 7.

Lời giải.

- Xét điểm $M(m; 9m - 7) \in \Delta$. Đường thẳng d đi qua điểm M và có hệ số góc k có phương trình $y = k(x - m) + 9m - 7$.

$$\begin{aligned} & d \text{ là tiếp tuyến của } (C) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2 = k(x - m) + 9m - 7 \\ k = 3x^2 + 6x \end{cases} \\ \Leftrightarrow & (x - 1)[2x^2 + (5 - 3m)x - 9m + 5] = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 + (5 - 3m)x - 9m + 5 = 0. \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

Qua M kẻ được 3 tiếp tuyến $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 12 - 12m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > \frac{1}{3} \\ m \neq 1. \end{cases}$$

- Kết hợp với điều kiện m nguyên thuộc $[0; 10]$, ta có 9 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1801. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\swarrow \quad \quad \quad \nearrow \quad \quad \quad \searrow$ $\quad \quad \quad -1 \quad \quad \quad 3 \quad \quad \quad -\infty$					

Phương trình $f(2 - x) - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thực hiện các bước sau

- Đối xứng đồ thị $y = f(x)$ qua trục Oy ta thu được đồ thị $y = f(-x)$.
- Tịnh tiến đồ thị $y = f(-x)$ sang phải 2 đơn vị ta thu được đồ thị $y = f(-x + 2)$.

Hàm số $y = f(-x + 2)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$ 3 $\searrow$		-1	$\nearrow$ $+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(2 - x) - 1 = 0$ (1) bằng số giao điểm hai đồ thị $y = f(2 - x)$ và $y = 1$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1802. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 1)x^2 + (6m + 5)x - 1$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6(m + 1)x + 6m + 5$ và $\Delta_{y'} = 9m^2 - 6$.

Để y đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ thì $y' \geq 0$ với mọi $x \in (2; +\infty)$.

Xét hai trường hợp

$$\text{— } \Delta_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{6}}{3} \leq m \leq \frac{\sqrt{6}}{3}. \quad (1)$$

— Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 \leq 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ ay'(2) \geq 0 \\ \frac{S}{2} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{\sqrt{6}}{3} \text{ hoặc } m > \frac{\sqrt{6}}{3} \\ -6m + 5 \geq 0 \\ 6(m + 1) < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{\sqrt{6}}{3} \text{ hoặc } m > \frac{\sqrt{6}}{3} \\ m \leq \frac{5}{6} \\ m < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Do m là số nguyên dương và kết hợp (1), (2) ta suy ra không có giá trị m nào thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1803. Cho hàm số $y = -x^3 + 4x^2 + 1$ có đồ thị là (C) và điểm $M(m; 1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để qua M kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị (C) . Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. $\frac{40}{9}$.C. $\frac{16}{9}$.D. $\frac{20}{3}$.**Lời giải.**

Ta có $y' = f'(x) = -3x^2 + 8x$.

Phương trình tiếp tuyến Δ tại $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ có dạng $\Delta: y - y_0 = (-3x_0^2 + 8x_0)(x - x_0)$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 &M(m; 1) \in \Delta \\
 \Leftrightarrow &1 + x_0^3 - 4x_0^2 - 1 = (-3x_0^2 + 8x_0)(m - x_0) \\
 \Leftrightarrow &2x_0^3 - (3m + 4)x_0^2 + 8mx_0 = 0 \\
 \Leftrightarrow &\begin{cases} x_0 = 0 \\ 2x_0^2 - (3m + 4)x_0 + 8m = 0. \end{cases} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Qua M kẻ được đúng 2 tiếp tuyến khi phương trình (1) có đúng một nghiệm khác 0

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 9m^2 - 40m + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \\ m = \frac{4}{9}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Khi đó $S = \left\{0; 4; \frac{4}{9}\right\}$.

Vậy tổng giá trị các phần tử của S bằng $0 + 4 + \frac{4}{9} = \frac{40}{9}$.

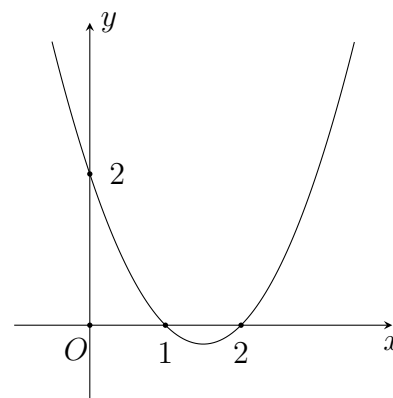
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1804.

Cho hàm số $y = f(x)$, biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2x - 3x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$.



Lời giải.

Đặt $u(x) = 2x - 3x^2 = \frac{1}{3} - 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 \leq \frac{1}{3}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, suy ra $f'(u) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f(2x - 3x^2) = f(u(x))$ suy ra

$$f'(u(x)) = f'(u) \cdot u'(x) = (2 - 6x) \cdot f'(u).$$

Khi đó hàm số $y = f(2x - 3x^2)$ đồng biến khi

$$y' > 0 \Leftrightarrow f'(u(x)) > 0 \Leftrightarrow 2 - 6x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1805. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m trong khoảng $(-3; 5)$ để đồ thị hàm số $y = x^4 + (m - 5)x^2 - mx + 4 - 2m$ tiếp xúc với trục hoành?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} & x^4 + (m-5)x^2 - mx + 4 - 2m = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+1)(x-2)(x^2 + x + m - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x^2 + x + m - 2 = 0. \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

Để đồ thị hàm số $y = x^4 + (m-5)x^2 - mx + 4 - 2m$ tiếp xúc với trục hoành thì phương trình (1) phải có nghiệm $x = -1$ hoặc $x = 2$ hoặc có nghiệm kép khác -1 và -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 1 + m - 2 = 0 \\ 4 + 2 + m - 2 = 0 \\ 1 - 4(m - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -4 \text{ (loại)} \\ m = \frac{9}{4}. \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn đề.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1806. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ 3x^2 - mx\sqrt{x} + 16 = 0 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $[8; 16]$.

B. $[0; 19]$.

C. $[0; 1]$.

D. $[8; 19]$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 0$.

Bất phương trình thứ nhất tương đương với $(x-1)(x-4) \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$.

Phương trình thứ hai tương đương với $m = \frac{3x^2 + 16}{x\sqrt{x}}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 16}{x\sqrt{x}}$ trên đoạn $[1; 4]$ ta có $f'(x) = \frac{3(x^2 - 16)}{2x^2\sqrt{x}} \leq 0, \forall x \in [1; 4]$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	1	4
$f'(x)$	—	
$f(x)$	19	8

Vậy hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [8; 19]$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1807. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m2^x + 2^{-x} = 5$ có nghiệm duy nhất là

A. $m \leq 0$ hoặc $m = \frac{25}{4}$.

B. $0 < m \leq \frac{25}{4}$.

C. $m = \frac{25}{4}$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $m = \frac{5 - 2^{-x}}{2^x} = \frac{5 \cdot 2^x - 1}{4^x}$. (*)

Xét hàm số $f(x) = \frac{5 \cdot 2^x - 1}{4^x}$ trên $\mathbb{R}$ ta có $f'(x) = \frac{(2 - 5 \cdot 2^x) \ln 2}{4^x}$.

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2^x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{5}{2}$, mà $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ nên bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$\log_2 \frac{5}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{25}{4}$	0

Từ đó suy ra phương trình (*) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m \leq 0$ hoặc $m = \frac{25}{4}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1808. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x(x-1)(x+1)(x+2) = m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$ là

A. $m \in [-1; 0]$.

B. $m \in [-1; 1]$.

C. $m \in [0; 1]$.

D. $m \in [0; 2]$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x(x-1)(x+1)(x+2) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$ trên đoạn $[0; 1]$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x - 2$, khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ như sau:

x	0	$\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$	1
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	0	-1	0

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$ khi $m \in [-1; 0]$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1809. Có bao nhiêu số nguyên của tham số m để phương trình $x - \frac{m}{4} + \frac{4}{x+1} = 0$ có nghiệm $x \in [0; 4]$?

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $x - \frac{m}{4} + \frac{4}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x + \frac{4}{x+1} = \frac{m}{4}$.

Đặt $y = f(x) = x + \frac{4}{x+1}$ ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ như sau:

x	0	1	4
y'	—	0	+
y	4	3	$\frac{24}{5}$

Từ đó ta thấy phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow 3 \leq \frac{m}{4} \leq \frac{24}{5} \Leftrightarrow 12 \leq m \leq 19, 2$.

Vậy ta có 8 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1810. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị trên trục tung và B, C là hai điểm cực trị còn lại. Tích của tất cả các phần tử trong tập S bằng

A. 8.

B. -8.

C. 4.

D. -4.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Khi đó ta có $A(0; m)$, $BC = 2\sqrt{m+1}$.

Vậy $OA = BC \Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 + 2\sqrt{2} \\ m = 2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$ (thỏa mãn $m > -1$).

Suy ra $S = \{2 - 2\sqrt{2}; 2 + 2\sqrt{2}\}$ và tích các phần tử trong S bằng -4.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1811. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2+1} + x^2}{x(x-1)}$ có hai tiệm cận ngang.

A. Không tồn tại m .

B. $m < 0$.

C. $m \geq 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải.

Ta xét hai trường hợp

— Nếu $m \geq 0$, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{mx^2+1} + x^2}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{m}{x^2} + \frac{1}{x^4}} + 1}{1 - \frac{1}{x}} = 1$.

Và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{mx^2+1} + x^2}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{m}{x^2} + \frac{1}{x^4}} + 1}{1 - \frac{1}{x}} = 1$.

Do đó hàm số luôn có một tiệm cận ngang là $y = 1$ khi $m \geq 0$.

— Nếu $m < 0$ khi đó hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \left[-\frac{1}{\sqrt{m}}; \frac{1}{\sqrt{m}}\right] \setminus \{0; 1\}$ nên hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy không có giá trị m nào thỏa bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1812. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2$. Trong các khoảng dưới đây, hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 2)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-\infty; -3) \cup (0; 3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x \cdot f'(x^2) = 2x^5(x^2 - 9) \cdot (x^2 - 4)^2$.

$y' > 0 \Leftrightarrow x^5 \cdot (x^2 - 9) > 0 \Leftrightarrow x \in (-3; 0) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1813. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$. Gọi d_1, d_2 lần lượt là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x) = xf(2x-1)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$. Biết rằng hai đường thẳng d_1, d_2 vuông góc với nhau, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sqrt{2} < |f(1)| < 2$. B. $|f(1)| \leq \sqrt{2}$. C. $|f(1)| \geq 2\sqrt{2}$. D. $2 \leq |f(1)| \leq 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = f(2x-1) + 2xf'(2x-1) \Rightarrow g'(1) = f(1) + 2f'(1)$.

Do d_1 và d_2 lần lượt có hệ số góc lần lượt là $f'(1), g'(1) = f(1) + 2f'(1)$ nên

$$\begin{aligned} d_1 \perp d_2 &\Leftrightarrow f'(1) \cdot g'(1) = -1 \\ &\Leftrightarrow f'(1) \cdot [f(1) + 2f'(1)] = -1 \\ &\Leftrightarrow 2[f'(1)]^2 + f(1) \cdot f'(1) + 1 = 0. \end{aligned}$$

Ta có thể xem phương trình trên là phương trình bậc hai, ẩn là $f'(1)$. Khi đó, để phương trình trên luôn có nghiệm thì

$$\Delta = (f(1))^2 - 8 \geq 0 \Leftrightarrow |f(1)| \geq 2\sqrt{2}.$$

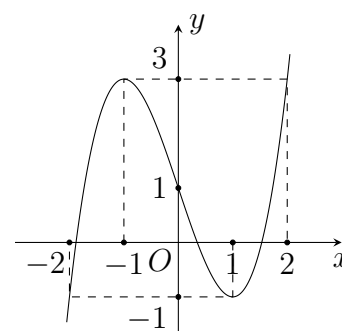
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1814.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$. Tìm m để $\max_{[0;1]} g(x) = -10$.

- A. $m = -13$. B. $m = 3$. C. $m = -12$. D. $m = -1$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = (6x^2 + 1)f'(2x^3 + x - 1)$.

Vì $6x^2 + 1 > 0$ nên $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x^3 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 + x - 1 = -1 \\ 2x^3 + x - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_0 \in (0; 1) \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	0	x_0		1
$g'(x)$	0	-	0	+
$g(x)$	$3 + m$	$g(x_0)$		$-1 + m$

Dựa vào bảng biến thiên, ta được $\max_{[0;1]} g(x) = 3 + m$. Suy ra, $3 + m = -10 \Leftrightarrow m = -13$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1815.

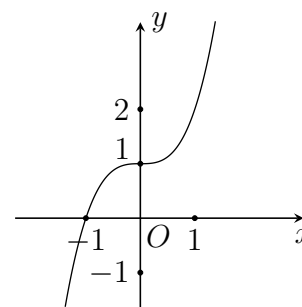
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(6 \sin x + 8 \cos x) = f(m(m+1))$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$?

A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 6.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, nhận thấy f là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó,

$$f(6 \sin x + 8 \cos x) = f(m(m+1)) \Leftrightarrow 6 \sin x + 8 \cos x = m^2 + m. \quad (1)$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} (m^2 + m)^2 &\leq 6^2 + 8^2 \Leftrightarrow -10 \leq m^2 + m \leq 10 \\ &\Leftrightarrow m^2 + m - 10 \leq 0 \quad (\text{do } m^2 + m + 10 > 0, \forall m \in \mathbb{R}) \\ &\Leftrightarrow \frac{-1 - \sqrt{41}}{2} \leq m \leq \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}. \end{aligned}$$

Theo đề, $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1816. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(1-3x) + 1| = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy

$$|f(1-3x) + 1| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1-3x) + 1 = 3 \\ f(1-3x) + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1-3x) = 2 \\ f(1-3x) = -4. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{— } f(1-3x) = 2 &\Leftrightarrow \begin{cases} 1-3x = x_1, & \text{với } x_1 \in (-\infty; -1) \\ 1-3x = x_2, & \text{với } x_2 \in (-1; 3) \\ 1-3x = x_3, & \text{với } x_3 \in (3; +\infty). \end{cases} \\ \text{— } f(1-3x) = -4 &\Leftrightarrow 1-3x = x_4, \text{ với } x_4 \in (-\infty; x_1). \end{aligned}$$

Vậy phương trình $|f(1-3x) + 1| = 3$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1817. Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Một tiếp tuyến bất kỳ với (C) cắt đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C) lần lượt tại A và B , biết $I(1; 2)$. Giá trị lớn nhất của bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABI là

- A. $8 - 4\sqrt{2}$. B. $4 - 2\sqrt{2}$. C. $8 - 3\sqrt{2}$. D. $7 - 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $M\left(x_0; \frac{2x_0+2}{x_0-1}\right) \in (C)$, với $x_0 \neq 1$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hệ số góc là $y'(x_0) = \frac{-4}{(x_0-1)^2}$.

Suy ra, phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm M là

$$y = \frac{-4}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0+2}{x_0-1}.$$

Vì A, B là giao điểm của Δ và các đường tiệm cận nên

$$A\left(1; \frac{2x_0+6}{x_0-1}\right), B(2x_0-1; 2).$$

$$\text{Suy ra, } S_{\triangle ABI} = \frac{1}{2}IA \cdot IB = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{8}{x_0-1} \right| \cdot |2(x_0-1)| = 8.$$

Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABI . Ta có

$$r = \frac{S}{p} = \frac{2S}{IA+IB+AB} = \frac{2S}{IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}} \leq \frac{2S}{2\sqrt{IA \cdot IB} + \sqrt{2IA \cdot IB}} = 4 - 2\sqrt{2}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của r bằng $4 - 2\sqrt{2}$ khi tam giác IAB cân tại I .

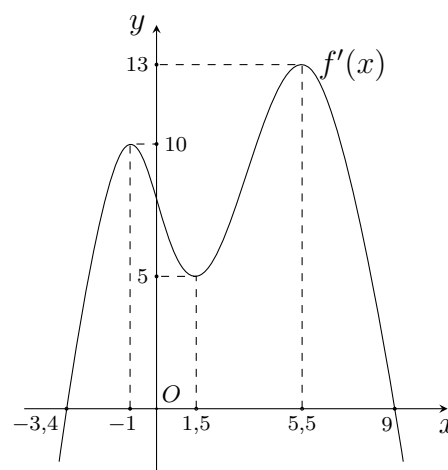
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1818.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ và $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -3,4) \cup (9; +\infty)$. Đặt $g(x) = f(x) - mx + 5$ với $m \in \mathbb{N}$. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y = g(x)$ có đúng hai điểm cực trị?

- A. 8. B. 11. C. 9. D. 10.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = f'(x) - m$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = m$.

Hàm số $y = g(x)$ có đúng hai điểm cực trị khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} &g'(x) \text{ đổi dấu 2 lần} \\ \Leftrightarrow &f'(x) = m \text{ có 2 nghiệm đơn (hoặc bội lẻ)} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 10 \leq m < 13 \\ m \leq 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Mặt khác, $m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 11; 12\}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1819. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1 - m$. Có bao nhiêu giá trị thực của m để đồ thị tiếp xúc với Ox ?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1 - m$ tiếp xúc với Ox khi hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1 - m$ có hai điểm cực trị, trong đó có 1 điểm cực trị nằm trên trục hoành.

$$y' = 3x^2 - 6x + 3m, y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0. \quad (1)$$

Ta có $\Delta' = 1 - m$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Khi đó (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Hàm số có điểm cực trị thuộc trục Ox khi và chỉ khi $y(x_1) \cdot y(x_2) = 0$.

$$\text{Ta có } y = y' \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) + 2x(m - 1) + 1.$$

Do $y'(x_1) = y'(x_2) = 0$ nên

$$\begin{aligned} y(x_1) \cdot y(x_2) = 0 &\Leftrightarrow (2(m - 1)x_1 + 1)(2(m - 1)x_2 + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 4(m - 1)^2 x_1 \cdot x_2 + 2(m - 1)(x_1 + x_2) + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4m^3 - 8m^2 + 8m - 3 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1820. Gọi $M(a; b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 2}$ và có khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y = 3x + 6$ nhỏ nhất. Tìm giá trị của biểu thức $T = 3a^2 + b^2$.

A. $T = 4$.B. $T = 3$.C. $T = 9$.D. $T = 10$.

Lời giải.

$$\text{Gọi } M\left(m; \frac{2m + 1}{m + 2}\right) \Rightarrow d(M; d) = \frac{|3m^2 + 10m + 11|}{\sqrt{10}|m + 2|}.$$

$$\text{Khảo sát hàm số } g(m) = \frac{3m^2 + 10m + 11}{m + 2}.$$

$$\text{Ta có } g'(m) = \frac{3m^2 + 12m + 9}{(m + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm $g(m)$

m	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	
g	$-\infty$	-8	$+\infty$	4	$+\infty$

Từ đó ta có bảng biến thiên hàm $|g(m)|$

m	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	
$ g $	$+\infty$	8	$+\infty$	4	$+\infty$

Suy ra hàm $|g(m)|$ đạt GTNN tại $m = -1 \Rightarrow a = -1, b = -1 \Rightarrow 3a^2 + b^2 = 4$.

Chọn đáp án 

□

ĐÁP ÁN

1234.A	1235.B	1236.C	1237.B	1238.C	1239.C	1240.C	1241.B	1242.B	1243.A
1244.C	1245.D	1246.B	1247.B	1248.D	1249.C	1250.B	1251.A	1252.D	1253.D
1254.B	1255.B	1256.C	1257.D	1258.C	1259.C	1260.A	1261.D	1262.C	1263.C
1264.A	1265.C	1266.C	1267.D	1268.C	1269.D	1270.A	1271.A	1272.C	1273.B
1274.C	1275.A	1276.D	1277.B	1278.C	1279.B	1280.D	1281.C	1282.C	1283.D
1284.B	1285.A	1286.D	1287.C	1288.D	1289.C	1290.A	1291.D	1292.A	1293.A
1294.B	1295.B	1296.B	1297.A	1298.A	1299.A	1300.B	1301.B	1302.B	1303.A
1304.A	1305.A	1306.D	1307.A	1308.A	1309.B	1310.B	1311.B	1312.A	1313.D
1315.A	1316.A	1317.A	1318.A	1319.B	1320.C	1321.B	1322.B	1323.C	1324.B
1325.B	1326.D	1327.D	1328.D	1329.A	1330.B	1331.A	1332.C	1333.B	1334.A
1335.A	1336.B	1337.D	1338.B	1339.C	1340.D	1341.B	1342.C	1343.D	1344.A
1345.C	1346.A	1347.C	1348.B	1349.A	1350.D	1351.B	1352.D	1353.A	1354.B
1355.D	1356.C	1357.B	1358.A	1359.B	1360.C	1361.C	1362.C	1363.A	1364.C
1365.C	1366.A	1367.D	1368.A	1369.A	1370.C	1371.D	1372.A	1373.C	1374.D
1375.A	1376.B	1377.D	1378.A	1379.A	1380.C	1381.D	1382.B	1383.C	1384.D
1385.B	1386.C	1387.D	1388.B	1389.C	1390.D	1391.B	1392.C	1393.D	1394.A
1395.D	1396.C	1397.A	1398.D	1399.B	1400.B	1401.B	1402.B	1403.B	1404.D
1405.C	1406.B	1407.B	1408.D	1409.A	1410.C	1411.B	1412.A	1413.C	1414.D
1415.C	1416.D	1417.B	1418.B	1419.B	1420.C	1421.C	1422.D	1423.D	1424.A
1427.C	1428.B	1429.C	1430.B	1431.B	1432.B	1433.A	1434.C	1435.C	1436.B
1437.C	1438.B	1439.A	1440.C	1441.D	1442.A	1443.A	1444.C	1445.C	1446.A
1447.B	1448.B	1449.B	1450.A	1451.B	1452.A	1453.C	1454.A	1455.A	1456.A
1457.C	1458.B	1459.A	1460.B	1461.C	1462.C	1463.B	1464.B	1465.B	1466.A
1467.C	1468.B	1469.C	1470.B	1471.C	1472.A	1473.A	1474.D	1475.B	1476.D
1477.D	1478.B	1479.B	1480.D	1481.A	1482.C	1483.C	1484.A	1485.D	1486.D
1487.C	1488.D	1489.A	1490.C	1491.B	1492.D	1493.C	1494.B	1495.D	1496.B
1497.B	1498.B	1499.C	1500.C	1501.B	1502.C	1503.A	1504.D	1505.A	1506.C
1507.C	1508.A	1509.D	1510.C	1511.D	1512.A	1513.A	1514.A	1515.D	1516.D
1517.B	1518.A	1519.A	1520.D	1521.A	1522.B	1523.D	1524.C	1525.C	1526.D
1527.C	1528.B	1529.C	1530.A	1531.A	1532.B	1533.A	1534.C	1535.B	1536.B
1537.C	1538.A	1539.C	1540.C	1541.D	1542.C	1543.A	1544.D	1545.C	1546.C
1547.A	1548.A	1549.A	1550.D	1551.B	1552.A	1553.C	1554.C	1555.C	1556.D
1557.C	1558.B	1559.B	1560.D	1561.A	1562.A	1563.B	1564.B	1565.D	1566.B
1567.A	1568.D	1569.C	1570.C	1571.A	1572.D	1573.D	1574.D	1575.B	1576.B
1577.D	1578.D	1579.C	1580.C	1581.B	1582.D	1583.A	1584.D	1585.B	1586.B
1587.A	1588.A	1589.C	1590.B	1591.D	1592.D	1593.A	1594.C	1595.C	1596.B
1597.B	1598.C	1599.C	1600.A	1601.C	1602.A	1603.D	1604.B	1605.D	1606.A
1607.C	1608.A	1609.A	1610.D	1611.C	1612.A	1613.B	1614.B	1615.B	1616.A
1617.A	1618.A	1619.B	1620.C	1621.B	1622.C	1623.D	1624.A	1625.C	1626.D
1627.A	1628.A	1629.B	1630.B	1631.D	1632.B	1633.C	1634.C	1635.A	1636.D
1637.D	1638.B	1639.B	1640.C	1641.C	1642.C	1643.D	1644.C	1645.D	1646.C

1647.D	1648.A	1649.B	1650.C	1651.C	1652.A	1653.B	1654.C	1655.C	1656.A
1657.A	1658.B	1659.A	1660.C	1661.B	1662.C	1663.C	1664.B	1665.A	1666.A
1667.A	1668.A	1669.D	1670.D	1671.B	1672.D	1673.B	1674.C	1675.D	1676.D
1677.D	1678.B	1679.C	1680.C	1681.D	1682.B	1683.D	1684.D	1685.D	1686.A
1687.A	1688.D	1689.A	1690.B	1691.B	1692.D	1693.C	1694.D	1695.B	1696.B
1697.A	1698.A	1699.A	1700.A	1701.A	1702.B	1703.D	1704.C	1705.C	1706.C
1707.D	1708.D	1709.C	1710.C	1711.C	1712.C	1713.B	1714.C	1715.A	1716.D
1717.C	1718.A	1719.C	1720.B	1721.C	1722.B	1723.B	1724.A	1725.D	1726.C
1727.A	1728.B	1729.D	1730.C	1731.A	1732.B	1733.C	1734.C	1735.A	1736.C
1737.C	1738.B	1739.A	1740.B	1741.B	1742.C	1743.C	1744.B	1745.D	1746.A
1747.A	1748.C	1749.B	1750.A	1751.C	1752.D	1753.D	1754.A	1755.A	1756.B
1757.D	1758.B	1759.D	1760.B	1761.A	1762.D	1763.C	1764.B	1765.B	1766.C
1767.A	1768.D	1769.D	1770.B	1771.A	1772.D	1773.B	1774.B	1775.A	1776.A
1777.D	1778.B	1779.C	1780.A	1781.A	1782.C	1783.D	1784.A	1785.A	1786.D
1787.D	1788.D	1789.B	1790.C	1791.B	1792.B	1793.C	1794.D	1795.A	1796.A
1797.C	1798.D	1799.D	1800.B	1801.D	1802.B	1803.B	1804.A	1805.A	1806.D
1807.A	1808.A	1809.D	1810.D	1811.A	1812.B	1813.C	1814.D	1815.D	1816.A
1817.B	1818.C	1819.B	1820.A						

NỘI DUNG CÂU HỎI

4 Mức độ vận dụng cao

Câu 1821. Các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có bốn đường tiệm cận phân biệt là

- A. $m > 0$. B. $m > \frac{9}{8}$. C. $m > \frac{8}{9}$. D. $m > \frac{8}{9}, m \neq 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có 4 đường tiệm cận phân biệt $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang phân biệt.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có 2 đường tiệm cận ngang phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \exists \lim_{x \rightarrow -\infty} y, \exists \lim_{x \rightarrow +\infty} y \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y \neq \lim_{x \rightarrow +\infty} y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y \neq \lim_{x \rightarrow +\infty} y \end{cases}$$

Với $m > 0$ ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{|x| \sqrt{m - \frac{3m}{x} + \frac{2}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{x \sqrt{m - \frac{3m}{x} + \frac{2}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 - \frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m - \frac{3m}{x} + \frac{2}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{|x| \sqrt{m - \frac{3m}{x} + \frac{2}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{-x \sqrt{m - \frac{3m}{x} + \frac{2}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(1 - \frac{1}{x}\right)}{-\sqrt{m - \frac{3m}{x} + \frac{2}{x^2}}} = \frac{-1}{\sqrt{m}}.$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y \neq \lim_{x \rightarrow +\infty} y \text{ luôn đúng } \Rightarrow m > 0 \quad (1).$$

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có 2 đường tiệm cận đứng phân biệt

$\Leftrightarrow mx^2 - 3mx + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 9m^2 - 8m > 0 \\ m - 3m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{8}{9} \end{cases} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > \frac{8}{9} \\ m \neq 1 \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta được $\begin{cases} m > \frac{8}{9} \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1822. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + m)$ có 8 điểm cực trị là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Ta có $g'(x) = (3x^2 - 6x)(x^3 - 3x^2 + m - 1)(x^3 - 3x^2 + m)(x^3 - 3x^2 + m - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, x = 2 \\ x^3 - 3x^2 = -2 \quad (1) \\ x^3 - 3x^2 = -m + 1 \quad (2) \\ x^3 - 3x^2 = -m + 2 \quad (3) \end{cases}$$

Ta thấy (1), (2), (3) không có nghiệm chung và $(x^3 - 3x^2 + m - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.Để hàm số $g(x)$ có 8 cực trị thì (1), (3) đều có ba nghiệm phân biệt khác 0 và 2.Xét hàm số $h(x) = x^3 - 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ có $h'(x) = 3x^2 - 6x$.

$$h(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên để (1), (3) đều có ba nghiệm phân biệt khác 0 và 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 0 \\ -4 < -m + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 4 \\ 2 < m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 4.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 3$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 1823. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 16. Số phần tử của S là

A. 10.

B. 12.

C. 14.

D. 11.

Lời giải.Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ có $y' = 3x^2 - 6x - 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	-2	-1	3	4	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$m-2$	$m+5$	$m-27$	$m-20$	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 16 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m + 5 = 16 \\ 27 - m \leq 16 \\ m - 27 = 16 \\ m + 5 \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = 11.$$

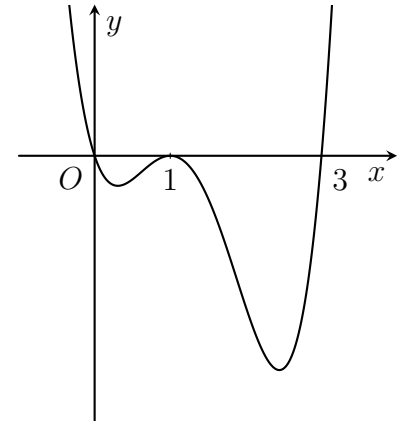
Vậy $m = 11$ là giá trị duy nhất thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1824.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để hàm số $y = f(x^2 - 2m)$ có ba điểm cực trị.



A. $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right]$.

B. $m \in (3; +\infty)$.

C. $m \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$.

D. $m \in (-\infty; 0)$.

Lời giải.

Theo đồ thị ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$, $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3) \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = [f(x^2 - 2m)]' = 2x \cdot f'(x^2 - 2m)$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2m = 0 \\ x^2 - 2m = 1 \\ x^2 - 2m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2m \\ x^2 = 2m + 1 \\ x^2 = 2m + 3 \end{cases}$$

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ phải có 3 nghiệm bội lẻ.

Ta thấy $x = 0$ là một nghiệm bội lẻ. Dựa vào đồ thị của $y = f'(x)$ ta thấy $x = 1$ là nghiệm bội lẻ (không đổi dấu), do đó ta không xét trường hợp $x^2 - 2m = 1$. Suy ra để hàm số có 3 điểm cực trị thì

① $x^2 = 2m$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $x^2 = 2m + 3$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \leq -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

② $x^2 = 2m + 3$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $x^2 = 2m$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{3}{2} \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m \leq 0.$$

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị khi $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right]$.

□

Câu 1825. Cho phương trình $x^3 - 3x^2 - 2x + m - 3 + 2\sqrt{2x^3 + 3x + m} = 0$. Tập S là tập hợp các giá trị của m nguyên để phương trình có ba nghiệm phân biệt. Tính tổng các phần tử của S .

A. 15.

B. 9.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $x^3 - 3x^2 - 2x + m - 3 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 3x + m} = 0 \Leftrightarrow (2x^3 + 3x + m) + 2\sqrt[3]{2x^3 + 3x + m} = x^3 + 3x^2 + 5x + 3 \Leftrightarrow (2x^3 + 3x + m) + 2\sqrt[3]{2x^3 + 3x + m} = (x + 1)^3 + 2(x + 1)$ (1)

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t$, TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

có $f'(t) = 3t^2 + 2 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow y = f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó: (1) $\Leftrightarrow f(\sqrt[3]{2x^3 + 3x + m}) = f(x + 1) \Leftrightarrow \sqrt[3]{2x^3 + 3x + m} = x + 1 \Leftrightarrow m = -x^3 + 3x^2 + 1$ (2).

Xét hàm số $g(x) = -x^3 + 3x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, ta có: $g'(x) = -3x^2 + 6x, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$			5	
			1		$-\infty$

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khi phương trình (2) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in S = \{2; 3; 4\} \Rightarrow \sum m = 2 + 3 + 4 = 9$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1826. Cho hàm số $y = x^3 - 2018x$ có đồ thị (C) . M_1 thuộc (C) và có hoành độ là 1, tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại M_2 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại $M_3, \dots$ Cứ như thế mãi và tiếp tuyến của (C) tại $M_n(x_n; y_n)$ thỏa mãn $2018x_n + y_n + 2^{2019} = 0$. Tìm n .

A. 675.

B. 672.

C. 674.

D. 673.

Lời giải.

Có: $y' = 3x^2 - 2018$.

Gọi d_n là tiếp tuyến của (C) tại điểm M_n .

Có điểm $M_1(1; -2017) \Rightarrow d_1: y + 2017 = y'(1).(x - 1) \Leftrightarrow d_1: y = -2015x - 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d_1 và (C) là: $x^3 - 2018x = -2015x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}.$$

Có điểm $M_2(-2; 4028) \Rightarrow d_2: y - 4028 = y'(-2).(x + 2) \Leftrightarrow d_2: y = -2006x + 16$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d_2 và (C) là: $x^3 - 2018x = -2006x + 16 \Leftrightarrow x^3 - 12x - 16 =$

$$0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -2 \\ x_3 = 4 \end{cases}.$$

Có điểm $M_3(4; -8008) \Rightarrow d_3: y + 8008 = y'(4).(x - 4) \Leftrightarrow d_3: y = -1970x - 128$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d_3 và (C) là: $x^3 - 2018x = -1970x - 128 \Leftrightarrow x^3 - 48x + 128 =$

$$0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = 4 \\ x_4 = -8 \end{cases}.$$

Suy ra ta có dãy (x_n) :
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 4 \\ x_4 = -8 \\ \dots \end{cases} \Rightarrow x_n = (-2)^{n-1} = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^n \Rightarrow y_n = x_n^3 - 2018x_n.$$

Giả thiết: $2018x_n + y_n + 2^{2019} = 0 \Leftrightarrow 2018x_n + x_n^3 - 2018x_n + 2^{2019} = 0 \Leftrightarrow x_n^3 = -2^{2019} \Leftrightarrow x_n^3 = (-2)^{2019} \Leftrightarrow (-2)^{3n-3} = (-2)^{2019} \Leftrightarrow 3n-3 = 2019 \Leftrightarrow n = 674.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1827. Tìm các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \sqrt{2x-x^3} - 3m + 4 \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = \frac{3}{2}.$

B. $m = \frac{1}{2}.$

C. $m = \frac{4}{3}.$

D. $m = \frac{5}{3}.$

Lời giải.

Gọi $A = \max y$. Ta đặt $t = \sqrt{2x-x^3} \Rightarrow t = \sqrt{1-(x-1)^2}$ do đó $0 \leq t \leq 1$.

Khi đó hàm số được viết lại là $y = |t - 3m + 4|$ với $t \in [0; 1]$ ta suy ra

$$A = \max_{[0;1]} |t - 3m + 4| = \max \{ |-3m + 4|, |5 - 3m| \} \geq \frac{|-3m + 4| + |5 - 3m|}{2}.$$

Áp dụng BDT trị tuyệt đối ta có: $|-3m + 4| + |5 - 3m| = |3m - 4| + |5 - 3m| \geq |3m - 4 + 5 - 3m| \geq 1.$

Do đó $A \geq \frac{1}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} |-3m + 4| = |5 - 3m| \\ (3m - 4)(5 - 3m) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1828. Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$ là

A. $\min P = 5.$

B. $\min P = \frac{115}{3}.$

C. $\min P = \frac{7}{3}.$

D. $\min P = \frac{17}{3}.$

Lời giải.

Phương pháp:

Đưa biểu thức P về hàm số 1 ẩn x .

Khảo sát, tìm GTNN của hàm số đó.

Cách giải:

x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x, (0 \leq x \leq 2).$

Khi đó: $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (2 - x)^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5.$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5, x \in [0; 2]$ có $f'(x) = x^2 + 4x - 5 \Rightarrow f'(x) = 0 \begin{cases} x = 1 \text{ (tm)}, \\ x = -5 \text{ (ktm)}. \end{cases}$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 2]$, có $f(0) = 5, f(1) = \frac{7}{3}, f(2) = \frac{17}{3} \Rightarrow \min_{[0;2]} f(x) = f(1) = \frac{7}{3}.$

Vậy $\min P = \frac{7}{3}.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1829. Cho hàm số $y = \frac{x}{1-x}(C)$. Tìm m để đường thẳng $d: y = mx - m - 1$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt M, N sao cho $AM^2 + AN^2$ đạt giá trị nhỏ nhất với $A(-1; 1).$

A. $m = 2.$

B. $m = 0.$

C. $m = 1.$

D. $m = -1.$

Lời giải.

Phương pháp:

Xét phương trình hoành độ giao điểm, áp dụng định lí Vi-ét.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là

$$\begin{aligned}\frac{x}{1-x} &= mx - m - 1, (x \neq 1) \Leftrightarrow x = mx - m - 1 - mx^2 + mx + x \\ &\Leftrightarrow mx^2 - 2mx + m + 1 = 0\end{aligned}\quad (1)$$

Để (C) cắt d tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ m \cdot 1^2 - 2m \cdot 1 + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - m(m+1) > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Khi đó, giả sử x_1, x_2 là nghiệm của (1), áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 x_2 = \frac{m+1}{m}. \end{cases}$

Tọa độ giao điểm là: $A(x_1; mx_1 - m - 1), B(x_2; mx_2 - m - 1) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x_1 + 1; mx_1 - m - 2) \\ \overrightarrow{AN} = (x_2 + 1; mx_2 - m - 2). \end{cases}$

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } MN \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_I = \frac{mx_1 - m - 1 + mx_2 - m - 1}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(1; -1).$$

Ta có:

$$\begin{aligned}AM^2 + AN^2 &= (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IM})^2 + (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IN})^2 \\ &= 2AI^2 + 2\overrightarrow{AI} \cdot (\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}) + IM^2 + IN^2 \\ &= 2AI^2 + \frac{1}{2}MN^2.\end{aligned}$$

Do vậy, $(AM^2 + AN^2)_{\min}$ khi và chỉ khi $MN_{\min}$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (x_2 - x_1; mx_2 - mx_1)$, suy ra

$$\begin{aligned}\sqrt{(1+m^2)(x_2 - x_1)^2} &= \sqrt{(1+m^2)((x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2)} \\ &= \sqrt{(1+m^2)\left(4 - \frac{4(m+1)}{m}\right)} \\ &= \sqrt{\frac{-4(1+m^2)}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{4}{(-m)} + (-4m)} \\ &\geq \sqrt{2 \cdot \sqrt{\frac{4}{-m}} \cdot (-4m)} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

Suy ra $MN_{\min} = 2\sqrt{2}$ khi và chỉ khi $\frac{4}{-m} = -4m \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (ktm).} \\ m = -1 \text{ (tm).} \end{cases}$

Vậy để $(AM^2 + AN^2)_{\min}$ thì $m = -1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1830. Cho hàm số $y = |x^3 - mx + 1|$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$. Tìm số phân tử của S .

A. 3.

B. 10.

C. 1.

D. 9.

Lời giải.**Cách giải:**Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - mx + 1$, $f'(x) = 3x^2 - m$.

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = |f(x)| = |x^3 - mx + 1|$ được dựng từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách giữ lại phần đồ thị hàm số phía trên trục Ox và lấy đối xứng phần phía dưới Ox qua trục Ox (xóa bỏ phần đồ thị của $y = f(x)$ nằm phía dưới Ox).

TH1: Với $m = 0$ ta có hàm số $y = f(x) = x^3 + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.Có $f(1) = 2 > 0 \Rightarrow$ Hàm số $y = |f(x)| = |x^3 - mx + 1|$ đồng biến trên $[1; +\infty)$. $\Rightarrow m = 0$: thỏa mãn.TH2: Với $m > 0$ ta có: $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$f(x_1)$		$f(x_2)$		$+\infty$

Để hàm số $y = |x^3 - mx + 1|$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì

$$\begin{cases} m > 0 \\ x_1 < x_2 \leq 1 \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -\frac{m}{3} + 1 \geq 0 \\ 2 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 2.$$

Mà $m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.Vậy, $S = \{0; 1; 2\}$. Số phần tử của S là 3.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1831. Cho hàm số $y = f(x) = 2^{2018}x^3 + 3.2^{2018}x^2 - 2018$ có đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 . Tính giá trị biểu thức $P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)}$.

A. $P = 0$.B. $P = 2^{2018}$.C. $P = -2018$.D. $P = 3.2^{2018} - 1$.**Lời giải.****Phương pháp:**

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = f(x) = 2^{2018}x^3 + 3.2^{2018}x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 .

$$\Rightarrow f(x) = 2^{2018}(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3).$$

$$f'(x) = 2^{2018}[(x - x_2)(x - x_3) + (x - x_1)(x - x_3) + (x - x_1)(x - x_2)].$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x_1) = 2^{2018}(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \\ f'(x_2) = 2^{2018}(x_2 - x_1)(x_2 - x_3) \\ f'(x_3) = 2^{2018}(x_3 - x_1)(x_3 - x_2). \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)} \\ &= \frac{1}{2^{2018}} \left(\frac{1}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + \frac{1}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + \frac{1}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} \right) \\ &= \frac{1}{2^{2018}} \cdot \frac{-(x_2-x_3) - (x_3-x_1) - (x_1-x_2)}{(x_1-x_2)(x_2-x_3)(x_3-x_1)} = \frac{1}{2^{2018}} \cdot \frac{0}{(x_1-x_2)(x_2-x_3)(x_3-x_1)} = 0. \end{aligned}$$

Vậy $P = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1832. Cho hàm số $y = x^4 - (3m+4)x^2 + m^2$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

A. $\begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$. B. $m > 0$. C. $m = 12$. D. $\begin{cases} m = 12 \\ m = -\frac{12}{19} \end{cases}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Ba số a, b, c lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) với Ox : $x^4 - (3m+4)x^2 + m^2 = 0$ (1)

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$, phương trình (1) trở thành $t^2 - (3m+4)t + m^2 = 0$ (2)

Để (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt thì (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S = 3m+4 > 0 \\ P = m^2 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m+4)^2 - 4m^2 > 0 \\ m > -\frac{4}{3} \\ m \neq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2 + 24m + 16 > 0 \\ m > -\frac{4}{3} \\ m \neq 0. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m < -4 \end{cases} \\ m > -\frac{4}{3} \\ m \neq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0. \end{cases}$$

Khi đó, phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt $t_1, t_2 (t_1 < t_2)$, dẫn tới (1) có 4 nghiệm phân biệt sắp xếp tăng dần như sau: $-\sqrt{t_2}, -\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, \sqrt{t_2}$.

Để dãy số trên là dãy cấp số cộng thì $\begin{cases} -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \\ -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \end{cases} \Leftrightarrow 3\sqrt{t_1} = \sqrt{t_2} \Leftrightarrow 9t_1 = t_2$.

Theo hệ thức Vi - ét ta có:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 3m+4 \\ t_1 t_2 = m^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 9t_1 = 3m+4 \\ t_1 \cdot 9t_1 = m^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3m+4}{10} \\ t_1 = \frac{|m|}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{3m+4}{10} = \frac{|m|}{3} \quad (3)$$

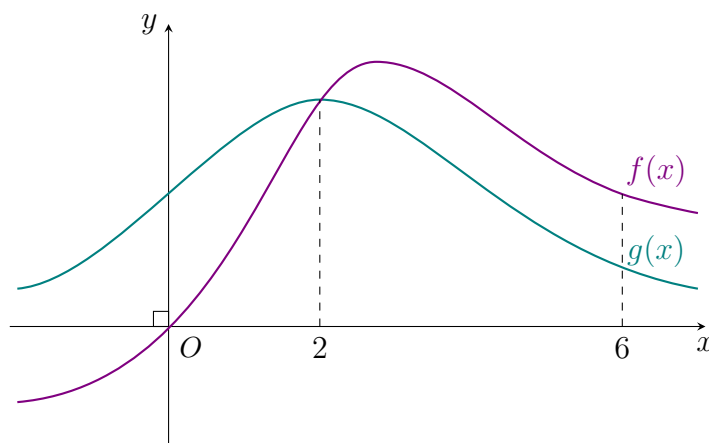
+) Với $m > 0$: (3) $\Leftrightarrow 9m + 12 = 10m \Leftrightarrow m = 12$ (tm).

+) Với $m < 0$: (3) $\Leftrightarrow 9m + 12 = -10m \Leftrightarrow m = -\frac{12}{19}$ (tm).

Vậy $m = 12$ hoặc $m = -\frac{12}{19}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1833. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x), g'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x), g'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là

A. $h(6), h(2)$.

B. $h(0), h(2)$.

C. $h(2), h(6)$.

D. $h(2), h(0)$.

Lời giải.

Cách giải:

Xét hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$, ta có $h'(x) = f'(x) - g'(x)$.

Dựa vào đồ thị ta có:
$$\begin{cases} h'(x) = f'(x) - g'(x) < 0, \forall x \in (0; 2) \\ h'(x) = f'(x) - g'(x) > 0, \forall x \in (2; 6). \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	0	2	$+\infty$	
$h'(x)$		-	0	+
h	$h(0)$	$h(2)$	$h(6)$	

Lại có: $f(0) - f(6) < g(0) - g(6) \Leftrightarrow f(0) - g(0) < f(6) - g(6) \Leftrightarrow h(0) < h(6)$.

$\Rightarrow \min_{[0;6]} h(x) = h(2); \max_{[0;6]} h(x) = \max\{h(0); h(6)\} = h(6)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1834. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$

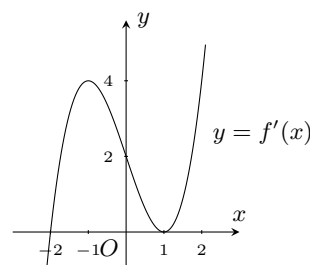
và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 3)$.

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.



Lời giải.

Quan sát đồ thị ta có $y = f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x = -2$ nên hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị là $x = -2$.

Ta có $y' = [f(x^2 - 3)]' = 2x \cdot f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -2 \Leftrightarrow x = \pm 1 \\ x^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

Mà $x = \pm 2$ là nghiệm kép, còn các nghiệm còn lại là nghiệm đơn nên hàm số $y = f(x^2 - 3)$ có ba cực trị

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1835. Cho hàm số $y = \left| \frac{x^4 + ax + a}{x + 1} \right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 2]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $M \geq 2m$.

A. 15.

B. 14.

C. 17.

D. 16.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^4 + ax + a}{x + 1}$. Ta có $f'(x) = \frac{3x^4 + 4x^3}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2]$

Do đó $f(1) \leq f(x) \leq f(2), \forall x \in [1; 2]$ hay $a + \frac{1}{2} \leq f(x) \leq a + \frac{16}{3}, \forall x \in [1; 2]$

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Nếu $a + \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{1}{2}$ thì $M = a + \frac{16}{3}; m = a + \frac{1}{2}$ Theo đề bài $a + \frac{16}{3} \geq 2\left(a + \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{13}{3}$.

Do a nguyên nên $a \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

TH2: Nếu $a + \frac{16}{3} < 0 \Leftrightarrow a < -\frac{16}{3}$ thì $m = -\left(a + \frac{16}{3}\right); M = -\left(a + \frac{1}{2}\right)$.

Theo đề bài $-\left(a + \frac{1}{2}\right) \geq -2\left(a + \frac{16}{3}\right) \Leftrightarrow a \geq -\frac{61}{6}$. Do a nguyên nên $a \in \{-10; -9; \dots; -6\}$.

TH3: Nếu $a + \frac{1}{2} \leq 0 \leq a + \frac{16}{3} \Leftrightarrow -\frac{16}{3} \leq a \leq -\frac{1}{2}$ thì $M \geq 0; m = 0$ (Luôn thỏa mãn). Do a nguyên nên $a \in \{-5; -4; \dots; -1\}$.

Vậy có 15 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1836. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2(C)$. Biết rằng đường thẳng $d: y = ax + b$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M, N, P . Tiếp tuyến tại ba điểm M, N, P của đồ thị (C) cắt (C) tại các điểm M', N', P' (tương ứng khác M, N, P). Khi đó đường thẳng đi qua ba điểm M', N', P' có phương trình là

A. $y = (4a + 9)x + 18 - 8b$.

B. $y = (4a + 9)x + 14 - 8b$.

C. $y = ax + b$.

D. $y = -(8a + 18)x + 18 - 8b$.

Lời giải.

Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$.

Ta có phương trình tiếp tuyến tại A của đồ thị (C) là:

$$\Delta_1: y = (3x_1^2 - 3)(x - x_1) + x_1^3 - 3x_1 + 2$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và Δ_1 là:

$$(3x_1^2 - 3)(x - x_1) + x_1^3 - 3x_1 + 2 = x^3 - 3x + 2 \Leftrightarrow (x - x_1)^2(x + 2x_1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = -2x_1 \end{cases}$$

Do đó $A'(-2x_1; -8x_1^3 + 6x_1 + 2)$.

$$\begin{aligned} \text{Lại có: } -8x_1^3 + 6x_1 + 2 &= -8(x_1^3 - 3x_1 + 2) - 18x_1 + 18 = -8(ax_1 + b) - 18x_1 + 18 \\ &= -8(ax_1 + b) - 18x_1 + 18 = -2x_1(4a + 9) + 18 - 8b. \end{aligned}$$

Khi đó $y_{A'} = x_{A'}(4a + 9) + 18 - 8b$.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua 3 điểm A', B', C' là $y = x(4a + 9) + 18 - 8b$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1837. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên

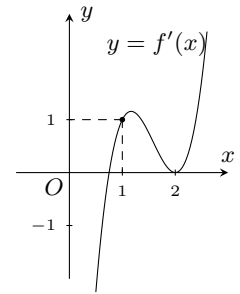
. HỎI đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.



Lời giải.

Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}; f(x) \neq 0; f(x) \neq 1$.

$$\text{Xét phương trình } x[f^2(x) - f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a (a \in (0; 5; 1)) \\ x = 2 \\ x = 1 \\ x = b (b \in (1; 2)) \\ x = c (c \in (2; 3)) \end{cases}.$$

Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng $x = a; x = b; x = c; x = 2$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1838. Cho phương trình: $\sin^3 x + 2\sin x + 3 = (2\cos^3 x + m)\sqrt{2\cos^3 x + m - 2} + 2\cos^3 x + \cos^2 x + m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có: $\sin^3 x + \sin^2 x + 2\sin x = (\sqrt{2\cos^3 x + m - 2})^3 + (2\cos^3 x + m - 2) + 2\sqrt{2\cos^3 x + m - 2}$ (1).

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t^2 + 2t$ có $f'(t) = 6t^2 + 2t + 2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bởi vậy: (1) $\Leftrightarrow f(\sin x) = f(\sqrt{2\cos^3 x + m - 2}) \Leftrightarrow \sin x = \sqrt{2\cos^3 x + m - 2}$ (2).

Với $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ thì (2) $\Leftrightarrow \sin^2 x = 2\cos^3 x + m - 2 \Leftrightarrow -2\cos^3 x - \cos^2 x + 3 = m$ (3).

Đặt $t = \cos x$, phương trình (3) trở thành $-2t^3 - t^2 - 1 = m$ (4).

Ta thấy, với mỗi $t \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$ thì phương trình $\cos x = t$ cho ta một nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$.

Xét hàm số $g(t) = -2t^3 - t^2 + 3$ với $t \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

$$\text{Ta có } g'(t) = -6t^2 - 2t, g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	1
y'	$-$	0	$+$	0
y	3	$\frac{80}{27}$	3	0

Do đó, để phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ điều kiện cần và đủ là phương trình

$$(4) \text{ có đúng một nghiệm } t \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right] \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m \in \left[0; \frac{80}{27}\right] \end{cases} \Rightarrow m \in \{3; 2; 1; 0\} \text{ (Do } m \text{ nguyên).}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1839. Cho hàm số $y = x^3 - 11x$ có đồ thị là (C) . Gọi M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x = 2$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác $M_2, \dots$, tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} ($n \in \mathbb{N}, n \geq 4$). Gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ của điểm M_n . Tìm n sao cho $11x_n + y_n + 2^{2019} = 0$.

A. $n = 675$.

B. $n = 673$.

C. $n = 674$.

D. $n = 672$.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 - 11.$$

Lấy $M_0(x_0; x_0^3 - 11x_0) \in (C)$, phương trình tiếp tuyến của (C) tại M_0 là $y = (3x_0^2 - 11)(x - x_0) + x_0^3 - 11x_0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 11x = (3x_0^2 - 11)(x - x_0) + x_0^3 - 11x_0 \Leftrightarrow (x^3 - x_0^3) - 11(x - x_0) - (3x_0^2 - 11)(x - x_0) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ x^2 + x_0x - 2x_0^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ x = -2x_0 \end{cases}.$$

Cho $M_0 \equiv M_1(x_1; y_1) \Rightarrow M_2(-2x_1; (-2x_1)^3 - 11(-2x_1))$.

Bằng cách lập luận tương tự $M_n((-2)^{n-1}x_1; [(-2)^{n-1}x_1]^3 - 11((-2)^{n-1}x_1))$.

$$11x_n + y_n + 2^{2019} = 0 \Leftrightarrow 11((-2)^{n-1}x_1) + [(-2)^{n-1}x_1]^3 - 11((-2)^{n-1}x_1) + 2^{2019} = 0$$

$$\Leftrightarrow [(-2)^{n-1}x_1]^3 = -2^{2019}.$$

Thay $x_1 = -2 \Rightarrow (-2)^{3n} = (-2)^{2019} \Leftrightarrow 3n = 2019 \Leftrightarrow n = 673$. Suy ra đáp án B.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1840. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 2018x + 2019} - 24\sqrt{14}}{x^2 - (m+1)x + m}$

có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2020.

B. 2019.

C. 2018.

D. 2021.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} -x^2 + 2018x + 2019 \geq 0 \\ x^2 - (m+1)x + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 2019 \\ x \neq 1; x \neq m \end{cases}.$$

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang vì $-1 \leq x \leq 2019$.

Ta có

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sqrt{-x^2 + 2018x + 2019} - 24\sqrt{14}}{x^2 - (m+1)x + m} = \frac{(-x^2 + 2018x + 2019) - (24\sqrt{14})^2}{(x-1)(x-m)(\sqrt{-x^2 + 2018x + 2019} + 24\sqrt{14})} \\ &= \frac{-x^2 + 2018x - 6045}{(x-1)(x-m)(\sqrt{-x^2 + 2018x + 2019} + 24\sqrt{14})} \\ &= \frac{-(x-3)(x-2015)}{(x-1)(x-m)(\sqrt{-x^2 + 2018x + 2019} + 24\sqrt{14})} \end{aligned}$$

$$\text{Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng khi chỉ khi } \begin{cases} -1 \leq m \leq 2019 \\ m \neq 1; m \neq 3; m \neq 2015 \end{cases}.$$

Mặt khác, m là số nguyên nên ta có $2021 - 3 = 2018$ giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1841. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $e^{x^2+2xy+y^2} + 4x^2 + 2xy + y^2 - 3 = \frac{1}{e^{3x^2-3}}$. Gọi m_0 là giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |x^2 + 2xy - y^2 + 3m - 2|$ đạt

giá trị nhỏ nhất. Khi đó, m_0 thuộc vào khoảng nào?

A. $m_0 \in (1; 2)$.

B. $m_0 \in (-1; 0)$.

C. $m_0 \in (2; 3)$.

D. $m_0 \in (0; 1)$.

Lời giải.

Ta có $e^{x^2+2xy+y^2} + 4x^2 + 2xy + y^2 - 3 = \frac{1}{e^{3x^2-3}}$.

$\Leftrightarrow e^{(x+y)^2} + (x+y)^2 = e^{3-3x^2} + 3 - 3x^2 \quad (*)$.

Xét hàm số $f(t) = e^t + t$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = e^t + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $(*) \Leftrightarrow f[(x+y)^2] = f(3-3x^2)$.

Suy ra $(x+y)^2 = 3-3x^2$.

Vì $(x+y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 3-3x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 1$.

Mặt khác, ta có

$$(x+y)^2 = 3-3x^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 2xy + y^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 + 8xy + y^2 = 12 - 3y^2$$

$$\Leftrightarrow (4x+y)^2 = 12 - 3y^2$$

Vì $(4x+y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 12 - 3y^2 \geq 0 \Leftrightarrow y^2 \leq 4$.

Mặt khác, ta có $(x+y)^2 = 3-3x^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 2xy + y^2 = 3$.

Ta có

$$P = |3x^2 + 2y^2 - (3m+1)|$$

$$\Leftrightarrow 3P = |9x^2 + 6y^2 - 3 \cdot (3m+1)|$$

$$\Leftrightarrow 3P = |9x^2 + 6y^2 - (4x^2 + 2xy + y^2)(3m+1)|$$

$$\Leftrightarrow 3P = |(5-2m)x^2 - (6m+2)xy + (5-3m)y^2|$$

$$\Leftrightarrow P = \left| \frac{(5-2m)x^2 - (6m+2)xy + (5-3m)y^2}{3} \right|$$

$$\Leftrightarrow P = \left| \frac{(5-2m)x^2 - (6m+2)xy + (5-3m)y^2}{4x^2 + 2xy + y^2} \right|$$

Trường hợp 1: $y = 0$. Ta có $P = \left| \frac{5-2m}{4} \right| = \frac{|5-2m|}{4}$.

Trường hợp 2: $y \neq 0$. Đặt $t = \frac{x}{y}$.

Suy ra $P = \left| \frac{(5-2m)t^2 - (6m+2)t + (5-3m)}{4t^2 + 2t + 1} \right|$.

Đặt $f(t) = \frac{(5-2m)t^2 - (6m+2)t + (5-3m)}{4t^2 + 2t + 1}$.

Ta có $f'(t) = \frac{18t^2 - 30t - 12}{(4t^2 + 2t + 1)^2}$.

Ta có $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 18t^2 - 30t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & \Rightarrow f(2) = 1 - 3m \\ t = -\frac{1}{3} & \Rightarrow f(-\frac{1}{3}) = 8 - 3m \end{cases}$

t	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	2	$+\infty$			
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{5-2m}{4}$		$8-3m$		$1-3m$		$\frac{5-2m}{4}$

Suy ra $\max P \in \{|1-3m|; |8-3m|\} = \{|3m-1|; |8-3m|\} \geq \frac{|3m-1+8-3m|}{2} = \frac{7}{2}$.

Suy ra giá trị lớn nhất đạt giá trị nhỏ nhất khi $3m-1=8-3m \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$.

Vậy $m=\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **A**

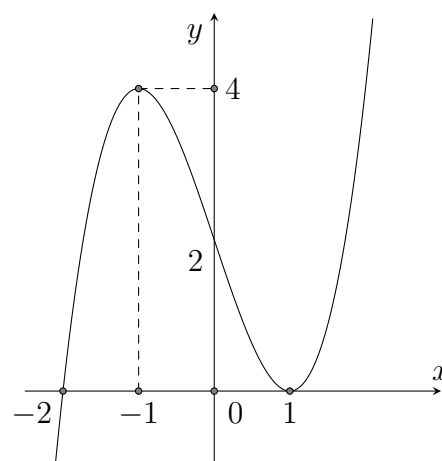
□

Câu 1842.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

Khí đó, số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f^2(x)-2f(x)-8|$ là

- A. 9. B. 10. C. 11. D. 7.



Lời giải.

Ta xét hàm $y=h(x)=f^2(x)-2f(x)-8 \Rightarrow y'=2f(x)f'(x)-2f'(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} f'(x)=0 \\ f(x)=1. \end{cases}$

$$f'(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=1. \end{cases}$$

$$f(x)=1 \Rightarrow \begin{cases} x=x_1 \text{ với } -2 < x_1 < -1 \\ x=x_2 \text{ với } 0 < x < 1 \\ x=x_3 \text{ với } x_3 > 1. \end{cases}$$

Ta có $y=h(x)=(f(x)-4)(f(x)+2)$

$\Rightarrow h(x_1)=h(x_2)=h(x_3)=(1-4) \cdot 3=-9$ và $h(-1)=0, h(1)=-8$.

Ta có bảng biến thiên hàm $y=h(x)=f^2(x)-2f(x)-8$

x	$-\infty$	x_1	-1	x_2	1	x_3	$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$h(x)$	$+\infty$		0		-8		$+\infty$
		-9		-9		-9	

Từ bảng biến thiên ta thấy số điểm cực trị của hàm $y=g(x)=|h(x)|$ là 7.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1843. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-6x+m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. 2010.

B. 2012.

C. 2011.

D. 2009.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= -f'(1-x) = -(1-x)^2(1-x-2)[(1-x)^2-6(1-x)+m] \\ &= -(x-1)^2(-1-x)(x^2+4x+m-5) = (x-1)^2(x+1)(x^2+4x+m-5). \end{aligned}$$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$

$$\Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \text{ với mọi } x \in (-\infty; -1)$$

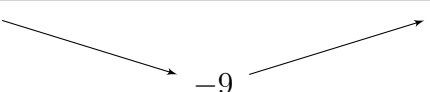
$$\Leftrightarrow (x+1)(x^2+4x+m-5) \leq 0 \text{ với mọi } x \in (-\infty; -1)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+m-5 \geq 0 \text{ với mọi } x \in (-\infty; -1) \text{ (Do } x \in (-\infty; -1) \Rightarrow x+1 < 0)$$

$$\Leftrightarrow h(x) = x^2+4x-5 \geq -m \text{ với mọi } x \in (-\infty; -1)$$

$$\Leftrightarrow -m \leq \min_{x \in (-\infty; -1]} h(x).$$

Ta có $h'(x) = 2x+4$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$. Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+
$h(x)$			

Do đó $-m \leq -9 \Leftrightarrow m \geq 9$. Mặt khác $m \in [-2019; 2019]$ và m nguyên nên $m \in \{9; 10; 11; \dots; 2019\}$ hay có $2019 - 9 + 1 = 2011$ giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

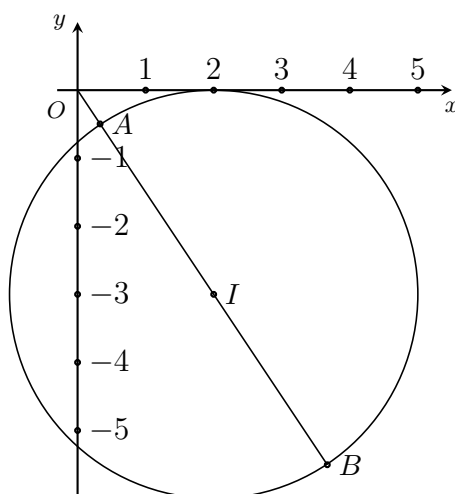
Câu 1844. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} = \sqrt{6 + 4x - x^2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |\sqrt{x^2 + y^2} - a|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$ của tham số a để $M \geq 2m$?

A. 17.

B. 16.

C. 15.

D. 18.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} = \sqrt{6 + 4x - x^2} \\
 \Leftrightarrow & x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \sqrt{y^2 + 6y + 10} - \sqrt{6 + 4x - x^2} = 0 \\
 \Leftrightarrow & x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \frac{y^2 + 6y + 10 - (6 + 4x - x^2)}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}} = 0 \\
 \Leftrightarrow & x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 + \frac{x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}} = 0 \\
 \Leftrightarrow & (x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}}\right) = 0.
 \end{aligned}$$

Vì $1 + \frac{1}{\sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{6 + 4x - x^2}} > 0$, ta có

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow & x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9.
 \end{aligned}$$

Phương trình $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$ là phương trình đường tròn (C) tâm $I(2; -3)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi $N(x; y) \in (C)$ ta suy ra $ON = \sqrt{x^2 + y^2}$ suy ra $T = |ON - a|$.

Gọi A, B là giao điểm của đường tròn (C) và đường thẳng OI . Khi đó $OA = OI - R = \sqrt{13} - 3$ và $OB = \sqrt{13} + 3$ Suy ra $\sqrt{13} - 3 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{13} + 3$.

TH1: Nếu $\sqrt{13} - 3 \leq a \leq \sqrt{13} + 3$ thì $|\sqrt{x^2 + y^2} - a| \geq 0 \Rightarrow \min T = 0 \Rightarrow M \geq 2m \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

TH2: Nếu $a < \sqrt{13} - 3 \Rightarrow a < \sqrt{13}$ nên $|\sqrt{13} + 3 - a| > |\sqrt{13} - 3 - a|$, do đó $M = |\sqrt{13} + 3 - a|$; $m = |\sqrt{13} - 3 - a|$. Vì

$$\begin{aligned}
 M \geq 2m & \Rightarrow |\sqrt{13} + 3 - a| \geq 2|\sqrt{13} - 3 - a| \\
 \Leftrightarrow & (\sqrt{13} + 3 - a)^2 - (2\sqrt{13} - 6 - 2a)^2 \geq 0 \\
 \Leftrightarrow & \sqrt{13} - 9 \leq a \leq \sqrt{13} + 1 \Rightarrow m \in \{-5; -4; -3; -3; -1; 0\}.
 \end{aligned}$$

TH3: Nếu $a > \sqrt{13} + 3 \Rightarrow a > \sqrt{13}$ nên $|\sqrt{13} + 3 - a| < |\sqrt{13} - 3 - a|$, do đó $M = |\sqrt{13} - 3 - a|$; $m = |\sqrt{13} + 3 - a|$. Vì

$$\begin{aligned}
 M \geq 2m & \Rightarrow |\sqrt{13} - 3 - a| \geq 2|\sqrt{13} + 3 - a| \\
 \Leftrightarrow & (\sqrt{13} - 3 - a)^2 - (2\sqrt{13} + 6 - 2a)^2 \\
 \Leftrightarrow & \sqrt{13} + 1 \leq a \leq \sqrt{13} + 9 \Rightarrow m \in \{7; 8; 9; 10\}.
 \end{aligned}$$

Vậy có 16 giá trị của a thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1845. Cho hàm số $y = \frac{x - 3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6; 6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận?

A. 12.

B. 9.

C. 8.

D. 11.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2+1)x - m} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x}{x^3} - \frac{3}{x^3}}{1 - 3m\frac{x^2}{x^3} + (2m^2+1)\frac{x}{x^3} - \frac{m}{x^3}} = 0.$$

Suy ra $y = 0$ là tiệm ngang của đồ thị hàm số.

Vậy để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 3 đường tiệm cận đứng.

Hay phương trình $x^3 - 3mx^2 + (2m^2+1)x - m = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt $x \neq 3$. Ta có

$$(1) \Leftrightarrow (x-m)(x^2 - 2mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x^2 - 2mx + 1 = 0(*) \end{cases}$$

Để phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khác 3 thì $m \neq 3$ và phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác m và khác 3. Do đó

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - 1 > 0 \\ 3^2 - 2m \cdot 3 + 1 \neq 0 \\ m^2 - 2m^2 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \\ m \neq \frac{5}{3} \\ m \neq -1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện } \begin{cases} m \neq 3 \\ -6 \leq m \leq 6 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; 2; 4; 5; 6\}.$$

Vậy có 9 giá trị của m thỏa mãn điều kiện.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1846.

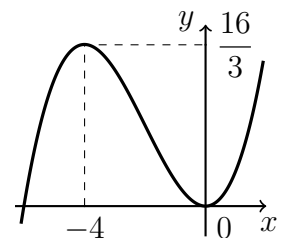
Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + 4m + 4)$ có nghiệm?

A. 4.

B. 5.

C. Vô số.

D. 3.



Lời giải.

Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$; $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $2\cos x - \sin x > -3 \Rightarrow 2\cos x - \sin x + 4 > 0$.

$$\text{Đặt } \frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4} = t \Leftrightarrow (2t+1)\cos x - (t+3)\sin x = -4t-1.$$

Phương trình trên có nghiệm khi

$$(2t+1)^2 + (t+3)^2 \geq (-4t-1)^2 \Leftrightarrow 11t^2 - 2t - 9 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{9}{11} \leq t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |t| \leq 1.$$

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; 1)$, nên phương trình

$$f(x) = f(|t|) \text{ với } t \in [0; 1] \text{ có nghiệm duy nhất khi } x = |t| \Rightarrow x \geq 0.$$

$$\text{Do đó phương trình } f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + 4m + 4) \text{ có nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow |t| = m^2 + 4m + 4 \text{ có nghiệm với } 0 \leq |t| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m^2 + 4m + 4 \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1\}$. Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1847. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4 - 1) + m(x^2 - 1) - (x - 1) \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. 1.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Bất phương trình

$$m^2(x^4 - 1) + m(x^2 - 1) - 6(x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x - 1)[m^2(x^3 + x^2 + x + 1) + m(x + 1) - 6] \geq 0. \quad (*)$$

Ta thấy $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình (*), với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Do đó, để bất phương trình (*) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì ta phải có $x = 1$ là một nghiệm bội lẻ của $g(x) = m^2(x^3 + x^2 + x + 1) + m(x + 1) - 6$.

$$\text{Từ đó suy ra } \begin{cases} g(1) = 0 \\ g'(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 + 2m - 6 = 0 \\ 6m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \vee m = -\frac{3}{2}.$$

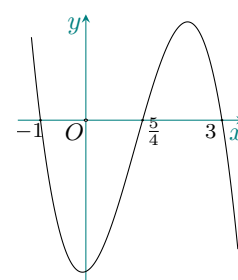
Thử lại ta thấy $m = 1$ và $m = -\frac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $S = \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1848.

Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$, ($m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q$ (1).

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm đơn là $-1, \frac{5}{4}, 3$.

Do đó $f'(x) = m(x + 1)(4x - 5)(x - 3)$ và $m \neq 0$. Hay $f'(x) = 4mx^3 - 13mx^2 - 2mx + 15m$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $n = -\frac{13}{3}m$, $p = -m$ và $q = 15m$.

Khi đó phương trình $f(x) = r \Leftrightarrow mx^4 + nx^3 + px^2 + qx = 0 \Leftrightarrow m(x^4 - \frac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x) = 0$
 $\Leftrightarrow 3x^4 - 13x^3 - 3x^2 + 45x = 0 \Leftrightarrow x(3x + 5)(x - 3)^2 = 0$

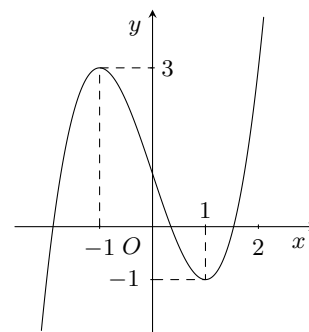
Vậy tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ là $S = \left\{-\frac{5}{3}; 0; 3\right\}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1849.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\pi^x) - \frac{m^2 - 1}{8} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là



A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = \pi^x$, ($t > 0$), khi đó: $f(\pi^x) - \frac{m^2 - 1}{8} = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow f(t) = \frac{m^2 - 1}{8}$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$\Leftrightarrow -1 < \frac{m^2 - 1}{8} < 1 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Vì m là số nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1850. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2xf'(x^2 - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -2 \\ x^2 - 2 = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Do các nghiệm của phương trình $y' = 0$ đều là nghiệm bội lẻ, mà $y'(3) = 6f'(7) < 0$ nên ta có bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1851. Cho hàm số $y = x^4 - 2(1 - m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất các giá trị của tham số m để hàm số cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị lập thành một tam giác có diện tích lớn nhất.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4(1 - m^2)x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 - m^2 \end{cases}$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình

$$x^2 = 1 - m^2 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 > 0 \\ 1 - m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 1$$

Khi đó gọi ba điểm cực trị là $A(0; 1+m)$, $B(\sqrt{1-m^2}; m+2m^2-m^4)$, $C(-\sqrt{1-m^2}; m+2m^2-m^4)$

Ta có $BC = |x_C - x_B| = 2\sqrt{1-m^2}$; $d(A, BC) = (1-m^2)^2$

$$\text{Lại có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot d(A, BC) = (1-m^2)^2\sqrt{1-m^2} \leq 1 \Rightarrow S_{\max} = 1 \text{ khi } m = 0.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1852. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $2f(x) \cdot f''(x) = [f'(x)]^2$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 nghiệm. B. 4 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 2 nghiệm.

Lời giải.

Xét đa thức bậc 4 $g(x) = 2f(x)f''(x) - (f'(x))^2$.

Ta có $g'(x) = 2f(x)f'''(x) = 12f(x)$.

Vì $g(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt nên $g(x) = 0$ có tối đa bốn nghiệm.

Vậy phương trình $2f(x)f''(x) = [f'(x)]^2$ có tối đa bốn nghiệm.

Giả sử $x_1 < x_2 < x_3$ là ba nghiệm của $f(x) = 0$.

Mà các nghiệm này đều phân biệt nên ta có $f'(x_1), f'(x_2), f'(x_3)$ đều khác 0.

Ta có

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$		$g(x_1)$		$g(x_2)$		$g(x_3)$	$+\infty$

Nhận thấy:

$$g(x_1) = 2f(x_1)f''(x_1) - (f'(x_1))^2 = -(f'(x_1))^2 < 0$$

$$g(x_2) = 2f(x_2)f''(x_2) - (f'(x_2))^2 = -(f'(x_2))^2 < 0$$

$$g(x_3) = 2f(x_3)f''(x_3) - (f'(x_3))^2 = -(f'(x_3))^2 < 0$$

Nên từ bảng biến thiên suy ra phương trình $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Do đó phương trình $2f(x)f''(x) = [f'(x)]^2$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1853. Tìm m để hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$ có giá trị lớn nhất bằng $3\sqrt{2}$

A. $m = 2\sqrt{2}$.

B. $m = \sqrt{2}$.

C. $m = -\sqrt{2}$.

D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2} + m$ là $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

Ta có $y' = \frac{\sqrt{4 - x^2} - x}{\sqrt{4 - x^2}}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

Tính được $y(\sqrt{2}) = m + 2\sqrt{2}$, $y(-2) = m - 2$ và $y(2) = m + 2$.

Để ý rằng $m - 2 < m + 2 < m + 2\sqrt{2}$ nên $\max_{[-2;2]} y = m + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow m = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1854. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[1;3]} |x^3 - 3x^2 + m| \leq 4$?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$ trên $[1; 3]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (1; 3) \\ x = 2 \in (1; 3) \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	1	2	3
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$m-2$	$m-4$	m

Vì $m-4 < m-2 < m$ nên $\max_{[1;3]} |f(x)| \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \leq 4 \\ |m-4| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 4 \\ 0 \leq m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4.$
 $\Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1855. Cho (P) là đường parabol đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1$ và A, B là giao điểm của (P) với trục hoành. Khi $AB = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (4; 6).$

B. $m \in (2; 4).$

C. $m \in (-3; -1).$

D. $m \in (-1; 2).$

Lời giải.

Ta có: $y' = 4mx^3 - 2(m^2 + 1)x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4mx^3 - 2(m^2 + 1)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 - m^2 - 1 = 0(*) \end{cases}.$$

Để đồ thị hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1$ có ba điểm cực trị M, N, P thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow -2m(m^2 + 1) < 0 \Leftrightarrow m > 0$. (**)

Ta có ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 1)x^2 + m^2 - m + 1$:

$$M(0; m^2 - m + 1), N\left(\sqrt{\frac{m^2 + 1}{2m}}; -\frac{(m^2 + 1)^2}{4m} + m^2 - m + 1\right),$$

$$P\left(-\sqrt{\frac{m^2 + 1}{2m}}; -\frac{(m^2 + 1)^2}{4m} + m^2 - m + 1\right).$$

Parabol đi qua ba điểm M, N, P nên có đỉnh là $M(0; m^2 - m + 1) \Rightarrow (P): y = ax^2 + m^2 - m + 1$.

$$\text{Vì } N \in (P) \Rightarrow -\frac{(m^2 + 1)^2}{4m} + m^2 - m + 1 = a \cdot \frac{m^2 + 1}{2m} + m^2 - m + 1 \Leftrightarrow a = -\frac{m^2 + 1}{2}.$$

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{m^2 + 1}{2}x^2 + m^2 - m + 1.$$

Vì (P) cắt Ox tại hai điểm A, B nên ta có x_A, x_B là hai nghiệm phân biệt của phương trình

$$-\frac{m^2 + 1}{2}x^2 + m^2 - m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m^2 + 1)x^2 - 2(m^2 - m + 1) = 0.$$

$$\text{Ta có: } AB = 2 \Leftrightarrow |x_B - x_A| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x_B + x_A)^2 - 4x_A x_B} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{8(m^2 - m + 1)}{m^2 + 1}} = 2$$

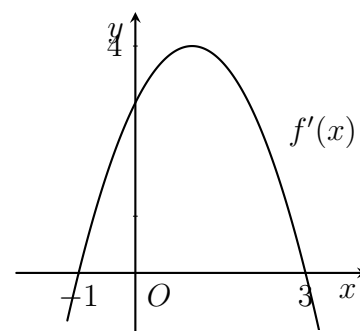
$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{2(m^2 - m + 1)}{m^2 + 1}} = 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1. \text{ (nhận)}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1856.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(2x^4 - 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = 8x^3 \cdot f'(2x^4 - 1)$

TH1: $x \geq 0$.

Để hàm số $g(x)$ đồng biến thì

$$f'(2x^4 - 1) \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq 2x^4 - 1 \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq x^4 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x^2 \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow -\sqrt[4]{2} \leq x \leq \sqrt[4]{2} \\ \Rightarrow 0 \leq x \leq \sqrt[4]{2} \Leftrightarrow x \in [0; \sqrt[4]{2}].$$

TH2: $x < 0$.

Để hàm số $g(x)$ đồng biến thì

$$f'(2x^4 - 1) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^4 - 1 \leq -1 \\ 2x^4 - 1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x^2 \geq \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt[4]{2} \\ x \leq -\sqrt[4]{2} \end{cases}.$$

So sánh với điều kiện $x < 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt[4]{2} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt[4]{2}]$.

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên $[0; \sqrt[4]{2}]$ và $(-\infty; -\sqrt[4]{2}]$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1857. Tìm tất cả các giá trị khác nhau của tham số m để hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

- A. $m < -2$. B. $m \leq -2$. C. $-2 < m \leq 1$. D. $-2 < m < 1$.

Lời giải.

ĐK: $5^{-x} \neq m$. Đặt $t = 5^{-x}$ là hàm nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ (1), suy ra $t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $y = f(t) = \frac{t+2}{t-m}$, $f'(t) = \frac{-m-2}{(t-m)^2}$.

Do (1), để hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ thì hàm số $f(t) = \frac{t+2}{t-m}$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow f'(t) < 0, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m-2 < 0 \\ m \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1858. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như bên dưới

x	$-\infty$	-1	1	2	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3.f'(x+3) - 3x^2 + 12$.

Đặt $t = x+3 \Rightarrow x = t-3$ ta có $y' = 3f'(t) - 3(t-3)^2 + 12 = 3f'(t) - 3t^2 + 18t - 15$.

Để hàm số nghịch biến thì $y' < 0 \Leftrightarrow 3.f'(t) - 3t^2 + 18t - 15 < 0 \Leftrightarrow f'(t) < t^2 - 6t + 5$.

Ta chọn t sao cho $\begin{cases} f'(t) < 0 \\ t^2 - 6t + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < t < 1 \vee t > 5 \\ t < 1 \vee t > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 5. \end{cases}$

Mà $t = x + 3$ nên $\begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x + 3 < 1 \\ x + 3 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < -2 \\ x > 2. \end{cases}$

Vậy hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên $(-4; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1859. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. $\max P = 1$.

B. $\max P = 4$.

C. $\max P = 2$.

D. $\max P = 3$.

Lời giải.

Điều kiện $\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} > 0$. Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} &= x(x-3) + y(y-3) + xy \\ \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) - \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) &= x^2+y^2+xy-3(x+y) \\ \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 3(x+y) &= \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy \\ \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 3(x+y) + 2 &= \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2) \\ \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}[3(x+y)] + 3(x+y) &= \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + x^2+y^2+xy+2. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t$ với $t > 0$, ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} + 1 > 0, \forall t > 0$.

Vậy hàm số $f(t)$ luôn đồng biến và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Do đó

$$\begin{aligned} f(3(x+y)) &= f(x^2+y^2+xy+2) \\ \Leftrightarrow 3(x+y) &= x^2+y^2+xy+2(1) \\ \Leftrightarrow xy &= (x+y)^2 - 3(x+y) + 2. \end{aligned}$$

Ta có $x = x + xy - xy = x(y+1) - xy \leq \left(\frac{x+y+1}{2}\right)^2 - xy$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = y + 1$.

Do đó từ (1), suy ra

$$x \leq \frac{(x+y+1)^2}{4} - (x+y)^2 + 3(x+y) - 2.$$

Đặt $t = x + y, t > 0$. Suy ra

$$P = \frac{2(x+y)+1+x}{x+y+6} \leq \frac{2t+1+\frac{(t+1)^2}{4}-t^2+3t-2}{t+6} = \frac{-3t^2+22t-3}{4(t+6)} = f(t).$$

Ta có $f'(t) = \frac{-3t^2-36t+135}{4(t+6)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$. Suy ra bảng biến thiên

t	0	3	$+\infty$	
$f'(t)$		+	0	-
$f(t)$	$-\frac{1}{8}$	1	$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max P = \max_{(0;+\infty)} f(t) = f(3) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1860. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (3m^2 + 4m + 5)x + 2019$ và $g(x) = (m^2 + 2m + 5)x^3 - (2m^2 + 4m + 9)x^2 - 3x + 2$ (với m là tham số). Hỏi phương trình $g(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 9.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} g(x) = 0 &\Leftrightarrow (x-2)((m^2+2m+5)x^2+x-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ (m^2+2m+5)x^2+x-1 = 0 \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 2 với $\forall m$ vì $\begin{cases} m^2+2m+5 > 0, \forall m \\ \Delta = 1 + (m^2+2m+5) > 0, \forall m \\ (m^2+2m+5).2^2+2-1 \neq 0, \forall m \end{cases}$

Vậy $g(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt (1).

Mặt khác, xét hàm số $y = f(x)$ ta có :

$$\begin{aligned} f'(x) &= x^2 - 2(m+1)x + (3m^2 + 4m + 5) \\ &= (x - (m+1))^2 + 2(m^2 + m + 2) > 0 \forall m \end{aligned}$$

$\Rightarrow y = f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ với $\forall m$

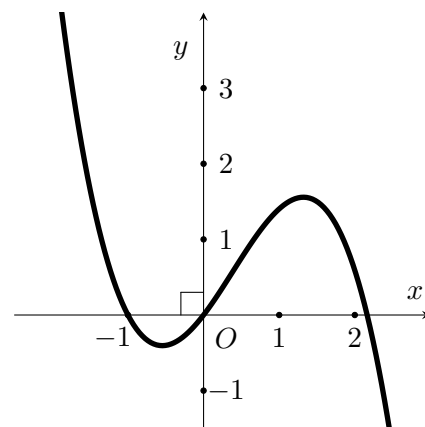
Do $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và đồng biến trên nên phương trình $f(x) = k$ luôn có 1 nghiệm duy nhất với mỗi số $k \in \mathbb{R}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra phương trình $g(f(x)) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1861.

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $a + c > 0$.

B. $a + b + c + d < 0$.

C. $a + c < b + d$.

D. $b + d - c > 0$.

Lời giải.

Phương pháp:

$\int_a^b f(x) dx$ Quan sát đồ thị và sử dụng công thức $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$ từ đó tìm ra

mối quan hệ giữa các hệ số.

Cách giải:

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

Từ đồ thị hàm $f'(x)$ ta có $f'(0) = 0 \Rightarrow d = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow a < 0$

Ta xét $\int_{-1}^0 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^0 = e - (a - b + c - d + e) = -a + b - c + d$,

Mà $\int_{-1}^0 f'(x) dx < 0 \Rightarrow -a + b - c + d < 0 \Leftrightarrow a + c > b + d$.

Nên $a + c < b + d$ sai.

Lại có $d = 0 \Rightarrow a + c > b \Leftrightarrow a > b - c$

Mà $a < 0 \Rightarrow b - c < 0$

Do đó $d + d - c < 0$ nên $b + d - c > 0$ sai.

Lại xét $\int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = a + b + c + d + e - e = a + b + c + d$

Mà $\int_0^1 f'(x) dx > 0 \Rightarrow a + b + c + d > 0$ nên $a + b + c + d < 0$ sai.

Theo trên ta có $\begin{cases} a + b + c + d > 0 \\ -a + b - c + d < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - b - c - d < 0 \\ -a + b - c + d < 0 \end{cases} \Rightarrow -2(a + c) < 0 \Leftrightarrow a + c > 0$

nên $a + c > 0$ đúng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1862. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10; 10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12.

B. 11.

C. 0.

D. 10.

Lời giải.

Phương pháp:

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, từ đó suy ra điều kiện để bài toán thỏa.

Cách giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1-\frac{m}{x}} - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1-\frac{m}{x}} - \frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 1$ hay $y =$

1 là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1-\frac{m}{x}} - 1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1-\frac{m}{x}} - \frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = -1$ hay $y =$

-1 là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó bài toán thỏa $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số chỉ có duy nhất một tiệm cận đứng.

Ta lại có $y = \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2} = \frac{x^2 - mx - 1}{(x+2)(\sqrt{x(x-m)} + 1)}$

Để đồ thị hàm số chỉ có duy nhất một đường TCD thì $x = -2$ không là nghiệm của tử và $x = -2$ thuộc tập xác định của hàm số.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2(-2-m) \geq 0 \\ (-2)^2 - m \cdot (-2) - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ 2m+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \neq -\frac{3}{2} \end{cases}$$

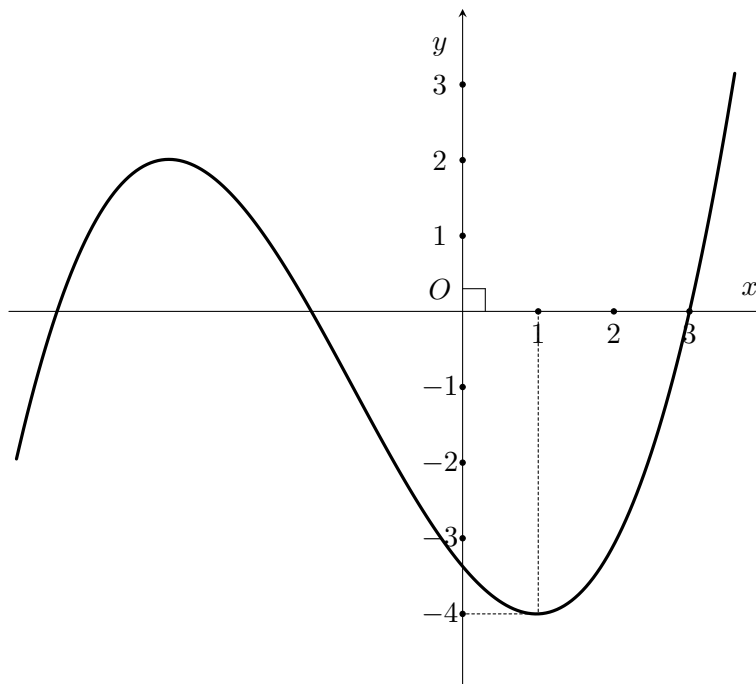
Do $m \in (-10; 10)$, $m \in \mathbb{Z}$.

Nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; \dots; 8; 9\}$ và có 12 giá trị thỏa mãn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1863. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ có nghiệm $x \in (0; 1)$ khi và chỉ khi



A. $m > -\frac{4}{1011}$.

B. $m \geq \frac{4}{3e+2019}$.

C. $m > -\frac{2}{1011}$.

D. $m > \frac{f(e)}{3e+2019}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Đặt $t = e^x$, ($t > 0$).

Ta đưa bất phương trình đã cho thành bất phương trình ẩn t , từ đó lập luận để có phương trình ẩn t có nghiệm thuộc $(1; e)$.

Ta chú ý rằng hàm số $y = f(x)$ và $y = f(t)$ có tính chất giống nhau nên từ đồ thị hàm số đã cho ta suy ra tính chất hàm $f(t)$.

Sử dụng phương pháp hàm số để tìm m sao cho bất phương trình có nghiệm.

Bất phương trình $m > f(X)$ có nghiệm trên $(a; b)$ khi $m > \min_{[a; b]} f(X)$. Cách giải:

Xét bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ (*)

Đặt $e^x = t$, ($t > 0$), .

Với $x \in (0; 1) \Rightarrow t \in (e^0; e^1) \Rightarrow t \in (1; e)$.

Ta được bất phương trình $f(t) < m(3t + 2019) \Leftrightarrow m > \frac{f(t)}{3t + 2019}$ (1) (vì $3t + 2019 > 0$ với $t \in (1; e)$).

Để bất phương trình (*) có nghiệm $x \in (0; 1)$ thì bất phương trình (1) có nghiệm $t \in (1; e)$.

Ta xét hàm $g(t) = \frac{f(t)}{3t + 2019}$ trên $(1; e)$.

Ta có $g'(t) = \frac{f'(t)(3t + 2019) - 3f(t)}{(3t + 2019)^2}$.

Nhận xét rằng đồ thị hàm số $y = f(t)$ có tính chất giống với đồ thị hàm số $y = f(x)$ nên xét trên

khoảng $(1; e)$ ta thấy rằng $f(t) < 0$ và đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải hay hàm số đồng biến trên $(1; e)$ nên $f'(t) > 0$.

Từ đó $g'(t) = \frac{f'(t)(3t+2019) - 3f(t)}{(3t+2019)^2} > 0$ với $t \in (1; e)$ hay hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(1; e)$.

Ta có bảng biến thiên của $g(t)$ trên $[1; e]$

t	1	e
$g'(t)$		+
$g(t)$	$-\frac{2}{1011}$	

Từ bảng biến thiên ta thấy để bất phương trình $m > \frac{f(t)}{3t+2019}$ có nghiệm $t \in (1; e)$ thì $m > \min_{[1;e]} g(t) \Leftrightarrow m > -\frac{2}{1011}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1864. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2^{x-y} - 2^y + x = 2y \\ 2^x + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^y \cdot \sqrt{1-y^2} \end{cases} \quad (1), m \text{ là tham số.}$

Gọi S là tập các giá trị nguyên để hệ (1) có một nghiệm duy nhất. Tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương pháp:

+ Biến đổi phương trình thứ nhất của hệ để đưa về dạng $f(u) = f(v)$ mà f là hàm đơn điệu nên suy ra $u = v$.

Từ đó ta tìm được mối liên hệ giữa x và y .

+ Thay vào phương trình thứ hai ta được phương trình ẩn y . Lập luận phương trình này có nghiệm duy nhất thì hệ ban đầu sẽ có nghiệm duy nhất.

+ Biến đổi để chỉ ra nếu y_0 là nghiệm thì $-y_0$ cũng là nghiệm của phương trình ẩn y , từ đó suy ra $y_0 = 0$.

Thay vào phương trình để tìm m .

+ Sử dụng bất đẳng thức Cô-si để thử lại m .

Cách giải:

Điều kiện $1 - y^2 \geq 0 \Leftrightarrow y \in [-1; 1]$.

+ Xét phương trình $2^{x-y} - 2^y + x = 2y \Leftrightarrow 2^{x-y} + x - y = 2^y + y$.

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t \Rightarrow f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 1 > 0; \forall t$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Từ đó $2^{x-y} + x - y = 2^y + y \Rightarrow f(x-y) = f(y) \Leftrightarrow x-y = y \Leftrightarrow x = 2y$.

+ Thay $x = 2y$ vào phương trình $2^x + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^y \cdot \sqrt{1-y^2}$, ta được

$$2^{2y} + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^y \cdot \sqrt{1-y^2} \Leftrightarrow 4^y + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^y \cdot \sqrt{1-y^2} (*)$$

Để hệ phương trình (1) có một nghiệm duy nhất thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $y \in [-1; 1]$

Giả sử $y_0 \in [-1; 1]$ là một nghiệm của phương trình (*) thì ta có

$$4^{y_0} + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^{y_0} \cdot \sqrt{1-y_0^2} (**)$$

Xét với $-y_0$ ta có $4^{-y_0} + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^{-y_0} \cdot \sqrt{1-(-y_0)^2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4^{y_0}} + 1 = (m^2 + 2) \cdot \frac{1}{2^{y_0}} \sqrt{1-y_0^2}$$

$\Leftrightarrow 4^{y_0} + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^{y_0} \cdot \sqrt{1 - y_0^2}$ (đúng do (**)) hay $-y_0$ cũng là nghiệm của phương trình (*).

Do vậy để (*) có nghiệm duy nhất thì $y_0 = -y_0 \Leftrightarrow y_0 = 0$.

Thay $y = 0$ vào (*) ta được $4^0 + 1 = (m^2 + 2) \cdot 2^0 \sqrt{1 - 0^2} \Leftrightarrow m^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0$.

Thử lại: Thay $m = 0$ vào (*) ta được $4^y + 1 = 2 \cdot 2^y \sqrt{1 - y^2} \Leftrightarrow 2^y + \frac{1}{2^y} = 2\sqrt{1 - y^2}$ (***)

Nhận thấy rằng vế trái (***) $= 2^y + \frac{1}{2^y} \stackrel{\text{Cô-si}}{\geq} 2\sqrt{2^y \cdot \frac{1}{2^y}} \Leftrightarrow VT(***) \geq 2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2^y = \frac{1}{2^y} \Leftrightarrow y = 0$

Và $VP(***) = 2\sqrt{1 - y^2} \leq 2 \Leftrightarrow VP(***) = 2 \Leftrightarrow y = 0$.

Vậy phương trình (***) có nghiệm duy nhất $y = 0$.

Kết luận: Với $m = 0$ thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất nên tập S có một phần tử.

Chú ý:

Các em có thể làm bước thử lại như sau:

Thay $m = 0$ vào (*) ta được

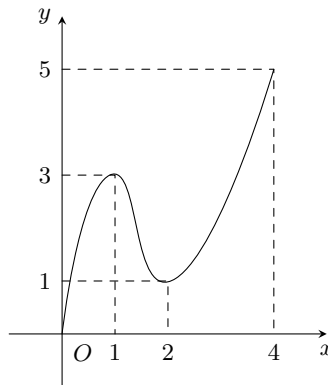
$$4^y + 1 = 2 \cdot 2^y \sqrt{1 - y^2} \Leftrightarrow (2^y)^2 - 2 \cdot 2^y \sqrt{1 - y^2} + 1 - y^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow (2^y - \sqrt{1 - y^2})^2 + y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^y - \sqrt{1 - y^2} = 0 \\ y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^0 - \sqrt{1 - 0} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = 0.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1865. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị trên đoạn $[0; 4]$ như hình vẽ bên dưới.



Đặt $M = \max f(\sqrt{4 - x^2})$, $m = \min f(\sqrt{4 - x^2})$. Tổng $M + m$ bằng

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{4 - x^2}$. Khi đó $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $t \in [0; 2]$.

Xét hàm số $y = f(t)$ trên đoạn $[0; 2]$ ta thấy $M = \max_{t \in [0; 2]} f(t) = 3$ và $m = \min_{t \in [0; 2]} f(t) = 0$.

Vậy $M + m = 3$.

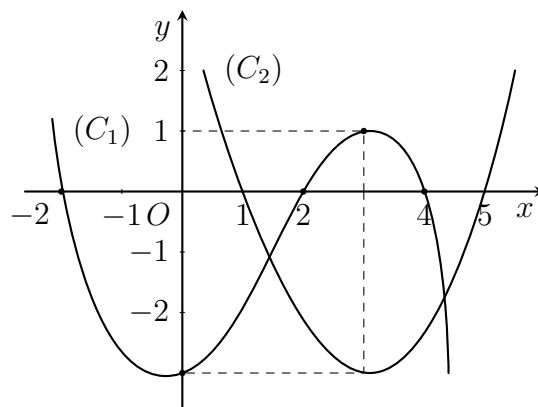
Chọn đáp án **A**

□

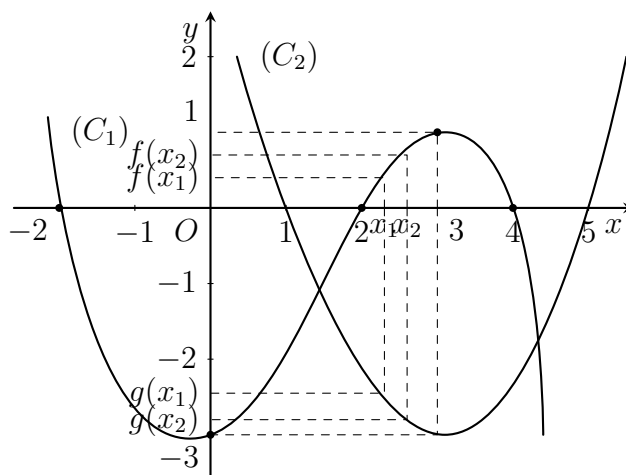
Câu 1866.

Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x).g(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(4; 5)$.
C. $(2; 3)$. D. $(0; 1)$.



Lời giải.



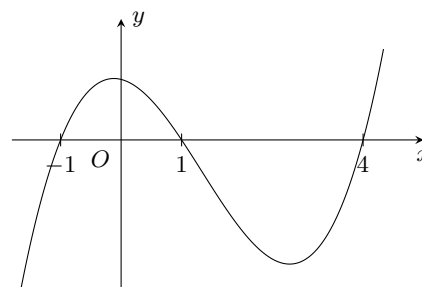
Ta xét khoảng $(2; 3)$, với mọi $x_1, x_2 \in (2; 3), x_1 < x_2$ ta có:

$$\begin{cases} 0 < f(x_1) < f(x_2) \\ 0 > g(x_1) > g(x_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < f(x_1) < f(x_2) \\ 0 < -g(x_1) < -g(x_2) \end{cases} \\ \Rightarrow f(x_1) \cdot [-g(x_1)] < f(x_2) \cdot [-g(x_2)] \Rightarrow f(x_1) \cdot g(x_1) > f(x_2) \cdot g(x_2) \\ \Rightarrow y(x_1) > y(x_2).$$

Hay hàm số nghịch biến trên $(2; 3)$. □

Câu 1867.

Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$ có tất cả bao nhiêu phần tử?



- A. 5. B. 3. C. 4. D. 6.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $-1, 1$ và 4 . Suy ra $m \neq 0$.

Khi đó $f'(x) = 4m(x+1)(x-1)(x-4) = 4m(x^3 - 4x^2 - x + 4)$. Suy ra

$$f(x) = m \left(x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x \right) + C.$$

Đồng nhất với $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ ta được
$$\begin{cases} n = -\frac{16m}{3} \\ p = -2m \\ q = 16m \\ r = C \end{cases}.$$

Từ đó, $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$

$$\Leftrightarrow mx^4 - \frac{16m}{3}x^3 - 2mx^2 + 16mx + r = 16m + 8 \cdot \left(-\frac{16m}{3}\right) + 4 \cdot (-2m) + 2 \cdot 16m + r$$

$$\Leftrightarrow mx^4 - \frac{16m}{3}x^3 - 2mx^2 + 16mx + \frac{8}{3}m = 0 \Leftrightarrow x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + \frac{8}{3} = 0 \text{ (vì } m \neq 0).$$

Xét hàm số $g(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + \frac{8}{3}$. Ta có

$$g'(x) = 4(x+1)(x-1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 4. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			-9		$\frac{37}{3}$		$-\frac{152}{3}$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra: $g(x) = 0$ có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1868. Tìm các mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y = f(x) = 2x + a \sin x + b \cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

B. $a + 2b \geq \frac{1 + \sqrt{2}}{3}$.

C. $a^2 + b^2 \leq 4$.

D. $a + 2b = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = f'(x) = 2 + a \cos x - b \sin x$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2 + a \cos x + b \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (*)$$

Mà $2 + a \cos x + b \sin x \geq 2 - \sqrt{a^2 + b^2}, \forall x \in \mathbb{R}$ (dấu “=” xảy ra khi $\frac{a}{\cos x} = \frac{b}{\sin x} < 0$).

Do đó min $f'(x) = 2 - \sqrt{a^2 + b^2}$.

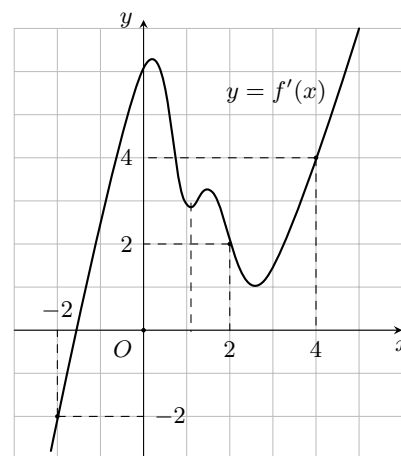
Suy ra $(*) \Leftrightarrow 2 - \sqrt{a^2 + b^2} \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1869.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $h(x) = 2f(3x + 1) - 9x^2 - 6x + 4$. Hãy chọn khẳng định đúng.



- A. Hàm số $h(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số $h(x)$ nghịch biến trên $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$.
- C. Hàm số $h(x)$ đồng biến trên $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$.
- D. Hàm số $h(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $h'(x) = 6f'(3x + 1) - 6(3x + 1)$. Xét bất phương trình

$$h'(x) > 0 \Leftrightarrow 6f'(3x + 1) - 6(3x + 1) > 0 \Leftrightarrow f'(3x + 1) > 3x + 1 (*).$$

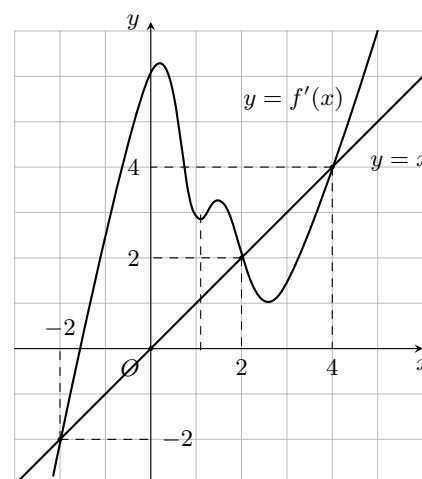
Từ đồ thị trên ta vẽ thêm đường thẳng $y = x$.

Quan sát hình vẽ ta thấy:

Xét trên khoảng $(-2; 4)$ thì $f'(x) > x \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow -2 < 3x + 1 < 2 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{1}{3}.$$

Vậy hàm số $h(x)$ đồng biến trên $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1870. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt hai tiệm cận của đồ thị (C) tại P và Q . Giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng PQ bằng

- A. $3\sqrt{2}$.
- B. $4\sqrt{2}$.
- C. $2\sqrt{2}$.
- D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Giả sử $M\left(a; 2 + \frac{1}{a - 1}\right)$ thuộc đồ thị (C) (với $a \neq 1$).

$y' = -\frac{1}{(x - 1)^2}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M có dạng

$$y = -\frac{1}{(a - 1)^2}(x - a) + 2 + \frac{1}{a - 1}.$$

Tiếp tuyến này cắt đường tiệm cận đứng $x = 1$ và đường tiệm cận ngang $y = 2$ lần lượt tại $P\left(1; \frac{2a}{a - 1}\right)$ và $Q(2a - 1; 2)$.

$$\text{Khi đó } PQ = \sqrt{(2a - 2)^2 + \left(2 - \frac{2a}{a - 1}\right)^2} = 2\sqrt{(a - 1)^2 + \frac{1}{(a - 1)^2}} \geq 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } (a - 1)^2 = \frac{1}{(a - 1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = 1 \\ a - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 0. \end{cases}$$

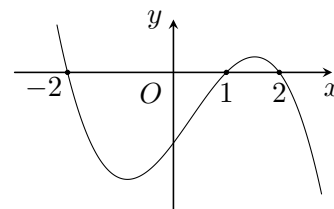
Vậy giá trị nhỏ nhất của PQ bằng $2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1871.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2) = f(-2) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình bên. Hàm số $y = [f(x)]^2$ đạt cực đại tại điểm nào?



- A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}; f(2) = f(-2) = 0$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			0			0		
	$-\infty$							$-\infty$

$$\Rightarrow f(x) < 0; \forall x \neq \pm 2.$$

$$\text{Xét } y = (f(x))^2 \Rightarrow y' = 2f(x) \cdot f'(x); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 1; x = \pm 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-$	0	$-$	$-$	0	$-$	$-$
$y = (f(x))^2$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số $y = [f(x)]^2$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1872. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 + mx^2 + m - 2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

- A. $-1, 5 < m \leq 0$. B. $m \leq -1$. C. $-1 \leq m \leq 0$. D. $-1 < m < 0, 5$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

— Xét $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

– Với $m = 1$, hàm số đã cho trở thành: $y = x^2 - 1$.

Hàm số này đạt cực tiểu tại điểm $A(0; -1)$ nên không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

– Với $m = -1$, hàm số đã cho trở thành: $y = -x^2 - 3$.

Hàm số này đạt cực đại tại điểm $B(0; -3)$ nên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

— Xét $m \neq \pm 1$, ta có $y' = 4(m^2 - 1)x^3 + 2mx$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 4(m^2 - 1)x^3 + 2mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{m}{2(m^2 - 1)} \end{cases}.$$

– Với $m = 0$ phương trình $y' = 0$ có nghiệm bội 3 và $m^2 - 1 = 0^2 - 1 = -1 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $C(0; -1)$ nên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Với $m \neq 0$, hàm số đã cho chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu khi và chỉ khi $\begin{cases} -\frac{m}{2(m^2-1)} < 0 \\ m^2 - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1873. Cho Parabol $(P_1): y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x$ và $(P_2): y = g(x) = ax^2 - 4ax + b$ ($a > 0$). Gọi I_1, I_2 lần lượt là các đỉnh của $(P_1), (P_2)$ và A, B là giao điểm của (P_1) với trục Ox . Biết rằng bốn điểm A, B, I_1, I_2 tạo thành tứ giác lồi có diện tích bằng 10. Tính diện tích S của tam giác IAB với I là đỉnh của Parabol $(P): y = h(x) = f(x) + g(x)$.

A. $S = 6$.

B. $S = 4$.

C. $S = 9$.

D. $S = 7$.

Lời giải.

$(P_1): y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x$ có đỉnh $I_1(2; -1)$.

$(P_2): y = g(x) = ax^2 - 4ax + b$ ($a > 0$) có đỉnh $I_2(2; b - 4a)$.

$(P): y = h(x) = f(x) + g(x) = \left(\frac{1}{4} + a\right)x^2 - (1 + 4a)x + b$ có đỉnh $I(2; b - 4a - 1)$.

Suy ra I_1, I_2, I cùng nằm trên đường thẳng $x = 2$.

Mà giao điểm của (P_1) và Ox là $A(4; 0)$ và $B(0; 0)$

Suy ra tứ giác lồi AI_1BI_2 có hai đường chéo vuông góc và $b - 4a > 0$

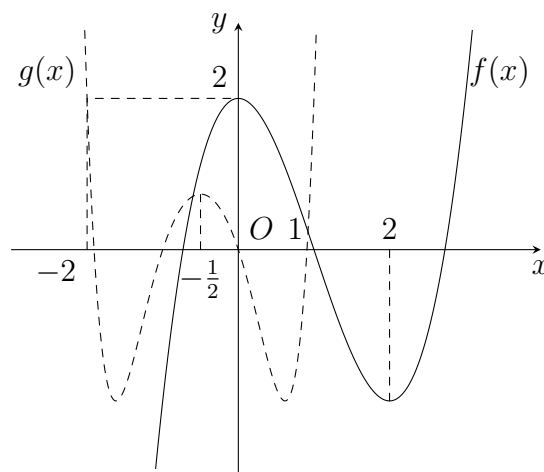
$$S_{AI_1BI_2} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot I_1I_2 \Leftrightarrow 10 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot |b - 4a + 1| = 10 \Leftrightarrow b - 4a + 1 = 5 \Leftrightarrow b - 4a = 4.$$

$$\text{Tam giác } IAB \text{ có diện tích là } S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(I, Ox) = \frac{1}{2} \cdot 4|b - 4a - 1| = 6.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1874. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ và $g(x) = f(mx^2 + nx + p)$ ($m, n, p \in \mathbb{Q}$) có đồ thị như hình dưới (Đường nét liền là đồ thị hàm số $f(x)$, nét đứt là đồ thị của hàm $g(x)$, đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là trục đối xứng của đồ thị hàm số $g(x)$).



Giá trị của biểu thức $P = (n + m)(m + p)(p + 2n)$ bằng bao nhiêu?

A. 12.

B. 16.

C. 24.

D. .

Lời giải.

Ta có $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$; $x = 2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$, $(0; 2)$ nên

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(2) = 0 \\ f(1) = 0 \\ f(0) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + 2.$$

Ta có $g(x) = (mx^2 + nx + p)^3 - 3(mx^2 + nx + p)^2 + 2$. Hệ số tự do bằng $p^3 - 3p^2 + 2$.

$$\text{Đồ thị hàm số } g(x) \text{ đi qua điểm } (0; 0) \text{ nên } p^3 - 3p^2 = 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = 1 \\ p = 1 - \sqrt{3} \\ p = 1 + \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vì $p \in \mathbb{Q}$ nên $p = 1$.

Đồ thị hàm số $g(x) = f(mx^2 + nx + p)$ có trục đối xứng là $x = -\frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số

$y = mx^2 + nx + p$ cũng có trục đối xứng là $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{n}{2m} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = n$.

Đồ thị hàm số $g(x)$ qua điểm $(-2; 2)$ nên $g(-2) = 0 \Rightarrow g(x) = (2m + 1)^3 - 3(2m + 1)^2 + 2 = 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = n = 1 \\ m = n = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Do đồ thị có hướng quay lên trên, suy ra $m > 0 \Rightarrow m = n = p = 1$.

$$\Rightarrow P = (n + m)(m + p)(p + 2n) = 12.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1875. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m - n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m + n$.

A. -6.

B. 9.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2m - n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2m - n) + \frac{m}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{n - 6}{x^2}} = 2m - n.$$

$$\text{Tương tự, ta cũng có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2m - n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6} = 2m - n.$$

Vậy $y = 2m - n$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Theo giả thiết, ta có $2m - n = 0$ (1).

Để hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng thì điều kiện cần là phương trình

$$x^2 + mx + n - 6 = 0 \text{ có một nghiệm } x = 0 \text{ hay } n - 6 = 0 \Leftrightarrow n = 6 \text{ (2).}$$

Do $x = 0$ không là nghiệm của phương trình $(2m - n)x^2 + mx + 1 = 0$ nên với $n = 6$ thì đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Từ (1) và (2) suy ra $m = 3$. Vậy $m + n = 9$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1876. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - mx + 1$ có đồ thị (C) . Tìm tham số m để (C) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt.

A. $m < 0$.

B. $m > 1$.

C. $m \leq 1$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Cách 1:

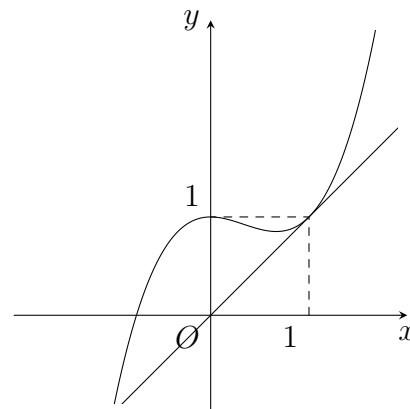
Để (C) cắt Ox tại ba điểm phân biệt thì p.trình $x^3 - x^2 - mx + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt, hay phương trình $x^3 - x^2 + 1 = mx$ có ba nghiệm phân biệt.

Điều này tương đương với đường thẳng $y = mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt.

Đường thẳng $y = mx$ đi qua gốc tọa độ.

Đường thẳng $y = x$ là tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ (như hình minh họa bên).

Do đó với $m > 1$ thì đường thẳng $y = mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt

**Cách 2:**

Để (C) cắt Ox tại ba điểm phân biệt thì phương trình $x^3 - x^2 - mx + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Dễ thấy $x = 0$ không thể là nghiệm nên $x^3 - x^2 - mx + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x}$.

Xét hàm số $y = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x}$ trên tập $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		-	0	+
y	$+\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$
		$-\infty$		

Để phương trình $m = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x}$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1877. Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2}$, có đồ thị (C) và điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = a$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a để tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác M.

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2}$, ta có: $y' = 2x^3 - 6x$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M: $y = (2a^3 - 6a)(x - a) + \frac{a^4}{2} - 3a^2 + \frac{5}{2}$ (d).

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C):

$$\begin{aligned}
 & (2a^3 - 6a)(x - a) + \frac{a^4}{2} - 3a^2 + \frac{5}{2} = \frac{x^4}{2} - 3a^2 + \frac{5}{2} \\
 \Leftrightarrow & (x - a)^2 (x^2 + 2ax + 3a^2 - 6) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (x - a)^2 (x^2 + 2ax + 3a^2 - 6) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = a \\ x^2 + 2ax + 3a^2 - 6 = 0 \quad (2). \end{cases}
 \end{aligned}$$

Đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác M khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác $a \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 6 - 2a^2 > 0 \\ a^2 + 2a^2 + 3a^3 - 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{3} < a < \sqrt{3} \\ a \neq \pm 1. \end{cases}$

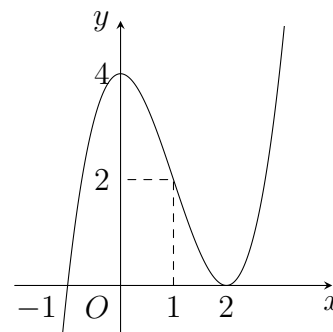
Mà a nguyên nên $a = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1878.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại điểm $(2; 0)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.



Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Từ đồ thị đã cho ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	↘		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta nhận thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1879. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1 > x_2 > x_3 > 0$ và trung điểm nối hai điểm cực trị của (C) có hoành độ $x_0 = \frac{1}{3}$. Biết rằng $(3x_1 + 4x_2 + 5x_3)^2 = 44(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)$. Hãy xác định tổng $S = x_1 + x_2 + x_3$.

- A. $\frac{137}{216}$. B. $\frac{45}{157}$. C. $\frac{133}{216}$. D. 1.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do đồ thị (C) có hai điểm cực trị nên ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt hay là phương trình $3ax^2 + 2bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_i, x_j và hai nghiệm này cũng chính là hoành độ của hai điểm cực trị của đồ thị (C).

Theo vi-ét ta có $x_i + x_j = -\frac{2b}{3a}$.

Suy ra hoành độ giao điểm nối hai điểm cực trị là

$$x_0 = \frac{x_i + x_j}{2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{2b}{3a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow b = -a.$$

Mặt khác, do giả thiết ta có phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 nên theo vi-ét ta có

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = \frac{a}{a} = 1.$$

Ta có:

$$\begin{aligned}(3x_1 + 4x_2 + 5x_3)^2 &= 44(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) \\ \Leftrightarrow 9x_1^2 + 16x_2^2 + 25x_3^2 &= 20x_1x_2 + 4x_2x_3 + 14x_3x_1 \\ \Leftrightarrow \frac{20}{3}x_1^2 + \frac{40}{3}x_2^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + \frac{7}{3}x_1^2 + 21x_3^2 &= 20x_1x_2 + 4x_2x_3 + 14x_3x_1\end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$— \frac{5}{3}(4x_1^2 + 9x_2^2) \geq \frac{5}{3} \cdot 2\sqrt{4x_1^2 \cdot 9x_2^2} = 20x_1x_2 \quad (1).$$

$$— x_2^2 + 4x_3^2 \geq 2\sqrt{x_2^2 \cdot 4x_3^2} = 4x_2x_3 \quad (2).$$

$$— \frac{7}{12}(4x_1^2 + 36x_3^2) \geq \frac{7}{12} \cdot 2\sqrt{4x_1^2 \cdot 36x_3^2} = 14x_3x_1 \quad (3).$$

Lấy (1) + (2) + (3) về theo về ta có: $9x_1^2 + 16x_2^2 + 25x_3^2 \geq 20x_1x_2 + 4x_2x_3 + 14x_3x_1$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} 4x_1^2 = 9x_2^2 \\ x_2^2 = 4x_3^2 \\ 4x_1^2 = 36x_3^2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3}{2}x_2 \\ x_2 = 2x_3 \\ x_3 = \frac{1}{3}x_1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{1}{3} \\ x_3 = \frac{1}{6} \end{cases}.$$

Vậy $S = x_1 + x_2^2 + x_3^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{133}{216}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1880. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = 3f^3(x) + 4f^2(x) + 1$ là

A. 4.

B. 9.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = 9f^2(x) \cdot f'(x) + 8f(x)f'(x)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = -\frac{8}{9} \end{cases}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}; \quad f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 < -1 \\ x = x_2 > 1 \end{cases}; \quad f(x) = -\frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_3, & x_1 < x_3 < -1 \\ x = x_4, & 1 < x_4 < x_2 \end{cases}.$$

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ nên ta có bảng biến thiên cho $g(x)$ như sau

x	$-\infty$	x_1	x_3	-1	0	1	x_4	x_2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$		$g(x_3)$		$g(0)$		$g(x_4)$		$+\infty$
		$g(x_1)$		$g(-1)$		$g(1)$		$g(x_2)$	

Từ đây ta suy ra được số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)$ là 4.

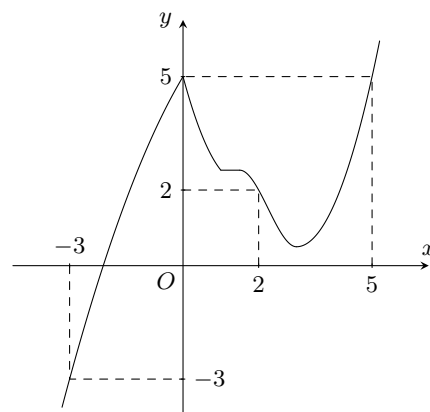
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1881.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $g(x) = f(-2x + 1) + (x + 1)(-2x + 4)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(-\infty; -2)$.
C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = -2f'(-2x + 1) - 4x + 2$ nên

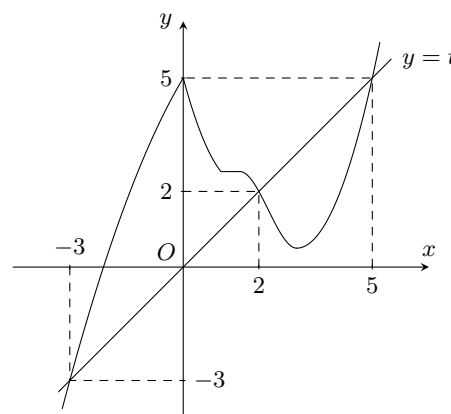
$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(-2x + 1) < -2x + 1 \Leftrightarrow f'(t) < t.$$

Xét hàm số $y = f'(t)$ có đồ thị như hình vẽ và đường thẳng

$$y = t. \text{ Ta có } f'(t) = t \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 2 \\ t = 5. \end{cases}$$

$$\text{Dựa vào đồ thị, ta có } f'(t) < t \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < t < 5 \\ t < -3. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < -2x + 1 < 5 \\ -2x + 1 < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -\frac{1}{2} \\ x > 2. \end{cases}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1882. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2019	-2019	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x - 2018) + 2019|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x - 2018) + 2019$.

$$g'(x) = (x - 2018)'f'(x - 2018) = f'(x - 2018).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2018 = -1 \\ x - 2018 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2017 \\ x = 2021. \end{cases}$$

Ta có $g(2017) = f(2017 - 2018) + 2019 = 4038$; $g(2021) = f(2021 - 2018) + 2019 = 0$;

Bảng biến thiên hàm $g(x)$

x	$-\infty$	2017		2021		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 4038		$\searrow$ 0		$\nearrow$ $+\infty$

Khi đó bảng biến thiên $|g(x)|$ là:

x	$-\infty$	x_0	2017	2021	$+\infty$
$ g(x) $	$+\infty$	$\searrow$ 0	$\nearrow$ 4038	$\searrow$ 0	$\nearrow$ $+\infty$

Vậy hàm số $y = |f(x - 2018) + 2019|$ có ba điểm cực trị.

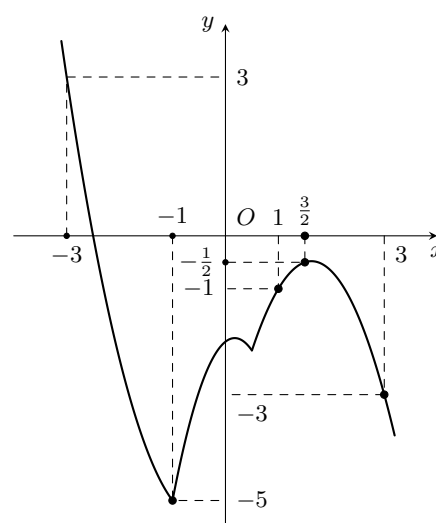
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1883.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

Hàm số $y = f(1 - x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-3; 1)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-1; \frac{3}{2})$.

Lời giải.

Ta có $y' = -f'(1-x) + x - 1$.

Hàm số đã cho nghịch biến khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -f'(1-x) + x - 1 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow f'(1-x) &\geq -(1-x) \end{aligned}$$

Đặt $t = 1 - x$, ta có $f'(t) \leq -t$.

Dựa vào đồ thị $f'(t) \geq -t \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -3 \\ 1 \leq t \leq 3. \end{cases}$

$$\text{— } t \leq -3 \Rightarrow 1 - x \leq -3 \Rightarrow x \geq 4.$$

$$\text{— } 1 \leq t \leq 3 \Rightarrow 1 \leq 1 - x \leq 3 \Rightarrow -2 \leq x \leq 0.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên $[-2; 0]$ và $[4; +\infty)$.

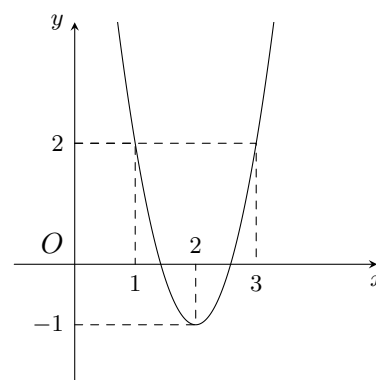
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1884.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x-2) + 2$ như hình vẽ.

Hỏi hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

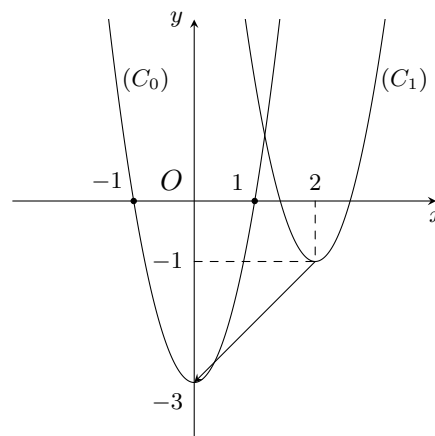


- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

① Cách 1:

- Từ đồ thị (C_1) của hàm số $y = f'(x-2) + 2$ ta thu được đồ thị đồ thị (C_0) bằng cách tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (-2; -2)$.
- Từ đồ thị (C_0) của $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

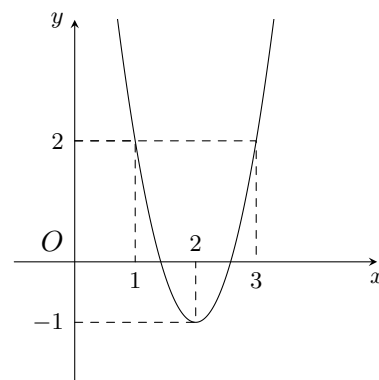


② Cách 2:

Hàm số nghịch biến khi $f'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x+2-2) + 2 < 2$ (1).

Đặt $t = x + 2$ thì (1) trở thành $f'(t-2) + 2 < 2 \Leftrightarrow 1 < t < 3$.

Ta được $1 < x + 2 < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1885. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tổng các giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. -2 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y' &= m^2x^4 - mx^2 + 20x - m^2 + m + 20 \\ &= (x+1) [m^2x^3 - m^2x^2 + (m^2 - m)x - m^2 + m + 20] \\ &= (x+1) [(x+1)(m^2x^2 - 2m^2x + 3m^2 - m) - 4m^2 + 2m + 20]. \end{aligned}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 0 & (1) \\ (x+1)(m^2x^2 - 2m^2x + 3m^2 - m) - 4m^2 + 2m + 20 = 0 & (2) \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ tương đương với $y' \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Suy ra $x = -1$ là nghiệm kép của

$$y' = 0 \text{ tức là } x = -1 \text{ là nghiệm của phương trình (2)} \Rightarrow -4m^2 + 2m + 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Với $m = -2$, ta có $f'(x) = (x+1)^2 \cdot (4x^2 - 8x + 14) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Với $m = \frac{5}{2}$, ta có $f'(x) = \frac{5}{4}(x+1)^2 \cdot (5x^2 - 10x + 13) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy $m = -2$ và $m = \frac{5}{2}$ đều thỏa yêu cầu bài toán. Do đó tổng cần tìm bằng $\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1886.

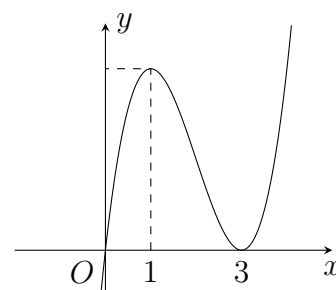
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 điểm cực trị.

A. $m \leq 1$.

B. $m > \frac{1}{4}$.

C. $m < 1$.

D. $m \geq \frac{1}{4}$.



Lời giải.

Xét $g(x) = f^2(x) + f(x) + m$ có $g'(x) = 2f(x)f'(x) + f'(x) = f'(x)[2f(x) + 1]$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ 2f(x) + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = a(a < 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(1) = f^2(1) + f(1) + m \\ g(3) = m \\ g(a) = m - \frac{1}{4} \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$

x	$-\infty$	a	1	3	$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0
g	$+\infty$		$g(1)$		$+\infty$
		$g(a)$		m	

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Suy ra đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = g(x)$ nằm hoàn toàn phía trên trục Ox (kể cả tiếp xúc). Do đó $g(a) \geq 0 \Leftrightarrow m - \frac{1}{4} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1887. Cho hàm số $y = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 4$ có đồ thị (C) . Biết (C) cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 20a^2 + 20b^2 + 5c^2$.

A. 32.

B. 64.

C. 16.

D. 8.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 4 = 0 \Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + cx = -x^4 - 4. \quad (1)$$

Nhận thấy $x = 0$ không phải nghiệm của (1).

Do đó theo giả thiết $\exists x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ sao cho $ax_0^3 + bx_0^2 + cx_0 = -x_0^4 - 4$.

Bình phương hai vế ta có

$$x_0^2 (ax_0^2 + bx_0 + c)^2 = (x_0^2 + 4)^2 \Leftrightarrow (ax_0^2 + bx_0 + c)^2 = \frac{(x_0^2 + 4)^2}{x_0^2}.$$

Theo bất đẳng thức Buniakovsky, ta có

$$(ax_0^2 + bx_0 + c)^2 \leq (20a^2 + 20b^2 + 5c^2) \left(\frac{x_0^4}{20} + \frac{x_0^2}{20} + \frac{1}{5} \right) = \frac{T}{20} (x_0^4 + x_0^2 + 4).$$

Từ đó suy ra

$$\frac{T}{20} \geq \frac{(ax_0^2 + bx_0 + c)^2}{x_0^4 + x_0^2 + 4} = \frac{(x_0^2 + 4)^2}{x_0^2 (x_0^4 + x_0^2 + 4)}.$$

Đặt $x_0^2 = t > 0$, ta có $\frac{T}{20} \geq \frac{(t^2 + 4)^2}{t^3 + t^2 + 4t}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{(t^2 + 4)^2}{t^3 + t^2 + 4t}$ trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{4t(t^2 + 4)(t^3 + t^2 + 4t) - (t^2 + 4)^2(3t^2 + 2t + 4)}{(t^3 + t^2 + 4t)^2} = \frac{(t^2 + 4)(t + 2)(t^3 - 8)}{(t^3 + t^2 + 4t)^2}.$$

Vì $t > 0$ nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$, ta có bảng biến thiên

t	0	2	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{64}{20}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{(0;+\infty)} f(t) = f(2) = \frac{64}{20}$. Suy ra $\frac{T}{20} \geq \frac{64}{20} \Leftrightarrow T \geq 64$.

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} x_0^2 = 2 \\ ax_0^3 + bx_0^2 + cx_0 = -x_0^4 - 4 \\ \frac{20a}{x_0^2} = \frac{20b}{x_0} = 5c \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{TH1: } x_0 = \sqrt{2}, \text{ ta có (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a\sqrt{2} + 2b + \sqrt{2}c = -8 \\ a = \sqrt{2}b \\ c = 2\sqrt{2}b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{4\sqrt{2}}{5} \\ b = -\frac{4}{5} \\ c = -\frac{8\sqrt{2}}{5} \end{cases} \Rightarrow T = 64 \text{ (TM).}$$

$$\text{TH2: } x_0 = -\sqrt{2}, \text{ ta có (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a\sqrt{2} + 2b - \sqrt{2}c = -8 \\ a = -\sqrt{2}b \\ c = -2\sqrt{2}b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4\sqrt{2}}{5} \\ b = -\frac{4}{5} \\ c = \frac{8\sqrt{2}}{5} \end{cases} \Rightarrow T = 64 \text{ (TM).}$$

Vậy T có giá trị nhỏ nhất bằng 64.

Nhận xét: Đây là một bài toán phức tạp, không phù hợp là một bài tập trắc nghiệm.

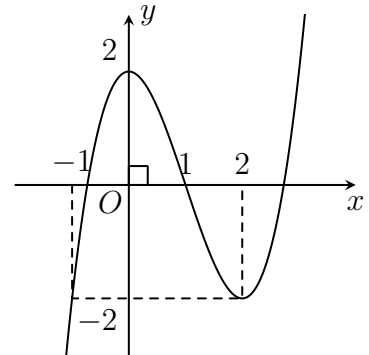
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1888.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\cos x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$ là

- A. $[-2; 2]$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $[0; 2)$.



Lời giải.

Đặt $t = \cos x$, phương trình trở thành $f(t) = m$. (1)

Với $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [-1; 1)$.

Nếu $t = -1$ hoặc $t \in (0; 1)$ thì ứng với một giá trị của x ; nếu $t \in (-1; 0]$ thì ứng với 2 giá trị của x .

Xét đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1)$, ta thấy:

- +) $m = -2$ thì (1) có 1 nghiệm $t = -1$ nên phương trình đã cho có 1 nghiệm;
- +) $-2 < m \leq 0$ thì (1) có 1 nghiệm $t \in (-1; 0)$ nên phương trình đã cho có 2 nghiệm;
- +) $0 < m < 2$ thì (1) có 1 nghiệm $t \in (-1; 0)$ và 1 nghiệm $t \in (0; 1)$ nên phương trình đã cho có 3 nghiệm;
- +) $m = 2$ thì (1) có 1 nghiệm $t = 0$ nên phương trình đã cho có 2 nghiệm.

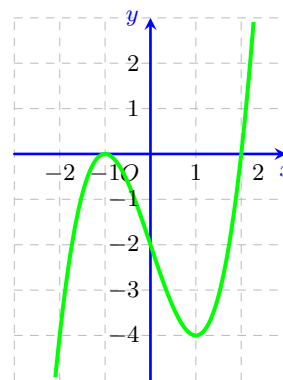
Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (0; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1889.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

Lời giải.

Xét $g(x) = f(x^2 - 2)$

$g'(x) = f'(x^2 - 2) \cdot 2x$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$					
$g'(x)$		$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ là sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1890. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $m \geq 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $m \geq 12$.

D. $m \leq 12$.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 12x + m$. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12x - 3x^2 = g(x), \forall x \in (0; +\infty)$

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(0; +\infty)$

x	0	2	$+\infty$	
$g'(x)$		+	0	-
$g(x)$	0	12	$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \geq \max_{(0; +\infty)} g(x) \Leftrightarrow m \geq 12$.

Chọn đáp án **C**

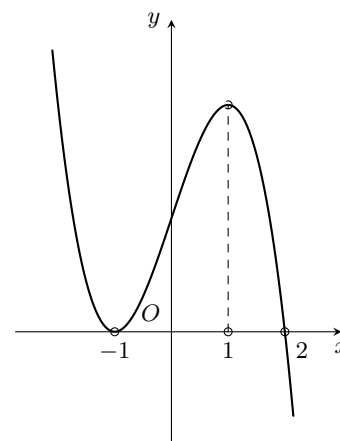
□

Câu 1891.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Nhận xét nào đúng về hàm số $g(x) = f^2(x)$?

- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- C. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm $\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ trong đó $x = -1$ là nghiệm kép.

Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm $\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ và $f'(x) > 0$ khi $-1 < x < 1$.

Xét hàm số $g(x) = f^2(x)$ có $g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$.

Giải phương trình

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
$f(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta có $g'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

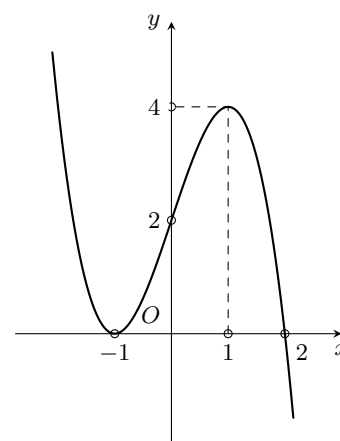
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1892.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên tập số thực và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $f(-1) = \frac{13}{4}$, $f(2) = 6$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f^3(x) - 3f(x)$ trên $[-1; 2]$ bằng

- A. $\frac{1573}{64}$.
- B. 198.
- C. $\frac{37}{4}$.
- D. $\frac{14245}{64}$.



Lời giải.

Bảng biến thiên

x	-1		2
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	$\frac{13}{4}$	→ 6	

Ta có $g'(x) = 3f^2(x).f'(x) - 3f'(x)$.

Xét trên đoạn $[-1; 2]$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3f'(x)[f^2(x) - 1] = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	-1		2
$g'(x)$	0	+	0
$g(x)$		→	

$$\Rightarrow \min_{[-1;2]} g(x) = g(-1) = f^3(-1) - 3f(-1) = \frac{1573}{64}.$$

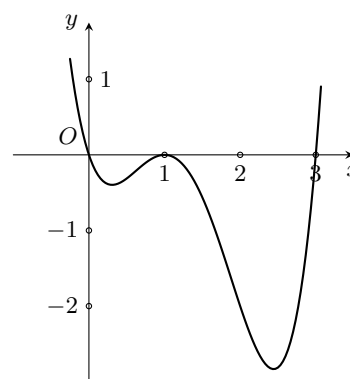
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1893.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số $y = f^2(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?

- A. 1 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
- B. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
- C. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
- D. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.



Lời giải.

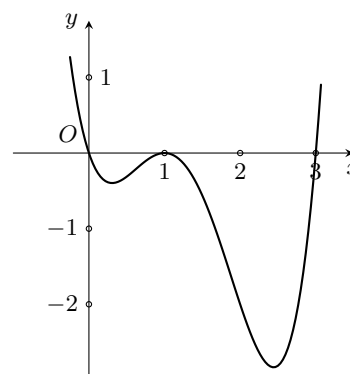
① Ta có $y = f^2(x) \Rightarrow y' = 2f(x)f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}.$

② Từ đồ thị ta có

(a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1, \text{ trong đó } x = 1 \text{ là nghiệm kép.} \\ x = 3 \end{cases}$

(b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \text{ (với } 0 < a < 1) \\ x = 1 \\ x = b \text{ (với } 1 < b < 3) \end{cases}$

③ Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f^2(x)$ như sau



x	$-\infty$	0	m	1	n	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$-$	0
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y							

Vậy hàm số $y = f^2(x)$ có 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu

Chọn đáp án **(B)**

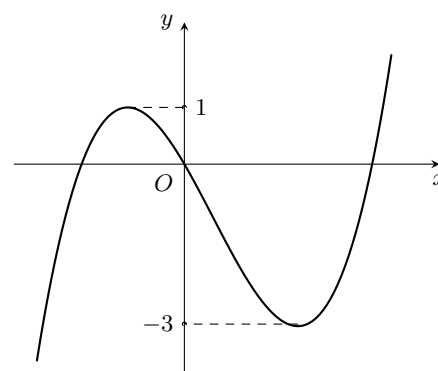
□

Câu 1894.

Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị.

- A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$. B. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.
C. $m = -1$ hoặc $m = 3$. D. $1 \leq m \leq 3$.



Lời giải.

- Ta có số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) + m|$ “=” số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + m$ “+” số nghiệm của phương trình $f(x) + m = 0$ (không tính nghiệm kép).
- Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + m$ “=” số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$. Từ đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- Như vậy, để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị thì phương trình $f(x) = -m$ phải có một nghiệm đơn hoặc một nghiệm đơn và một nghiệm kép.

$$\text{Suy ra, } \begin{cases} -m \geq 1 \\ -m \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1895. Cho tam giác đều ABC có cạnh 8 cm. Đặt hình chữ nhật $MNPQ$ với cạnh MN nằm trên cạnh BC và hai đỉnh P, Q lần lượt nằm trên các cạnh AC, AB của tam giác. Tính BM sao cho hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất.

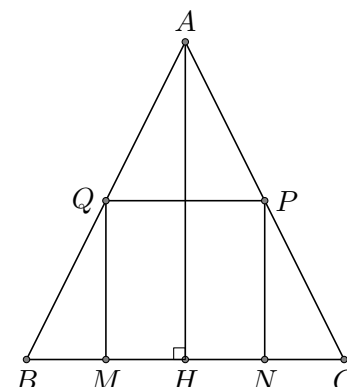
- A. $BM = 2$ cm. B. $BM = 8\sqrt{3}$ cm. C. $BM = 4$ cm. D. $BM = 4\sqrt{2}$ cm.

Lời giải.

- Đặt $BM = x$ ($x > 0$) $\Rightarrow MN = 8 - 2x$ ($x < 4$).
- Gọi H là trung điểm BC . Tam giác ABH có $MQ \parallel AH \Rightarrow \frac{QM}{AH} = \frac{BM}{BH} \Rightarrow QM = \frac{4\sqrt{3}x}{4} = \sqrt{3}x$.
- Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là

$$S = MQ \cdot MN = \sqrt{3}x(8 - 2x) = -2\sqrt{3}(x^2 - 4x) = -2\sqrt{3}(x - 2)^2 + 8\sqrt{3} \leq 8\sqrt{3}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = 2$. Vậy $BM = 2$ cm.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1896. Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1}+2\sqrt{x+4}+\sqrt{2x-9}+4\sqrt{3x+1}=25$.

A. 2 nghiệm.

B. 3 nghiệm.

C. 4 nghiệm.

D. 1 nghiệm.

Lời giải.

Đặt $f(x) = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-9} + 4\sqrt{3x+1}$.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{2x-9}} + \frac{6}{\sqrt{3x+1}} > 0, \forall x \in \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Lại có hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$, nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

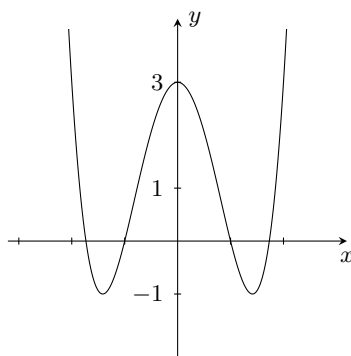
Do đó trên $\left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$, phương trình $f(x) = 25$ có tối đa một nghiệm.

Vì $x = 5$ thỏa mãn phương trình nên $x = 5$ là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1897. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?



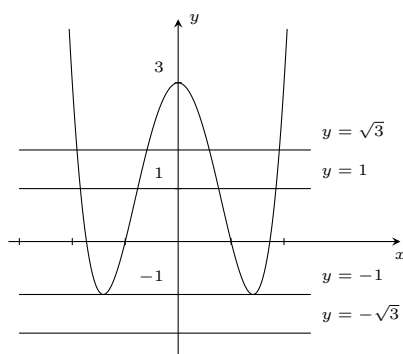
A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 4.

Lời giải.



Quan sát đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$, ta thấy

$$(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 4x^2 + 3 = 1 & (1) \\ x^4 - 4x^2 + 3 = \sqrt{3} & (2) \\ x^4 - 4x^2 + 3 = -1 & (3) \\ x^4 - 4x^2 + 3 = -\sqrt{3} & (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình (4) vô nghiệm.

Dễ dàng chỉ ra rằng 10 nghiệm của cả 4 phương trình trên là phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1898. Tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; -4)$. B. $[-4; -1]$. C. $[-4; 1]$. D. $[-1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 & (1) \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0. & (2) \end{cases}$

Giải (1) ta được $-4 \leq x \leq -1$.

Giải (2). Đặt $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$. Ta có bảng biến thiên

x	-4	-3	-1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	10	17	1

Vì $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; -1]$ và $\max_{[-4; -1]} f(x) = 17$; $\min_{[-4; -1]} f(x) = 1$ nên $f(x) > 0, \forall x \in [-4; -1]$.

Nghiệm của hệ đã cho là nghiệm chung của (1) và (2).

Do đó nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = [-4; -1]$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1899. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Tiếp tuyến Δ của (C) tại M cắt các đường tiệm cận tại A và B sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng nào?

A. (29; 30). B. (27; 28). C. (26; 27). D. (28; 29).

Lời giải.

Ta có $IA \cdot IB = 6$.

Tam giác IAB vuông tại $I \Rightarrow$ bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có

$$R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{IA^2 + IB^2} \geq \frac{1}{2}\sqrt{2IA \cdot IB} = \sqrt{3}.$$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi $R_{\min} \Leftrightarrow IA = IB$ tức là hệ số góc của tiếp tuyến bằng ± 1 .

$$\text{Hệ số góc } k = \frac{-3}{(x-2)^2} = -1 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}.$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 2 + \sqrt{3}$ là

$$y = -(x - 2 - \sqrt{3}) + \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -x + 2\sqrt{3} + 4 \quad (\Delta_1).$$

Diện tích tam giác tạo bởi 2 trục tọa độ tiếp tuyến (Δ_1) là $\frac{|2\sqrt{3} + 4|^2}{2} \approx 27,86$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 2 - \sqrt{3}$ là

$$y = -(x - 2 + \sqrt{3}) + \frac{3 - 2\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = -x - 2\sqrt{3} + 4 (\Delta_2).$$

Diện tích tam giác tạo bởi 2 trục tọa độ tiếp tuyến (Δ_2) là $\frac{|-2\sqrt{3} + 4|^2}{2} \approx 0,26$.

Khi đó tiếp tuyến Δ của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng $(27; 28)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1900. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x + 1}$ trên $[1; 2]$.

Ta có $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2]$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$.

Do đó $\max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{3m + 4}{3}, \min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{2m + 1}{2}$.

Trường hợp 1: $\frac{2m + 1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Trong trường hợp này ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{3m + 4}{3}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{3m + 4}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 1: $\frac{3m + 4}{3} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{4}{3}$.

Trong trường hợp này ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{-2m - 1}{2}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{-2m - 1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 1: $\frac{2m + 1}{2} < 0 < \frac{3m + 4}{3} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < m < -\frac{1}{2}$.

+) Nếu $\frac{-2m - 1}{2} \leq \frac{3m + 4}{3} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \leq m < -\frac{1}{2}$ thì $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{3m + 4}{3}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{3m + 4}{3} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (không thỏa mãn).

+) Nếu $\frac{-2m - 1}{2} \geq \frac{3m + 4}{3} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \geq m > -\frac{4}{3}$ thì $\max_{[1;2]} |f(x)| = \frac{-2m - 1}{2}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\frac{-2m - 1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2}$ (không thỏa mãn).

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow |S| = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1901. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + \sqrt{1 - x^2} - 3\sqrt{2y - y^2} + m = 0. & (2) \end{cases}$$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hệ phương trình trên có nghiệm?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow (x+1)^3 - 3(x+1)^2 = y^3 - 3y^2. \quad (3)$$

Do $-1 \leq x \leq 1$ nên $0 \leq x+1 \leq 2$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3t^2$ trên $[0; 2]$.

Ta có $f'(t) = 3t^2 - 6t \leq 0, \forall t \in [0; 2]$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại $t = 0$ hoặc $t = 2$).

Suy ra $f(t)$ nghịch biến trên $[0; 2]$.

Suy ra phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x+1) = f(y) \Leftrightarrow y = x+1$.

Thay vào phương trình (2) ta được $x^2 - 2\sqrt{1-x^2} + m = 0 \Leftrightarrow (1-x^2) + 2\sqrt{1-x^2} = m+1 \quad (*)$.

Đặt $t = \sqrt{1-x^2}, (0 \leq t \leq 1)$. Khi đó $(*)$ có dạng $t^2 + 2t = m+1$.

Ycbt $\Leftrightarrow$ Tìm m để phương trình $t^2 + 2t = m+1$ có nghiệm $t \in [0; 1]$.

Ta có hàm $f(t) = t^2 + 2t$ đồng biến trên $[0; 1]$ nên phương trình có nghiệm trên $[0; 1]$ khi và chỉ khi $0 \leq m+1 \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$.

Vậy có 4 giá trị nguyên.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1902. Biết đồ thị hàm số $y = (3a^2 - 1)x^3 - (b^3 + 1)x^2 + 3c^2x + 4d$ có hai điểm cực trị là $(1; -7), (2; -8)$. Tính tổng $M = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

A. $M = -18$.

B. $M = 18$.

C. $M = 15$.

D. $M = 8$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3(3a^2 - 1)x^2 - 2(b^3 + 1)x + 3c^2$.

$$\text{Từ giả thiết ta có : } \begin{cases} 8(3a^2 - 1) - 4(b^3 + 1) + 6c^2 + 4d = -8 \\ (3a^2 - 1) - (b^3 + 1) + 3c^2 + 4d = -7 \\ 3(3a^2 - 1) - 2(b^3 + 1) + 3c^2 = 0 \\ 3(3a^2 - 1) \cdot 2^2 - 2 \cdot 2(b^3 + 1) + 3c^2 = 0. \end{cases}$$

Đặt $A = 3a^2 - 1, B = b^3 + 1, C = 3c^2, D = 4d$ ta có hệ mới

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 8A - 4B + 2C + D = 0 \\ A - B + C + D = 0 \\ 3A - 2B + C = 0 \\ 12A - 4B + C = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = 9 \\ C = 12 \\ D = -12 \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} 3a^2 - 1 = 2 \\ b^3 + 1 = 9 \\ 3c^2 = 12 \\ 4d = -12 \end{cases} \end{aligned}$$

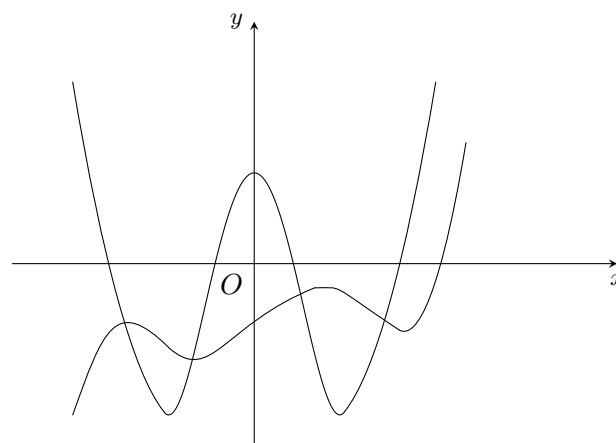
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 4 \\ c^2 = 4 \\ d^2 = 9. \end{cases}$$

Vậy : $M = 1 + 4 + 4 + 9 = 18$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1903.

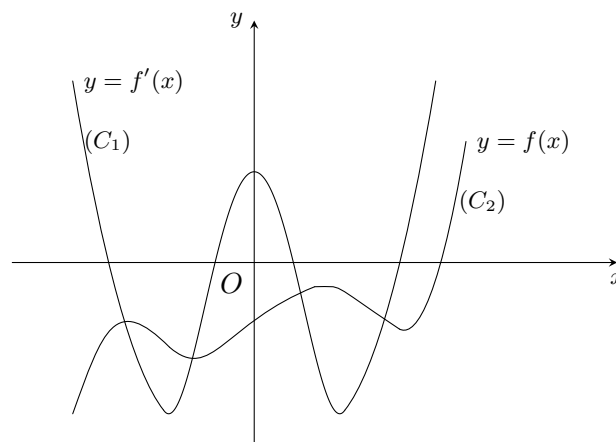
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của $f(x); f'(x)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



- A. $f'(-1) \geq f''(1)$. B. $f'(-1) > f''(1)$. C. $f'(-1) < f''(1)$. D. $f'(-1) = f''(1)$.

Lời giải.

- Nếu (C_2) là đồ thị của $f'(x)$ thì ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 1 lần nên hàm số $f(x)$ có 1 cực trị. Đồ thị còn lại (C_1) là của hàm số $f(x)$ có 3 cực trị nên vô lí.
- Do đó từ hình vẽ, ta có (C_1) là đồ thị của $f'(x)$ và (C_2) là đồ thị của $f(x)$.
- Từ đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1 \Rightarrow f'(-1) = 0$.
- hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow f'(1) = 0$ và $f''(1) < 0$.
- Do đó $f'(-1) > f''(1)$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1904. Với $a, b, c > 0$ thỏa $c = 8ab$ thì biểu thức $P = \frac{1}{4a+2b+3} + \frac{c}{4bc+3c+2} + \frac{c}{2ac+3c+4}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ tối giản). Tính $2m^2 + n$.

- A. 9. B. 4. C. 8. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{4a+2b+3} + \frac{c}{4bc+3c+2} + \frac{c}{2ac+3c+4} \\ &= \frac{1}{4a+2b+3} + \frac{1}{4b+3+\frac{2}{c}} + \frac{1}{2a+3+\frac{4}{c}}. \end{aligned}$$

Đặt $2a = x, 2b = y, \frac{2}{c} = z \Rightarrow xyz = 2a \cdot 2b \cdot \frac{8ab}{c} = 1$ (vì $c = 8ab$).

Khi đó $P = \frac{1}{2x+y+3} + \frac{1}{y+z+3} + \frac{1}{2z+x+3}$.

Mặt khác $2x + y + 3 = x + x + y + 1 + 2 \geq 2\sqrt{xy} + 2\sqrt{x} + 2 = 2(\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1)$.

Tương tự :

$$2y + z + 3 \geq 2(\sqrt{yz} + \sqrt{y} + 1)$$

$$2z + x + 3 \geq 2(\sqrt{xz} + \sqrt{z} + 1).$$

Do đó :

$$\begin{aligned} P &\leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{yz} + \sqrt{y} + 1} + \frac{1}{\sqrt{xz} + \sqrt{z} + 1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{y} + 1} + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{xy}} + 1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Suy ra $P \leq \frac{1}{2}$.

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = 1$, nên $\max P = \frac{1}{2}$.

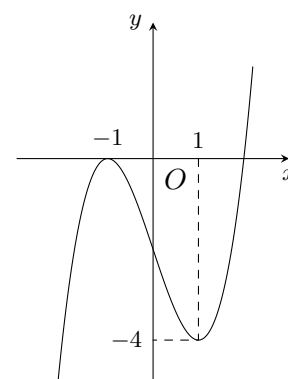
Vậy $m = 1, n = 2 \Rightarrow 2m^2 + n = 4$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1905.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = f'(x^2 - 2) \cdot (x^2 - 2)' = 2xf'(x^2 - 2)$.

Từ đồ thị ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < 2$ và $x \neq 1$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến thì

$$\begin{aligned}
 g'(x) < 0 &\Leftrightarrow 2xf'(x^2 - 2) < 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(x^2 - 2) < 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ f'(x^2 - 2) > 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 2 < 2 \\ x \neq -1 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 - 2 > 2 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -2 < x < 2 \\ x \neq -1 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases} \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x < -2. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ và $(-\infty; -2)$ nên D sai.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1906. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 2)$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x^2 + m)$ có 5 điểm cực trị. Số phần tử của tập S là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = (x^2 - 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Xét $g(x) = f(x^2 + m)$, $g'(x) = 2xf'(x^2 + m)$. Ta có

$$\begin{aligned}
 g'(x) &= 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m = 2 \\ x^2 + m = 1 \\ x^2 + m = -1 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 - m \\ x^2 = 1 - m \\ x^2 = -1 - m. \end{cases} \quad (*)
 \end{aligned}$$

Hàm số $y = g(x)$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow g'(x) = 0$ có 5 nghiệm bội lẻ phân biệt.

- ① Trường hợp 1: $m = 2$ thì (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$ (loại)
- ② Trường hợp 2: $m = 1$ thì (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 0 \\ x^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$ (loại)
- ③ Trường hợp 3: $m = -1$ thì (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 3 \\ x^2 = 2 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm\sqrt{2}. \end{cases}$ (thỏa yêu cầu bài toán)
- ④ Trường hợp 4: $m > 2$ thì $\begin{cases} 2 - m < 0 \\ 1 - m < 0 \\ -1 - m < 0 \end{cases}$ nên $g'(x) = 0$ chỉ có 1 nghiệm $x = 0$ (loại).
- ⑤ Trường hợp 5: $1 < m < 2$ thì
 + Phương trình $x^2 = 2 - m$ có 2 nghiệm phân biệt.
 + Phương trình $x^2 = 1 - m$ và $x^2 = -1 - m$ vô nghiệm.
 Do đó $g'(x) = 0$ không có đủ 5 nghiệm phân biệt (loại).
- ⑥ Trường hợp 6: $-1 < m < 1$
 + phương trình $x^2 = 2 - m$ có hai nghiệm phân biệt.
 + phương trình $x^2 = 1 - m$ có hai nghiệm phân biệt.
 + phương trình $x^2 = -1 - m$ vô nghiệm.
 Do đó $g'(x) = 0$ có đủ 5 nghiệm đơn phân biệt (thỏa yêu cầu bài toán).
- ⑦ Trường hợp 7: $m < -1$ thì các phương trình $x^2 = 2 - m, x^2 = 1 - m, x^2 = -1 - m$ đều có hai nghiệm phân biệt.
 Do đó $g'(x) = 0$ có 7 nghiệm phân biệt và hàm số đã cho không có 5 điểm cực trị (loại).

Vậy tập hợp các giá trị của m để hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị là $\begin{cases} m = -1 \\ -1 < m < 1 \end{cases}$ hay $-1 \leq m < 1$.

Do m nguyên nên $m = -1, m = 0$ nên có 2 giá trị thỏa đề bài.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1907. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m nhỏ hơn 2018 để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$ nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3.

A. 2009.

B. 2010.

C. 2011.

D. 2012.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2) = 6[x^2 + (m-1)x + (m-2)]$.

$$\begin{aligned} y' &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2-m \end{cases} \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} &\begin{cases} -1 \neq 2-m \\ |-1-2+m| > 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} m \neq 3 \\ |m-3| > 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} m-3 > 3 \\ m-3 < -3 \end{cases} \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} m > 6 \\ m < 0. \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $m \in (-\infty; 0) \cup (6; +\infty)$.

Do m nguyên dương nên $m \in \{7; 8; 9 \dots 2017\}$. Do đó có 2011 số m thỏa đề bài.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1908. Cho x, y là những số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $A = M + 15m$ là

A. $A = 17 - 2\sqrt{6}$. B. $A = 17 - \sqrt{6}$. C. $A = 17 + \sqrt{6}$. D. $A = 17 + 2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đặt $xy + 2 = t$, ta có $x^2 + y^2 = 1 + xy = t - 1$.

Từ $(x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow t - 1 \geq 2(t - 2) \Rightarrow t \leq 3$.

Mặt khác $(x + y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy \geq 0 \Rightarrow t - 1 + 2(t - 2) \geq 0 \Rightarrow t \geq \frac{5}{3}$.

Các dấu bằng đều xảy ra nên $t \in \left[\frac{5}{3}; 3\right]$.

Ta có $x^2 + y^2 + 1 = 2 + xy = 2 + (t - 2) = t$;

$x^4 + y^4 + 1 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 + 1 = (t - 1)^2 - 2(t - 2)^2 + 1 = -t^2 + 6t - 6$.

Do đó $P = -t + 6 - \frac{6}{t}$; xét hàm $f(t) = -t - \frac{6}{t} + 6$.

Có $f'(t) = -1 + \frac{6}{t^2} = \frac{(\sqrt{6} - t)(\sqrt{6} + t)}{t^2}$.

$f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{11}{15}$; $f(3) = 1$; $f(\sqrt{6}) = 6 - 2\sqrt{6}$.

Do đó $m = \min_{\left[\frac{5}{3}; 3\right]} P = \frac{11}{15}$; $M = \max_{\left[\frac{5}{3}; 3\right]} P = 6 - 2\sqrt{6}$.

Vậy $A = M + 15m = 17 - 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1909. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2(m-1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác vuông.

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4(m-1)x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$. (*)

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 1)$, $B(\sqrt{m-1}; 2m - m^2)$, $C(-\sqrt{m-1}; 2m - m^2)$.

Hàm số đã cho là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng

$\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \triangle ABC$ vuông khi $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

$$\overrightarrow{AB} = (\sqrt{m-1}; 2m - m^2 - 1), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m-1}; 2m - m^2 - 1).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -(m-1) + (2m - m^2 - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^4 - (m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2. \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*) $\Rightarrow m = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1910. Cho hàm số $y = 2\cos^3 x - 3\cos^2 x - m\cos x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $m \in \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $m \in \left(-2; \frac{3}{2}\right)$. C. $m \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$. D. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right]$.

Lời giải.

Cách 1:

$$y' = -6\cos^2 x \sin x + 6\cos x \sin x + m \sin x = \sin(-6\cos^2 x + 6\cos x + m)$$

Hàm số $y = 2\cos^3 x - 3\cos^2 x - m\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

$$\Leftrightarrow \sin x(-6\cos^2 x + 6\cos x + m) \leq 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ (vì } \sin x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right))$$

$$\Leftrightarrow (-6\cos^2 x + 6\cos x + m) \leq 0, \forall \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -6\cos^2 x + 6\cos x \leq -m, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

$$\text{Xét } f(x) = -6\cos^2 x + 6\cos x, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

$$\text{Đặt } t = \cos x. \text{ Vì } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x \in (0; 1).$$

Ta có $f(t) = -6t^2 + 6t, \forall t \in (0; 1)$ là Parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và hệ số $a < 0$ nên có giá trị lớn nhất là $\frac{3}{2}$ tại $t = \frac{1}{2}$.

$$\text{Để (1) xảy ra } \Leftrightarrow \max_{(0;1)} f(x) \leq -m \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq -m \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$$

Cách 2: Đặt $t = \cos x$. Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x \in (0; 1)$.

$$\text{Ta có } y = 2t^3 - 3t^2 - mt \Leftrightarrow y' = 6t^2 - 6t - m.$$

Hàm số $y = 2\cos^3 x - 3\cos^2 x - m\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $y = 2t^3 - 3t^2 - mt$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall t \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow 6t^2 - 6t - m \geq 0, \forall t \in (0; 1) \Leftrightarrow f(t) = 6t^2 - 6t \geq m, \forall t \in (0; 1).$$

$$\text{Xét } f(t) = 6t^2 - 6t, \forall t \in (0; 1); f'(t) = 12t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

t	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(t)'$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{3}{2}$	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \leq -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1911. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

A. $1 < m < 5$.

B. $-1 < m < 2$.

C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}} = 0$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 3x^2 + m - 1 = -\infty$ nên không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$.

Do vậy đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận thì phương trình $x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt.

Ta có (1) $\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 1 - m$. (2)

Số nghiệm của (2) là giao điểm của đường thẳng $y = 1 - m$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$ 0 $\searrow$	-4	$\nearrow$ $+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy (2) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < 1 - m < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1912. Cho các số thực không âm x, y thay đổi. M, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x-y)(1-xy)}{(x+1)^2(y+1)^2}$. Giá trị của $8M + 4n$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= \frac{(x-y)(1-xy)}{(x+1)^2(y+1)^2} = \frac{x-y-x^2y+xy^2}{(x+1)^2(y+1)^2} = \frac{x+xy^2+2xy-(y+x^2y+2xy)}{(x+1)^2(y+1)^2} \\ &= \frac{x(y+1)^2-y(1+x)^2}{(x+1)^2(y+1)^2} = \frac{x}{(x+1)^2} - \frac{y}{(y+1)^2}. \end{aligned}$$

Đặt $f(t) = \frac{1}{(t+1)^2}$ với $t \geq 0 \Rightarrow f'(t) = \frac{1-t^2}{(1+t)^4}$.

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	$\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của $f(t) = \frac{1}{4}$ khi $t = 1$, giá trị nhỏ nhất của $f(t) = 0$ khi $t = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của $M = \max_{t \in [0; +\infty)} f(t) - \min_{t \in [0; +\infty)} f(t) = \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4}$ đạt được khi $x = \frac{1}{4}$, $y = 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $m = \min_{t \in [0; +\infty)} f(t) - \max_{t \in [0; +\infty)} f(t) = 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$ đạt được khi $x = 0$, $y = \frac{1}{4}$.

Vậy $8M + 4m = 8 \cdot \frac{1}{4} + 4 \left(-\frac{1}{4}\right) = 2 - 1 = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1913. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $3 \leq m < 1$. B. $-2 < m \leq \frac{1}{3}$. C. $-1 \leq m \leq \frac{1}{4}$. D. $0 \leq m < \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện phương trình đã cho là $x \geq 1$.

Ta có

$$3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1} \Leftrightarrow 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m = 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}. \quad (1)$$

Đặt $t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} = \sqrt[4]{1 - \frac{2}{x+1}}$, vì $x \geq 1$ nên $0 \leq t < 1$. Phương trình (1) trở thành

$$-3t^2 + 2t = m. \quad (2)$$

Với mỗi giá trị t thuộc $[0; 1)$ ta chỉ tìm một giá trị x thuộc $[1; +\infty)$ thỏa $t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$.

Do đó để phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt thì phương trình (2) phải có hai nghiệm t thuộc $[0; 1)$.

Xét hàm số $f(t) = -3t^2 + 2t$. Ta có $f'(t) = -6t + 2$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$. Ta xét bảng biến thiên sau

t	0	$\frac{1}{3}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{3}$	-1

Dựa vào bảng biến thiên trên, giá trị m thỏa đề bài là $0 \leq m < \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1914. Cho hai số thực x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) - 3xy$. Tính giá trị của $M + m$.

- A. $M + m = -4$. B. $M + m = -\frac{1}{2}$. C. $M + m = -6$. D. $M + m = 1 - 4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} P = 2(x^3 + y^3) - 3xy &= 2(x + y)(x^2 + y^2 - xy) - 3xy \\ &= 2(x + y)(2 - xy) - 3xy. \end{aligned}$$

Đặt $x + y = t$, khi đó

$$x^2 + y^2 = 2 \Leftrightarrow xy = \frac{(x + y)^2}{2} - 1 \Leftrightarrow xy = \frac{t^2}{2} - 1.$$

Do

$$(x + y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow t^2 \geq 4\left(\frac{t^2}{2} - 1\right) \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 2.$$

Xét hàm số $f(t) = P = 2t\left(2 - \left(\frac{t^2}{2} - 1\right)\right) - 3\left(\frac{t^2}{2} - 1\right) = -t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 6t + 3$ trên đoạn $[-2; 2]$. Ta

có $f'(t) = -3t^2 - 3t - 6$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 - 3t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in [-2; 2] \\ t = -2 \in [-2; 2] \end{cases}$. Khi đó

$$f(-2) = -7; f(1) = \frac{13}{2}; f(2) = 1.$$

Suy ra $M = \max_{t \in [-2; 2]} f(t) = \frac{13}{2}$ và $m = \min_{t \in [-2; 2]} f(t) = -7$.

$$\text{Vậy } M + m = \frac{13}{2} - 7 = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1915. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$ và $N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 5(x_1 - x_2)$?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = x^3 - 6x$.

— Gọi $A\left(x_0; \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2\right)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến tại A . Phương trình tiếp tuyến tại A

là đường thẳng (d) có phương trình $y = (x_0^3 - 6x_0)(x - x_0) + \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2$.

— Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là

$$\begin{aligned} (x_0^3 - 6x_0)(x - x_0) + \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2 &= \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 \Leftrightarrow (x - x_0)^2(x^2 + 2x_0x + 3x_0^2 - 12) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = 0 \\ x^2 + 2x_0x + 3x_0^2 - 12 = 0 \end{cases} \quad (2) \end{aligned}$$

— (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác A khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 \neq \pm\sqrt{2} \\ -\sqrt{6} < x_0 < \sqrt{6} \end{cases} \quad (3).$

- Khi đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ trong đó
- $y_1 = (x_0^3 - 6x_0)(x_1 - x_0) + \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2$ và $y_2 = (x_0^3 - 6x_0)(x_2 - x_0) + \frac{1}{4}x_0^4 - 3x_0^2$.
 - Suy ra $y_1 - y_2 = (x_0^3 - 6x_0)(x_1 - x_2)$.
 - Từ giả thiết ta có $(x_0^3 - 6x_0)(x_1 - x_2) = 5(x_1 - x_2) \Leftrightarrow x_0^3 - 6x_0 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ x_0 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$
(vì $x_1 \neq x_2$).
- Kết hợp với điều kiện (3) có hai giá trị x_0 thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1916. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m + 1)x^2 + (3 - m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m \geq 3$.

B. $m > 3$.

C. $-\frac{1}{2} < m$.

D. $-\frac{1}{2} < m \leq 3$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m + 1)x^2 + (3 - m)x + 2$.

- Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 - 2(2m + 1)x + (3 - m)$.
- Hàm số $y = f(|x|)$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa $x_1 \leq 0 < x_2$.
 - Trường hợp 1. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow 3(3 - m) < 0 \Leftrightarrow m > 3$.
 - Trường hợp 2. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 0 < x_2$. Ta có $y'(0) = 0 \Rightarrow m = 3$.

$$\text{Với } m = 3 \text{ thì } y' = 3x^2 - 14x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{14}{3} > 0 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

- Vậy $m \leq 3$ thì hàm số $y = f(|x|)$ có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1917. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

A. $m \geq -3$.

B. $m \geq 0$.

C. $m \leq -3$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải.

- Ta có $y = f(x) = \sin^3 x + 3\sin^2 x - m\sin x - 4$ (1). Đặt $t = \sin x$, do $x \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [-1; 0]$.
- Hàm số (1) trở thành $y = g(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$. (2)
- Hàm số (1) đồng biến trên $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi hàm số (2) nghịch biến trên $[-1; 0] \Leftrightarrow g'(t) \leq 0, \forall t \in [-1; 0]$ ($g'(t) = 0$ tại hữu hạn điểm).
- Xét hàm số $y = g(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$ trên $[-1; 0]$. Ta có $g'(t) = 3t^2 + 6t - m$. Suy ra

$$\begin{aligned} g'(t) \leq 0, t \in [-1; 0] &\Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \leq 0 \quad \forall t \in [-1; 0] \\ &\Leftrightarrow 3t^2 + 6t \leq m, \quad \forall t \in [-1; 0]. \end{aligned}$$

- Xét hàm số $y = h(t) = 3t^2 + 6t$ trên đoạn $[-1; 0]$.

Ta có $h'(t) = 6t + 6 \geq 0$, $t \in [-1; 0] \Rightarrow h(t)$ đồng biến trên $[-1; 0]$. Vậy $\max_{[-1; 0]} \lim_{t \rightarrow 0} h(t) = h(0) = 0$.

Tức là $g'(t) \leq 0$, $t \in [-1; 0] \Leftrightarrow \max_{[-1; 0]} \lim_{t \rightarrow 0} h(t) \leq m$, $t \in [-1; 0]$. Do đó, $m \geq 0$.

Hàm số (1) đồng biến trên $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi $m \in [0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1918. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số: $y = x^8 + (m+1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Phương pháp:

Nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số thì $f'(x_0) = 0$.

Nếu $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$.

Cách giải: Ta có $y' = 8x^7 + 5(m+1)x^4 - 4(m^2-1)x^3$; $y'' = 56x^6 + 20(m+1)x^3 - 12(m^2-1)x^2$
 $\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 8x^7 + 5(m+1)x^4 - 4(m^2-1)x^3 = 0$

$$\Leftrightarrow x^3 [8x^4 + 5(m+1)x - 4(m^2-1)] = 0$$

TH1: Xét $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$ +) Khi $m = 1$ ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x^3(8x^4 + 10x) = x^4(8x^3 + 10) \Rightarrow x = 0$ là nghiệm bội 4 $\Rightarrow x = 0$ không là cực trị của hàm số. +) Khi $m = -1$ ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x^3.8x^4 = 0 \Leftrightarrow 8x^7 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow x = 0$ là điểm cực trị của hàm số. Hơn nữa qua điểm $x = 0$ thì y' đổi dấu từ âm sang dương nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

TH2: Xét $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ ta có:

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 [8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2-1)x] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ 8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2-1)x = 0 \end{cases}$$

Vì $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm bội chẵn không là cực trị của hàm số, do đó cực trị của hàm số ban đầu là nghiệm của phương trình $g(x) = 8x^5 + 5(m+1)x^2 - 4(m^2-1)x = 0$.

Ta có $g'(x) = 40x^4 + 10(m+1)x - 4(m^2-1)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Leftrightarrow g'(0) > 0 \Leftrightarrow g'(0) > 0 \Leftrightarrow -4(m^2-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0$

$$\Leftrightarrow -1 < m < 1.$$

Vậy kết hợp 2 trường hợp ta có $-1 \leq m < 1$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0\}$ có 2 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1919.

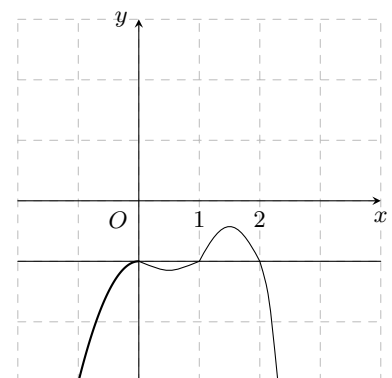
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Xác định điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x) + x$.

A. Không có giá trị.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.



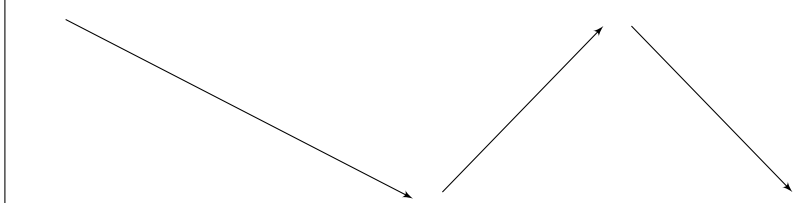
Lời giải.

Phương pháp: Giải phương trình $g'(x) = 0$, lập BBT của đồ thị hàm số $y = g(x)$ và kết luận.

Cách giải:

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	-	0	+	0	-	
$g(x)$									

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực đại là $x = 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1920. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x \forall x \in R$ và $f(0) = f'(0) = 2$. Tính giá trị của $T = f^2(2)$.

A. $\frac{268}{15}$.

B. $\frac{160}{15}$.

C. $\frac{268}{30}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải.

Phương pháp:

+) Dựa vào phương trình đã cho của bài toán ta có thể thấy: $VT = [f(x) \cdot f'(x)]'$.

+) Lấy nguyên hàm hai vế và dựa vào giả thiết bài toán để làm tiếp.

Cách giải:

Ta có: $VT = [f(x) \cdot f'(x)]' = f'(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot f''(x) = [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) \Rightarrow [f'(x) \cdot f(x)]' = x^3 - 2x(*)$.

Nguyên hàm hai vế của (*) ta được: $f'(x) \cdot f(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + C(1)$.

Lại có: $f'(0) = f(0) = 2 \Rightarrow C = 2 \cdot 2 = 4$

$$(1) \Rightarrow f(x) \cdot f'(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 4$$

$$\Rightarrow \int f(x) \cdot f'(x) dx = \int \left(\frac{x^4}{4} - x^2 + 4 \right) dx$$

$$\Leftrightarrow \int f(x) df(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{3} + 4x + A$$

$$\Leftrightarrow \frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{3} + 4x + A \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{x^5}{10} - \frac{2x^3}{3} + 8x + 2A$$

Có $f(0) = 2 \Rightarrow 4 = 2A \Leftrightarrow A = 2$

$$\Rightarrow f^2(x) = \frac{x^5}{10} - \frac{2x^3}{3} + 8x + 4$$

$$\Rightarrow f^2(2) = \frac{2^5}{10} - \frac{2 \cdot 2^3}{3} + 8 \cdot 2 + 4 = \frac{268}{15}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1921. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

D. 5.

Xét $f'(x) = 0$ suy ra

$$12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow 12x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Mà $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 = -m$. Khi đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	0	-32	$+\infty$	

Chọn đáp án **A**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x^2 - 2x + 1) + 2018$ giảm trên khoảng

Nếu $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ suy ra

$$f'(x^2 - 2x + 1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x^2 - 2x + 1 \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 2 \geq 0 \\ x^2 - 2x \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2.$$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

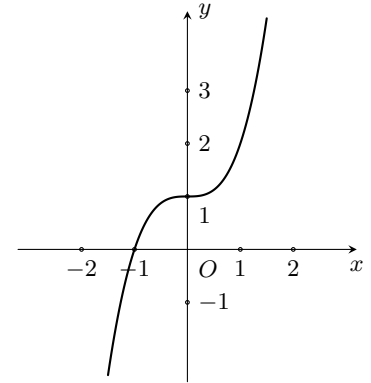
Câu 1923.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình

$$f(16 \cos^2 x + 6 \sin 2x - 8) = f(m(m+1))$$

có nghiệm $x \in \mathbb{R}$?

- A. 10. B. 4. C. 8. D. 6.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó

$$\begin{aligned} f(16 \cos^2 x + 6 \sin 2x - 8) &= f(m(m+1)) \\ \Leftrightarrow 16 \cos^2 x + 6 \sin 2x - 8 &= m(m+1) \\ \Leftrightarrow 8(\cos 2x + 1) + 6 \sin 2x - 8 &= m(m+1) \\ \Leftrightarrow 8 \cos 2x + 6 \sin 2x &= m(m+1). \end{aligned}$$

Để phương trình có nghiệm $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} m^2(m+1)^2 &\leq 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow m^2(m+1)^2 \leq 100 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+1) \leq 10 \\ m(m+1) \geq -10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 10 \leq 0 \\ m^2 + m + 10 \geq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow m^2 + m - 10 \leq 0 &\Leftrightarrow -\frac{1 + \sqrt{41}}{2} \leq m \leq \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}. \end{aligned}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ suy ra $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1924. Tập tất cả các giá trị của m phương trình $2x\sqrt{1-x^2} - m(x + \sqrt{1-x^2}) + m + 1 = 0$ không có nghiệm thực là tập $(a; b)$. Khi đó

- A. $a - b = 2 + 2\sqrt{2}$. B. $a - b = -2 - 2\sqrt{2}$. C. $a - b = \sqrt{2}$. D. $a - b = -2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là $-1 \leq x \leq 1$.

Đặt $t = x + \sqrt{1-x^2}$ với $-1 \leq x \leq 1$. Khi đó $t' = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ và $t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lại có $t(-1) = -1$, $t(1) = 1$ và $t\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}$. Do đó $t \in [-1; \sqrt{2}]$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 1 - mt + m + 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 - mt + m = 0$.

Vì $t = 1$ không phải là nghiệm của phương trình $t^2 - mt + m = 0$ nên $m = \frac{t^2}{t-1}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{t-1}$ với $t \in [-1; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$, ta có

$$f'(t) = 1 - \frac{1}{(t-1)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \text{ (loại)}.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ với $t \in [-1; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$ như sau

t	-1	0	1	$\sqrt{2}$
$f'(t)$	+	0	-	-
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$	$2\sqrt{2} + 2$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra tập tất cả giá trị m cần tìm là $m \in (0; 2 + 2\sqrt{2})$.

Do đó $a = 0$, $b = 2 + 2\sqrt{2}$ nên $a - b = -2 - 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1925. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 108.

B. 120.

C. 210.

D. 136.

Lời giải.

Đặt $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30$ là hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $f'(x) = x^3 - 28x + 48$. Với mọi $x \in [0; 2]$, ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Mặt khác, $f(0) = m - 30$, $f(2) = m + 14$. Suy ra $\max_{[0;2]} |f(x)| = \max \{|f(0)|; |f(2)|\}$.

Theo đề bài, suy ra

$$\max_{[0;2]} |f(x)| = \max \{|f(0)|; |f(2)|\} \leq 30 \Leftrightarrow \begin{cases} |f(0)| \leq 30 \\ |f(2)| \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 30| \leq 30 \\ |m + 14| \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -30 \leq m - 30 \leq 30 \\ -30 \leq m + 14 \leq 30 \end{cases}.$$

Từ đó, ta có $0 \leq m \leq 16$, hay là $m \in S = \{0; 1; 2; 3; \dots; 15; 16\}$.

Vậy tổng tất cả 17 giá trị trong tập S là $\frac{17(0+16)}{2} = 136$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1926. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x$ có đồ thị (C) . Gọi A, B, C, D là bốn điểm trên đồ thị (C) với hoành độ lần lượt là a, b, c, d sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình thoi đồng thời hai tiếp tuyến tại A, C song song với nhau và đường thẳng AC tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân. Tính tích $abcd$.

A. 144.

B. 60.

C. 180.

D. 120.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 9$, $y'' = -6x + 6 \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 11$. Vậy điểm uốn của đồ thị là $I(1; 11)$. Đây cũng chính là điểm đối xứng của đồ thị hàm bậc ba.

Vì tiếp tuyến tại A và C song song với nhau nên

$$y'(a) = y'(c) \Leftrightarrow -3a^2 + 6a + 9 = -3c^2 + 6c + 9 \Leftrightarrow 3(a - c)(a + b - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - c = 0 \text{ (loại)} \\ a + c = 2. \end{cases}$$

Suy ra $x_A + x_C = 2x_I$. Lại có

$$\begin{aligned} y_A + y_C &= -(a^3 + c^3) + 3(a^2 + c^2) + 9(a + c) \\ &= -(a + c)(a^2 + c^2 - ac) + 3(a^2 + c^2) + 18 \\ &= a^2 + c^2 + 2ac + 18 = (a + c)^2 + 18 = 22 = 2y_I. \end{aligned}$$

Suy ra I là trung điểm của AC . Một đường thẳng đi qua I , vuông góc với AC cắt (C) tại B, D thì theo tính chất đối xứng của đồ thị ta có $IB = ID \Rightarrow ABCD$ là hình thoi.

Theo đầu bài thì AC tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân nên hệ số góc của đường thẳng AC bằng 1 hoặc -1 . Vì $BD \perp AC \Rightarrow k_{BD}$ bằng -1 hoặc 1 . Ta có

$$\begin{aligned} k_{AC} &= \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{(a^3 - c^3) - 3(a^2 - c^2) - 9(a - c)}{c - a} \\ &= a^2 + c^2 + ac - 15 = (a + c)^2 - ac - 15 = -11 - ac \Rightarrow ac = -11 - k_{AC}. \end{aligned}$$

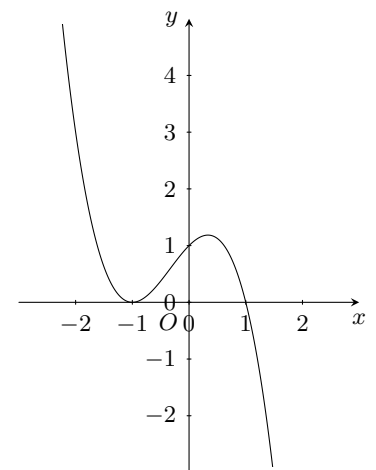
Tương tự $bd = -11 - k_{BD}$. Suy ra $abcd = (-11 - k_{AC})(-11 - k_{BD}) = (-10)(-12) = 120$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1927.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(1) = 1, f(-1) = -\frac{1}{3}$. Đặt $g(x) = f^2(x) - 4f(x)$. Cho biết đồ thị của $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



- A. Hàm số $g(x)$ có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số $g(x)$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.
- C. Hàm số $g(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số $g(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

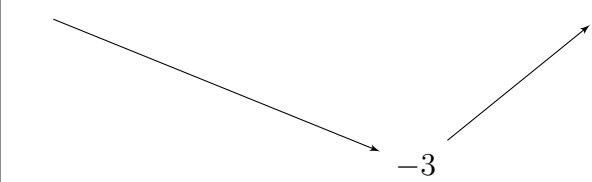
Từ hình vẽ suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	0	$-$
$f(x)$	$-\frac{1}{3}$ 1			

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $g(x) = f^2(x) - 4f(x) \Rightarrow g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x) - 4f'(x) = 2f'(x) \cdot (f(x) - 2)$.

Vì $f(x) \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x) - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$					

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1928. Cho hàm số $y = |\sin^3 x - m \sin x + 1|$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính số phần tử của S .

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

Đặt $t = \sin x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Khi đó hàm số $y = |\sin^3 x - m \sin x + 1|$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi $y = f(t) = |t^3 - mt + 1|$ đồng biến trên $(0; 1)$.

Xét hàm số $y = f(t) = |t^3 - mt + 1|$ trên khoảng $(0; 1)$ có $f'(t) = 3t^2 - m$.

— Khi $m = 0$: $f'(x) = 3x^2 > 0, \forall x \Rightarrow y = f(x) = x^3 + 1$ đồng biến trên $(0; 1)$.

Và đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + 1$ cắt Ox tại điểm duy nhất $x = -1$.

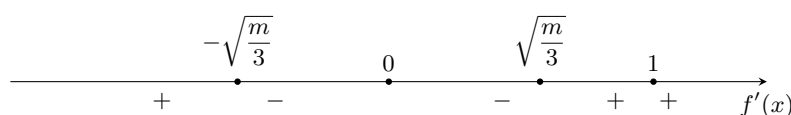
$\Rightarrow y = g(x) = |x^3 - mx + 1|$ đồng biến trên $(0; 1) \Rightarrow m = 0$ thỏa mãn.

— $m > 0$: $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = -\sqrt{\frac{m}{3}}, x_2 = \sqrt{\frac{m}{3}}$.

Hàm số $y = f(x) = x^3 - mx + 1$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\sqrt{\frac{m}{3}}\right)$ và $\left(\sqrt{\frac{m}{3}}; +\infty\right)$.

Nhận xét: $(0; 1) \not\subset \left(\sqrt{\frac{m}{3}}; +\infty\right), (0; 1) \not\subset \left(-\infty; -\sqrt{\frac{m}{3}}\right), \forall m > 0$.

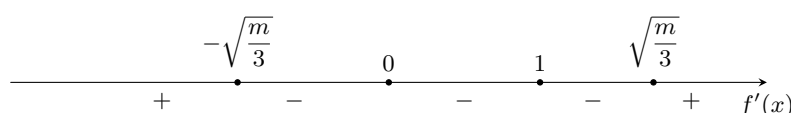
TH1: $-\sqrt{\frac{m}{3}} < 0 < \sqrt{\frac{m}{3}} < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 3$



Để $y = g(x) = |x^3 - mx + 1|$ đồng biến trên $(0; 1)$ thì $x^3 - mx + 1 = 0$ có nghiệm (bội lẻ) là $x = \sqrt{\frac{m}{3}}$

$\Rightarrow \frac{m\sqrt{m}}{3\sqrt{3}} - \frac{m\sqrt{m}}{\sqrt{3}} + 1 = 0 \Leftrightarrow -2m\sqrt{m} + 3\sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow m\sqrt{m} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ (TM).

TH2: $-\sqrt{\frac{m}{3}} < 0 < 1 \leq \sqrt{\frac{m}{3}} \Leftrightarrow m \geq 3$



Để $y = g(x) = |x^3 - mx + 1|$ đồng biến trên $(0; 1)$ thì $x^3 - mx + 1 \leq 0, \forall x \in (0; 1)$

$\Rightarrow mx \leq x^3 + 1, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow m \leq x^2 + \frac{1}{x}, \forall x \in (0; 1)$.

Xét hàm số $y = x^2 + \frac{1}{x}, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow y' = 2x - \frac{1}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \in (0; 1)$.

Hàm số liên tục trên $(0; 1)$ và $y\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}; y(1) = 2; \lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow \min_{(0;1)} y = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$.

Để $m \leq x^2 + \frac{1}{x}, \forall x \in (0; 1)$ thì $m \leq \frac{3}{\sqrt[3]{4}} \Rightarrow$ không có giá trị của m thỏa mãn.

Vậy chỉ có giá trị $m = 0$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1929.

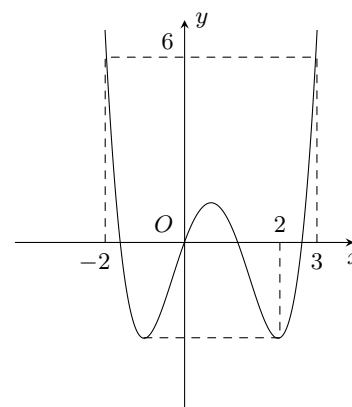
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

A. 3.

B. 2.

C. 6.

D. 7.



Lời giải.

Đặt $t = g(x) = x^3 - 3x, x \in [-1; 2]$.

$$g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $[-1; 2]$.

x	-1	1	2
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	2	-2	2

Suy ra với $t = -2$, có 1 giá trị của x thuộc đoạn $[-1; 2]$.

$t \in (-2; 2]$, có 2 giá trị của x thuộc đoạn $[-1; 2]$.

Phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $(-2; 2]$. (1)

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ và m nguyên ta có hai giá trị của m thỏa mãn điều kiện (1) là: $m = 0, m = -1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1930. Giả sử m là số thực thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 31^x + 3^x + mx$ trên $\mathbb{R}$ là 2

A. $m \in (-10; -5)$.

B. $m \in (-5; 0)$.

C. $m \in (0; 5)$.

D. $m \in (5; 10)$.

Lời giải.

Ta có: $f(x) = 31^x + 3^x + mx \Rightarrow f'(x) = 31^x \ln 31 + 3^x \ln 3 + m$. Xét hai trường hợp sau:

TH1: $m \geq 0, f'(x) > 0 \Rightarrow$ hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến nên không tồn tại giá trị nhỏ nhất.

TH2: $m < 0 \Rightarrow f''(x) = 31^x \ln^2 31 + 3^x \ln^2 3 > 0 \Rightarrow f'(x)$ có nhiều nhất một nghiệm x_0 . Chọn trường hợp $f'(x) = 0$ có nghiệm, khi đó:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$		$f(x_0)$	

$$\text{Khi đó } \begin{cases} f(x_0) = 2 \\ f'(x_0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 31^{x_0} + 3^{x_0} + mx_0 = 2 \\ 31^{x_0} \ln 31 + 3^{x_0} \ln 3 + m = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow m = -\ln 31 - \ln 3 \in (-5; 0)$

$$\text{Với } x_0 \neq 0, (*) \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{-31^{x_0} - 3^{x_0}}{x_0} \\ m = -31^{x_0} \ln 31 - 3^{x_0} \ln 3 \end{cases} \quad (**)$$

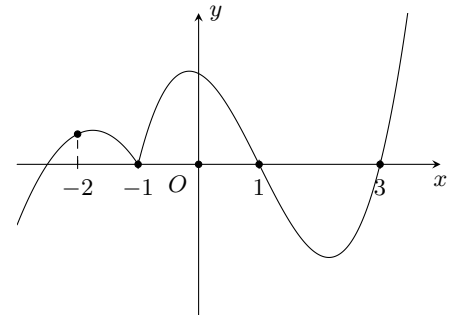
Từ (**) bấm máy tính ta thấy $m \in (-5; 0)$ là thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1931.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $(mx + m^2\sqrt{5-x^2} + 2m + 1)f(x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2; 2]$?



- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Đặt $g(x) = mx + m^2\sqrt{5-x^2} + 2m + 1$.

Từ đồ thị của $y = f(x)$ ta thấy $f(x)$ đổi dấu khi qua $x = 1$ nên suy ra $g(x)$ cũng phải đổi dấu khi qua $x = 1$. Mặt khác $g(x)$ liên tục nên $g(x) = 0$ có nghiệm $x = 1$.

Kiểm tra: Với $m = -1$

$$\text{Ta có } g(x) \cdot f(x) = (-x + \sqrt{5-x^2} - 1)f(x) = (1-x) \left(\frac{1+x}{2+\sqrt{5-x^2}} + 1 \right) f(x).$$

$$\text{Nhận xét: } \frac{1+x}{2+\sqrt{5-x^2}} + 1 = \frac{3+x+\sqrt{5-x^2}}{2+\sqrt{5-x^2}} > 0, \forall x \in [-2; 2].$$

Khi đó quan sát đồ thị $f(x)$, ta thấy

— Với $x \in [1; 2]$ thì $f(x) \leq 0$ nên $(1-x)f(x) \geq 0$.

— Với $x \in [-2; 1]$ thì $f(x) \geq 0$ nên $(1-x)f(x) \geq 0$.

Do đó trong cả hai trường hợp ta luôn có $g(x) \cdot f(x) \geq 0, \forall x \in [-2; 2]$.

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1932. Gọi m là giá trị để đồ thị (C_m) của hàm số $y = \frac{x^2 + 2mx + 2m^2 - 1}{x - 1}$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và các tiếp tuyến với (C_m) tại hai điểm này vuông góc với nhau. Khi đó ta có

- A. $m \in (1; 2)$. B. $m \in (-2; -1)$. C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (-1; 0)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2x - 2m^2 - 2m + 1}{(x-1)^2} = 1 - \frac{2m^2 + 2m}{(x-1)^2}.$$

Để (C_m) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt thì phương trình $x^2 + 2mx + 2m^2 - 1 = 0$ (1) phải

có hai nghiệm phân biệt khác 1 tức là

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 + 2m + 2m^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 > 0 \\ m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-1; 1) \setminus \{0\} \quad (*).$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = -2m$ và $x_1 \cdot x_2 = 2m^2 - 1$. Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} y'(x_1) \cdot y'(x_2) = -1 &\Leftrightarrow \left[1 - \frac{2m^2 + 2m}{(x_1 - 1)^2}\right] \cdot \left[1 - \frac{2m^2 + 2m}{(x_2 - 1)^2}\right] = -1 \\ &\Leftrightarrow 1 - (2m^2 + 2m) \left[\frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 2}{[x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1]^2} \right] \\ &\quad + (2m^2 + 2m)^2 \cdot \frac{1}{[x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1]^2} = -1 \\ &\Leftrightarrow 1 - \frac{4m + 4}{2m^2 + 2m} + 1 = -1 \Leftrightarrow 1 - \frac{2(m + 1)}{m(m + 1)} + 1 = -1 \\ &\Leftrightarrow 3 - \frac{2}{m} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

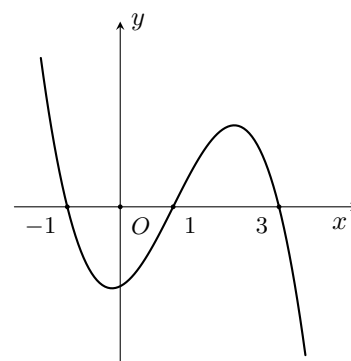
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1933. Hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hỏi hàm số $y = f(x - 3)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. (2; 4). B. (1; 3). C. (-1; 3). D. (5; 6).



Lời giải.

Đặt $g(x) = f(x - 3)$.

Ta có $g'(x) = (x - 3)' \cdot f'(x - 3) = f'(x - 3)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến khi $g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x - 3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 < -1 \\ 1 < x - 3 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ 4 < x < 6. \end{cases}$

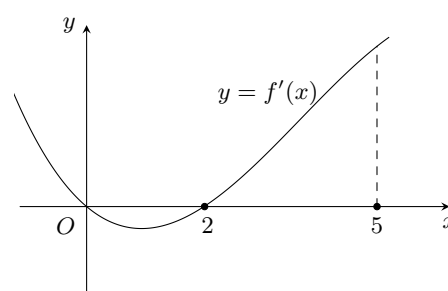
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1934.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Tính số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2)$ trên khoảng $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.



Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x^2) \Rightarrow g'(x) = 2xf'(x^2)$.

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 0 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{5}$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y							

Từ đó suy ra hàm số $y = f(x^2)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1935. Tính số nghiệm của phương trình $\cot x = 2^x$ trong khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; 2019\pi\right)$.

A. 2020.

B. 2019.

C. 2018.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện: $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ta có $\cot x = 2^x \Leftrightarrow \cot x - 2^x = 0$.

(1)

Xét hàm số $f(x) = \cot x - 2^x$ trên $\left(\frac{11\pi}{12}; (\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)\right)$.

Ta có $f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} - 2^x \ln 2 < 0$ với $\forall x \in \left(\frac{11\pi}{12}; (\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)\right)$.

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Trên $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$ ta có $f(x) < f\left(\frac{11\pi}{12}\right) \Rightarrow f(x) < \cot\left(\frac{11\pi}{12}\right) - 2^{\frac{11\pi}{12}} < 0 \Rightarrow f(x) = 0$ vô nghiệm.

Ta có hàm số $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$ và trên mỗi khoảng đó hàm số có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Suy ra trên mỗi khoảng $(\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$, phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất. Vậy phương trình (1) có 2018 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1936. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(-4; -3)$.

Lời giải.

Đặt $g(x) = f(x^2 + 2x)$ ta có:

$$g'(x) = (2x + 2)f'(x^2 + 2x) = 2(x + 1)f'(x^2 + 2x).$$

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Xét đáp án A ta có: $g'\left(\frac{1}{2}\right) = 3f'\left(\frac{5}{4}\right) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án A.

Xét đáp án C ta có: $g' \left(\frac{-3}{2} \right) = 2f'(0) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án C.

Xét đáp án D ta có: $g' \left(-\frac{7}{2} \right) = -5f' \left(\frac{21}{4} \right) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án D.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1937. Cho số thực α sao cho phương trình $2^x - 2^{-x} = 2 \cos(\alpha x)$ có đúng 2019 nghiệm thực. Số nghiệm của phương trình $2^x + 2^{-x} = 4 + 2 \cos(\alpha x)$ là

A. 2019.

B. 2018.

C. 4037.

D. 4038.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } 2^x + 2^{-x} = 4 + 2 \cos(\alpha x) \Leftrightarrow \left(2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} \right)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = 2 \cos \frac{\alpha x}{2} & (1) \\ 2^{\frac{x}{2}} - 2^{-\frac{x}{2}} = -2 \cos \frac{\alpha x}{2} & (2) \end{cases}$$

Thay $x = 0$ vào phương trình (1) ta có $2^0 - 2^0 = 2 \cos 0 \Leftrightarrow 0 = 1$ (Vô lí), kết hợp với giả thiết ta có phương trình (1) có 2019 nghiệm thực khác 0.

Với x_0 là nghiệm của phương trình (1)

$$\Leftrightarrow 2^{\frac{x_0}{2}} - 2^{-\frac{x_0}{2}} = 2 \cos \frac{\alpha x_0}{2} \Leftrightarrow 2^{\frac{(-x_0)}{2}} - 2^{-\frac{(-x_0)}{2}} = -2 \cos \frac{\alpha(-x_0)}{2} \Rightarrow -x_0 \text{ là nghiệm của phương trình (2).}$$

Thay $x = -x_0$ vào phương trình (1) ta có:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 2^{-\frac{x_0}{2}} - 2^{\frac{x_0}{2}} &= 2 \cos \frac{\alpha(-x_0)}{2} = 2 \cos \frac{\alpha x_0}{2} = 2^{\frac{x_0}{2}} - 2^{-\frac{x_0}{2}} \\ \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{\frac{x_0}{2}} &= 2 \cdot 2^{-\frac{x_0}{2}} \Leftrightarrow 2^{\frac{x_0}{2}+1} = 2^{-\frac{x_0}{2}+1} \Leftrightarrow \frac{x_0}{1} + 1 = -\frac{x_0}{1} + 1 \Leftrightarrow x_0 = 0 \text{ (vô lí do } x_0 \neq 0) \Rightarrow -x_0 \end{aligned}$$

không là nghiệm của phương trình (1), điều đó đảm bảo mọi nghiệm của phương trình (2) không trùng với nghiệm của phương trình (1).

Do đó phương trình (2) cũng có 2019 nghiệm.

Vậy phương trình ban đầu có $2019 \cdot 2 = 4038$ nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1938. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$e^{3m} + e^m = 2(x + \sqrt{1-x^2})(1 + x\sqrt{1-x^2}) \text{ có nghiệm ?}$$

$$\text{A. } \left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty \right). \quad \text{B. } \left(0; \frac{1}{2} \ln 2 \right). \quad \text{C. } \left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2 \right]. \quad \text{D. } \left(0; \frac{1}{e} \right).$$

Lời giải.

Phương pháp:

— Đặt $x + \sqrt{1-x^2} = t$, tìm khoảng giá trị của t .

— Đưa bài toán về dạng $m = f(t)$. Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm.

Cách giải:

$$\text{ĐKXD: } 1 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

$$\text{Đặt } x + \sqrt{1-x^2} = t \text{ ta có } t^2 = x^2 + 1 - x^2 + 2x\sqrt{1-x^2} = 1 + 2x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x\sqrt{1-x^2} = \frac{t^2 - 1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } t(x) = x + \sqrt{1-x^2}, x \in [-1; 1] \Rightarrow t'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2} - x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

BBT:

x	-1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$t'(x)$	$+$	0	$-$
$t(x)$	-1	$\sqrt{2}$	1

Từ BBT ta có: $t \in [-1; \sqrt{2}]$.

Khi đó phương trình trở thành: $e^{3m} + e^m = 2t \left(1 + \frac{t^2 - 1}{2}\right) = t(t^2 + 1) = t^3 + t (*)$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \forall t \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-1; \sqrt{2})$.

Từ $(*) \Rightarrow f(e^m) = f(t) \Leftrightarrow e^m = t \Leftrightarrow m = \ln t \Rightarrow m \in (0; \ln \sqrt{2}) = \left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1939. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3, f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây ?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; -2017)$. C. $(-2017; 0)$. D. $(2017; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp:

- Từ BXD của $f''(x)$ ta suy ra BBT của $f'(x)$ và suy ra BBT của hàm số $f'(x + 2017) + 2018$.
- Giải phương trình $f'(x + 2017) + 2018 = 0$, lập BBT của hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ và xác định GTNN.

Cách giải:

Ta có: $y' = f'(x + 2017) + 2018 = 0$

Từ BXD của $f''(x)$ ta suy ra BBT của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$-\infty$	3	-2018	$+\infty$	

Từ BBT ta có: $f'(x + 2017) = -2018 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2017 = 2 \\ x + 2017 = a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2015 \\ x_2 < -2017 \end{cases}$.

Từ đó ta suy ra BBT của hàm số $f'(x + 2017) + 2018$ như sau:

Tính tiến đồ thị hàm số $y = f'(x)$ lên trên 2018 đơn vị.

Tình tiến đồ thị hàm số $y = f'(x)$ sang trái 2017 đơn vị.

x	$-\infty$	x_2	-2017		-2015		$+\infty$
$f''(x)$		+	0	-	0	+	
$f'(x + 2017) + 2018$							

Suy ra BBT của hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$

x	$-\infty$	$x_2 < -2017$	-2015	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$			

Vậy hàm số đạt GTNN tại $x_2 < -2017$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1940. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = \sin^3 x - 3 \cos^2 x - m \sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

A. 2020.

B. 2019.

C. 2028.

D. 2018.

Lời giải.

Phương pháp:

— Sử dụng công thức $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, đặt ẩn phụ $t = \sin x$.

— Để hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b) \Rightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$.

Cách giải:

$$y = \sin^3 x - 3 \cos^2 x - m \sin x - 1 = \sin^3 x - 3(1 - \sin^2 x) - m \sin x - 1.$$

$$y = \sin^3 x + 3 \sin^2 x - m \sin x - 4.$$

$$\text{Đặt } t = \sin x, \text{ với } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0; 1].$$

Bài toán trở thành tìm m để hàm số $y = t^3 + 3t^2 - mt - 4$ đồng biến trên $[0; 1]$.

$$\text{TXD: } \mathcal{D} = \mathbb{R}. \text{ Ta có } y' = 3t^2 + 6t - m.$$

Để hàm số đồng biến trên $[0; 1]$

$$\Rightarrow y' \geq 0 \forall t \in [0; 1] \Rightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0 \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow m \leq 3t^2 + 6t \forall t \in [0; 1].$$

$$\Rightarrow m \leq f(t) = 3t^2 + 6t \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow m \leq \min_{[0;1]} f(t).$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 3t^2 + 6t, \text{ ta có } f(0) = 0, f(1) = 9 \Rightarrow \min_{[0;1]} f(t) = 0 \Leftrightarrow m \leq 0.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện đề bài } \Rightarrow \begin{cases} m \in (-2019; 0] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \text{Có 2019 giá trị của } m \text{ thỏa mãn.}$$

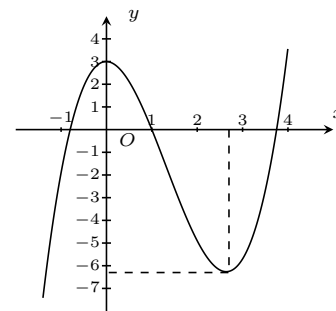
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1941.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới. Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

- A. 8. B. 4. C. 6. D. 2.



Lời giải.

Ký hiệu a, b, c như hình vẽ.

Ta có $g'(x) = f'[f(x)] \cdot f'(x)$, từ đó suy ra $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'[f(x)] = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$.

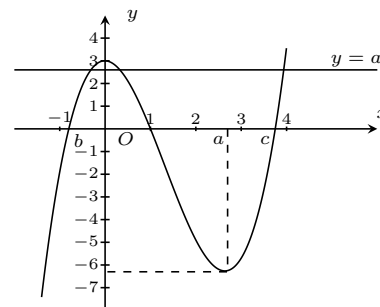
Từ đồ thị của hàm $y = f(x)$ ta suy ra phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 0$ và $x_2 = a \in (2; 3)$, (a là hoành độ của điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$).

$$f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = a \end{cases}.$$

Phương trình $f(x) = 0$ có tập nghiệm $\{x_3; x_4; x_5\} = \{b, 1; c\}$, ($b < 1 < c$ là hoành độ giao điểm của hàm số $y = f(x)$ và trục hoành).

Phương trình $f(x) = a$ có tập nghiệm $\{x_6; x_7; x_8\}$, ở đó $x_6; x_7; x_8$ là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = a$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dễ thấy các nghiệm x_i , $i = \overline{1; 8}$ đôi một phân biệt. Từ đó suy ra phương trình $g'(x) = 0$ có đúng 8 nghiệm.



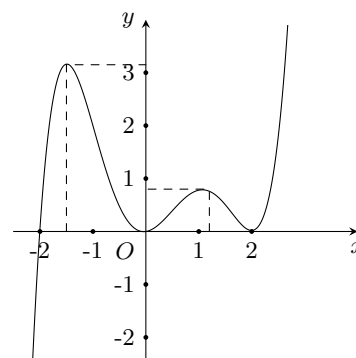
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1942.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trơn (không bị gãy khúc), hình vẽ bên. Gọi hàm $g(x) = f[f(x)]$. Hỏi phương trình $g'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 14. B. 10. C. 12. D. 8.



Lời giải.

Ta có: $g'(x) = f'[f(x)] \cdot f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

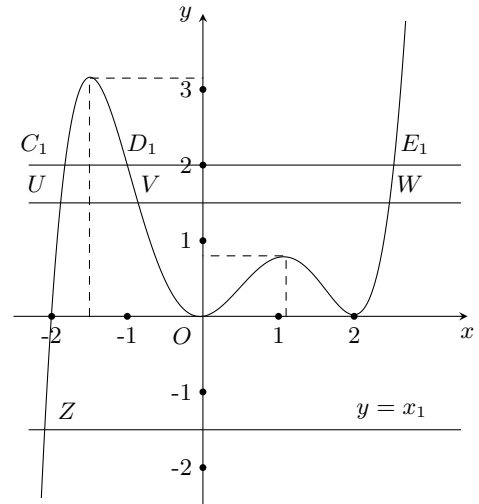
Ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'[f(x)] \cdot f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 & (1) \\ f'[f(x)] = 0 & (2). \end{cases}$

Từ đồ thị có thể thấy:

(1) có các nghiệm nghiệm:

$$x = x_1 \in (-2; -1), x = 0, x = x_2 \in (1; 2), x = 2.$$

Xét phương trình (2) ta có: (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = x_2 \\ f(x) = 2. \end{cases}$



Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x = -2, x = 0, x = 2$ (trùng mất hai nghiệm với (1)).

Dựng các đường thẳng $y = 2, y = x_1 \in (-2; -1), y = x_2 \in (1; 2)$ ta thấy:

— $f(x) = 2$ có 3 nghiệm x_3, x_4, x_5 tương ứng là hoành độ các điểm C_1, D_1, E_1 (xem hình)

— $f(x) = x_1$ có nghiệm duy nhất x_6 ứng với hoành độ điểm Z (Xem hình).

— $f(x) = x_2$ có 3 nghiệm x_7, x_8, x_9 tương ứng là hoành độ các điểm U, V, W (Xem hình).

Từ đồ thị có thể thấy các nghiệm $-2, 0, 2, x_1, x_2, \dots, x_9$ hoàn toàn phân biệt nên phương trình $g'(x) = 0$ có tổng cộng 12 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1943. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m ($m < 10$) để với mọi bộ ba số thực phân biệt $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Để $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác thì $f(a) + f(b) > f(c)$. Tương đương với

$$\begin{aligned} & a^3 - 3a^2 + m + b^3 - 3b^2 + m > c^3 - 3c^2 + m \quad \forall a, b, c \in [1; 3] \\ \Leftrightarrow & m > (c^3 - 3c^2) - (a^3 - 3a^2) - (b^3 - 3b^2) \quad \forall a, b, c \in [1; 3] \\ \Rightarrow & m > \max_{[1; 3]} ((c^3 - 3c^2) - (a^3 - 3a^2) - (b^3 - 3b^2)) \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x^2$, $x \in [1; 3]$ ta có $\max_{[1; 3]} g(x) = 0$, $\min_{[1; 3]} g(x) = -4$.

Do đó, $m > 0 - (-4) - (-4) = 8$. Mà $m < 10$ nên $m = 9$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1944. Với tham số m , đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x + 1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m > 2$.

B. $0 < m < 1$.

C. $1 < m < 2$.

D. $m < 0$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nên phương trình $y' = \frac{x^2 + 2x - m}{(x + 1)^2}$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lý Vi-ét, $x_1 + x_2 = -2$, $x_1 x_2 = -m$.

Chú ý rằng hàm số dạng $y = \frac{u}{v}$ có hai điểm cực trị thì $y_{CTr} = \frac{u'}{v'}$.

Với bài toán này, $u = x^2 - mx$, $v = x + 1$ nên $y_{CTr} = 2x - m$.

Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thì $A(x_1; 2x_1 - m), B(x_2; 2x_2 - m)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } AB^2 = 25 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (2x_1 - m - 2x_2 + m)^2 = 25 \Leftrightarrow 5(x_1 - x_2)^2 = 25 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 5. \\ &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 25 \Leftrightarrow 4 - 4(-m) = 25 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1945. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình

$$m(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + 3) + 2\sqrt{1-x^2} - 5 = 0 \text{ có đúng hai nghiệm thực phân biệt là một nửa khoảng } (a; b]. \text{ Tính } b - \frac{5}{7}a,$$

A. $\frac{6-5\sqrt{2}}{35}$.

B. $\frac{6-5\sqrt{2}}{7}$.

C. $\frac{12-5\sqrt{2}}{35}$.

D. $\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải.

Điều kiện $-1 \leq x \leq 1$.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \Rightarrow t^2 = 2 + 2\sqrt{1-x^2}.$$

$$\text{Vì } 0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1 \text{ nên } 2 \leq t^2 \leq 4 \Rightarrow \sqrt{2} \leq t \leq 2.$$

$$\text{Phương trình trở thành } t^2 + mt + 3m - 7 = 0 \quad (1).$$

Dễ thấy

— Với $t = 2 \Rightarrow$ có đúng 1 giá trị $x = 0$.

— Với $t \in [\sqrt{2}; 2)$ thì có đúng 2 giá trị khác nhau của $x \in [-1; 1]$.

Do đó, phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi (1) có duy nhất một nghiệm $t \in [\sqrt{2}; 2)$.

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow t^2 - 7 = -m(t+3) \Leftrightarrow -m = \frac{t^2 - 7}{t+3}.$$

$$\text{Xét } f(t) = \frac{t^2 - 7}{t+3} \Rightarrow f'(t) = \frac{t^2 + 6t + 7}{(t+3)^2}.$$

$$\text{Với } t \in [\sqrt{2}; 2) \Rightarrow f'(t) > 0 \Rightarrow f(t) \text{ đồng biến trên } [\sqrt{2}; 2).$$

Do đó (1) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

$$f(\sqrt{2}) \leq -m < f(2) \Leftrightarrow \frac{-15 + 5\sqrt{2}}{7} \leq -m < -\frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{3}{5} < m \leq \frac{15 - 5\sqrt{2}}{7}.$$

$$\text{Vậy } b - \frac{5}{7}a = \frac{15 - 5\sqrt{2}}{7} - \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12 - 5\sqrt{2}}{7}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1946.

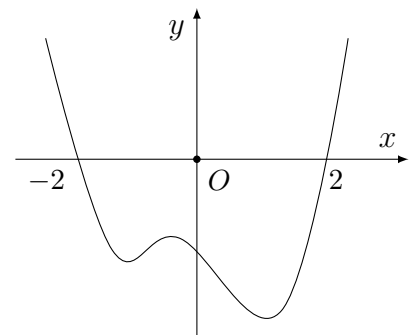
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có $f(-2) < 0$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ có hai cực tiểu.

C. Hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ có hai cực đại và một cực tiểu.

D. Hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của $f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$		$f(2)$	$+\infty$

Từ giả thiết $f(-2) < 0$ và $1 - x^{2018} \leq 1 \Rightarrow f(1 - x^{2018}) < 0$ với mọi x . Đặt $t = 1 - x^{2018}$, ta có

$$\begin{cases} f'(t) < 0 & \text{khi } t \in (-2; 1) \Leftrightarrow x \in (-\sqrt[2018]{3}; \sqrt[2018]{3}) \\ f'(t) > 0 & \text{khi } t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt[2018]{3}) \cup (\sqrt[2018]{3}; +\infty). \end{cases}$$

Đặt $g(x) = |f(1 - x^{2018})|$, ta có $g'(x) = -\frac{2018 \cdot x^{2017} \cdot f'(t) \cdot f(t)}{2\sqrt{f^2(t)}}$. Do đó, ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$ như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt[2018]{3}$	0	$\sqrt[2018]{3}$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

Vậy hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ có hai cực đại và một cực tiểu.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1947.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Xét $g(x) = f(x^2 - 2x)$. Ta có $g'(x) = (x^2 - 2x)' \cdot f'(x^2 - 2x) = 2(x - 1)f'(x^2 - 2x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x^2 - 2x = -2 \text{ (vô nghiệm)} \\ (x^2 - 2x - 1)^2 = 0, \text{ vì } x = 1 \text{ là nghiệm kép của phương trình } f'(x) = 0. \\ x^2 - 2x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{2} \text{ (nghiệm kép)} \\ x = 1 - \sqrt{2} \text{ (nghiệm kép)} \\ x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng xét dấu $g'(x)$ của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$

x	$-\infty$	-1	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	3	$+\infty$
$x - 1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f'(x^2 - 2x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1948. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 3$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho trục hoành chia tam giác ABC thành một tam giác và một hình thang, biết rằng tỉ số diện tích tam giác nhỏ được chia ra và diện tích tam giác ABC bằng $\frac{4}{9}$.

A. $m = \frac{1 + \sqrt{15}}{2}$.

B. $m = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$.

C. $m = \frac{5 + \sqrt{3}}{2}$.

D. $m = \frac{-1 + \sqrt{15}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x[x^2 - (m+1)]$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m+1 \end{cases}$.

Đồ thị hàm số có điểm cực trị khi và chỉ khi $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Giả sử ba điểm cực trị của hàm số số lần lượt là $A(0; 2m+3)$, $B(\sqrt{m+1}; 2-m^2)$, $C(-\sqrt{m+1}; 2-m^2)$.

Giả sử trục hoành cắt $\triangle ABC$ tại các điểm như hình vẽ.

Theo đề bài, ta có $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{AO^2}{AH^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{AO}{AH} = \frac{2}{3}$.

Do H là trung điểm BC , suy ra O là trọng tâm của tam giác ABC .

Do đó

$$\begin{aligned} 2m+3+2-m^2+2-m^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow -2m^2+2m+7 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1+\sqrt{15}}{2}, & \text{nhận vì thỏa } m > -1 \\ m = \frac{1-\sqrt{15}}{2}, & \text{loại vì không thỏa } m > -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $m = \frac{1 + \sqrt{15}}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1949. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0; a)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để từ A kẻ được hai tiếp tuyến AM, AN đến (C) với M, N là các tiếp điểm và $MN = 4$. Tổng các phần tử của S bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $A(0; a)$ và có hệ số góc k , ta có $d: y = kx + a$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2x}{x+1} = kx + a & (1) \\ \frac{2}{(x+1)^2} = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Thế (2) vào (1), ta có $\frac{2x}{x+1} = \frac{2x}{(x+1)^2} + a \Leftrightarrow (a-2)x^2 + 2ax + a = 0 \quad (*)$

Yêu cầu bài toán thỏa khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt (lưu ý phương trình không thể nhận $x = -1$ làm nghiệm) $\Leftrightarrow \begin{cases} a-2 \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 2 \\ a > 0. \end{cases}$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$, suy ra $M(x_1; 2 - \frac{2}{x_1+1}), N(x_2; 2 - \frac{2}{x_2+1})$.

Ta có

$$\begin{aligned} MN^2 &= (x_2 - x_1)^2 + 4 \frac{(x_1 - x_2)^2}{[x_1x_2 + (x_1 + x_2) + 1]^2} \\ &= \left[\frac{8a}{(a-2)^2} \right] [1 + (a-2)^2] \\ &= \frac{8(a^3 - 4a^2 + 5a)}{a^2 - 4a + 4}. \end{aligned}$$

Trong đó

$$— (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = \frac{4a^2}{(a-2)^2} - \frac{4a}{a-2} = \frac{8a}{(a-2)^2}.$$

$$— x_1x_2 + (x_1 + x_2) + 1 = \frac{a}{a-2} - \frac{2a}{a-2} + 1 = -\frac{2}{a-2}.$$

$$\text{Mà } MN = 4 \Leftrightarrow 16 = \frac{8(a^3 - 4a^2 + 5a)}{a^2 - 4a + 4} \Leftrightarrow a^3 - 6a^2 + 13a - 8 = 0 \Leftrightarrow a = 1.$$

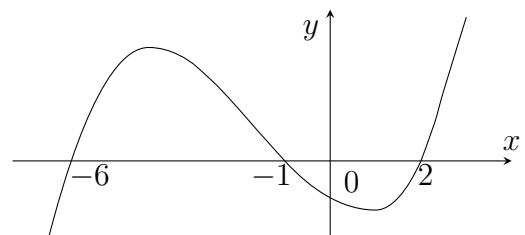
Chọn đáp án **D**

□

Câu 1950.

Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(3 - x^2) + 2018$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; -1)$.
C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.



Lời giải.

Ta có $[f(3 - x^2) + 2018]' = f'(3 - x^2)(-2x)$. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có

$$[f(3 - x^2)]' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(3 - x^2) = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x^2 = -6 \\ 3 - x^2 = -1 \\ 3 - x^2 = 2 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \\ x = 0. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = 3 - x^2$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$3 - x^2$									

Từ đó, ta có bảng xét dấu của $[f(3 - x^2) + 2018]'$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$							
$-2x$		+		+		+	0	-		-		-		-		
$f'(3-x^2)$		-	0	+	0	-	0	+		+	0	-	0	+	0	-
$[f(3-x^2)+2018]'$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu, ta có hàm số $y = f(3 - x^2) + 2018$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1951. Phương trình $m + \frac{2}{3}\sqrt{x - x^2} = \sqrt{x} + \sqrt{1 - x}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S .

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $\sqrt{x} + \sqrt{1 - x} = t$, ta có $t' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{1 - x}}$, $t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	1		
t'		+	0	-	
t					

Như vậy $t \in [1; \sqrt{2}]$, và tương ứng với $t \in [1; \sqrt{2})$ thì cho 2 giá trị của $x \in [0; 1]$, với $t = \sqrt{2}$ cho một giá trị của $x = \frac{1}{2}$. Ta được phương trình

$$m + \frac{t^2 - 1}{3} = t \Leftrightarrow t^2 - 3t - 1 = -3m. \quad (*)$$

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $(*)$ nhận $\sqrt{2}$ là một nghiệm và nghiệm còn lại không thuộc $[1; \sqrt{2})$.

Thay $t = \sqrt{2}$ vào $(*)$ được $m = \frac{3\sqrt{2} - 1}{3}$, nghiệm còn lại là $3 - \sqrt{2} \notin [1; \sqrt{2})$. Nhưng $m = \frac{3\sqrt{2} - 1}{3} \notin \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1952. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$

Hàm số $g = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng**A.** $(0; 1)$.**B.** $(1; +\infty)$.**C.** $(-1; 0)$.**D.** $(-\infty; 0)$.**Lời giải.**Ta có $g' = 2xf'(x^2)$.

$$g' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x^2)$	$+$	0	$-$	0	$+$
x	$-$	$ $	$-$	$+$	$ $
g'	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số $g = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1953. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2x^2 - 1$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2018; 2018)$ sao cho hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{1}{2}\right)$?**A.** 2022.**B.** 4032.**C.** 4.**D.** 2014.**Lời giải.****Trường hợp 1.** Nếu $m = 0$ thì $f(x) = 2x^2 - 1$ là hàm đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, do đó đồng biến trên $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.**Trường hợp 2.** Nếu $m \neq 0$, thì $f'(x) = 4x(mx^2 + 1)$.— Với $m > 0$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

 $\Rightarrow m > 0$ thì hàm đồng biến trên $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.— Với $m < 0$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{-1}{m}} \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{-1}{m}}$	0	$\sqrt{\frac{-1}{m}}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	y_0	-1	y_0	$+\infty$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ khi $\sqrt{\frac{-1}{m}} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow m \geq -4$.

Do $m < 0$ nên suy ra $-4 \leq m < 0$.

Kết hợp các trường hợp trên, suy ra $m \in [-4; 2018)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2022 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1954. Cho biểu thức $P = 3x\sqrt{a-y^2} - 3y\sqrt{a-x^2} + 4xy + 4\sqrt{a^2 - ax^2 - ay^2 + x^2y^2}$ trong đó a là số thực dương cho trước. Biết rằng giá trị lớn nhất của P bằng 2018. Khi đó, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = \sqrt{2018}$.

B. $a \in (500; 525]$.

C. $a \in (400; 500]$.

D. $a \in (340; 400]$.

Lời giải.

$$P = 3x\sqrt{a-y^2} - 3y\sqrt{a-x^2} + 4xy + 4\sqrt{(a-x^2)(a-y^2)}.$$

Ta có

$$\left| x\sqrt{a-y^2} - y\sqrt{a-x^2} \right| \leq \sqrt{x^2 + a - x^2} \cdot \sqrt{a - y^2 + y^2} = a,$$

và

$$4\sqrt{(a-x^2)(a-y^2)} \leq 2(a-x^2 + a-y^2) = 2(2a - (x^2 + y^2)) \leq 4a - 4xy.$$

$$\text{Suy ra } P \leq 5a = 2018 \Rightarrow a = \frac{2018}{5} = 403,6 \in (400; 500].$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1955. Cho hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}(m-1)x^2 - 3mx - \frac{3m}{2}$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-20; 18)$ sao cho đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm cùng một phía đối với trục hoành?

A. 1.

B. 19.

C. 20.

D. 18.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3(x^2 - (m-1)x - m).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m-1)x - m = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = m. \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi $m \neq -1$.

— Nếu $m < -1$ thì $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số, dựa vào hình dạng đồ thị hàm bậc ba có 2 cực trị ($a = 1 > 0$), ta chỉ cần tìm điều kiện cho $f(-1) \geq 0$, hay $0 \geq 0$ (luôn đúng).

$\Rightarrow$ Có 18 giá trị nguyên của m .

— Nếu $m > -1$, tương tự lập luận trên, ta có $f(m) \geq 0$, hay $m(m^2 + 3m + 3) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.

$\Rightarrow m = 0$, có 1 giá trị nguyên của m .

Vậy có tất cả 19 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Lưu ý. Bài toán có thể giải theo cách tổng quát là $y_{CD} \cdot y_{CT} \geq 0$.

Chọn đáp án (B) □

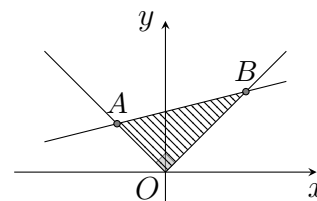
Câu 1956. Với mỗi số thực $m \in (-1; 1)$, kí hiệu S_m là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x|$ và đường thẳng $d: y = mx + 1$. Khi đó giá trị nhỏ nhất S của S_m thỏa

- A. $0 < S \leq \frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3} < S \leq \frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3} < S \leq 2$. D. $S > 2$.

Lời giải.

Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = mx + 1$ và $y = |x|$.

Ta được $A\left(\frac{-1}{m+1}; \frac{1}{m+1}\right), B\left(\frac{1}{1-m}; \frac{1}{1-m}\right)$.



Ta có

$$\begin{aligned} S_m &= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1+m} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1-m} \\ &= \frac{1}{(1+m) \cdot (1-m)} \\ &\geq \frac{1}{\frac{1}{4} [(1+m) + (1-m)]^2} \\ &\geq 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1957. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 - 3x + b$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu cặp (a, b) nguyên dương để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. vô số.

Lời giải.

Cách 1:

Với $a, b \in \mathbb{Z}^+$ ta có

$$\begin{aligned} x^3 + ax^2 - 3x + b &= 0 \\ \Leftrightarrow -x^3 + 3x &= ax^2 + b. \end{aligned} \quad (1)$$

Xét $f(x) = -x^3 + 3x$, $f'(x) = -3x^2 + 3$.

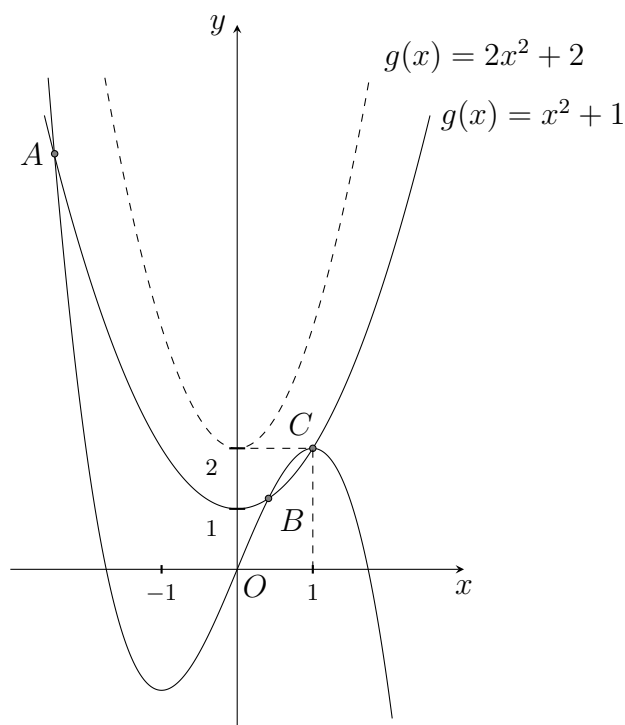
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 \\ x = 1 \Rightarrow f(1) = 2. \end{cases}$

Xét $g(x) = ax^2 + b$.

Ta có $\begin{cases} \min_{[0;+\infty)} g(x) = g(0) = b. \\ \max_{[0;+\infty)} f(x) = f(1) = 2. \end{cases}$

Phương trình (1) có 3 nghiệm tương đương đồ thị của $f(x)$ và $g(x)$ có 3 điểm chung.

Do vậy, ta được $0 < b < 2 \Rightarrow b = 1$.



Với $b = 1$ và $x \neq 0$ từ (1) ta được $a = \frac{-x^3 + 3x - 1}{x^2}$. (2)

Xét $h(x) = -x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$. Ta có $h'(x) = -1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3} = \frac{-x^3 - 3x + 2}{x^3}$.

Ta có $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\left(\sqrt[3]{-1 + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{-1 + \sqrt{2}}\right) \approx 0,596$.

Ta có bảng biến thiên của $h(x)$

x	$-\infty$	0	0,596	$+\infty$
$h'(x)$		-	+	-
$h(x)$	$+\infty$		$h(0,596) \approx 1,62$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $a = 1$ thì phương trình (2) có 3 nghiệm.

Vậy để phương trình (1) có 3 nghiệm thì $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1. \end{cases}$

Cách 2:

Gọi x_1, x_2, x_3 là các nghiệm của phương trình $x^3 + ax^2 - 3x + b = 0$.

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -3 \\ x_1x_2x_3 = -b \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)^2 &\geq 3x_1x_2x_3(x_1 + x_2 + x_3) \\ \Rightarrow ab &\leq 3 \\ \Rightarrow (a, b) &\in \{(1, 1); (1, 2); (1, 3); (2, 1); (3, 1)\}. \end{aligned}$$

Thử lại, ta thấy chỉ có $(1, 1)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1958.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm $f(x)$ như hình

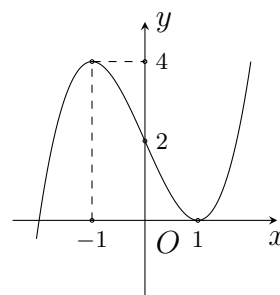
vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - 4f(x)}$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.



Lời giải.

Xét $f^2(x) - 4f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 4. \end{cases}$

Xét $f(x) = 0$ có hai nghiệm, nghiệm $x_1 \neq \pm 1$ và nghiệm $x_2 = 1$ là nghiệm bội (do đồ thị tiếp xúc với trục hoành tại $x = 1$). Trường hợp này có 2 tiệm cận đứng.

Xét $f(x) = 4$ có hai nghiệm, nghiệm $x_3 \neq \pm 1$ và nghiệm $x_4 = -1$ là nghiệm bội (do đồ thị tiếp xúc

với đường thẳng $y = 4$ tại $x = -1$. Trường hợp này có 2 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị có 4 tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1959. Cho hàm số $f(x) = (1 - m^3)x^3 + 3x^2 + (4 - m)x + 2$ với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2018; 2018]$ sao cho $f(x) \geq 0$ với mọi giá trị $x \in [2; 4]$?

A. 2020.

B. 2019.

C. 4037.

D. 2021.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$(x + 1)^3 + (x + 1) \geq (mx)^3 + mx \quad \forall x \in [2; 4]$$

Vì $g(t) = t^3 + t$ là hàm đồng biến nên từ đó ta suy ra

$$x + 1 \geq mx \quad \forall x \in [2; 4] \Leftrightarrow m \leq \min_{x \in [2; 4]} \frac{x + 1}{x} = \min_{x \in [2; 4]} h(x)$$

Ta có $h'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0 \quad \forall x \in [2; 4]$. Vậy $\min_{x \in [2; 4]} h(x) = h(4) = \frac{5}{4}$.

Từ đó suy ra $m \leq \frac{5}{4}$. Mà m nguyên nên $m \in \{-2018; -2017; \dots; 0; 1\}$.

Vậy có tất cả 2020 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1960. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -|x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -3 . Tổng tất cả các phần tử của S là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 6.

Lời giải.

— Nhận xét:

Tìm m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -|x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -3

$\Leftrightarrow$ Tìm m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3.

— Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -1 & (l) \end{cases}$$

— Suy ra GTLN và GTNN của $f(x)$ thuộc $\{f(0), f(1), f(2)\} = \{m, m - 2, m + 2\}$.

— Xét hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ ta được giá trị lớn nhất của hàm số y là
 $\max_{x \in [0; 2]} y = \{|m|, |m - 2|, |m + 2|\} = 3$.

— TH 1: $m \geq 0 \Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} y = m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$.

— TH 2: $m < 0 \Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} y = 2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1$.

— Vậy $m \in \{-1; 1\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 0.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1961. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. $m = \sqrt[3]{3}$.

B. $m = 1$.

C. $m = \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$.

D. $m = \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

Lời giải.

— Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$. Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

$$— y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{m} \Rightarrow A(0; 2m + m^4), B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m), C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m). \\ x = \sqrt{m} \end{cases}$$

— Mặt khác: Tam giác ABC luôn cân tại A .

— Tam giác ABC đều $\Leftrightarrow AB = BC \Leftrightarrow m + m^4 = 4m \Leftrightarrow m^3 = 3 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1962. Cho hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập S là

A. 3.

B. 10.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ khác phía so với Ox .

Các giá trị cực trị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ là $f(0) = m$ và $f(2) = m - 4$.

Hai điểm cực trị khác phía so với $Ox \Leftrightarrow f(0) \cdot f(2) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Do đó, $S = \{1; 2; 3\}$ nên tổng các phần tử của S là 6.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1963.

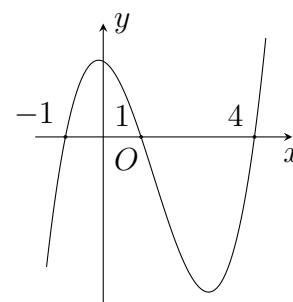
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; 2)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-2; -1)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$ và $\begin{cases} f'(x) > 0 & \forall x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty) \\ f'(x) < 0 & \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; 4) \end{cases}$.

Ta có $y = f(x^2) \Rightarrow y' = 2x \cdot f'(x^2)$.

Ta thấy khi $x \in (-2; -1)$ thì $x < 0$ và $x^2 \in (1; 4)$ nên $f'(x^2) < 0$, từ đó có $y' = 2x \cdot f'(x^2) > 0$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1964. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\searrow$ 0	0 $\nearrow$ $+\infty$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$	-1

Gọi k, l là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2018}$. Tính $k + l$.

A. $k + l = 2$.

B. $k + l = 3$.

C. $k + l = 4$.

D. $k + l = 5$.

Lời giải.

Vì phương trình $f(x) = 2018$ có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2018}$ có ba đường tiệm cận đứng.

Mặt khác ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) - 2018} = -\frac{1}{2019}$ nên $y = -\frac{1}{2019}$ là một đường tiệm cận ngang.

Tương tự $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) - 2018} = 0$ nên $y = 0$ là một đường tiệm cận ngang.

Vậy $k + l = 5$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1965. Cho phương trình $(\sqrt{x} + \sqrt{x-1}) \left(m\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 16\sqrt[4]{x^2-x} \right) = 1$, với m là tham số thực. Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.

A. 11.

B. 9.

C. 20.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 1$.

Ta thấy $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} > 0 \quad \forall x > 1$. Do đó phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} m\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 16\sqrt[4]{x^2-x} &= \sqrt{x} - \sqrt{x-1} \\ \Leftrightarrow (m-1)\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-1} + 16\sqrt[4]{x(x-1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow (m-1)\sqrt{x} + \frac{x}{\sqrt{x-1}} + 16\sqrt[4]{x(x-1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow m-1 + \sqrt{\frac{x}{x-1}} + 16\sqrt[4]{\frac{x-1}{x}} &= 0 \quad (*). \end{aligned}$$

Đặt $t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x}}$, điều kiện $t \in (0; 1)$. Ta thấy ứng với mỗi giá trị của $t \in (0; 1)$ cho ta một giá trị của $x \in (1; +\infty)$.

Phương trình (*) trở thành $\frac{1}{t^2} + 16t = 1 - m$. Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{t^2} + 16t$, với $t \in (0; 1)$.

Ta có $f'(t) = 16 - \frac{2}{t^3} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \in (0; 1)$.

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	12	17

Do đó, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 12 < 1 - m < 17 \Leftrightarrow -16 < m < -11$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1966. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^3 2x - (m + \sqrt{3} \cos 2x)^3 - m = 2 \sin \left(2x + \frac{8\pi}{3} \right)$ có nghiệm?

A. 6.

B. 4.

C. Vô số.

D. 5.

Lời giải.

$$\sin^3 2x - (m + \sqrt{3} \cos 2x)^3 - m = 2 \sin \left(2x + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\Leftrightarrow \sin^3 2x + \sin 2x = (m + \sqrt{3} \cos 2x)^3 + m + \sqrt{3} \cos 2x. \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra phương trình (1) $\Leftrightarrow \sin 2x = m + \sqrt{3} \cos 2x$.

Do đó để phương trình đã cho có nghiệm thì điều kiện cần và đủ là $1 + (-\sqrt{3})^2 \geq m^2 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1967. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số phần tử của tập S là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$.

Ta có $M \geq f(-2) = |2m + 23|$, $M \geq f(1) = |2m - 4|$

$$\Rightarrow 2M \geq |2m + 23| + |2m - 4| \geq |2m + 23 - 2m + 4| = 27 \Rightarrow M \geq \frac{27}{2}.$$

Khi $M = \frac{27}{2} \Rightarrow |2m + 23| = |2m - 4| \Leftrightarrow m = -\frac{19}{4}.$

$$\text{Với } m = -\frac{19}{4}, \max_{[-2; 3]} f(x) = \max\{f(-2); f(1); f(3)\} = \frac{27}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1968. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}|x^3| - (3 - m)x^2 + (3m + 7)|x| - 1$ có 5 điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

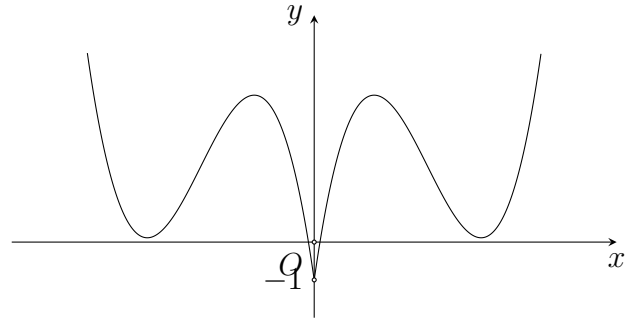
D. 4.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (3-m)x^2 + (3m+7)x - 1$ (1).

Ta có $y' = x^2 - 2(3-m)x + 3m+7$

Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số (1) có hai điểm cực trị và $x_{CD} > 0, x_{CT} > 0$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (3-m)^2 - 3m - 7 > 0 \\ 2(3-m) > 0 \\ 3m+7 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9m + 2 > 0 \\ -\frac{7}{3} < m < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{7}{3} < m < \frac{9-\sqrt{73}}{2}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = -2, m = -1, m = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1969. Biết $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $P = y_1^2 + y_2^2 - x_1x_2$.

A. $P = 6$. B. $P = 6 - 2\sqrt{3}$. C. $P = 10 - \sqrt{3}$. D. $P = 10$.

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, giả sử $x_1 < -1 < x_2$.

Vì hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+4}{x+1}$ nên $y_1 = \frac{x_1+4}{x_1+1}, y_2 = \frac{x_2+4}{x_2+1}$.

Khi đó

$$\begin{aligned} AB^2 &= (x_2 - x_1)^2 + \left(\frac{x_2+4}{x_2+1} - \frac{x_1+4}{x_1+1} \right)^2 = (x_2 - x_1)^2 + \frac{9(x_2 - x_1)^2}{(x_2+1)^2(x_1+1)^2} \\ &= (x_2 - x_1)^2 \left[1 + \frac{9}{(x_1+1)^2(x_2+1)^2} \right]. \end{aligned}$$

Đặt $a = x_1 + 1 < 0, b = x_2 + 1 > 0$, ta được

$$AB^2 = [b + (-a)]^2 \left(1 + \frac{9}{a^2b^2} \right) \geq 4(-a)b \cdot \frac{6}{(-a)b} = 24.$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases} b = -a \\ 1 = \frac{9}{a^2b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a \\ b^4 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\sqrt{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\sqrt{3} - 1 \\ x_2 = \sqrt{3} - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 - \sqrt{3} \\ y_2 = 1 + \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy $P = (1 - \sqrt{3})^2 + (1 + \sqrt{3})^2 - (-\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 1) = 10$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1970. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f(f^{k-1}(x))$ với k là số nguyên dương lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^5(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 120.

B. 365.

C. 122.

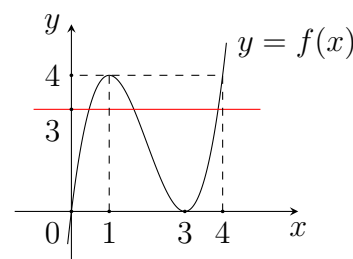
D. 363.

Lời giải.

Ta có $f(x) = x(x-3)^2$. Suy ra $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$

Từ đó

$$f^5(x) = 0 \Leftrightarrow f(f^4(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f^4(x) = 0 \\ f^4(x) = 3. \end{cases}$$



— Phương trình $f^4(x) = 0$ cho ta 2 nghiệm $f^3(x) = 0$ và $f^3(x) = 3$.

— Phương trình $f^4(x) = 3$ cho ta 3 nghiệm phân biệt $f^3(x) \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}$.

Như vậy có 4 nghiệm phân biệt $f^3(x) \in (0; 4)$ và một nghiệm $f^3(x) = 0$.

— Từ 4 nghiệm $f^3(x) \in (0; 4)$, cho ta $4 \cdot 3 = 12$ nghiệm phân biệt $f^2(x) \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}$.

— Còn từ $f^3(x) = 0$ cho ta 2 nghiệm $f^2(x) = 0$ và $f^2(x) = 3$.

Như thế có 13 nghiệm phân biệt $f^2(x) \in (0; 4)$ và một nghiệm $f^2(x) = 0$.

Tiếp tục,

— Từ 13 nghiệm $f^2(x) \in (0; 4)$ cho ta $13 \cdot 3 = 39$ nghiệm phân biệt $f(x) \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}$.

— Từ $f^2(x) = 0$ cho ta 2 nghiệm $f(x) = 0$ và $f(x) = 3$.

Suy ra có 40 nghiệm phân biệt $f(x) \in (0; 4)$ và một nghiệm $f(x) = 0$.

Cuối cùng,

— Từ 40 nghiệm $f(x) \in (0; 4)$ cho ta $40 \cdot 3 = 120$ nghiệm phân biệt $x \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}$.

— Từ $f(x) = 0$ cho ta hai nghiệm $x = 0$ và $x = 3$.

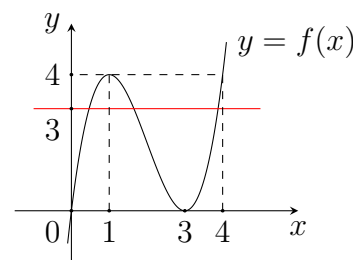
Vậy phương trình đã cho có $120 + 2 = 122$ nghiệm phân biệt.

Cách 2. (Tổng quát)

Gọi a_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x) = 0$

và b_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x) = 3$.

Ta có



$$\text{— } f(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 2.$$

$$\text{— } f(x) = 3 \text{ có ba nghiệm phân biệt } x_1, x_2, x_3 \in (0; 4) \setminus \{1; 3\} \Rightarrow b_1 = 3.$$

Với $k > 1$, ta có

$$\text{— } f^k(x) = f(f^{k-1}(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f^{k-1}(x) = 0 \\ f^{k-1}(x) = 3 \end{cases} \Rightarrow a_k = a_{k-1} + b_{k-1}.$$

$$\text{— } f^k(x) = f(f^{k-1}(x)) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f^{k-1}(x) = m_1 \\ f^{k-1}(x) = m_2 \\ f^{k-1}(x) = m_3 \end{cases} \text{ với } m_1, m_2, m_3 \in (0; 4) \setminus \{1; 3\}.$$

Mỗi phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 4) \setminus \{1; 3\}$. Do đó $b_k = 3b_{k-1}$, suy ra (b_k) là cấp số nhân có công bội là $q = 3$, số hạng đầu $b_1 = 3$. Suy ra $b_k = 3 \cdot 3^{k-1} = 3^k$.

Từ đó

$$\begin{aligned}
 a_k &= a_{k-1} + b_{k-1} \\
 &= a_{k-2} + b_{k-2} + b_{k-1} \\
 &= \dots \\
 &= a_1 + b_1 + b_2 + \dots + b_{k-1} \\
 &= 2 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{k-1} \\
 &= 2 + 3 \cdot \frac{3^{k-1} - 1}{3 - 1} = \frac{3^k + 1}{2}
 \end{aligned}$$

Vậy, $a_5 = 122$.

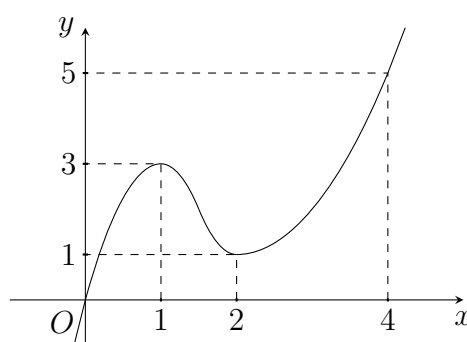
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1971.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt $M = \max_{\mathbb{R}} f(2(\sin^4 x + \cos^4 x))$, $m = \min_{\mathbb{R}} f(2(\sin^4 x + \cos^4 x))$. Tính $S = M + m$.

A. $S = 6$. B. $S = 4$. C. $S = 5$. D. $S = 3$.



Lời giải.

Đặt $t = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 2 - \sin^2 2x$, suy ra $1 \leq t \leq 2$.

Từ đó suy ra $M = \max_{[1;2]} f(t) = 3$ và $m = \min_{[1;2]} f(t) = 1$.

Vậy $M + m = 4$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1972. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên $a \in [-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$.

$$\text{Ta có } g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		1	2		$+\infty$					
y'		-	0	+	0	-	0	+				
y	$+\infty$	$\searrow$		a	$\nearrow$		$a+1$	$\searrow$	a	$\nearrow$		$+\infty$

Trên đoạn $[0, 2]$ ta xét các trường hợp

- Nếu $\begin{cases} a+1 > 0 \\ a < 0 \end{cases}$ thì $m = f_{\min} = 0$, suy ra $0 \leq M \leq 2m = 0 \Rightarrow f_{\max} = M = 0$ (vô lý).
- Nếu $a > 0$ thì $M = f_{\max} = a+1$ và $m = f_{\min} = a$, khi đó ta có

$$M \leq 2m \Leftrightarrow a+1 \leq 2a \Leftrightarrow a \geq 1. \quad (1)$$

- Nếu $a+1 < 0 \Leftrightarrow a < -1$ thì $M = f_{\max} = |a|$ và $f_{\min} = |a+1|$, khi đó ta có

$$M \leq 2m \Leftrightarrow -a \leq -2(a+1) \Leftrightarrow a \leq -2. \quad (2)$$

Từ (1), (2) và kết hợp giả thiết, suy ra $a \in [-4; -2] \cup [1; 4]$.

Vậy a có 7 giá trị nguyên thỏa mãn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1973. Cho đường thẳng $d: y = mx + m + 2$ (m là tham số) và đường cong $(C): y = \frac{2x-1}{x+1}$. Biết rằng khi $m = m_0$ thì (C) cắt d tại hai điểm A, B thỏa mãn độ dài AB ngắn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in (-4; -3)$. B. $m_0 \in (-5; -4)$. C. $m_0 \in (-2; 0)$. D. $m_0 \in (-3; -1)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $mx + m + 2 = \frac{2x-1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{mx^2 + 2mx + m + 3}{x+1} = 0$. Điều kiện cần và đủ để d cắt C tại hai điểm phân biệt là phương trình $mx^2 + 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân

biệt khác -1. Điều này tương đương $\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = -3m > 0 \\ 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$.

Với $m < 0$ thì d cắt C tại hai điểm $A(x_1; mx_1 + m + 2)$ và $B(x_2; mx_2 + m + 2)$. Theo Vi-et $x_1 + x_2 = -2$, $x_1 x_2 = 1 + \frac{3}{m}$.

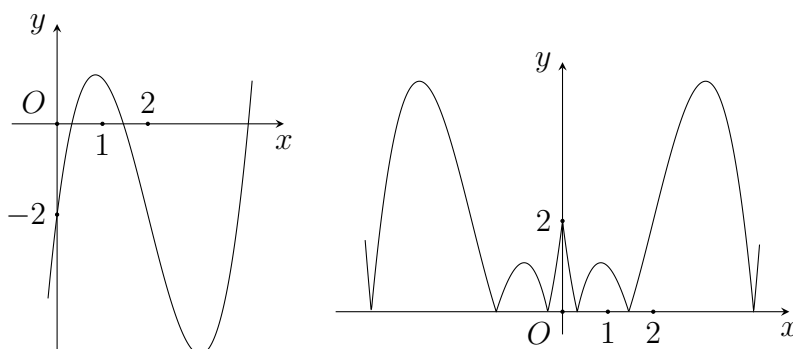
Ta có: $AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (mx_1 - mx_2)^2 = (m^2 + 1)((x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2) = -\frac{12}{m}(m^2 + 1) = -12m - \frac{12}{m} \geq 2\sqrt{\frac{-12}{m}(-12m)} = 24$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m^2 = 1$. Kết hợp với $m < 0$ ta có $m = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1974. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ thỏa mãn $\begin{cases} a+b > 1 \\ 3+2a+b < 0 \end{cases}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(|x|)|$ là

- A. 9. B. 11. C. 2. D. 5.

Lời giải.



Để thấy $f(0) = -2 < 0$, $f(1) = a + b - 1 > 0$, $f(2) = 2(2a + b + 3) < 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt lần lượt thuộc các khoảng $(0; 1)$, $(1; 2)$, $(2; +\infty)$. Do đó, đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị, một điểm nằm trên trục hoành một điểm nằm dưới trục hoành (xem hình vẽ). Từ đó, hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả 11 điểm cực trị.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1975. Giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc + ab + c$.

A. $-\frac{16}{25}$.

B. -9 .

C. $-\frac{25}{9}$.

D. 1 .

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Điều kiện có hai cực trị là $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a^2 - 3b > 0$.

Ta có $f(x) = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}a\right) \cdot f'(x) + \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{9}\right)x + c - \frac{1}{9}ab$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $(d): y = \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{9}\right)x + c - \frac{1}{9}ab$.

Theo đề (d) đi qua gốc tọa độ O nên $c - \frac{1}{9}ab = 0 \Leftrightarrow ab = 9c$.

Khi đó $P = abc + ab + c = 9c^2 + 10c = \left(3c + \frac{5}{3}\right)^2 - \frac{25}{9} \geq -\frac{25}{9}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $-\frac{25}{9}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1976. Hai điểm M, N thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $8\sqrt{2}$.

B. 2017 .

C. 8 .

D. 4 .

Lời giải.

Do M, N thuộc hai nhánh khác nhau nên $M\left(3 - \alpha; 3 - \frac{8}{\alpha}\right), N\left(3 + \beta; 3 + \frac{8}{\beta}\right)$ với $\alpha, \beta > 0$.

Khi đó $MN^2 = (\alpha + \beta)^2 + \left(\frac{8}{\alpha} + \frac{8}{\beta}\right)^2 = (\alpha + \beta)^2 + \frac{64(\alpha + \beta)^2}{(\alpha\beta)^2} = (\alpha + \beta)^2 \left(1 + \frac{64}{(\alpha\beta)^2}\right) \geq 4\alpha\beta \left(1 + \frac{64}{(\alpha\beta)^2}\right) = 4\left(\alpha\beta + \frac{64}{\alpha\beta}\right) \geq 4 \cdot 2 \cdot 8 = 64$.

Vậy min $MN = 8$ khi $\begin{cases} \alpha = \beta \\ \alpha\beta = \frac{64}{\alpha\beta} \end{cases} \Leftrightarrow \alpha = \beta = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1977. Cho hàm số $y = x^4 + 2m(m+2)x^2 + m + 2$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất.

A. $m = \frac{-1}{2}$.

B. $m = \frac{-3}{2}$.

C. $m = -1$.

D. $m = \frac{-1}{\sqrt[3]{3}}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3 + 4m(m+2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m^2 - 2m \end{cases}$ Đồ thị hàm số có 3

điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m^2 - 2m > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 0$. Khi đó đồ thị hàm

số có ba điểm cực trị

$$A(0; m+2), B\left(-\sqrt{-m^2-2m}; -m^2(m+2)^2+m+2\right), C\left(\sqrt{-m^2-2m}; -m^2(m+2)^2+m+2\right).$$

Ta có phương trình $BC: y = -m^2(m+2)^2+m+2 \Rightarrow d(A, BC) = m^2(m+2)^2, BC = 2\sqrt{-m^2-2m}$.
 Khi đó

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot d(A, BC) \cdot BC = \left(\sqrt{-m(m+2)}\right)^5.$$

Ta có $0 < -m(m+2) \leq \frac{1}{4}(-m+m+2)^2 = 1 \Rightarrow S_{ABC} \leq 1$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} -2 < m < 0 \\ -m = m+2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1978. Cho hàm số $y = \frac{-x}{2x+1}$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị của m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B và tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B là lớn nhất.

A. $m = \frac{-1}{2}$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \frac{-x}{2x+1}$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{-1}{(2x+1)^2}, \forall x \neq -\frac{1}{2}$. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x + m$ là

$$\frac{-x}{2x+1} = x + m \Leftrightarrow 2x^2 + 2(m+1)x + m = 0, \quad x \neq -\frac{1}{2} \quad (*).$$

(C) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2(m+1)\left(-\frac{1}{2}\right) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 1 > 0 \\ -\frac{1}{2} \neq 0 \end{cases} \text{ luôn đúng } \forall m \in \mathbb{R}.$$

Ta có $x_A + x_B = -m - 1; x_A x_B = \frac{m}{2}$. Khi đó tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B là

$$\begin{aligned} f'(x_A) + f'(x_B) &= \frac{-1}{(2x_A+1)^2} + \frac{-1}{(2x_B+1)^2} = \frac{-4x_B^2 - 4x_B - 1 - 4x_A^2 - 4x_A - 1}{[4x_A x_B + 2(x_A + x_B) + 1]^2} \\ &= \frac{-4(x_A + x_B)^2 + 8x_A x_B - 4(x_A + x_B) - 2}{[4x_A x_B + 2(x_A + x_B) + 1]^2} \\ &= \frac{-4(m+1)^2 + 4m + 4(m+1) - 2}{[2m - 2(m+1) + 1]^2} = -4m^2 - 2 \leq -2. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1979. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có năm điểm cực trị?

A. 44.

B. 27.

C. 26.

D. 16.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$.

— Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$— g'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x^2 - x - 2).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x(x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$$

— Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$			0		$+\infty$
			-5		-32	

— Đồ thị hàm số $g(x)$ có ba cực trị $A(-1; -5)$, $B(0; 0)$, $C(2; -32)$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $g(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$ ta có nhận xét về đồ thị của hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ như sau:

— Nếu $m \leq 0$ thì hàm số $y = |g(x) + m|$ có 5 cực trị.

— Nếu $0 < m < 5$ thì hàm số $y = |g(x) + m|$ có 7 cực trị.

— Nếu $5 \leq m < 32$ thì hàm số $y = |g(x) + m|$ có 5 cực trị.

— Nếu $32 \leq m$ thì hàm số $y = |g(x) + m|$ có 3 cực trị.

Vậy $m \in \{5; 6; \dots; 31\}$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán hay có 27 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1980. Ông A cần sản xuất một cái thang để treo qua một bức tường nhà. Ông muốn cái thang phải luôn đi qua vị trí điểm C , biết rằng điểm C cao 3m so với nền nhà và điểm C cách tường nhà 2m. Giả sử kinh phí sản xuất thang là 500000 đồng/1m dài. Hỏi ông cần ít nhất bao nhiêu tiền để sản xuất cái thang đó? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

A. 3512000 đồng.

B. 4755000 đồng.

C. 2750000 đồng.

D. 3115000 đồng.

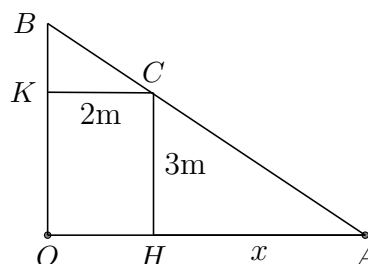
Lời giải.

$$\text{Đặt } AH = x \Rightarrow AC = \sqrt{x^2 + 9}.$$

$$\text{Vì } \triangle AOB \sim \triangle AHC \text{ nên } AB = \frac{AO \cdot AC}{AH} = \frac{(x+2)\sqrt{x^2+9}}{x}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{(x+2)\sqrt{x^2+9}}{x}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x^3 - 18}{x^2 \sqrt{x^2 + 9}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{18}.$$



x	0	$\sqrt[3]{18}$	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{(\sqrt[3]{18} + 2)\sqrt{(\sqrt[3]{18})^2 + 9}}{\sqrt[3]{18}}$	$+\infty$

Suy chiều dài tối thiểu của thang là $\frac{(\sqrt[3]{18} + 2)\sqrt{(\sqrt[3]{18})^2 + 9}}{\sqrt[3]{18}} \approx 7.024\text{m}$. Do đó số tiền ít nhất để ông

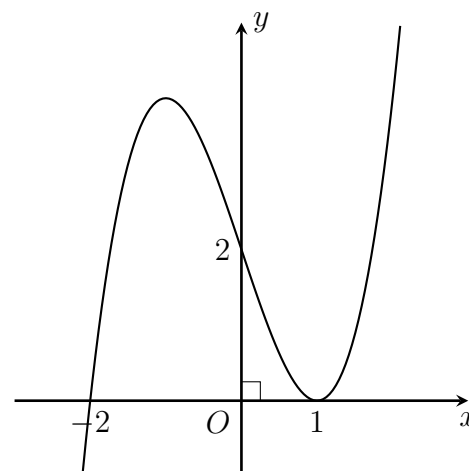
A sản xuất cái thang là $7.024 \cdot 500000 \approx 3512000$ đồng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1981.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.
- B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.
- C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1; 2)$.
- D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$$g'(x) = [f(x^2 - 3)]' = (x^2 - 3)' f'(x^2 - 3) = 2x f'(x^2 - 3).$$

Theo đồ thị ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -2$ suy ra $f'(x^2 - 3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 < -2 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = -2 \\ x^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	
$2x$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	$ $	$+$	
$f'(x^2 - 3)$	$+$	0	$+$	0	$-$	$ $	$-$	
$g'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$							$+\infty$

Cách 2

Với $g(x) = f(x^2 - 3)$ ta có $g'(x) = [f(x^2 - 3)]' = (x^2 - 3)' f'(x^2 - 3) = 2x f'(x^2 - 3)$.

$$g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x \geq 0 \\ f'(x^2 - 3) \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x \leq 0 \\ f'(x^2 - 3) \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 3 \leq -2 \\ x^2 - 3 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 - 3 \geq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ x = 2 \\ x \leq -1. \end{cases}$$

Do $g'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ 1 < x \neq 2 \end{cases}$

Như vậy $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

$g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1982. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - ax^2 - 3ax + 4$. Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \frac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2$$

thì a thuộc khoảng nào?

A. $a \in \left(-5; -\frac{7}{2}\right)$. B. $a \in \left(-\frac{7}{2}; -3\right)$. C. $a \in \left(-3; -\frac{5}{2}\right)$. D. $a \in (-2; -1)$.

Lời giải.

Ta có: $y' = x^2 - 2ax - 3a$.

Hàm số có hai điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow a^2 + 3a > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a < -3 \end{cases}.$$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $y' = 0$ thì x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số, hơn nữa:

$$\begin{cases} x_1^2 - 2ax_1 - 3a = 0 \\ x_2^2 - 2ax_2 - 3a = 0 \\ x_1 + x_2 = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 = 2ax_1 + 3a \\ x_2^2 = 2ax_2 + 3a \\ x_1 + x_2 = 2a \end{cases}$$

Khi đó:

$$\frac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \frac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2 \Leftrightarrow \frac{(2ax_1 + 3a) + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \frac{a^2}{(2ax_2 + 3a) + 2ax_1 + 9a} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2a(x_1 + x_2) + 12a}{a^2} + \frac{a^2}{2a(x_1 + x_2) + 12a} = 2 \Leftrightarrow \frac{4a^2 + 12a}{a^2} + \frac{a^2}{4a^2 + 12a} = 2$$

$$\Leftrightarrow t + \frac{1}{t} - 2 = 0 \left(t = \frac{4a^2 + 12a}{a^2} \right) \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow 4a^2 + 12a = a^2 \Leftrightarrow 3a^2 + 12a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ a = 0 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1983. Cho hàm số $y = x^3 + 3x$ có đồ thị (C) . M_1 là điểm thuộc (C) có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến tại điểm M_1 cắt (C) tại M_2 khác M_1 , tiếp tuyến tại điểm M_2 cắt (C) tại M_3 khác $M_2, \dots$, tiếp tuyến tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại M_n khác M_{n-1} ($n > 4, n \in \mathbb{N}$). Tìm số tự nhiên n thỏa điều kiện $y_n - 3x_n + 2^{21} = 0$.

A. $n = 7$. B. $n = 8$. C. $n = 22$. D. $n = 21$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; x_0^3 + 3x_0) \in (C)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M

$$y = (3x_0^2 + 3)(x - x_0) + x_0^3 + 3x_0$$

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và tiếp tuyến tại M

$$x^3 + 3x = (3x_0^2 + 3)(x - x_0) + x_0^3 + 3x_0$$

$$\Leftrightarrow (x - x_0)(x_0^2 + x_0x + x^2 - 3x_0^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - x_0)^2(x + 2x_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2x_0$$

Suy ra hoành độ các điểm M_i lập thành cấp số nhân

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ q = -2 \end{cases}$$

trong đó x_i là hoành độ điểm M_i . Suy ra $x_n = (-2)^{n-1}$

Theo đề bài:

$$\begin{aligned} y_n - 3x_n + 2^{21} &= 0 \\ \Leftrightarrow x_n^3 + 3x_n - 3x_n + 2^{21} &= 0 \\ \Leftrightarrow x_n^3 &= -2^{21} \\ \Leftrightarrow x_n^3 &= [(-2)^7]^3 \\ \Leftrightarrow x_n &= (-2)^7 \\ \Leftrightarrow (-2)^{n-1} &= 2^7 \Leftrightarrow n = 8. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1984. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Biết $f(0) < 0$, hỏi phương trình $f(|x|) = f(0)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $f(0) = k < 0$. Vì hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$ nên $-2 < k < 4$.

Ta có hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục Oy , từ đó ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	k	-2	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(|x|) = f(0)$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1985. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\sin^4 x + \cos 2x + m|$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y = |\sin^4 x + \cos 2x + m| = |\sin^4 x - 2\sin^2 x + m + 1|$.

Đặt $t = \sin^2 x$, $t \in [0; 1]$, hàm số trở thành $y = |t^2 - 2t + m + 1|$.

Xét hàm $f(t) = t^2 - 2t + m + 1$, với $t \in [0; 1]$. Ta có $f'(t) = 2t - 2 \leq 0$, với $\forall t \in [0; 1]$, suy ra hàm số nghịch biến trên $[0; 1]$. Do đó $f(1) \leq f(t) \leq f(0) \Leftrightarrow m \leq f(t) \leq m + 1$.

Xét các trường hợp sau

- $m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$. Khi đó, $\min y = -m - 1$. Theo giả thiết $-m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn).
- $-1 < m \leq 0$. Khi đó, $\min y = 0$ (loại).
- $m > 0$. Khi đó, $\min y = m$. Theo giả thiết $m = 2$ (thỏa mãn).

Vậy tập hợp S có 2 phần tử.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1986. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm A thuộc (C) . Tiếp tuyến của (C) tại A tạo với 2 đường tiệm cận của (C) một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất là bao nhiêu?

- A. $2 + 2\sqrt{2}$. B. $4 - 2\sqrt{2}$. C. $3 - \sqrt{2}$. D. $4 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đồ thị (C) có tâm đối xứng $I(-1; 1)$, đường tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Gọi $A\left(a; \frac{a-3}{a+1}\right)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình:

$$(d): y = \frac{4}{(a+1)^2}(x-a) + \frac{a-3}{a+1}.$$

(d) cắt tiệm cận đứng $x = -1$ tại điểm $M(-1; \frac{a-7}{a+1})$ và $IM = \left| \frac{a-7}{a+1} - 1 \right| = \frac{8}{|a+1|}$.

(d) cắt tiệm cận ngang $y = 1$ tại điểm $N(2a+1; 1)$ và $IN = |2a+1+1| = 2|a+1|$.

Suy ra $S_{\triangle IMN} = \frac{1}{2}IM \cdot IN = 8$.

Khi đó bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle IMN$ là $r = \frac{2 \times S_{\triangle IMN}}{IM + IN + MN}$ (1).

Mà $IM + IN + MN = IM + IN + \sqrt{IM^2 + IN^2} \geq 2\sqrt{IM \cdot IN} + \sqrt{2IM \cdot IN} = 2\sqrt{16} + \sqrt{32}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $r \leq \frac{2 \times 8}{8 + 4\sqrt{2}} = 4 - 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1987. Cho các số thực dương x, y . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{4xy^2}{(x + \sqrt{x^2 + 4y^2})^3}$.

- A. $\max P = 1$. B. $\max P = \frac{1}{10}$. C. $\max P = \frac{1}{8}$. D. $\max P = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

— Do x, y dương nên $\sqrt{x^2 + 4y^2} > x \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 4y^2} - x > 0$.

— Ta có

$$P = \frac{x}{2y} \cdot \left(\frac{2y}{\sqrt{x^2 + 4y^2} + x} \right)^3 = \frac{x}{2y} \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 + 4y^2} - x}{2y} \right)^3 = \frac{x}{2y} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{x}{2y} \right)^2 + 1} - \frac{x}{2y} \right]^3.$$

— Đặt $\frac{x}{2y} = t > 0$ khi đó $P = f(t) = t(\sqrt{t^2 + 1} - t)^3$.

$$\begin{aligned} f'(t) &= (\sqrt{t^2 + 1} - t)^3 + t \cdot 3(\sqrt{t^2 + 1} - t)^2 (\sqrt{t^2 + 1} - t)' \\ &= (\sqrt{t^2 + 1} - t)^3 + 3t(\sqrt{t^2 + 1} - t)^2 \left(\frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} - 1 \right) \\ &= (\sqrt{t^2 + 1} - t)^3 - 3t(\sqrt{t^2 + 1} - t)^2 \frac{\sqrt{t^2 + 1} - t}{\sqrt{t^2 + 1}} \\ &= (\sqrt{t^2 + 1} - t)^3 \left(1 - \frac{3t}{\sqrt{t^2 + 1}} \right). \end{aligned}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{3t}{\sqrt{t^2 + 1}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 + 1} = 3t \Leftrightarrow t = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

— Bảng biến thiên $f(t)$

t	0	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{8}$	0

— Vậy $\max P = \max f(t) = \frac{1}{8}$ đạt khi $t = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ hay $\frac{x}{2y} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow y = \sqrt{2}x$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1988. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d) có phương trình $y = k(x+1)+2$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của k để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt $M(-1; 2)$, N , P sao cho các tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau. Tính tích tất cả các phần tử của tập hợp S .

A. $-\frac{2}{9}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. -1 .

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) :

$$x^3 - 3x = k(x+1) + 2 \Leftrightarrow (x+1)[x^2 - x - (k+2)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ f(x) = x^2 - x - (k+2) = 0 (*) \end{cases}$$

$$(C) \text{ cắt } (d) \text{ tại 3 điểm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} f(-1) \neq 0 \\ \Delta_{(*)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^2 + 1 - k - 2 \neq 0 \\ 1 + 4(k+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k > -\frac{9}{4} \end{cases}.$$

Khi đó $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \neq -1$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y'(x_1) \cdot y'(x_2) &= -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 - 3)(3x_2^2 - 3) = -1 \\ &\Leftrightarrow 9(x_1x_2)^2 - 9(x_1^2 + x_2^2) + 10 = 0 \\ &\Leftrightarrow 9(k+2)^2 - 9[1 + 2(k+2)] + 10 = 0 \\ &\Leftrightarrow 9(k+2)^2 - 18(k+2) + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow k+2 = \frac{3+2\sqrt{2}}{3} \vee k+2 = \frac{3-2\sqrt{2}}{3} \\ &\Leftrightarrow k = \frac{2\sqrt{2}-3}{3} \text{ (nhận)} \vee k = -\frac{2\sqrt{2}+3}{3} \text{ (nhận)} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{2\sqrt{2}-3}{3}; -\frac{2\sqrt{2}+3}{3} \right\}. \text{ Lấy } \left(\frac{2\sqrt{2}-3}{3} \right) \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}+3}{3} \right) = \frac{1}{9}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1989. Gọi $M(a; b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ mà khoảng cách đến đường thẳng $d: y = 3x + 6$ nhỏ nhất. Khi đó:

A. $a + 2b = 2$.

B. $a + b = 2$.

C. $a + b = -2$.

D. $a + 2b = 3$.

Lời giải.

Gọi $M\left(t; \frac{2t+1}{t+2}\right) \in d, (t \neq -2)$. Ta có: $d(M, d) = \frac{\left|3t - \frac{2t+1}{t+2} + 6\right|}{10}$.

$d(M, d)$ nhỏ nhất khi $\left|3t - \frac{2t+1}{t+2} + 6\right| = \left|\frac{3t^2 + 10t + 11}{t+2}\right|$ nhỏ nhất.

Xét $f(t) = \frac{3t^2 + 10t + 11}{t+2}, f'(t) = \frac{3t^2 + 12t + 9}{(t+2)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -3 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$		-8		$+\infty$
				4	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $d(M, d) = |f(t)|$ nhỏ nhất là 4 khi $t = -1$.

Suy ra $M(-1; -1)$. Do đó $a + b = -2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1990. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\sin^4 x + \cos 2x + m|$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y = |\sin^4 x + \cos 2x + m| = \left|\frac{1}{4}\cos^2 2x + \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4} + m\right|$.

Đặt $\cos 2x = t$ ta được $y = \left|\frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{2}t + \frac{1}{4} + m\right|$ với $t \in [-1; 1]$.

Xét $f(t) = \frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{2}t + \frac{1}{4} + m, t \in [-1; 1]$.

$f'(t) = \frac{1}{2}t + \frac{1}{2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Ta có bảng biến thiên

t	-1	1
$f'(t)$	0	$+$
$f(t)$	m	$m+1$

— TH1: $m < 0 < m+1$ thì $\min |f(t)| = 0$ (không thỏa mãn).

— TH2: $m \geq 0$ thì $\min |f(t)| = m \Rightarrow m = 2$ (thỏa mãn).

— TH3: $m+1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$ thì $\min |f(t)| = |m+1| \Rightarrow \begin{cases} m = 1 & (\text{loại}) \\ m = -3 & (\text{thỏa mãn}). \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1991. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\sin 2x - \cos 2x + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m} - m = 0$$

có nghiệm thực?

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Ta có phương trình tương đương

$$\begin{aligned} (\sin x + \cos x)^2 + |\sin x + \cos x| &= 2 \cos^2 x + m + \sqrt{2 \cos^2 x + m} \\ \Leftrightarrow f(|\sin x + \cos x|) &= f(\sqrt{2 \cos^2 x + m}). \quad (*) \end{aligned}$$

Với $f(t) = t^2 + t$, $t \geq 0$. Ta có $f(t) = 2t + 1 > 0$, $\forall t \geq 0$. Nên

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow |\sin x + \cos x| = \sqrt{2 \cos^2 x + m} \\ &\Leftrightarrow 1 + \sin 2x = 2 \cos^2 x + m \\ &\Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x = m. \end{aligned}$$

Để phương trình có nghiệm thì $m^2 \leq 2 \Leftrightarrow m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1992. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị A ; B ; C sao cho $OA = BC$, trong đó O là gốc tọa độ; A là điểm cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.

A. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

B. $m = 2 \pm \sqrt{2}$.

C. $m = 2 \pm 2\sqrt{3}$.

D. $m = 2 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x(x^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m + 1. \end{cases}$$

Điều kiện để đồ thị có 3 cực trị là $m > -1$.

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; m)$; $B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$; $C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$.

Do đó: $OA = BC \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1993. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

$$f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$$

với $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} y' &= -f'(1-x) + 2018 = -[1 - (1-x)][(1-x) + 2]g(1-x) - 2018 + 2018 \\ &= -x(3-x)g(1-x). \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } y' < 0 \Leftrightarrow x(3-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases} \quad (\text{do } g(1-x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}).$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1994. Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng I . Xét các mệnh đề sau:

- (I) Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số f đồng biến trên I .
 (II) Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số f nghịch biến trên I .
 (III) Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ thì hàm số f nghịch biến trên khoảng I .
 (IV) Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ và $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên I thì hàm số f không thể nghịch biến trên khoảng I .

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- A. (I) và (II) đúng, còn (III) và (IV) sai. B. (I), (II) và (III) đúng, còn (IV) sai.
 C. (I), (II) và (IV) đúng, còn (III) sai. D. Cả (I), (II), (III) và (IV) đúng.

Lời giải.

Dễ thấy (I) và (II) đúng, còn (III) và (IV) sai.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1995. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đi qua các điểm $A(2; 4), B(3; 9), C(4; 16)$. Các đường thẳng AB, AC, BC lại cắt đồ thị tại lần lượt tại các điểm D, E, F (D khác A và B ; E khác A và C ; F khác B và C). Biết rằng tổng các hoành độ của D, E, F bằng 24. Tính $f(0)$.

- A. -2 . B. 0 . C. 2 . D. $\frac{24}{5}$.

Lời giải.

Giải sử $f(x) = a(x-2)(x-3)(x-4) + x^2$ ($a \neq 0$). Ta có

$$AB : y = 5x - 6; AC : y = 6x - 8; BC : y = 7x - 12.$$

Hoành độ điểm D là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} a(x-2)(x-3)(x-4) &= -x^2 + 5x - 6 \\ \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) &= -(x-2)(x-3) \\ \Rightarrow a(x-4) &= -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 4. \end{aligned}$$

Hoành độ điểm E là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} a(x-2)(x-3)(x-4) &= -x^2 + 6x - 8 \\ \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) &= -(x-2)(x-4) \\ \Rightarrow a(x-3) &= -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 3. \end{aligned}$$

Hoành độ điểm F là nghiệm của phương trình:

$$\begin{aligned} a(x-2)(x-3)(x-4) &= -x^2 + 7x - 12 \\ \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) &= -(x-3)(x-4) \\ \Rightarrow a(x-2) &= -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 2. \end{aligned}$$

Theo giả thiết ta có

$$-\frac{1}{a} + 2 - \frac{1}{a} + 3 + -\frac{1}{a} + 4 = 24 \Leftrightarrow -\frac{3}{a} = 15 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}.$$

Do đó $f(0) = a(-2)(-3)(-4) = \frac{24}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1996. Hai điểm M_1, M_2 nằm trên hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-9}{x-3}$. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng M_1M_2 là

A. $2\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $M_1\left(a+3; 4+\frac{3}{a}\right), M_2\left(-b+3; 4-\frac{3}{b}\right) (a, b > 0)$. Khi đó, $M_1M_2^2 = (a+b)^2 + \left(\frac{3}{a} + \frac{3}{b}\right)^2 \geq 4ab + 9 \cdot \frac{4}{ab} \geq 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$. Suy ra $M_1M_2 \geq 2\sqrt{6}$. Đẳng thức xảy ra khi $a = b = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1997. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$.

A. $P_{\min} = -63$.

B. $P_{\min} = -83$.

C. $P_{\min} = -80$.

D. $P_{\min} = -91$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 3, y \geq -3$, từ đó ta có

$$(x+3)(y+3) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq -3(x+y) - 9.$$

Xét trường hợp $x = -y = 3$ suy ra $P = -63$.

Trường hợp $x+y > 0$, từ giả thiết suy ra

$$(x+y)^2 = 4(x+y) + 8\sqrt{(x-3)(y+3)} \geq 4(x+y)$$

$$\Leftrightarrow x+y \geq 4 \text{ (do } x+y > 0 \text{)}.$$

Đánh giá P ta được

$$P = 4(x^2 + y^2) + 15xy = 4(x+y)^2 + 7xy \geq 4(x+y)^2 - 21(x+y) - 63.$$

Do hàm số $f(t) = 4t^2 - 21t - 63$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{21}{8}; +\infty\right)$ suy ra $P = f(x+y) \geq f(4) = -83$.

Vậy $P_{\min} = -83$ khi $x = 7, y = -3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1998. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Khi đó hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.

C. $(-\sqrt{2}; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có

$$\begin{cases} f'(x) > 0 \text{ khi } m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \\ f'(x) < 0 \text{ khi } m \in (0; 2) \end{cases}.$$

Suy ra $y' = (f(x^2))' = 2xf'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$, từ đó ta có bảng biến thiên

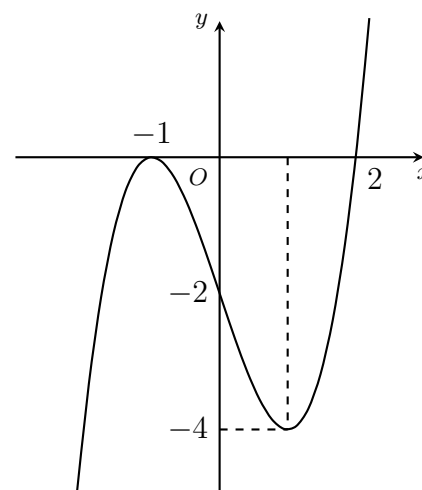
x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			$+\infty$
		-2		-2			

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1999.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.
- B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.
- D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có : $g'(x) = f'(x^2 - 2) \cdot 2x$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x^2 - 2) = 0 \\ 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Mặt khác: $f'(x^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 2 \end{cases}.$

Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

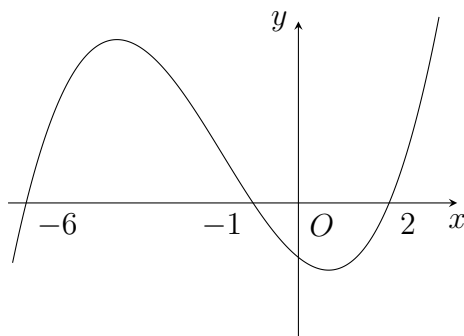
x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x^2 - 2)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$2x$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ đó suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2000. Cho hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng



A. $(2; 3)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Ta có $[f(3 - x^2)]' = f'(3 - x^2)(-2x)$. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có

$$[f(3 - x^2)]' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(3 - x^2) = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x^2 = -6 \\ 3 - x^2 = -1 \\ 3 - x^2 = 2 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \\ x = 0. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = 3 - x^2$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$3 - x^2$									

Từ đó, ta có bảng xét dấu của $[f(3 - x^2)]'$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$-2x$		+		+		+		+	+
$f'(3 - x^2)$		-	0	+	0	-	0	+	0
$[f(3 - x^2)]'$		-	0	+	0	-	0	+	0

Từ bảng xét dấu, ta có hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2001. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = m^2x^4 - 2(4m - 1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 15.

B. 6.

C. 7.

D. 16.

Lời giải.

TH1: $m = 0$, hàm số trở thành $y = 2x^2 + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Do đó $m = 0$ thỏa mãn.

TH2: Với $m \neq 0$, hàm số đã cho là hàm số trùng phương với hệ số $a = m^2 > 0$. Ta có: $y' = 4m^2x^3 - 4(4m - 1)x = 4x(m^2x^2 - 4m + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{4m - 1}{m^2} \end{cases}.$$

— Nếu $4m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$ thì phương trình $y' = 0$ có đúng 1 nghiệm $x = 0$. Hàm số có bảng biến thiên là

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	—	0	+
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Suy ra $m \leq \frac{1}{4}$ thỏa mãn.

— Nếu $4m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$ thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $x = 0$ và $x = \pm \sqrt{\frac{4m - 1}{m^2}}$. Hàm số có bảng biến thiên là

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{4m-1}{m^2}}$	0	$\sqrt{\frac{4m-1}{m^2}}$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$							$+\infty$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi $(1; +\infty) \subset \left(\sqrt{\frac{4m - 1}{m^2}}; +\infty\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m - 1 > 0 \\ \sqrt{\frac{4m - 1}{m^2}} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{4} \\ -m^2 + 4m - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} < m \leq 2 - \sqrt{3} \\ m \geq 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Suy ra điều kiện để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ là $m \leq 2 - \sqrt{3}$ hoặc $m \geq 2 + \sqrt{3}$.

Vì m nguyên, $m \in (-10; 10)$ nên $m \in \{-9, -8, \dots, 0, 4, 5, \dots, 9\}$.

Vậy có 16 giá trị thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2002. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm a để đồ thị hàm số $y = x^3 + (a + 10)x^2 - x + 1$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm?

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 8.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3 + (a + 10)x^2 - x + 1 = 0$.

Vì $x = 0$ không là nghiệm nên ta suy ra

$$x^3 + (a + 10)x^2 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^3 - x + 1}{x^2} = -a - 10.$$

Xét hàm số $y = \frac{x^3 - x + 1}{x^2}$, ta có $y' = \frac{x^3 + x - 2}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng 1 điểm thì $-a - 10 < 1 \Leftrightarrow a > -11$.

Vậy có 10 giá trị nguyên âm của a thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2003. Cho hàm số $f(x) = \cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin 2x + m$. Số các giá trị m nguyên để $f^2(x) \leq 36, \forall x$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin 2x + m = 1 - \sin^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin 2x + m$.

Đặt $t = \sin x + \cos x, t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \Rightarrow t^2 - 1 = \sin 2x$.

Khi đó, ta được $1 - (t^2 - 1)^2 + 2t^3 - 3(t^2 - 1) + m = 1 - (t^2 - 1)(t^2 + 2) + 2t^3 + m$.

Xét $h(t) = 1 + 2t^3 - (t^2 - 1)(t^2 + 2) = -t^4 + 2t^3 - t^2 + 3$.

Ta có $f^2(x) \leq 36, \forall x \Leftrightarrow |h(t) + m| \leq 6 \Leftrightarrow \begin{cases} h(t) + m \leq 6 \\ h(t) + m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h(t) \leq 6 - m \\ h(t) \geq -6 - m \end{cases}$.

Ta có $h'(t) = -4t^3 + 6t^2 - 2t \Rightarrow h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

t	$-\sqrt{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt{2}$
$h'(t)$	+	0	-	0	-
$h(t)$	$-3 + 4\sqrt{2}$	3	$\frac{239}{81}$	3	$-3 + 4\sqrt{2}$

Khi đó $\begin{cases} h(t) \leq 6 - m \\ h(t) \geq -6 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \max_{t \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]} h(t) \leq 6 - m \\ \min_{t \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]} h(t) \geq -6 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq 6 - m \\ -3 + 4\sqrt{2} \geq -6 - m \end{cases}$

$\Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3 - 4\sqrt{2}$. Số giá trị m nguyên là 1.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2004. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x - 2(m^2 + 1)$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ là

A. 5.

B. 6.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

$$f'(x) = 3x^2 + 4(m-1)x + (m^2 - 4m + 1).$$

Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ thì phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$.

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi

$$\Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow [2(m-1)]^2 - 3(m^2 - 4m + 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 3m^2 + 12m - 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow m < -2 - \sqrt{3} \text{ hay } m > -2 + \sqrt{3}.$$

Theo Vi-ét ta có $P = \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 4m + 1}{3}, S = \frac{-b}{a} = \frac{-4(m-1)}{3}$.

Xét

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$\Leftrightarrow 2x_1 + 2x_2 = x_1x_2(x_1 + x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(2 - x_1x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2 - x_1x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-4(m-1)}{3} = 0 \\ \frac{m^2 - 4m + 1}{3} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 0 \\ m^2 - 4m - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (nhận)} \\ m = -1 \text{ (loại)} \\ m = 5 \text{ (nhận)} \end{cases}.$$

Tổng các giá trị của tham số m là $5 + 1 = 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2005.

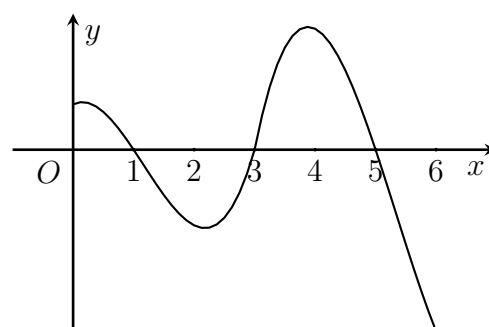
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0; 6]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ được cho bởi hình bên dưới. Hỏi hàm số $y = [f(x)]^2$ có tối đa bao nhiêu cực trị trên $[0; 6]$?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 7.



Lời giải.

Xét hàm số $y = g(x) = [f(x)]^2$ trên $[0; 6]$.

Ta có: $g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$.

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta suy ra phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt thuộc $[0; 6]$ và bảng biến thiên sau:

x	0	1	3	5	6
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(3)$	$f(5)$	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại tối đa 4 điểm có hoành độ thuộc $[0; 6]$ và không trùng với nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$. Hay phương trình $f(x) = 0$ có tối đa 4 nghiệm thuộc $[0; 6]$ mà không có nghiệm nào trùng với nghiệm của $f'(x) = 0$.

Vậy $g'(x) = 0$ có tối đa 7 nghiệm trên $[0; 6]$. Và do đó, hàm số $y = [f(x)]^2$ có tối đa 7 cực trị.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2006. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (2m - 3)x - (3m + 1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 5.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.

Xét $y = (2m - 3)x - (3m + 1)\cos x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và $y' = 2m - 3 + (3m + 1)\sin x$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ (1).

TH 1. $3m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$ (loại do $m \in \mathbb{Z}$).

TH 2. $3m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}$.

$$(1) \Leftrightarrow (2m - 3) - (3m + 1) \leq y' \leq (2m - 3) + (3m + 1), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -m - 4 \leq y' \leq 5m - 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 4 \leq 5m - 2 \\ 5m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\frac{1}{3} \\ m \leq \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{3} < m \leq \frac{2}{5}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0$.

TH 3. $3m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{3}$.

$$(1) \Leftrightarrow (2m - 3) - (3m + 1) \geq y' \geq (2m - 3) + (3m + 1), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -m - 4 \geq y' \geq 5m - 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 4 \geq 5m - 2 \\ -m - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -4 \\ m \leq -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow -4 \leq m \leq -\frac{1}{3}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Vậy có tất cả 5 giá trị nguyên của tham số m .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2007. Cho phương trình

$$\sin x(2 - \cos 2x) - 2(2 \cos^3 x + m + 1)\sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} = 3\sqrt{2 \cos^3 x + m + 2}.$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm

$$x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)?$$

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} \sin x(1 + 2 \sin^2 x) - 2(2 \cos^3 x + m + 2 - 1)\sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} &= 3\sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} \\ \Leftrightarrow 2 \sin^3 x + \sin x &= 2 \left(\sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} \right)^3 + \sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$; $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0, \forall t \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \sin x = \sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} \\ &\Leftrightarrow \sin^2 x = 2 \cos^3 x + m + 2 \quad \left(\text{vì } \sin x \geq 0, \forall x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right) \right) \\ &\Leftrightarrow 2 \cos^3 x + \cos^2 x + 1 = -m \quad (2). \end{aligned}$$

Đặt $t = \cos x, x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow t \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Xét hàm số $g(t) = 2t^3 + t^2 + 1$ với $t \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$. Ta có

$$g'(t) = 6t^2 + 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	1	
$f'(t)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$	1	$\frac{28}{27}$	1	4	

Mỗi nghiệm $t_0 \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$ sẽ cho 1 nghiệm $x_0 \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$.

Do đó dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (2) có 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m = 1 \\ \frac{28}{27} < -m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ -4 \leq m < -\frac{28}{27}. \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Có 4 giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 2008.

Biết rằng đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ được cho như hình vẽ bên.

Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$

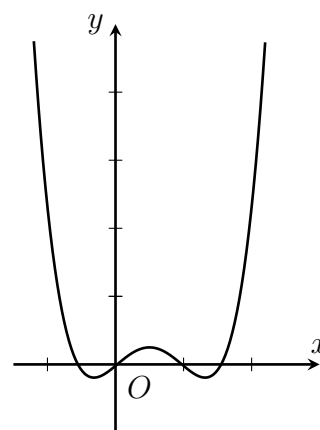
và trục Ox .

A. 4.

B. 6.

C. 2.

D. 0.

**Lời giải.**

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox chính là số nghiệm của phương trình $[f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) = 0$. (*)

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 ($x_1 < x_2 < x_3 < x_4$). Do đó ta có phân tích $f(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)$ ($a > 0$).

Ta có $f'(x) = \left(\frac{1}{x - x_1} + \frac{1}{x - x_2} + \frac{1}{x - x_3} + \frac{1}{x - x_4} \right) \cdot f(x)$, $\forall x \neq x_i$ và $f'(x_i) \neq 0$, $\forall i = \overline{1, 4}$.

Khi đó $\forall x \neq x_i, i = \overline{1, 4}$ ta có

$$\left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = \frac{f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2}{f^2(x)} = -\frac{1}{(x - x_1)^2} - \frac{1}{(x - x_2)^2} - \frac{1}{(x - x_3)^2} - \frac{1}{(x - x_4)^2} < 0.$$

Suy ra $f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2 < 0$, $\forall x \neq x_i, i = \overline{1, 4}$. (1)

Mặt khác $\forall x = x_i, x_i = \overline{1, 4}$ ta có $f(x) = 0$, $f'(x) \neq 0$ nên $f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2 < 0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra phương trình (*) vô nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2009. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến của với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1; y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2; y_2)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2 + y_1 = -5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

A. 0.

B. 4.

C. 10.

D. 9.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$. Với $x = m-2$ thì $y = 1 - \frac{3}{m}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại

điểm có hoành độ $x = m-2$ là $d: y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m}$.

Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số lần lượt là $y = 1$ và $x = -2$.

Tọa độ A là nghiệm hệ

$$\begin{cases} y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m} \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - \frac{6}{m} \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow y_1 = 1 - \frac{6}{m}.$$

Tọa độ điểm B là nghiệm hệ

$$\begin{cases} y = \frac{3}{m^2}(x - m + 2) + 1 - \frac{3}{m} \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2m - 2 \end{cases} \Rightarrow x_2 = 3m - 2.$$

$$\text{Vậy } x_2 + y_1 = 2m - \frac{6}{m} - 1 = -5 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow m_1^2 + m_2^2 = 10.$$

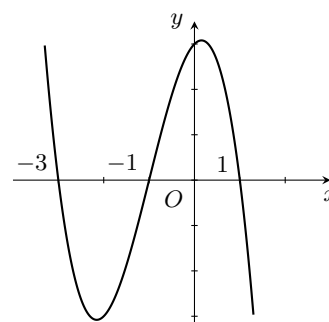
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2010.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hàm số $y = f(1 - x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(1; +\infty)$.



Lời giải.

Ta có $(f(1 - x))' = (1 - x)' \cdot f'(1 - x) = -f'(1 - x)$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow (f(1 - x))' < 0 \Leftrightarrow -f'(1 - x) < 0 \Leftrightarrow f'(1 - x) > 0$.

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$, suy ra $f'(1 - x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x < -3 \\ -1 < 1 - x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0; 2)$ và $(4; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2011. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)| = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m là

- A. $\frac{27}{2}$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{19}{4}$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x + 2m - 1$. $f'(x) = 6x - 6 = 0$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng biến thiên

x	-2	1	3
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$2m + 23$	$2m - 4$	$2m + 8$

Suy ra $2m - 4 \leq f(x) \leq 2m + 23 \Rightarrow \max_{[-2;3]} |f(x)| = \max\{|2m - 4|; |2m + 23|\}$.

— TH1: Nếu $|2m - 4| \geq |2m + 23| \Leftrightarrow m \leq -\frac{19}{4}$ thì $\max_{[-2;3]} |f(x)| = |2m - 4|$

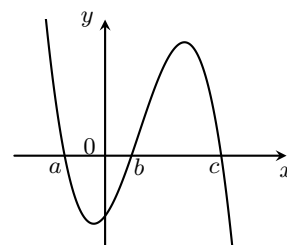
Do $m \leq -\frac{19}{4} \Rightarrow 2m \leq -\frac{19}{2} \Leftrightarrow 2m - 4 \leq -\frac{19}{2} - 4 = -\frac{27}{2} \Leftrightarrow |2m - 4| \geq \frac{27}{2}$.

— TH2: Nếu $|2m - 4| \leq |2m + 23| \Leftrightarrow m \geq -\frac{19}{4} \Rightarrow \max_{[-2;3]} |f(x)| = |2m + 23|$. Do $m \geq -\frac{19}{4} \Rightarrow$
 $2m + 23 \geq \frac{27}{2} \Leftrightarrow |2m + 23| \geq \frac{27}{2}$.
 $\Rightarrow \min_{[-2;3]} = \frac{27}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{19}{4}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2012.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm lần lượt có hoành độ a, b, c như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $f(c) + f(a) - 2f(b) > 0$.
 B. $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.
 C. $f(a) > f(b) > f(c)$.
 D. $f(c) > f(b) > f(a)$.

Lời giải.

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$
y	$f(a)$ ↙ ↘ $f(b)$ $f(c)$ ↙ ↘ $f(b)$					

Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} f(a) > f(b) \\ f(c) > f(b) \end{cases} \Rightarrow f(c) + f(a) - 2f(b) > 0$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2013. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình

$$\sin x \cdot \sqrt[2018]{2019 - \cos^2 x} - (\cos x + m) \cdot \sqrt[2018]{2019 - \sin^2 x + m^2 + 2m \cos x} = \cos x - \sin x + m$$

có nghiệm thực.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có phương trình

$$\sin x \sqrt[2018]{2018 + \sin^2 x} + \sin x = (\cos x + m) \sqrt[2018]{2018 + (\cos x + m)^2} + (\cos x + m). (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t \sqrt[2018]{2018 + t^2} + t$ có

$$f'(t) = \sqrt[2018]{2018 + t^2} + \frac{2t^2}{2018 \sqrt[2018]{(2018 + t^2)^{2017}}} + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Từ đó, kết hợp với (*) ta có

$$f(\sin x) = f(\cos x + m) \Leftrightarrow \sin x - \cos x = m. (**)$$

Để (**) có nghiệm khi và chỉ khi

$$1^2 + (-1)^2 \geq m^2 \Leftrightarrow m \leq 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2014. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}|x^3| - (3-m)x^2 + (3m+7)|x| - 1$ có 5 điểm cực trị?

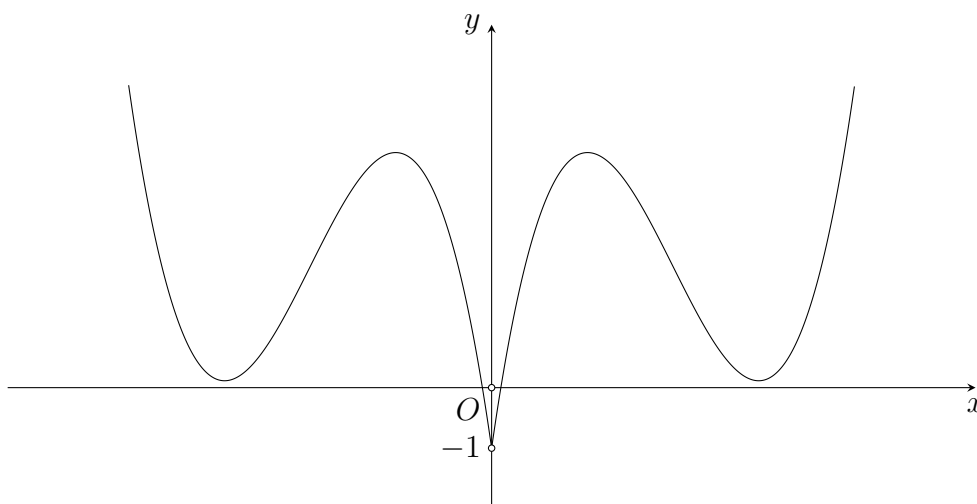
A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.



Xét hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (3-m)x^2 + (3m+7)x - 1$ (1). Ta có $y' = x^2 - 2(3-m)x + 3m+7$

Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số (1) có hai điểm cực trị và $x_{CD} > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3-m)^2 - 3m - 7 > 0 \\ 2(3-m) > 0 \\ 3m+7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9m + 2 > 0 \\ -\frac{7}{3} < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{3} < m < \frac{9-\sqrt{73}}{2}.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = -2, m = -1, m = 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2015. Cho phương trình $mx^2 + 4\pi^2 = 4\pi^2 \cos x$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. -54.

B. 35.

C. -35.

D. 51.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $m = 4\pi^2 \cdot \frac{\cos x - 1}{x^2} = -2\pi^2 \cdot \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{\left(\frac{x}{2}\right)^2}.$

Xét hàm $f(t) = \frac{\sin t}{t}$ trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

Ta có $f'(t) = \frac{t \cos t - \sin t}{t^2} < 0, \forall t \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow f$ là hàm nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

Suy ra

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f\left(\frac{x}{2}\right) &< f\left(\frac{x}{2}\right) < \lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{x}{2}\right), \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \\ \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\pi} &< \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} < 1 \\ \Leftrightarrow -16 &> -2\pi^2 \cdot \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{\left(\frac{x}{2}\right)^2} > -2\pi^2 \\ \text{hay } -16 &> m > -2\pi^2. \end{aligned}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-17; -18; -19\}$. Tổng các giá trị nguyên của m bằng -54 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 2016. Tập hợp nào sau đây chứa tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 - 2x + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 5?

A. $(-5; -2) \cup (0; 3)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-6; -3) \cup (0; 2)$. D. $(-4; 3)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^2 - 2x + m$ có $\Delta' = 1 - m$.

Trường hợp $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ thì $x^2 - 2x + m \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow |x^2 - 2x + m| = x^2 - 2x + m$.

Hàm số $y = x^2 - 2x + m$ là một parabol có bề lõm hướng lên nên chỉ có thể đạt giá trị lớn nhất tại $x = -1$ hoặc $x = 2$.

Ta có $y(-1) = m + 3$, $y(2) = m$. Vì $m + 3 > m$ khi $m \geq 1$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $y(-1) = m + 3 = 5 \Leftrightarrow m = 2$.

Trường hợp $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{1 - m}$	1	$1 + \sqrt{1 - m}$	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		$-m + 1$		$+\infty$
		$\searrow$	0	$\searrow$	
			0		

Từ bảng biến thiên ta thấy khi $m = -4$ thì hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 5.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2017. Cho hàm số $y = x(x^2 - 3)$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) thỏa mãn tiếp tuyến tại M của (C) cắt (C) và trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt A (khác M) và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có $y = x(x^2 - 3) = x^3 - 3x \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$.

Vì điểm M và điểm A thuộc (C) nên ta gọi tọa độ hai điểm này lần lượt là $M(x_M; x_M^3 - 3x_M)$ và $A(x_A; x_A^3 - 3x_A)$. Điểm B nằm trên trục hoành nên ta gọi điểm B có tọa độ là $B(x_B; 0)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là

$$d: y = 3(x_M^2 - 1)(x - x_M) + x_M^3 - 3x_M$$

Nếu $x_M = \pm 1$ thì tại M có hai tiếp tuyến với (C) lần lượt là $y = 2$ và $y = -2$ (không thỏa mãn đề bài).

$$\text{Vì } B \in d \text{ nên } 0 = 3(x_M^2 - 1)(x_B - x_M) + x_M^3 - 3x_M \Rightarrow x_B = x_M + \frac{-x_M^3 + 3x_M}{3(x_M^2 - 1)} = \frac{2x_M^2}{3(x_M^2 - 1)}.$$

Vì $A \in d$ nên

$$\begin{aligned} x_A^3 - 3x_A &= 3(x_M^2 - 1)(x_A - x_M) + x_M^3 - 3x_M \\ \Leftrightarrow x_A^3 - 3x_A &= 3(x_M^2 - 1)x_A - 2x_M^3 \Leftrightarrow x_A^3 - 3x_A = 3x_M^2x_A - 3x_A - 2x_M^3 \\ \Leftrightarrow x_A^3 - 3x_M^2x_A + 2x_M^3 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_A}{x_M} = -2 \\ \frac{x_A}{x_M} = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Xét trường hợp $x_A = -2x_M$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có $x_A + x_B = 2x_M \Rightarrow x_B = 4x_M \Leftrightarrow \frac{2x_M^2}{3(x_M^2 - 1)} = 4x_M$.

$$\Rightarrow 2x_M^2 = 12x_M(x_M^2 - 1) \Leftrightarrow 2x_M(-6x_M^2 + x_M + 6) = 0$$

Nếu $x_M = 0 \Rightarrow x_A = 0$, suy ra điểm A trùng điểm M nên trường hợp này bị loại.

Phương trình $-6x_M^2 + x_M + 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên tồn tại hai điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

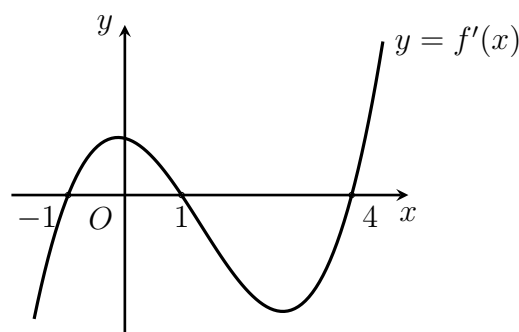
Xét trường hợp $x_A = x_M$, suy ra điểm A trùng điểm M nên trường hợp này bị loại. Vậy có hai điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2018.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(1; 4)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 2xf'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases}$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến thì } y' \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2) \leq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1 \leq x^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

$$\text{và } \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 0 \leq x^2 \leq 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -2 \text{ hoặc } -1 \leq x \leq 0.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2019. Cho $f(x) = (m^4 + 1)x^4 + (-2^{m+1}m^2 - 4)x^2 + 4^m + 16$, $m \in \mathbb{R}$. Số cực trị của hàm số $y = |f(x) - 1|$ là

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải.

$$f'(x) = 4(m^4 + 1)x^3 + 2(-2^{m+1}m^2 - 4)x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \pm \sqrt{\frac{2^m \cdot m^2 + 2}{m^4 + 1}}.$$

Giá trị cực tiểu của hàm số là

$$y = -\frac{(2^m \cdot m^2 + 2)^2}{m^4 + 1} + 4^m + 16 = \frac{16m^4 - 2^{m+2}m^2 + 2^{2m} + 12}{m^4 + 1} = \frac{12m^4 + (2m^2 - 2^m)^2 + 12}{m^4 + 1} \geq 12 \text{ với mọi } m.$$

Do đó $f(x) - 1 > 0$ và hàm số $y = |f(x) - 1| = f(x) - 1$ cũng có ba điểm cực trị.

Cách khác: Để chứng minh $y \geq 12$. Ta có

$$y = (m^4x^4 - 2^{m+1}m^2x^2 + 4^m) + (x^4 - 4x^2 + 4) + 12 = (m^2x^2 - 2^m)^2 + (x^2 - 2)^2 + 12 \geq 12.$$

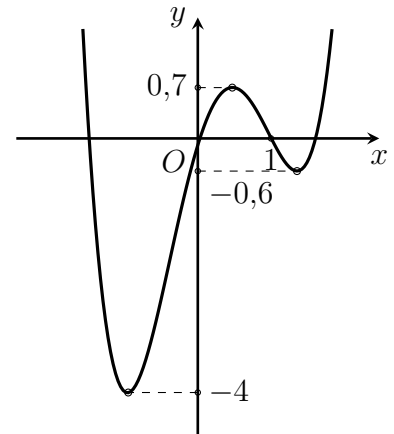
Chọn đáp án **A**

□

Câu 2020.

Cho hàm số $y = f(x) \cdot (x - 1)$ liên tục và có đồ thị như hình vẽ

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)|x - 1| = m$ có số nghiệm lớn nhất.



A. $(-0,6; 0)$.

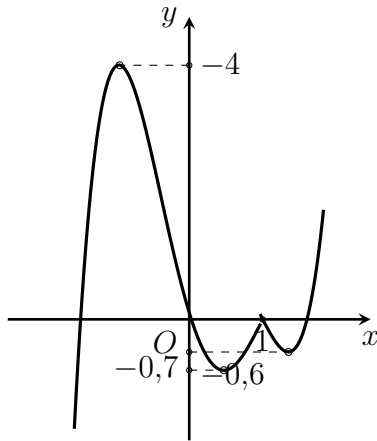
B. $(-0,7; -0,6)$.

C. $(0; 0,6)$.

D. $(0,6; 0,7)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $f(x)|x - 1|$ như sau



Để Phương trình $f(x)|x - 1| = m$ có số nghiệm lớn nhất thì $m \in (-0,6; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2021. Biết hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$. Trong các hàm số sau, hàm số nào cũng có GTLN và GTNN tương ứng là M và m ?

A. $y = f(x + \sqrt{2 - x^2})$.

B. $y = f(2\sqrt{(\sin^3 x + \cos^3 x)})$.

C. $y = f\left(\frac{4x}{x^2 + 1}\right)$.

D. $y = f(\sqrt{2}(\sin x + \cos x))$.

Lời giải.

Ta có

— Xét hàm số $g(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$, $x \in [-2; 2]$, ta có tập giá trị của hàm $g(x)$ là đoạn $[-2; 2\sqrt{2}]$.

— $0 \leq 2\sqrt{\sin^3 x + \cos^3 x} \leq 2\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} = 2$. Suy ra tập giá trị của hàm số $g(x) = 2\sqrt{\sin^3 x + \cos^3 x}$ là đoạn $[0; 2]$

— $\frac{4|x|}{x^2 + 1} \leq \frac{4|x|}{2|x|} = 2$ nên $-2 \leq \frac{4x}{x^2 + 1} \leq 2$. Suy ra tập giá trị của hàm số $g(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ là đoạn $[-2; 2]$

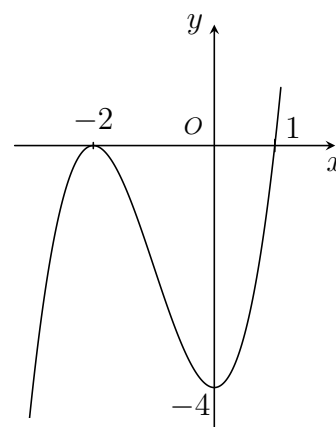
— $0 \leq \sqrt{2}(\sin x + \cos x) \leq \sqrt{2 \cdot \sqrt{2}(\sin^2 x + \cos^2 x)}} = \sqrt{2\sqrt{2}}$. Suy ra tập giá trị của hàm số $g(x) = \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$ là đoạn $[0; \sqrt{2\sqrt{2}}]$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2022.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ và các mệnh đề sau:



- (1). Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.
 - (2). Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 - (3). Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$.
 - (4). Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 - (5). Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Dựa trên đồ thị của $f'(x)$ ta có $f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = -2 \\ x^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{cases}$

Ngoài ra $f'(x^2 - 3) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 > 1 \Leftrightarrow x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 2. \end{cases}$

Với $g(x) = f(x^2 - 3)$ xác định trên $\mathbb{R}$, ta có $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 3)$.

Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$2x$		$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	$+$
$f'(x^2 - 3)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$							

Vậy có 2 mệnh đề đúng trong số 5 mệnh đề được phát biểu, đó là (1) và (4).

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2023. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0$) cắt trục hoành Ox tại 4 điểm phân biệt. Khi đó đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành Ox tại bao nhiêu điểm, trong đó $g(x) = (4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d)^2 - 2(6ax^2 + 3bx + c)(ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e)$?

A. 6.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Giả sử đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0$) cắt trục hoành Ox tại 4 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 .

Đặt $A = x - x_1$; $B = x - x_2$; $C = x - x_3$; $D = x - x_4$ ta có

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = aABCD.$$

$$\text{Xét thấy } g(x) = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x)$$

TH1: Nếu $x = x_i, i = 1, 2, 3, 4$ thì $g(x_i) = [f'(x_i)]^2 > 0$.

Do đó, $x = x_i, i = 1, 2, 3, 4$ không phải nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

TH2: Nếu $x \neq x_i, i = 1, 2, 3, 4$ thì ta viết lại

$$f'(x) = a[BCD + ACD + ABD + ABC] = f(x) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right).$$

$$f''(x) = f'(x) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right) - f(x) \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2} \right)$$

$$= f(x) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right)^2 - f(x) \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2} \right)$$

$$\text{Suy ra, } f''(x) \cdot f(x) = f^2(x) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} \right)^2 - f^2(x) \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2} \right)$$

$$\text{Khi đó } g(x) = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x) = f^2(x) \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} + \frac{1}{C^2} + \frac{1}{D^2} \right) > 0, \forall x \neq x_i (i = 1, 2, 3, 4).$$

Từ đó suy ra phương trình $g(x) = 0$ vô nghiệm.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ không cắt trục hoành.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2024.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.

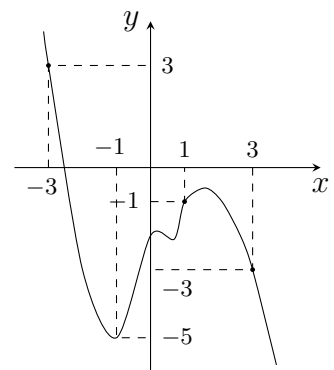
Hàm số $y = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-3; 1)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(1; 3)$.

D. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.



Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$.

Đặt $t = 1-x \Rightarrow x = 1-t$. Thu được

$$h(t) = f(t) + \frac{(1-t)^2}{2} - (1-t) = f(t) + \frac{t^2}{2} - \frac{1}{2}.$$

Nhận xét rằng, nếu hàm số $h(t)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1-b; 1-a)$.

Ta có $h'(t) = f'(t) + t$. Xét $h'(t) > 0 \Leftrightarrow f'(t) > -t$. (1)

Dựa vào đồ thị ta thấy (1) đúng khi $t \in (1; 3)$ nên hàm số $h(t)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Từ nhận xét trên suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2025.

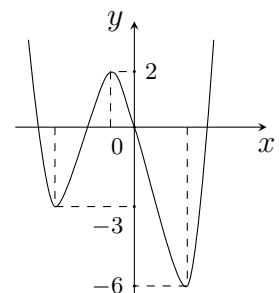
Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x+1) + m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

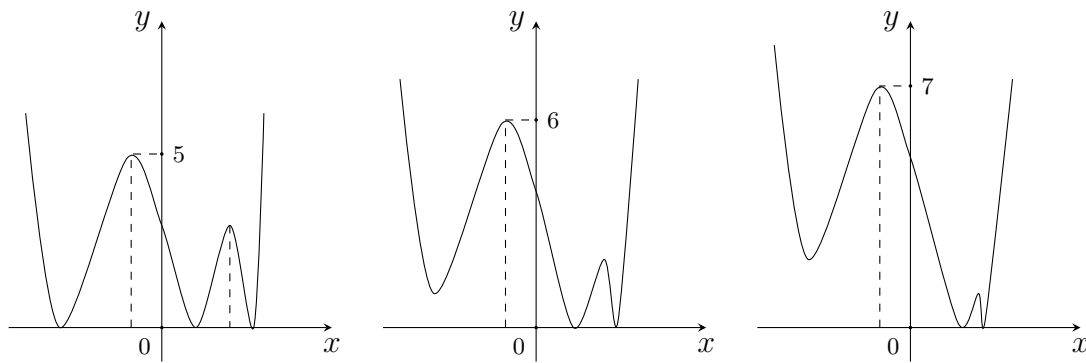
D. 0.



Lời giải.

Vì đồ thị của hàm số $f(x+1)$ được suy ra từ đồ thị của hàm số $f(x)$ bằng cách tịnh tiến qua trái 1 đơn vị nên hoành độ các điểm cực trị lần lượt giảm 1 đơn vị còn tung độ các điểm cực trị không

thay đổi. Do đó, số điểm cực trị của đồ thị hàm số $|f(x+1)|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $|f(x)|$. Từ đó suy ra số điểm cực trị của đồ thị hàm số $|f(x+1) + m|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $|f(x) + m|$.



Bằng cách vẽ đồ thị tương ứng với các giá trị của m thuộc tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$, ta thấy có 3 giá trị của m thỏa mãn là $\{3, 4, 5\}$ (quá trình này không phải vô hạn vì có thể loại trừ với $m \geq 6$).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2026. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + 3x + 1$ có đồ thị là (C) . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để từ điểm $M(0; m)$ kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị (C) mà hoành độ tiếp điểm thuộc đoạn $[1; 3]$?

A. 61.

B. 0.

C. 60.

D. Vô số.

Lời giải.

Gọi $A(x_0; x_0^3 + x_0^2 + 3x_0 + 1)$ là một điểm thuộc (C) với $x_0 \in [1; 3]$. Tiếp tuyến d của (C) tại A có phương trình

$$\begin{aligned} y &= (3x_0^2 + 2x_0 + 3)(x - x_0) + x_0^3 + x_0^2 + 3x_0 + 1 \\ \Leftrightarrow y &= (3x_0^2 + 2x_0 + 3)x - 2x_0^3 - x_0^2 + 1. \end{aligned}$$

Tiếp tuyến d qua $M(0; m)$ khi và chỉ khi

$$m = -2x_0^3 - x_0^2 + 1. \quad (1)$$

Điều kiện bài toán xảy ra khi phương trình (1) ẩn x_0 có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3]$.

Xét hàm $f(t) = -2t^3 - t^2 + 1$ trên $[1; 3]$.

Ta có $f'(t) = -6t^2 - 2t < 0, \forall t \in [1; 3]$ nên hàm số nghịch biến trên $[1; 3]$. Suy ra

$$f(3) = -62 \leq f(t) \leq f(1) = -2, \forall t \in [1; 3]. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra phương trình (1) có nghiệm thuộc $[1; 3]$ khi $-62 \leq m \leq -2$. Tương ứng có $-2 - (-62) + 1 = 61$ giá trị nguyên m .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2027. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = -3 \log_{a^4} \frac{a}{b} + \log_b^2(ab)$.

A. $\min P = 3$.

B. $\min P = 4$.

C. $\min P = \frac{5}{2}$.

D. $\min P = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

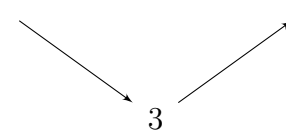
$$\text{Ta có } P = -\frac{3}{4}(1 - \log_a b) + \left(\frac{1}{\log_a b} + 1\right)^2.$$

$$\text{Đặt } t = \log_a b, (t > 1), \text{ ta được } P = f(t) = \frac{-3}{4}(1 - t) + \left(\frac{1}{t} + 1\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}t + \frac{1}{t^2} + \frac{2}{t}.$$

$$\text{Có } f'(t) = \frac{3}{4} - \frac{2}{t^3} - \frac{2}{t^2} = \frac{3t^3 - 8t - 8}{4t^3}.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^3 - 8t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \in (1; +\infty).$$

Ta có bảng biến thiên:

t	1	2	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$			

Dựa vào bảng biến thiên thì $f(t)$ trên $(1; +\infty)$ ta được min $f(t) = 3$ tại $t = 2$.

Vậy min $P = 3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2028. Lúc 10 giờ sáng trên sa mạc, một nhà địa chất đang ở tại vị trí A , anh ta muốn đến vị trí B (bằng ô tô) trước 12 giờ trưa, với $AB = 70$ km. Nhưng trong sa mạc thì xe chỉ có thể di chuyển với vận tốc là 30 km/h. Cách vị trí A 10 km có một con đường nhựa chạy song song với đường thẳng nối từ A đến B . Trên đường nhựa thì xe có thể di chuyển với vận tốc 50 km/h. Tìm thời gian ít nhất để nhà địa chất đến vị trí B .

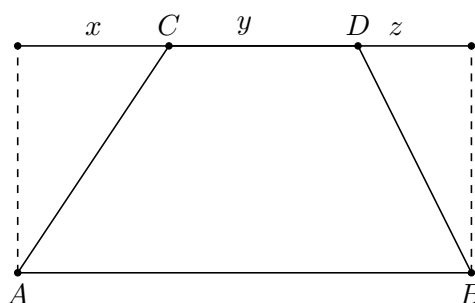
A. 1 giờ 52 phút.

B. 1 giờ 54 phút.

C. 1 giờ 56 phút.

D. 1 giờ 58 phút.

Lời giải.



Gọi các giả thiết như trên hình vẽ. Ta có

$$AC = \sqrt{x^2 + 100}; DB = \sqrt{z^2 + 100}.$$

$$\text{Từ đó tổng thời gian đi là } P = \frac{AC + DB}{30} + \frac{y}{50}.$$

Sử dụng bất đẳng thức khoảng cách ta có

$$AC + BD = \sqrt{x^2 + 100} + \sqrt{z^2 + 100} \geq \sqrt{(x+z)^2 + (10+10)^2} = \sqrt{(70-y)^2 + 400}.$$

$$\text{Từ đó } P \geq \frac{\sqrt{(70-y)^2 + 400}}{30} + \frac{y}{50} = f(y) \text{ với } 0 \leq y \leq 70.$$

$$\text{Ta có } f'(y) = \frac{y-70}{30\sqrt{(70-y)^2 + 400}} + \frac{1}{50}.$$

$$f'(y) = 0 \Leftrightarrow 50(70-y) = 30\sqrt{(70-y)^2 + 400}$$

$$\Leftrightarrow 25(70-y)^2 = 9((70-y)^2 + 400)$$

$$\Leftrightarrow (70-y)^2 = 225 \Leftrightarrow 70-y = 15 \Leftrightarrow y = 55$$

$$\text{Ta có } f(0) = \frac{10\sqrt{53}}{30}; f(70) = \frac{31}{15}; f(55) = \frac{29}{15}. \text{ Trong đó } f(55) \text{ là bé nhất nên}$$

$$\min_{[0;70]} f(y) = f(55) = \frac{29}{15} \Rightarrow \min P = 1 \text{ giờ } 56 \text{ phút.}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2029. Cho phương trình $(8\sin^3 x - m)^3 = 162\sin x + 27m$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) có nghiệm trên khoảng $(0; \frac{\pi}{3})$?

A. 2.

B. 3.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $(8\sin^3 x - m)^3 = 162\sin x + 27m$ (1) $\Leftrightarrow 8\sin^3 x - m = \sqrt[3]{162\sin x + 27m}$

$\Leftrightarrow 8\sin^3 x + 6\sin x = 6\sin x + m + 3\sqrt[3]{6\sin x + m} \Leftrightarrow 2\sin x = \sqrt[3]{6\sin x + m}$

(do hàm số $f(t) = t^3 + 3t$ có $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$)

Như vậy (1) $\Leftrightarrow m = 8\sin^3 x - 6\sin x \Leftrightarrow m = -2\sin 3x$.

Lại có $0 < x < \frac{\pi}{3}$ nên $-2 \leq -2\sin 3x < 0 \Rightarrow -2 \leq m < 0$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2030. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0, c > 2018$ và $a + b + c < 2018$. Số cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2018|$ là

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. 3.

Lời giải.

Vì $a > 0$ và $c > 2018$ nên $a + c > 2018$. Mặt khác $a + b + c < 2018$ nên $b < 0$, do đó $ab < 0$.

Đặt $g(x) = f(x) - 2018$.

Suy ra, đồ thị hàm số $y = g(x)$ thu được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ theo véc-tơ $\vec{v} = (0; -2018)$.

Vì $ab < 0$ nên $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Ta có $g(0) \cdot g(1) = (c - 2018) \cdot (a + b + c - 2018) < 0 \Rightarrow g(x)$ có nghiệm trên $(0; 1)$ và vì $g(0) = c - 2018 > 0$ nên $g(x)$ cắt Ox tại 4 điểm phân biệt $\Rightarrow g_{CT} < 0$.

Do đó hàm số $y = |f(x) - 2018| = |g(x)|$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2031. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 2)x^2 + 3(m^2 + 4m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi

$$y' \leq 0, \quad \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow 3x^2 - 6(m + 2)x + 3(m^2 + 4m) \leq 0, \quad \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow (x - m)(3x - 3m - 12) \leq 0, \quad \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow m \leq x \leq m + 4, \quad \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 0.$$

Suy ra có 4 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2032. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 4.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m - 4$ trên $[-2; 1]$. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Mà $f(-2) = m - 4$, $f(-1) = m - 5$, $f(1) = m - 1$. Suy ra GTLN, GTNN của $f(x)$ trên $[-2; 1]$ lần lượt là $m - 1, m - 5$. Suy ra GTLN của $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ là $\max\{|m - 1|, |m - 5|\}$. Xét hai trường hợp sau:

TH1: $|m - 1| = 4$, suy ra $m \in \{5; -3\}$. Thử lại ta có $m = 5$ thỏa mãn.

TH2: $|m - 5| = 4$ suy ra $m \in \{9; 1\}$. Thử lại ta có $m = 1$ thỏa mãn.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2033. Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 2m^2 - m^4$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có 3 điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi, trong đó $D(0; 3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?

- A. $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{9}{5}\right)$. B. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. C. $m \in (2; 3)$. D. $m \in \left(\frac{9}{5}; 2\right)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 2m^2 - m^4$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và $y' = -4x^3 + 4mx$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}, \text{ đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị} \Leftrightarrow m > 0.$$

Khi đó $A(0; 2m^2 - m^4)$, $B(\sqrt{m}; 3m^2 - m^4)$ và $C(-\sqrt{m}; 3m^2 - m^4)$.

$$ABDC \text{ là hình thoi} \Leftrightarrow AB = BD \Leftrightarrow m + m^4 = m + (3m^2 - m^4 - 3)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \sqrt{3} \end{cases} \text{ (do } m > 0).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2034. Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2018; 2018)$ để hàm số $y = (2m - 1)x - (3m + 2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 4. B. 4014. C. 218. D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = (2m - 1) + (3m + 2)\sin x$.

Vì m nguyên nên $3m + 2 \neq 0$. Ta xét hai trường hợp sau:

— TH1: $3m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3}$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Điều này tương đương với $\sin x \leq \frac{1 - 2m}{3m + 2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hay $\frac{1 - 2m}{3m + 2} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{5}$.

Trong trường hợp này không có giá trị nguyên nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

— TH2: $3m + 2 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{2}{3}$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

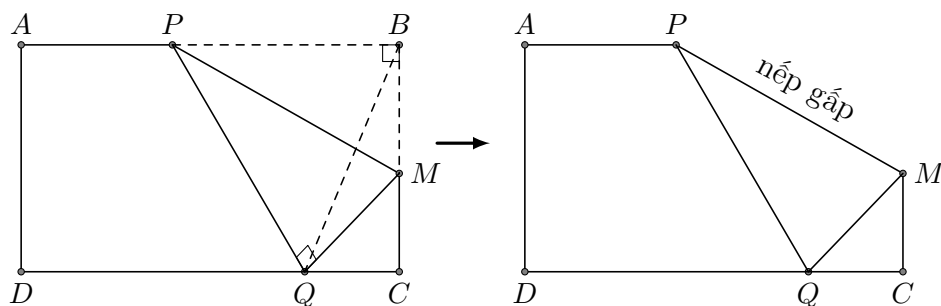
Điều này tương đương với $\sin x \geq \frac{1 - 2m}{3m + 2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hay $\frac{1 - 2m}{3m + 2} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq -3$.

Vậy trong trường hợp này có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = -3, m = -2, m = -1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2035. Cho một tờ giấy hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AB = 9(\text{cm})$ và chiều rộng $BC = 6(\text{cm})$. Gấp tờ giấy một lần sao cho khi gấp ta được đỉnh B nằm trên cạnh CD (xem hình sau).



Để độ dài nếp gấp PM là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?

A. $PM = \frac{9}{2}(\text{cm})$.

B. $PM = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$.

C. $PM = \frac{9(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{2}(\text{cm})$.

D. $PM = \frac{27 - 9\sqrt{5}}{2}(\text{cm})$.

Lời giải.

Đặt $PB = x$, $BM = MQ = y$ với $0 < x < 9$ và $0 < y < 6$. Suy ra

$$MC = 6 - y, QC = \sqrt{12y - 36}, QB = \sqrt{12y}.$$

Ta chứng minh được $PM \perp BQ$ nên suy ra

$$PM = \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \cdot \frac{xy}{\sqrt{12y}} = \frac{xy}{\sqrt{3y}} \Rightarrow x^2 = \frac{3y^2}{y - 3}.$$

Khi đó

$$PM = \sqrt{\frac{3y^2}{y - 3} + y^2} = \sqrt{\frac{y^3}{y - 3}} = \sqrt{f(y)}.$$

Xét hàm số $f(y) = \frac{y^3}{y - 3}$ với $3 < y < 6$. Ta có

$$f'(y) = \frac{y^2(2y - 9)}{(y - 3)^2} \Rightarrow f'(y) = 0 \Rightarrow y = \frac{9}{2} \in (3; 6).$$

Bảng biến thiên

y	3	$\frac{9}{2}$	6
$f'(y)$	-	0	+
$f(y)$	$+\infty$	$\frac{243}{4}$	72

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(y)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{243}{4}$ khi $y = \frac{9}{2}$.

Do đó PM đạt giá trị nhỏ nhất $\sqrt{\frac{243}{4}} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2036. Cho hàm số $y = \frac{2x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -2x + m$. Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi a, b lần lượt là hệ số góc của (C) tại A, B . Tìm giá trị của tham số m để $a^{2017} + b^{2017} = 2^{2018}$.

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 2018$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d như sau

$$\frac{2x+3}{x+2} = -2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2x^2 + (6-m)x + 3-2m = 0(1) \\ x \neq -2 \end{cases}$$

Từ yêu cầu bài toán, phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác -2 . Hay $m^2 + 4m + 12 > 0$ và $f(-2) \neq 0$. Điều này đúng với mọi m .

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), suy ra $x_1 + x_2 = \frac{m-6}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{3-2m}{2}$, $[y'(x_1)]^{2017} = a^{2017}$, $[y'(x_2)]^{2017} = b^{2017}$. Khi đó, ta có

$$\left[\frac{1}{(x_1+2)^2} \right]^{2017} + \left[\frac{1}{(x_2+2)^2} \right]^{2017} = 2^{2018}.$$

Ta có $(x_1+2)(x_2+2) = x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 4 = \frac{3-2m}{2} + 2\frac{m-6}{2} + 4 = -\frac{1}{2}$. Từ đó, suy ra

$$a^{2017} + b^{2017} = \left[\frac{1}{(x_1+2)^2} \right]^{2017} + \left[\frac{1}{(x_2+2)^2} \right]^{2017} \geq \frac{2}{[x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 4]^{2017}} = 2^{2018}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b$ hay $(x_1+2)^2 = (x_2+2)^2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -4$.

Do đó $\frac{m-6}{2} = -4 \Leftrightarrow m = -2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2037. Cho phương trình $2\sqrt{m+x} - \sqrt{m-x} = \sqrt{m-x} + \sqrt{x(m+x)}$ có nghiệm và tổng các nghiệm bằng 64. Khi đó, giá trị m thuộc khoảng nào?

A. (0; 500).

B. (500; 1000).

C. (1000; 1500).

D. (1500; 2000).

Lời giải.

Điều kiện xác định của phương trình là

$$\begin{cases} m+x \geq 0 \\ m-x \geq 0 \\ x(m+x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq x \leq m \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq m.$$

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$4[(m+x) - \sqrt{m^2 - x^2}] = \sqrt{x(m+x)} \Leftrightarrow \frac{8x(m+x)}{m+x + \sqrt{m^2 - x^2}} = \sqrt{x(m+x)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 8\sqrt{x(m+x)} = m+x + \sqrt{m^2 - x^2} \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow 8\sqrt{x} = \sqrt{m+x} + \sqrt{m-x} \quad (**)$$

Với $x = m$, $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (**).

Xét hàm số $f(x) = 8\sqrt{x} - \sqrt{m+x} - \sqrt{m-x}$ trên khoảng $(0; m)$, ta có

$$f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{m-x}} - \frac{1}{2\sqrt{m+x}} = \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{m+x} - \sqrt{m-x}}{x\sqrt{m^2 - x^2}} > 0, \forall x \in (0; m).$$

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất và nghiệm duy nhất đó $x = 64$.

Với $m = 64$ suy ra $8\sqrt{64} = \sqrt{m+64} + \sqrt{m-64} \Leftrightarrow 32 - m = \sqrt{m^2 - 64} \Leftrightarrow m = 1025$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2038. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$. Số điểm cực trị của hàm số $f(f(x))$ là

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $f[f(x)] = [f(x)]^3 - 3[f(x)]^2 = [f(x)]^2 (f(x) - 3)$, suy ra

$$[f(f(x))]' = 3f(x)f'(x)[f(x) - 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \\ f(x) - 2 = 0. \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$.

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y			-2		-2	$+\infty$
	$-\infty$				-4	

Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 2 = 0$ có duy nhất nghiệm $x_0 > 3$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $f[f(x)]$ như sau

x	$-\infty$	0	1	2	3	x_0	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	-	0	+
$f(x)$		-	0	-	-	-	0
$f(x) - 2$		-	-	-	-	-	0
$[f(f(x))]'$		+	0	-	0	-	0
$f[f(x)]$	$-\infty$						$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số $f[f(x)]$ có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2039. Tìm giá trị nhỏ nhất của A sao cho với mỗi tam thức bậc hai $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [0; 1]$ nghiệm đúng bất đẳng thức $f'(0) \leq A$.

A. 1.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Lời giải.

Giả sử tồn tại tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Đặt $M = \max_{[0;1]} |f(x)|$. Theo giả thiết, suy ra $M \leq 1$.

Khi đó, ta có $f(1) = a + b + c, f(0) = c, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c$ và

$$8 \geq 8M \geq |f(1)| + 4\left|f\left(\frac{1}{2}\right)\right| + 3|f(0)| \geq \left|f(1) - 4f\left(\frac{1}{2}\right) + 3f(0)\right| = |b|.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} |f(1)| = \left| f\left(\frac{1}{2}\right) \right| = |f(0)| = 1 \\ f(1); -f\left(\frac{1}{2}\right); f(0) \text{ từng đôi một có tích không âm} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = -f\left(\frac{1}{2}\right) = f(0) = 1(1) \\ f(1) = -f\left(\frac{1}{2}\right) = f(0) = -1(2) \end{cases}$$

Xét (1), ta có
$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ -\frac{a}{4} - \frac{b}{2} - c = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -8 \\ c = 1. \end{cases}$$

Vậy, $f(x) = 8x^2 - 8x + 1$ thỏa mãn $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [0; 1]$. Do đó, $A \geq f'(0) = -8$.

Xét (2), ta có
$$\begin{cases} a + b + c = -1 \\ -\frac{a}{4} - \frac{b}{2} - c = -1 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 8 \\ c = -1. \end{cases}$$

Vậy, $f(x) = -8x^2 + 8x - 1$ thỏa mãn $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [0; 1]$. Do đó, $A \geq f'(0) = 8$.

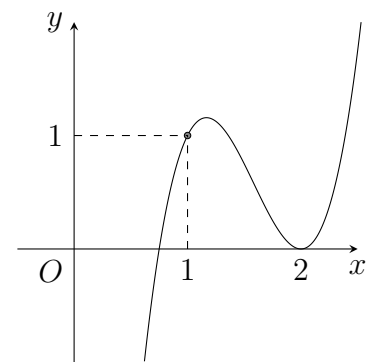
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2040.

Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.



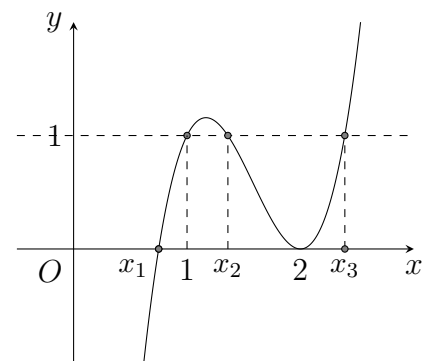
Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = 2. \end{cases} \quad (1)$

Từ đó suy ra $f(x) = a(x - x_1)(x - 2)^2$.

Từ đồ thị hàm số ta có $f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = x_2 \\ x = x_3. \end{cases} \quad (2)$

Từ đó suy ra $f(x) - 1 = a(x - 1)(x - x_2)(x - x_3)$.



Kết hợp (1) và (2), suy ra hàm số $g(x)$ xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x \neq 0 \\ f(x)(f(x) - 1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq x_2 \\ x \neq 2 \\ x \neq x_3. \end{cases}$$

Mặt khác, ta có

$$g(x) = \frac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{a^2x(x-x_1)(x-2)^2(x-1)(x-x_2)(x-x_3)} = \frac{\sqrt{x-1}}{a^2x(x-x_1)(x-2)(x-x_2)(x-x_3)},$$

suy ra $x = 2$, $x = x_2$, $x = x_3$ là các đường tiệm cận đứng của hàm số $g(x)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2041. Cho hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - mx^2 + 3x - 1$ (m là tham số thực). Tìm giá trị nhỏ nhất của m để hàm số trên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 3$.

B. $m = -2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

- Với $m = 0$, ta có $y = 3x - 1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Với $m \neq 0$, ta có $y' = mx^2 - 2m + 3$. Khi đó $\Delta = m^2 - 3m$.

$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ khi $m \in [0; 3]$. Vậy m nhỏ nhất là 0.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2042. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{2x - 1}{(mx^2 - 2x + 1)(4x^2 + 4m + 1)}$ có đúng một đường tiệm cận là

A. $(-\infty; -1) \cup \{0\} \cup (1; +\infty)$.

B. $\emptyset$.

C. $\{0\} \cup (1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Nhận xét rằng đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận ngang là $y = 0$. Do đó để đồ thị có đúng 1 đường tiệm cận thì phương trình sau phải vô nghiệm hoặc có đúng 1 là $x = \frac{1}{2}$

$$(mx^2 - 2x + 1)(4x^2 + 4m + 1) = 0 (*)$$

- Với $m = 0$ thì (*) có đúng một nghiệm $x = \frac{1}{2}$, thỏa bài toán.

- Với $m \neq 0$, ta có (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 - 2x + 1 = 0 \text{ (a)} \\ 4x^2 + 4m + 1 = 0 \text{ (b)} \end{cases}$.

Ta thấy phương trình (a) và (b) không có nghiệm kép $x = \frac{1}{2}$. Do đó điều kiện bài toán là (a) và (b) phải vô nghiệm. Suy ra $m > 1$. Vậy $\{0\} \cup (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2043. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m - \cos x}{\sin^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2})$.

A. $m \leq 0$.

B. $m \leq 2$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \leq \frac{5}{4}$.

Lời giải.

Đặt $t = \cos x$, ta có $f(t) = \frac{m - t}{1 - t^2}$, với $0 < t < \frac{1}{2}$.

Ta có $f'(t) = \frac{-t^2 + 2mt - 1}{(1 - t^2)^2}$.

Điều kiện bài toán là $f'(t) \leq 0$ với mọi $0 < t < \frac{1}{2}$ hay $-t^2 + 2mt - 1 \leq 0$ với mọi $0 < t < \frac{1}{2}$. Suy ra $m \leq \frac{t}{2} + \frac{1}{2t}$ với mọi $0 < t < \frac{1}{2}$. Từ đó suy ra $m \leq \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2044. Cho hàm số $f(x) = mx^4 - (m + 1)x^2 + (m + 1)$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tất cả các điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho nằm trên các trục tọa độ là

A. $[-1; \frac{1}{3}]$.

B. $[-1; 0] \cup \{\frac{1}{3}\}$.

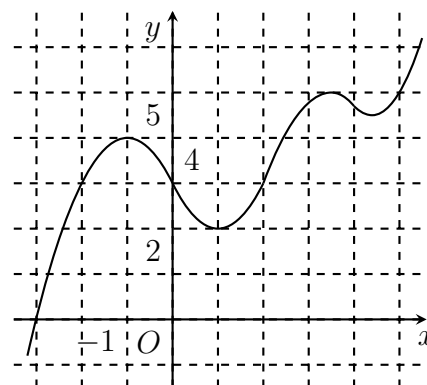
C. $[0; \frac{1}{3}] \cup \{-1\}$.

D. $\{0; -1; \frac{1}{3}\}$.

Câu 2045.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x^2 - 2x) = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

**Lời giải.**

Đặt $t = x^2 - 2x$, với $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$

Bảng biến thiên của hàm số $t = x^2 - 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$ là:

x	$-\frac{3}{2}$	1	$\frac{7}{2}$
t'	-	0	+
t	$\frac{21}{4}$	-1	$\frac{21}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]$.

Khi đó phương trình $f(x^2 - 2x) = m$ (1) trở thành $f(t) = m$ (2).

Ta thấy, với mỗi giá trị $t \in \left(-1; \frac{21}{4}\right]$ ta tìm được hai giá trị của $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

Do đó, phương trình (1) có 4 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$ khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt thuộc $\left(-1; \frac{21}{4}\right]$

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $\left(-1; \frac{21}{4}\right]$.

Dựa vào đồ thị ta thấy chỉ có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu là $m = 3$ và $m = 5$.

Chọn đáp án **C**

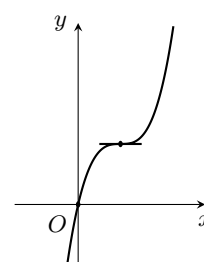
□

Câu 2046.

Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a^2 + c^2 + b + 1.$$

- A. $\frac{1}{5}$. B. 1. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{3}$.

**Lời giải.**

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ đồ thị suy ra $d = 0$, $b^2 - 3ac = 0 \Rightarrow ac = \frac{b^2}{3}$.

Do đó, $P \geq 2ac + b + 1 = \frac{2b^2}{3} + b + 1 = \frac{2}{3} \left(b + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{5}{8} \geq \frac{5}{8}$.

Vậy $\min P = \frac{5}{8}$ tương ứng với $a = c = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $b = -\frac{3}{4}$.

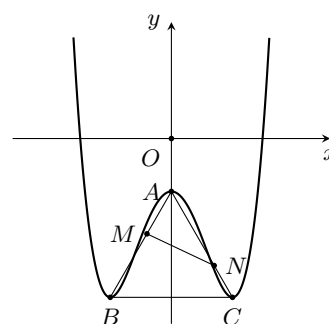
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2047.

Cho đồ thị hàm số $y = \frac{9}{8}x^4 - 3x^2 - 1$ có ba điểm cực trị A, B, C như hình vẽ. Biết M, N lần lượt thuộc AB, AC sao cho đoạn thẳng MN chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN .

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.



Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{9}{2}x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Suy ra $A(0; -1)$, $B\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -3\right)$ và $C\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; -3\right)$. Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Mặt khác,

$$\begin{aligned} S_{AMN} &= \frac{1}{2}AM \cdot AN \cdot \widehat{MAN} = \frac{1}{2}AM \cdot AN \cdot \sin 60^\circ = \frac{AM \cdot AN \sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AM \cdot AN = \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

Trong tam giác AMN ta có $MN = \sqrt{AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cos 60^\circ} \geq \sqrt{AM \cdot AN} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $AM = AN = \frac{2\sqrt{6}}{3}$. Vậy $\min MN = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2048. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3|f(2x-1)| - 10 = 0$ là

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 3	↗ $+\infty$	

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $g(x) = f(2x-1)$, suy ra $g'(x) = 2f'(2x-1)$. Ta có bảng biến thiên của g

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
g'	$-$	$-$	0	$+$
g	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 3	3 ↗ $+\infty$	$+\infty$

Từ đó ta có bảng biến thiên của $|g(x)| = |f(2x - 1)|$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$ g $	$+\infty$ ↘ 0	$+\infty$ ↗ $+\infty$	$+\infty$ ↘ 3	$+\infty$ ↗ $+\infty$

Suy ra đường thẳng $y = \frac{10}{3}$ cắt đồ thị hàm số $g(x)$ tại 4 điểm phân biệt. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

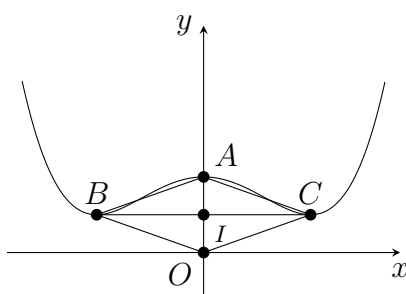
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2049. Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^2$ có đồ thị (C) . Để đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi (O là gốc tọa độ) thì giá trị của tham số m là

- A. $m = -\sqrt{2}$. B. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $m = \pm \sqrt{2}$. D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.



Ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4m^2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm m \end{cases}.$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m \neq 0$. Khi đó, ta có thể giả sử $A(0; m^2)$, $B(-m; m^2 - m^4)$, $C(m; m^2 - m^4)$. Bốn điểm A, B, O, C là bốn đỉnh của hình thoi khi và chỉ khi O đối xứng với A qua trung điểm $I(0; m^2 - m^4)$ của BC . Điều này tương đương

$$m^2 + 0 = 2(m^2 - m^4) \Leftrightarrow m^2 - 2m^4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (do } m \neq 0 \text{)}.$$

Vậy các giá trị cần tìm của m là $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2050. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ có đồ thị là (C) . Giả sử (C) cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ x_1, x_2, x_3 với $x_1 < x_2 < x_3$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

B. $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

C. $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

D. $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$

Để hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì $y_{CD} \cdot y_{CT} < 0$, tức là

$$y(1) \cdot y(3) < 0 \Leftrightarrow (m+4)m < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 0.$$

Khi đó với mỗi $i = 1, 2, 3$ thì

$$-4 < m = -x_i^3 + 6x_i^2 - 9x_i < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_i^3 - 6x_i^2 + 9x_i > 0 \\ x_i^3 - 6x_i^2 + 9x_i - 4 < 0. \end{cases}$$

$$\text{— } x_i^3 - 6x_i^2 + 9x_i > 0 \Leftrightarrow x_i(x_i - 3)^2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_i > 0 \\ x_i \neq 3. \end{cases}$$

$$\text{— } x_i^3 - 6x_i^2 + 9x_i - 4 < 0 \Leftrightarrow (x_i - 4)(x_i - 1)^2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_i < 4 \\ x_i \neq 1. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 < x_i < 4 \quad \forall i = 1, 2, 3.$$

Hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ $x_1 < x_2 < x_3$; có hai điểm cực trị là 1 và 3 nên $x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3$.

Vậy $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2051. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[1; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f'(x) \geq 3x^2 + 2x - 5$ trên $[1; +\infty)$. Tìm số nguyên dương lớn nhất m sao cho $\min_{x \in [3; 10]} f(x) \geq m$ với mọi hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

A. $m = 20$.

B. $m = 25$.

C. $m = 30$.

D. $m = 15$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 + 2x - 5$ trên $[1; +\infty)$. Ta có $g'(x) = 6x + 2 > 0 \forall x \in [1; +\infty)$.

Vì vậy $g(x) \geq g(1) = 0$. Như vậy $f(x) \geq 0 \forall x \in [1; +\infty)$. Từ đó suy ra $\min_{x \in [3; 10]} f(x) = f(3)$.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) - 3x^2 - 2x + 5 &\geq 0 \\ \Rightarrow \int_1^3 (f'(x) - 3x^2 - 2x + 5) dx &\geq 0 \\ \Leftrightarrow [f(x) - x^3 - x^2 + 5x] \Big|_1^3 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow f(3) &\geq 25. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 2052.

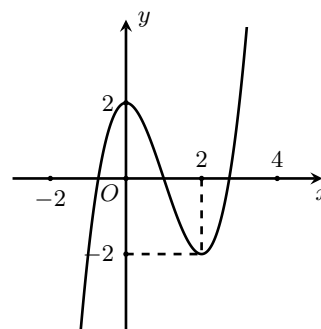
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$.

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

**Lời giải.**

Từ đồ thị suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

$$\text{Suy ra } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

$$\text{Đặt } g(x) = f(x^2 - 2x) \Rightarrow g'(x) = f'(x^2 - 2x) \cdot (2x - 2).$$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x^2 - 2x) = 0 \\ 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 0 \\ x^2 - 2x = 2 \\ 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 1 \pm \sqrt{3} \\ x = 1. \end{cases}$$

Suy ra $g'(x) = 0$ có 5 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2053. Xét các tam giác ABC cân tại A ngoại tiếp đường tròn có bán kính $r = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của diện tích tam giác ABC ?

A. $S_{\min} = 2\pi$.B. $S_{\min} = 3\sqrt{3}$.C. $S_{\min} = 3\sqrt{2}$.D. $S_{\min} = 4$.**Lời giải.**

Ta có $2S = r(a + 2b) = a + 2b$, theo công thức Heron $2S = \frac{1}{2}\sqrt{(a + 2b)(2b - a)a^2} \Rightarrow 4(a + 2b) = (2b - a)a^2 \Rightarrow S = \frac{a^3}{a^2 - 4}$, khảo sát hàm số $S = \frac{a^3}{a^2 - 4}$ với $a > 2$, ta có $S_{\min} = 3\sqrt{3}$ khi $a = b = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2054.

Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

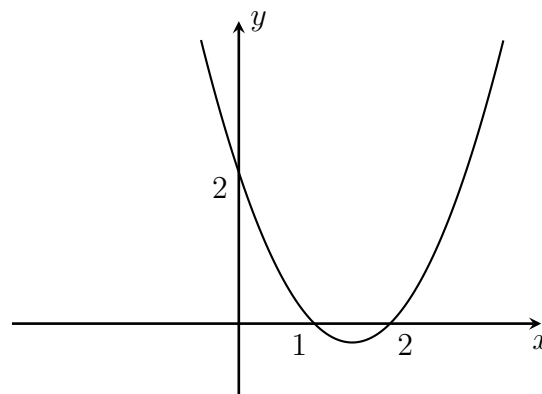
Hỏi hàm số $y = f(x + x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

**Lời giải.**

Ta có $y' = (x + x^2)' f'(x + x^2) = (2x + 1)f'(x + x^2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ x + x^2 = 1 \\ x + x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x = 1 \vee x = -2. \end{cases}$$

Suy ra hàm số $y = f(x + x^2)$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2055. Cho hàm số $y = mx^3 + x^2 + (1 - 4m)x - 6$ (C_m). Giao điểm của đồ thị (C_m) với các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt là A, B . Gọi C là điểm thuộc (C_m) sao cho diện tích tam giác ABC không đổi với mọi giá trị $m \in \mathbb{R}$. Khi đó diện tích tam giác ABC bằng

A. 10.

B. 8.

C. 9.

D. 7.

Lời giải.

(C_m) cắt trục Oy tại điểm $B(0; -6)$.

Ta có

$$y = mx^3 + x^2 + (1 - 4m)x - 6 = (x - 2)[mx^2 + (2m + 1)x - 3].$$

Do đó (C_m) cắt trục Ox tại điểm $A(2; 0)$.

Phương trình $AB: 3x - y - 6 = 0$.

Gọi $C(x_0; mx_0^3 + x_0^2 + (1 - 4m)x_0 - 6) \in (C_m)$.

Do AB không đổi nên để diện tích tam giác ABC không đổi với $\forall m \in \mathbb{R}$ thì $d(C, AB)$ không đổi $\forall m \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$d(C, AB) = \frac{|3x_0 - mx_0^3 - x_0^2 - (1 - 4m)x_0 + 6|}{\sqrt{10}}.$$

$d(C, AB)$ không đổi khi và chỉ khi $3x_0 - mx_0^3 - x_0^2 - (1 - 4m)x_0 + 6 = m(-x_0^3 + 4x_0) - x_0^2 + 2x_0 + 6$ không đổi $\forall m \in \mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } -x_0^3 + 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \text{ (loại)} \\ x_0 = 2 \text{ (loại)} \\ x_0 = -2 \text{ (nhận).} \end{cases}$$

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = -4 \Rightarrow C(-2; 4)$.

Khi đó $d(C, AB) = \frac{8}{\sqrt{10}}, AB = \sqrt{40}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}d(C, AB) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{40} = 8.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2056. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $|f(x - 2018) + 2| = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $-3 < m < 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. Không có giá trị m .

D. $1 < m < 3$.

Lời giải.

Đặt $g(x) = f(x - 2018) + 2$. Ta có

$$g'(x) = f'(x - 2018) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2018 = 0 \\ x - 2018 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2018 \\ x = 2020. \end{cases}$$

$$g(2018) = f(0) + 2 = 3; g(2020) = f(2) + 2 = -1.$$

Bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		2018		2020		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		3	$\searrow$		$+\infty$
					-1	$\nearrow$	

Đặt $h(x) = |g(x)|$.

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $x_1 < 2018 < x_2 < 2020 < x_3$.

Do đó, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		2018		x_1		2020		x_3		$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			$h(x_1)$		3		$h(x_2)$		1		$h(x_3)$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, dễ thấy phương trình có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $1 < m < 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2057.

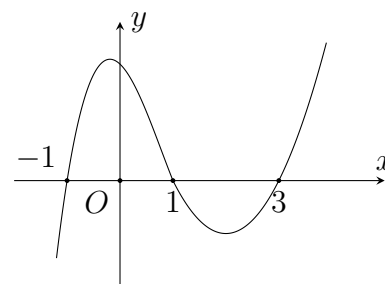
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) . Biết đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ bên. Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt lần lượt có hoành độ a, b . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $4 \geq a - b \geq -4$.

B. $a, b < 3$.

C. $a^2 + b^2 > 10$.

D. $a - b \geq 0$.



Lời giải.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại $x = 1$, suy ra d có hệ số góc là $f'(1) = 0$ (dựa vào đồ thị của $f'(x)$). Khi đó d có phương trình $y = f'(1)(x - 1) + f(1) \Leftrightarrow y = f(1)$.

Dựa vào đồ thị của $f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$		$f(-1)$		$f(1)$		$f(3)$		$+\infty$

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm $A(a; f(1))$, $B(b; f(1))$ với $a < -1 < 3 < b$.

Suy ra $a + 1 < 0 < b - 3$ nên $\begin{cases} a - b < -4 \\ b - a > 4. \end{cases}$

Đồng thời $a < -1 < 3 < b \Rightarrow \begin{cases} a^2 > 1 \\ b^2 > 9 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 > 10$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2058. Cho hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x} + m}{\sqrt{x} + 1}$ với m là tham số thực, $m > 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 4]$ nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập S là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0; 4]$.

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}(\sqrt{x} + 1) - (2\sqrt{x} + m) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{x + 1} \\
 &= \frac{2(x + 1) - (2\sqrt{x} + m)\sqrt{x}}{2\sqrt{x+1}\sqrt{x}(x + 1)} \\
 &= \frac{2 - 2m\sqrt{x}}{2\sqrt{x+1}\sqrt{x}(x + 1)}.
 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{m} \Leftrightarrow x = \frac{1}{m^2}.$$

Vì $m > 1$ nên $\frac{1}{m^2} < 1 < 4$.

x	0	$\frac{1}{m^2}$	4
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	$f(0)$	$f\left(\frac{1}{m^2}\right)$	$f(4)$

Khi đó

$$\begin{aligned} \max_{[0;4]} f(x) = f\left(\frac{1}{m^2}\right) < 3 &\Leftrightarrow \frac{\frac{2}{m} + m}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + 1}} < 3 \\ \Leftrightarrow \frac{2}{m} + m < 3\sqrt{\frac{1}{m^2} + 1} &\Leftrightarrow \frac{4}{m^2} + m^2 + 4 < 9\left(\frac{1}{m^2} + 1\right) \\ \Leftrightarrow m^4 - 5m^2 - 5 < 0 &\Leftrightarrow \frac{5 - 3\sqrt{5}}{2} < m^2 < \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}. \end{aligned}$$

Mà m là số nguyên dương lớn hơn 1 nên $m = 2$.

Vậy tập S chỉ có 1 phần tử.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2059. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để hàm số $y = \left|x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 4.

D. 7.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + m$ có đồ thị (C) .

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 + 3x^2 - x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{4} \\ x = -1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				m				$+\infty$
			$-\frac{1}{2} + m$				$-\frac{3}{256} + m$		

- Trường hợp $0 < m \leq 5$, m nguyên: Đồ thị (C) nằm phía trên trục Ox nên số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \left|x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + m\right|$ bằng số điểm cực trị của (C) tức là 3 điểm cực trị (loại).
- Trường hợp $m = 0$: Đồ thị (C) cắt trục Ox tại 3 điểm và đồ thị (C) có 2 điểm cực trị nằm phía dưới trục Ox , không có điểm cực trị nào nằm phía trên trục Ox nên số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \left|x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + m\right|$ là $3 + 2 = 5$ (nhận).
- Trường hợp $-5 \leq m < 0$, m nguyên: Đồ thị (C) cắt trục Ox tại 2 điểm và đồ thị (C) có 3 điểm cực trị nằm phía dưới trục Ox , không có điểm cực trị nào nằm phía trên trục Ox nên số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \left|x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 + m\right|$ là $2 + 3 = 5$ (nhận).

Do đó $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

Vậy có 6 giá trị của m thỏa đề.

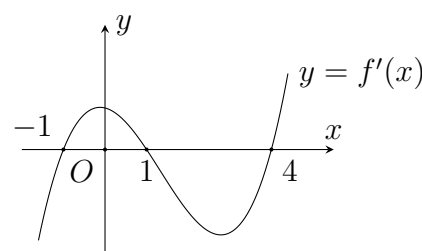
Chọn đáp án (B)

□

Câu 2060.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.



Lời giải.

Ta có

$$— y = f(x^2 + x).$$

$$— y' = (x^2 + x)' f'(x^2 + x) = (2x + 1) f'(x^2 + x).$$

$$— y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x^2 + x = -1 \quad (\text{vô nghiệm}) \\ x^2 + x = 1 \\ x^2 + x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x^2 + x - 1 = 0 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}.$$

Nhận xét: Phương trình $y' = 0$ có 5 nghiệm đơn phân biệt, ta có thể ký hiệu theo thứ tự tăng dần là x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

Khi đó bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 + x)$ như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0
y	$+\infty$						$+\infty$

CT

CD

CT

CD

CT

↘

↗

↘

↗

↘

Vậy hàm số $y = f(x^2 + x)$ có 2 điểm cực đại.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 2061. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $||x|^3 - 3|x| + 1| = m - 1$ có 8 nghiệm là một khoảng có dạng $(a; b)$. Tính tổng $S = a^2 + b^2$.

- A. 1. B. 65. C. 25. D. 10.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0$ khi $x = 1$ hoặc $x = -1$.

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, ta suy ra đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có dạng như bên.

Ta chú ý $||x|^3 - 3|x| + 1| = |f(|x|)|$.

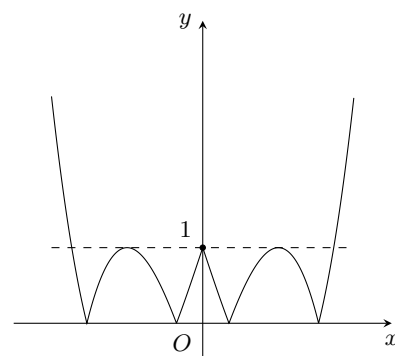
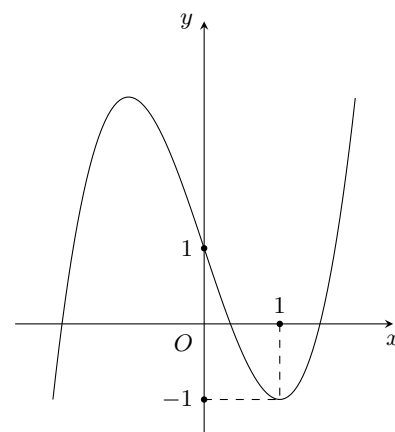
Do đó đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ nhận được bằng cách

- Đầu tiên, ta giữ nguyên phần đồ thị (C^P) của $f(x)$ nằm bên trái trục Oy và thay phần đồ thị (C^T) của $f(x)$ nằm bên phải trục Oy bằng ảnh của (C^P) qua phép đối xứng trục Oy .
- Với đồ thị vừa nhận được, ta giữ nguyên phần đồ thị (C^t) nằm bên trên trục Ox và thay phần đồ thị (C^d) nằm bên dưới trục Ox bằng ảnh của (C^d) qua phép đối xứng trục Ox .

Khi đó, đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có dạng như bên.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy rằng phương trình $|f(|x|)| = m - 1$ có 8 nghiệm khi và chỉ khi $0 < m - 1 < 1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

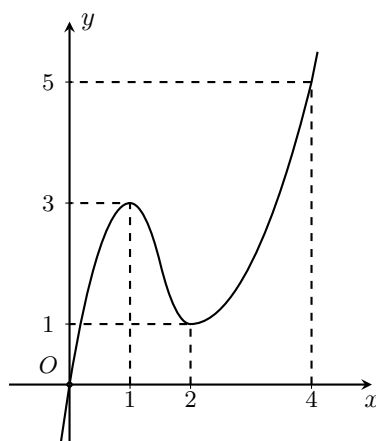
Do đó, $a = 1$ và $b = 2$ nên $a^2 + b^2 = 5$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2062. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $M = \max_{\mathbb{R}} f(2(\sin^4 x + \cos^4 x))$, $m = \min_{\mathbb{R}} f(2(\sin^4 x + \cos^4 x))$. Tổng $M + m$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Xét hàm $y = f(2(\sin^4 x + \cos^4 x))$, đặt $t = 2(\sin^4 x + \cos^4 x)$.

Khi đó $t = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 2 - 4\sin^2 \cos^2 x = 2 - \sin^2 2x$.

Vì $\sin^2 2x \in [0; 1]$ nên $t = 2 - \sin^2 2x \in [1; 2]$.

Xét hàm $y = f(t)$ với $t \in [1; 2]$ dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} M = \max f(t) = 3 \\ m = \min f(t) = 1 \end{cases}$.

Vậy $M + m = 3 + 1 = 4$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 2063. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Xét hàm $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a \Rightarrow g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$				$1 + a$				$+\infty$
				a			a		

Xét hàm $f(x) = |g(x)|$

TH1. Đồ thị hàm số $g(x)$ nằm hoàn toàn phía trên trục Ox khi $a \geq 0$.

Khi đó đồ thị hàm $y = f(x)$ giống đồ thị hàm $g(x)$.

Suy ra $\begin{cases} \max_{[0;2]} f(x) = f(1) = 1 + a = M \\ \min_{[0;2]} f(x) = f(2) = f(0) = a = m. \end{cases}$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow 1 + a \leq 2a \Leftrightarrow a \geq 1$.

Kết hợp điều kiện $a \geq 1$.

TH2. Đồ thị hàm $f(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành khi $1 + a \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -1$. Khi đó đồ thị hàm $f(x)$ thu được bằng cách đối xứng đồ thị của hàm $g(x)$ qua trục hoành.

Suy ra $\begin{cases} M = -a \\ m = -a - 1 \end{cases}$. Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow -a \leq -2a - 2 \Leftrightarrow a \leq -2$.

Kết hợp với điều kiện $a \leq -2$.

TH3. Nếu $\frac{a + (1 + a)}{2} \geq 0 \Leftrightarrow a \geq -\frac{1}{2}$. Khi đó $\begin{cases} M = 1 + a \\ m = 0. \end{cases}$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow a \leq -1$.

Kết hợp với điều kiện suy ra không có giá trị a thỏa mãn.

TH4. Nếu $\frac{a + (1 + a)}{2} \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -\frac{1}{2}$. Khi đó $\begin{cases} M = -a \\ m = 0. \end{cases}$

Theo đề bài $M \leq 2m \Leftrightarrow a \geq 0$.

Kết hợp với điều kiện suy ra không có giá trị a thỏa mãn.

Từ 4 trường hợp trên ta được $\begin{cases} a \geq 1 \\ a \leq -2 \end{cases} \Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên của a thuộc $[-4; 4]$ thỏa mãn.

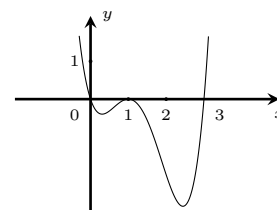
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2064.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m \in [0; 3]$. B. $m \in [0; 3)$. C. $m \in (3; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 0)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số ta suy ra $f'(x)$ có dạng $f'(x) = g(x)x(x-1)^2(x-3)$, trong đó $g(x) \neq 0$.

Ta có $(f(x^2 + m))' = 2xf'(x^2 + m) = 2x[g(x^2 + m)](x^2 + m)(x^2 + m - 1)^2(x^2 + m - 3)$.

Nhận xét: Do số mũ của $x^2 + m - 1$ trong biểu thức $f'(x)$ là chẵn nên $f'(x)$ sẽ không đổi dấu khi đi qua nghiệm của phương trình $x^2 + m - 1 = 0$. Do đó hàm số không đạt cực trị tại nghiệm của phương trình $x^2 + m - 1 = 0$.

Suy ra, để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị thì
$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m - 3 = 0 \end{cases} \quad (I).$$

Ta xét các trường hợp sau:

- Với $m = 3$ thì hệ (I) có duy nhất một nghiệm $x = 0$.
- Với $m \in (3; +\infty)$ thì hệ (I) có nghiệm duy nhất $x = 0$.
- Với $m \in (-\infty; 0)$ thì hệ (I) có 5 nghiệm đơn phân biệt.
- Với $m \in [0; 3)$ thì hệ (I) có 3 nghiệm trong đó không có nghiệm nào là nghiệm bội có số mũ chẵn. Do đó hàm số có 3 điểm cực trị.

Suy ra, với $m \in [0; 3)$ thì để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2065. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 3x$ và $f(1) = 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

A. $y = 16x + 20$. B. $y = -16x + 20$. C. $y = -16x - 20$. D. $y = 16x - 20$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) + \frac{f(x)}{x} &= 4x^2 + 3x \\ \Leftrightarrow x f'(x) + f(x) &= 4x^3 + 3x^2 \\ \Leftrightarrow \int x f'(x) dx + \int f(x) dx &= \int (4x^3 + 3x^2) dx \\ \Leftrightarrow x f(x) - \int f(x) dx + \int f(x) dx &= x^4 + x^3 + C \\ \Leftrightarrow x f(x) &= x^4 + x^3 + C. \end{aligned}$$

Theo giả thiết $f(1) = 2$, nên thay $x = 1$ vào (1) ta có $1 \cdot f(1) = 1 + 1 + C \Rightarrow C = 0$.

Suy ra, $y = f(x) = x^3 + x^2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là

$$y - y(2) = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y - 12 = 16(x - 2) \Leftrightarrow y = 16x - 20.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2066.

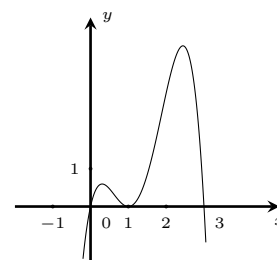
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số ta có nhận xét như sau:

- Hàm số $y = f(x)$ có dạng $f(x) = g(x)x(x-1)^2(x-3)$ ($g(x) \neq 0$).
- Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị nên phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm trong đó có một nghiệm $x = 1$. Do đó $f'(x) = k(x)(x-1)(x-a)(x-b)$, ($a \in (0; 1), b \in (2; 3), k(x) \neq 0$).

Suy ra, hàm số $[(f(x))^2]' = 2f'(x)f(x) = 2g(x)k(x)x(x-a)(x-b)(x-3)(x-1)^3$.

$\Rightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 5 nghiệm, trong đó $x = 1$ là một nghiệm bội ba. Suy ra, hàm số $y = (f(x))^2$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2067. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			1		$+\infty$	
	$-\infty$			0		

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$.

A. $0 < m < 1$.B. $\frac{1}{2} < m < 1$.C. $0 < m \leq 1$.D. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

Lời giải.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hệ điều kiện

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ d = 1 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases}. \text{ Giải hệ ta được } a = 2, b = -3, c = 0, d = 1.$$

$$\text{Suy ra } y = 2x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có dạng

x	$-\infty$	α	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			1				$+\infty$
			0		0			

Vậy phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$.

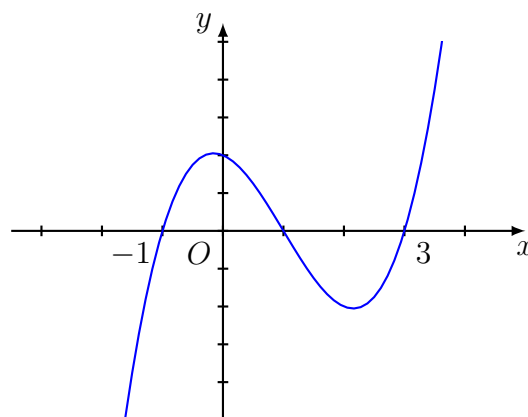
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2068.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$.
B. $(1; 2)$.
C. $(0; 1)$.
D. $(-2; -1)$.



Lời giải.

Ta có $[f(x^2 - 1)]' = f'(x^2 - 1)(2x)$. Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có

$$[f(x^2 - 1)]' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x^2 - 1) = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 1 \\ x^2 - 1 = 3 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Từ đó, ta có bảng xét dấu của $[f(x^2 - 1)]'$

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f'(x^2 - 1)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
$[f(x^2 - 1)]'$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $g(x) = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 2069. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 - mx + 2m}{x - 2} \right|$ trên $[-1; 1]$ bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử trong tập S .

- A. 5.
B. $-\frac{8}{3}$.
C. -1.
D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 2m}{x - 2}$ trên

$$[-1; 1] \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Chú ý:

$-m > -m - \frac{1}{3} > -m - 1$ và khoảng cách giữa chúng < 1 .

$$\Rightarrow \max y = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} -m = 3 \\ -m - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}.$$

Vậy $S = -1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2070. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$						
$f'(x)$		+	0	-	0	+				
$f(x)$	$-\infty$			0			-1			$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(|x|) + m|$ có 11 điểm cực trị.

A. $m \geq 0$.

B. $m \leq 0$.

C. $0 \leq m \leq 1$.

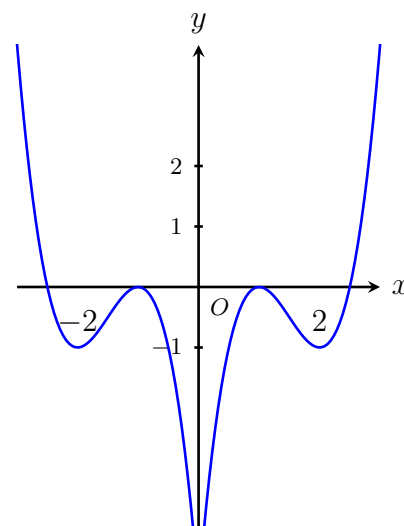
D. $0 < m < 1$.

Lời giải.

Số cực trị của hàm $f(|x|) + m$ là 5.

tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(|x|) + m|$ có 11 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = -m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ tại 6 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow -1 < m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 2071. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = -2x^3 - mx + \frac{1}{3x^3}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = -6x^2 - m - \frac{1}{x^4}.$$

Ta tìm m nguyên âm sao cho

$$y \leq 0, \forall x \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow m \geq -6x^2 - \frac{1}{x^4}.$$

Xét hàm số $g(x) = -6x^2 - \frac{1}{x^4}$ trên $(-\infty; 0)$.

$$g'(x) = \frac{-12x^6 + 4}{x^5} \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[6]{\frac{1}{3}} \\ x = \sqrt[6]{\frac{1}{3}} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

Vậy $m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

x	$-\infty$	$-\sqrt[6]{\frac{1}{3}}$	0
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-6.24	$+\infty$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2072. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp tiếp lớn nhất. Khi đó, khoảng cách từ $I(-1; 1)$ đến Δ bằng?

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3}{(x+1)^2}$$

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Gọi $M \in (C)$: $M(m-1; \frac{m-3}{3})$, $m \neq 0$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến } (\Delta) \text{ tại } M \text{ là } y = \frac{3}{m^2}(x-m+1) + \frac{m-3}{m}$$

$$\Leftrightarrow 3x - m^2y + m^2 - 6m + 3 = 0$$

Gọi A là giao điểm của (Δ) và tiệm cận ngang: $A(2m-1; 1) \Rightarrow IA = 2|m|$.

B là giao điểm của (Δ) và tiệm cận đứng: $B(-1; \frac{m-6}{m}) \Rightarrow IB = \frac{6}{|m|}$.

Suy ra $IA \cdot IB = 12$. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}IA \cdot IB}{\frac{IA+IB+AB}{2}} = \frac{AI \cdot IB}{IA+IB+\sqrt{AI^2+IB^2}} \leq \frac{IA \cdot IB}{2\sqrt{IA \cdot IB} + \sqrt{2 \cdot IA \cdot IB}} = \frac{12}{2\sqrt{12} + \sqrt{24}} =$$

$$2\sqrt{3} - \sqrt{6}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow IA = IB \Leftrightarrow 2|m| = \frac{6}{|m|} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}.$$

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất là $2\sqrt{3} - \sqrt{6} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

$$\text{Do đó } (\Delta): 3x - 3y + 6 \pm 6\sqrt{3} = 0.$$

$$\text{Vậy } d(I; \Delta) = \sqrt{6}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2073. Cho các số thực x, y, z không âm thỏa mãn $0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \leq 2$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4^x + 4^y + 4^z + \ln(x^4 + y^4 + z^4) - \frac{3}{4}(x+y+z)^4$ là $\frac{a}{b}$, với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $S = 2a + 3b$.

A. $S = 42$.

B. $S = 13$.

C. $S = 71$.

D. $S = 54$.

Lời giải.

Ta chứng minh bất đẳng thức phụ sau: $4^t \leq 3t + 1, \forall t \in [0; 1]$.

Thật vậy, xét hàm số $f(t) = 4^t - 3t - 1, \forall t \in [0; 1]$. Ta có $f'(t) = 4^t \cdot \ln 4 - 3$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \log_4 \left(\frac{3}{\ln 4} \right) \in (0; 1).$$

Bảng biến thiên

t	0	$\log_4\left(\frac{3}{\ln 4}\right)$	1
$f'(t)$		-	0
			+
$f(t)$	0		0

Suy ra $4^t \leq 3t + 1, \forall t \in [0; 1]$.

$$\text{Ta có } 0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 0 < x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx \leq 1.$$

Suy ra $x, y, z \in [0; 1]$. Dấu bằng xảy ra khi $(x; y; z) = (1; 0; 0)$ hoặc các hoán vị.

$$\text{Và } 2(x^2 + y^2 + z^2) \leq 2(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx) \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \leq 1.$$

$$\text{Do } 4^t \leq 3t + 1, \forall t \in [0; 1] \text{ nên } 4^x + 4^y + 4^z \leq 3(x + y + z) + 3$$

$$\text{Mặt khác } x^4 + y^4 + z^4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \Rightarrow \ln(x^4 + y^4 + z^4) \leq \ln(x^2 + y^2 + z^2) \leq 0$$

$$\text{Do đó } P \leq 3(x + y + z) + 3 - \frac{3}{4}(x + y + z)^4 \leq \frac{21}{4}$$

Đẳng thức xảy ra khi $(x; y; z) = (1, 0, 0)$ hoặc các hoán vị.

$$\text{Suy ra } P_{\max} = \frac{21}{4}.$$

$$\text{Vậy } S = 2a + 3b = 54.$$

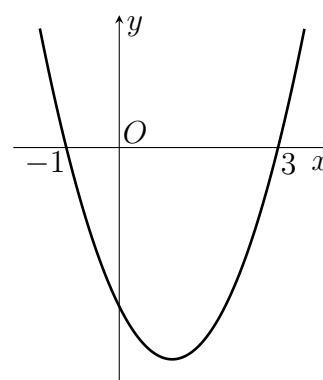
Chọn đáp án **D**

□

Câu 2074.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(1 - x^2)$ đạt cực đại tại các điểm

A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = \pm\sqrt{2}$.

**Lời giải.**

Xét hàm số $y = f(1 - x^2)$. Ta có $y' = -2xf'(1 - x^2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 - x^2 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ 1 - x^2 = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$ Từ đó

thì hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra

$$— f'(1 - x^2) < 0 \Leftrightarrow -1 < 1 - x^2 < 3 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}.$$

$$— f'(1 - x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 < -1 \\ 1 - x^2 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{2} \\ x < -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(1 - x^2)$ là

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$-2x$		+		+	—
$f'(1 - x^2)$		+	0	—	0
y'		+	0	—	0
y					

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(1 - x^2)$ đạt cực đại tại hai điểm $x = \pm\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2075. Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |-x^4 + 8x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 2018?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = |-x^4 + 8x^2 + m| = |(x^2 - 4)^2 - m - 16|.$$

Đặt $(x^2 - 4)^2 = t$. Khi $x \in [-1; 3]$ thì $t \in [0; 25]$.

Khi đó ta có $y = f(t) = |t - m - 16|$. Ta có $\max_{[-1; 3]} y = \max_{[0; 25]} f(t) = \max \{|m + 16|, |9 - m|\}$.

$$— \text{Trường hợp 1: } \begin{cases} |m + 16| > |9 - m| \\ |m + 16| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2002.$$

$$— \text{Trường hợp 2: } \begin{cases} |m + 16| < |9 - m| \\ |9 - m| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2009.$$

$$— \text{Trường hợp 3: } \begin{cases} |m + 16| = |9 - m| \\ |m + 16| = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy, có hai giá trị của m thỏa mãn đề bài là $m = -2009$ và $m = 2002$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2076. Số nguyên bé nhất của tham số m sao cho hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị là

A. -2.

B. 2.

C. 5.

D. 0.

Lời giải.

Hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = f(x) = x^3 - 2mx^2 + 5x - 3$ có 2 điểm cực trị dương.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 4mx + 5$. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 15 > 0 \\ \frac{5}{3} > 0 \\ \frac{4m}{3n} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{\sqrt{15}}{2}.$$

Do đó, số nguyên bé nhất của tham số m sao cho hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị là 2.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2077. Gọi x, y là những số thực thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}$. Giá trị của $\mathcal{A} = M + 15m$ là

A. $\mathcal{A} = 17 - 2\sqrt{6}$. B. $\mathcal{A} = 17 + \sqrt{6}$. C. $\mathcal{A} = 17 + 2\sqrt{6}$. D. $\mathcal{A} = 17 - \sqrt{6}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $1 = x^2 + y^2 - xy \geq xy \Rightarrow xy \leq 1$.

Lại có $1 = x^2 + y^2 - xy = (x + y)^2 - 3xy \leq -3xy \Rightarrow xy \geq -\frac{1}{3}$.

Đặt $t = xy$, điều kiện $-\frac{1}{3} \leq t \leq 1$. Khi đó ta có

$$P = \frac{-t^2 + 2t + 2}{t + 2}, \text{ với } -\frac{1}{3} \leq t \leq 1 \Rightarrow P' = \frac{-t^2 - 4t + 2}{(t + 2)^2}.$$

Giải phương trình $P' = 0$, ta được hai nghiệm $t = -2 + \sqrt{6}$ (thỏa mãn), $t = -2 - \sqrt{6}$ (loại).

Từ đó ta tính được $M = P(-2 + \sqrt{6}) = 6 - 2\sqrt{6}$ và $m = P\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{5}$.

Vậy $A = M + m = 17 - 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2078. Tìm tất cả những giá trị của m để bất phương trình sau có nghiệm với mọi x thuộc tập xác định $\sqrt[4]{2x} + \sqrt{2x} + 2\sqrt[4]{6-x} + 2\sqrt{6-x} > m$.

A. $m > \sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}$. B. $m < 6 + 3\sqrt{2}$. C. $m < \sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}$. D. $m < 2\sqrt[4]{6} + 2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 6$.

Đặt vế trái của bất phương trình là $f(x)$, $x \in [0; 6]$.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2\sqrt[4]{(2x)^3}} + \frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{2\sqrt[4]{(6-x)^3}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \right), \quad x \in (0; 6). \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } u(x) = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}} - \frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}} \right), \quad v(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{\sqrt{6-x}} \right).$$

Ta thấy $u(2) = v(2) = 0 \Rightarrow f'(2) = 0$. Hơn nữa $u(x), v(x)$ cùng dương trên khoảng $(0; 2)$ và cùng âm trên khoảng $(2; 6)$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	2	6		
y'		+	0	-	
y	$2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6}$	$3\sqrt{2} + 6$	$\sqrt[4]{12} + 2\sqrt{3}$		

Suy ra các giá trị cần tìm của m là $m < 2\sqrt{6} + 2\sqrt[4]{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2079. Đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x$ có hai điểm cực trị là A, B ; tiếp tuyến của (C) tại $M(a; b)$ cắt (C) tại điểm thứ hai là N (N khác M) và tam giác NAB có diện tích bằng 60. Tính $|a + b|$.

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 56.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$. Suy ra tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-1; 2), B(1; -2)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $y = (3a^2 - 3)(x - a) + a^3 - 3a$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và tiếp tuyến là

$$(3a^2 - 3)(x - a) + a^3 - 3a = x^3 - 3x \Leftrightarrow (x - a)^2(x + 2a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -2a. \end{cases}$$

Do đó $x_N = -2a \Rightarrow y_N = -8a^3 + 6a \Rightarrow N(-2a; -8a^3 + 6a)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (2; -4)$ và $\overrightarrow{AN} = (1 - 2a; -8a^3 + 6a - 2)$.

Vậy ta có $60 = S_{ABN} = \frac{1}{2} |2(-8a^3 + 6a - 2) - (-4)(1 - 2a)| = |2a - 8a^3| \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2. \end{cases}$

Nếu $a = 2$ thì $b = 2$. Suy ra $|a + b| = 4$.

Nếu $a = -2$ thì $b = -2$. Suy ra $|a + b| = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2080.

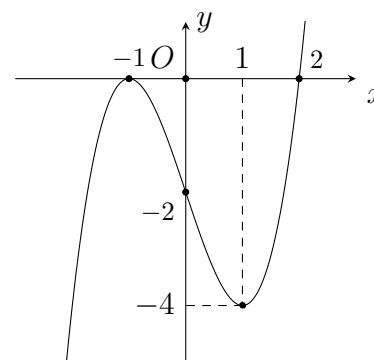
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = (x^2 - 2)' \cdot f'(x^2 - 2) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$2x$		$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f'(x^2 - 2)$		$+$	0	$-$	0	$-$	$+$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2081. Giả sử x_1, x_2, x_3 là ba hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với trục hoành. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |f'(x_1)| + |f'(x_2)| + |f'(x_3)| - (x_1 - x_2)^4 - (x_2 - x_3)^4 - (x_3 - x_1)^4$.

A. $P_{\max} = \frac{15}{32}$.

B. $P_{\max} = \frac{32}{75}$.

C. $P_{\max} = \frac{25}{72}$.

D. $P_{\max} = \frac{8}{25}$.

Lời giải.

Đặt $x_1 = m, x_2 = n, x_3 = p$. Khi đó, ta có

$$\begin{cases} f'(m) = (m - n)(m - p) \\ f'(n) = (n - p)(n - m) \\ f'(p) = (p - m)(p - n). \end{cases}$$

Không mất tính tổng quát ta giả sử $m < n < p$. Khi đó, ta có

$$P = (n - m)(p - m) + (n - m)(p - n) + (p - m)(p - n) - (m - n)^4 - (n - p)^4 - (p - m)^4.$$

$$\Rightarrow P \leq (p - m)[(p - n) + (n - m)] + \left(\frac{p - n + n - m}{2}\right)^2 - [(m - n)^4 + (n - p)^4] - (p - m)^4.$$

$$\Rightarrow P \leq \frac{5}{4}(p - m)^2 - \frac{1}{8}(p - n + n - m)^4 - (p - m)^4.$$

$$\text{Khi đó } P \leq \frac{5}{4}(p - m)^2 - \frac{9}{8}(p - m)^4 \leq \frac{25}{72}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } p - m = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

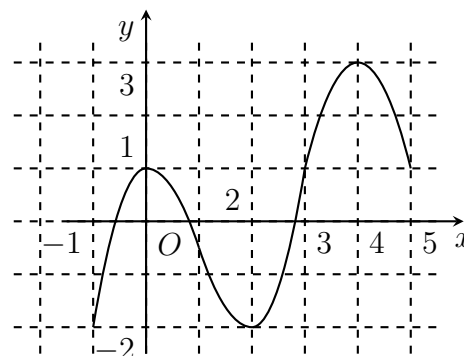
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2082.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y = -2f(2 - x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-3; -2)$.

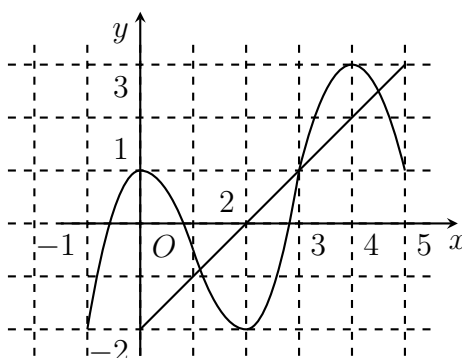


Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 2f'(2 - x) + 2x = 0 \Leftrightarrow f'(2 - x) = -x.$$

$$\text{Đặt } t = 2 - x \Rightarrow x = 2 - t.$$

Khi đó phương trình $y' = 0$ trở thành $f'(t) = t - 2$, nghiệm của phương trình này là hoành độ giao điểm của đồ thị $f'(t)$ với đường thẳng $y = t - 2$.



Dựa vào đồ thị ta suy ra:

$$f'(t) = t - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \alpha \in (4; 5) \\ t = \beta \in (1; 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 - \alpha \in (-3; -2) \\ x = 2 - \beta \in (0; 1). \end{cases}$$

Từ đồ thị ta suy ra $y' < 0$ khi

$$\begin{cases} \beta < t < 3 \\ \alpha < t < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 - \beta \\ -3 < x < 2 - \alpha. \end{cases}$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 2 - \beta)$ và $(-3; 2 - \alpha)$. Vì $(-3; 2 - \alpha) \subset (-3; -2)$ và $(-1; 0) \subset ((-1; 2 - \beta))$ nên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2083. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = |f(1 - 2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

B. 2022.

C. 11.

D. 2018.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 2x^2 = 0 \\ x^3 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Đặt $g(x) = f(1 - 2018x)$ suy ra $g'(x) = -2018f'(1 - 2018x)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2018x) = 0$, phương trình này cũng có 4 nghiệm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu khi x qua các nghiệm này. Do đó hàm số $y = g(x)$ có 4 điểm cực trị.

Vì hàm số $y = g(x)$ có 4 điểm cực trị nên phương trình $g(x) = 0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y = |g(x)| = |f(1 - 2018x)|$ có nhiều nhất 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2084. Cho đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{2x}$ và d_1, d_2 là hai tiếp tuyến của song song với nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa d_1 và d_2 là

A. 3.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{2x^2}$. Giả sử tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ x_1 song song với tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ x_2 , suy ra

$$y'(x_1) = y'(x_2) \Leftrightarrow \frac{1}{2x_1^2} = \frac{1}{2x_2^2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ (loại)} \\ x_1 = -x_2. \end{cases}$$

Gọi 2 tiếp điểm của hai tiếp tuyến song song là $M\left(a; \frac{a-1}{2a}\right)$ và $M'\left(-a; \frac{a+1}{2a}\right)$.

Khi đó ta có 2 tiếp tuyến d_1, d_2 là $d_1: x - 2a^2y + a^2 - 2a = 0$ và $d_2: x - 2a^2y + a^2 + 2a = 0$.

Nhận thấy khoảng cách giữa d_1 và d_2 bằng 2 lần khoảng cách từ trung điểm $I\left(0; \frac{1}{2}\right)$ của MM' đến d_1 , nên ta có:

$$d(d_1, d_2) = 2d(I, d_1) = \frac{2 \cdot |2a|}{\sqrt{1+4a^4}} \leq \frac{|4a|}{\sqrt{2 \cdot 2a^2}} = 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $1 = 4a^4 \Leftrightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vậy khoảng cách lớn nhất giữa d_1 và d_2 bằng 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2085.

Cho hàm số $u(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x} = mu(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0; 5]$.

A. 5.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

x	0	1	2	3	5
$u(x)$	4		3		3
		1		1	

Lời giải.

Xét hàm số $v(x) = \sqrt{3x} + \sqrt{10-2x}$ liên tục trên $[0; 5]$.

Ta có $v'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x}} - \frac{1}{\sqrt{10-2x}}$; $v'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ 2\sqrt{3x} = 3\sqrt{10-2x} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$.

$$v(0) = \sqrt{10}; v(3) = 5; v(5) = \sqrt{15} \Rightarrow \begin{cases} \min_{[0;5]} v(x) = \sqrt{10} \Leftrightarrow x = 0 \\ \max_{[0;5]} v(x) = 5 \Leftrightarrow x = 3 \end{cases} \quad (1).$$

Từ bảng biến thiên của hàm số $u(x)$ trên đoạn $[0; 5]$, ta có $\begin{cases} \min_{[0;5]} u(x) = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 3 \\ \max_{[0;5]} v(x) = 4 \Leftrightarrow x = 0 \end{cases} \quad (2).$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có } \begin{cases} \min_{[0;5]} \frac{v(x)}{u(x)} = \frac{\sqrt{10}}{4} \Leftrightarrow x = 0 \\ \max_{[0;5]} \frac{v(x)}{u(x)} = 5 \Leftrightarrow x = 3 \end{cases}$$

Phương trình $\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x} = mu(x) \Leftrightarrow \frac{v(x)}{u(x)} = m \quad (*)$.

Do đó, phương trình $(*)$ có nghiệm trên đoạn $[0; 5]$ khi và chỉ khi $\frac{\sqrt{10}}{4} \leq m \leq 5$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $m \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2086. Khẳng định nào sau đây là đúng về phương trình

$$\sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{80}{x^2+32x+332}\right) = 0?$$

A. Số nghiệm của phương trình là 8.

B. Tổng các nghiệm của phương trình là 48.

C. Phương trình có vô số nghiệm thuộc $\mathbb{R}$.

D. Tổng các nghiệm của phương trình là 8.

Lời giải.

— Phương trình đã cho tương đương với

$$\sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right) = \sin\left(\frac{80}{x^2+32x+332}\right). \quad (3)$$

— Ta biết rằng hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Ta chỉ ra rằng các hàm số

$$f(x) = \frac{x}{x^2+6} \text{ và } g(x) = \frac{60}{x^2+32x+332} \text{ nhận giá trị trong khoảng này.}$$

Thật vậy

$$\left|\frac{x}{x^2+6}\right| \leq \left|\frac{x}{2\sqrt{6}x^2}\right| = \frac{1}{2\sqrt{6}}.$$

Mặt khác

$$0 < \frac{80}{x^2+32x+332} = \frac{80}{(x+16)^2+76} \leq \frac{80}{76} < \frac{\pi}{2}.$$

— Từ những đánh giá trên, (3) xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{x}{x^2+6} = \frac{60}{x^2+32x+332} \Leftrightarrow x^3 - 48x^2 + 332x - 480 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 6 \vee x = 40.$$

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $2 + 6 + 40 = 48$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2087. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{3y^2 + 4xy + 7x + 4y - 1}{x + 2y + 1} \text{ là}$$

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{114}{11}$.

D. 3.

Lời giải.

— Từ giả thiết ta có $6x + 2y = x^2 + y^2 + 5$. Do đó,

$$P = \frac{x^2 + 4xy + 4y^2 + x + 2y + 4}{x + 2y + 1} = x + 2y + \frac{4}{x + 2y + 1}.$$

— Đặt $t = x + 2y$, $P = t + \frac{4}{t+1}$. Theo bất đẳng thức B.C.S, ta có

$$[(x-3) + 2(y-1)]^2 \leq 5[(x-3)^2 + (y-1)^2] = 25.$$

Suy ra $-5 \leq (x-3) + 2(y-1) \leq 5 \Rightarrow 0 \leq t \leq 10$.

— Theo bất đẳng thức Cauchy $t + 1 + \frac{4}{t+1} \geq 4 \Rightarrow P \geq 3$.

— Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t + 1 = \frac{4}{t+1} \Leftrightarrow t = 1$. Khi đó

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow (x=1 \wedge y=0) \vee \left(x=\frac{17}{5} \wedge y=-\frac{6}{5}\right).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 2088. Trong khoảng $(0; 2018)$ phương trình $\tan x = 2018^{\cos 2x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 322.

B. 642.

C. 323.

D. 643.

Lời giải.

Dễ thấy $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ không là nghiệm của phương trình. Nếu x_0 là một nghiệm của phương trình thì $\tan(x_0 \pm \pi) = \tan x_0 = 2018^{\cos 2x_0} = 2018^{\cos 2(x_0 \pm \pi)}$, suy ra $x_0 \pm \pi$ cũng là nghiệm của phương trình. Cho nên số nghiệm của phương trình khoảng $(0; 2018)$ là số nghiệm của phương trình trên khoảng $(0; \pi)$ nhân với 642 cộng với số nghiệm của phương trình trên khoảng $(642\pi; 2018)$.

Xét hàm số $f(x) = \tan x - 2018^{\cos 2x}$ với $x \in (0; \pi) \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$,

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + 2 \sin 2x \cdot 2018^{\cos 2x} \ln 2018 > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Ta lại có $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2017$; $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} - 2018^{-\frac{1}{2}} > 0$ và $f(x) < 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, suy ra phương trình $f(x) = 0$ có đúng một nghiệm x_0 thuộc $(0; \pi) \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ và $x_0 \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$, vậy phương trình $f(x) = 0$ có 642 nghiệm thuộc khoảng $(0; 642\pi)$.

Mặt khác $\left(642\pi + \frac{\pi}{4}; 642\pi + \frac{\pi}{3}\right) \subset (0; 2018)$ cho nên $x_0 + 642\pi$ là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$. Vậy phương trình có tất cả 643 nghiệm.

Chọn đáp án **D** □

Câu 2089. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Hỏi trên đường thẳng $x = 1$ tồn tại bao nhiêu điểm để từ đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến phân biệt?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Gọi $M(1; a)$ là điểm thuộc $x = 1$ để từ đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến, $(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến qua M . Ta có

$$a = f'(x_0)(1 - x_0) + x_0^3 - x_0^2 + 2 = -2x_0^3 + 4x_0^2 - 2x_0 + 2 \quad (1)$$

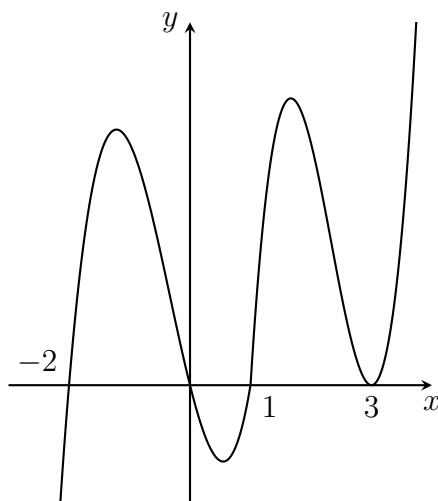
Từ M kẻ được đúng 2 tiếp tuyến khi (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt. Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đường thẳng $y = a$ và đồ thị hàm số $g(x) = -2x^3 + 4x^2 - 2x + 2$. Hàm số $g(x) = -2x^3 + 4x^2 - 2x + 2$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$
		$\frac{46}{27}$				

Từ bảng biến thiên suy ra tồn tại hai điểm thuộc đường thẳng $x = 1$ để từ đó kẻ được hai tiếp tuyến.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2090. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Số nghiệm nhiều nhất của phương trình $f(x^2) = m$ (với m là số thực) là



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $g(x) = f(x^2)$. Ta có $g'(x) = 2xf'(x^2)$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \end{cases}$. Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$	
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	α			$g(0)$			β	
			$g(-1)$		$g(1)$			

Trong đó $\alpha = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ và $\beta = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x^2) = m$ có nhiều nhất 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2091. Cho họ đường cong $(C_m): y = (m+1)x^3 - (3m-1)x^2 - x + 3m$, với mọi tham số m tùy ý, ta xét các khẳng định sau đây

- (C_m) luôn không đi qua điểm cố định nào.
- (C_m) luôn đi qua 1 điểm cố định nằm trên Parabol $y = 4x^2 - x - 3$.
- (C_m) luôn đi qua 2 điểm cố định nằm trên đường cong $y = 2x^3 - 2x^2 - x - 3$.
- (C_m) luôn đi qua 3 điểm cố định là ba đỉnh của tam giác nhận $G(1; 8)$ làm trọng tâm.

Hỏi trong bốn khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$y = (m+1)x^3 - (3m-1)x^2 - x + 3m \Leftrightarrow m(x^3 - 3x^2 + 3) + x^3 + x^2 - x - y = 0$. Tọa độ điểm cố định

của họ đường cong là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 3 = 0 \\ x^3 + x^2 - x - y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Hệ có ba nghiệm $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ cho nên có 3 điểm cố định.

Dễ thấy nếu $(x; y)$ là nghiệm của hệ (1) thì $y = 4x^2 - x - 3$ và $y = 2x^3 - 2x^2 - x - 3$, suy ra 3 điểm A, B, C thuộc parabol $y = 4x^2 - x - 3$ và thuộc đường cong $y = 2x^3 - 2x^2 - x - 3$.

Theo định lí Vi-ét $x_1 + x_2 + x_3 = 3$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 0$, $x_1x_2x_3 = -3$

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 + y_3 &= 4(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - (x_1 + x_2 + x_3) - 9 \\ &= 4(x_1 + x_2 + x_3)^2 - 8(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) - (x_1 + x_2 + x_3) - 9 \\ &= 36 - 3 - 9 = 24 \end{aligned}$$

Suy ra trọng tâm của tam giác ABC là $G(1; 8)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 2092. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 x}} + \sqrt[3]{m + \frac{1}{2} \cos 2x} = 3$ có nghiệm thực?

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

• Đặt $u = \sqrt{1+\sin^2 x}$ và $v = \sqrt[3]{m + \frac{1}{2} \cos 2x} = \sqrt[3]{m + \frac{1}{2} - \sin^2 x}$ với $u \in [1; \sqrt{2}]$.

• Ta có $\begin{cases} u^2 + v^3 = \frac{3}{2} + m \\ \frac{1}{u} + v = 3 \end{cases}$ nên $u^2 + \left(3 - \frac{1}{u}\right)^3 - \frac{3}{2} = m \quad (1)$.

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm thuộc $[1; \sqrt{2}]$.

• Đặt $f(u) = u^2 + \left(3 - \frac{1}{u}\right)^3 - \frac{3}{2}$ trên $[1; \sqrt{2}]$.

Ta có $f'(u) = 2u + 3\left(3 - \frac{1}{u}\right)^2 \cdot \frac{1}{u^2} > 0$ với mọi $u \in [1; \sqrt{2}]$.

Do đó $\min_{u \in [1; \sqrt{2}]} f(u) = \frac{15}{2}$ và $\max_{u \in [1; \sqrt{2}]} f(u) = \frac{128 - 55\sqrt{2}}{4}$.

Suy ra phương trình (1) có nghiệm trên $[1; \sqrt{2}] \Leftrightarrow \frac{15}{2} \leq m \leq \frac{128 - 55\sqrt{2}}{4}$.

• Vậy có 5 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2093. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Giả sử đồ thị của hàm số có 2 điểm cực trị là A, B và đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = abc + 2ab + 18c + 12$.

A. -24.

B. -36.

C. -12.

D. -2.

Lời giải.

• $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

Đồ thị hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow a^2 - 3b > 0$.

• Ta có $f(x) = f'(x) \left(\frac{x}{3} + \frac{a}{9}\right) + \frac{2(3b - a^2)}{9}x + c - \frac{ab}{9}$.

Suy ra đường thẳng $AB: y = \frac{2(3b - a^2)}{9}x + c - \frac{ab}{9}$.

Do AB đi qua gốc tọa độ nên $ab = 9c$.

$$\bullet P = abc + 2ab + 18c + 12 = 9c^2 + 36c + 12 \geq 9(c+2)^2 - 24 \geq -24.$$

Đẳng thức xảy ra chẳng hạn tại $c = -2; a = 3; b = -6$.

Vậy $\min P = -24$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2094. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 108.

B. 136.

C. 120.

D. 210.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $g'(x) = x^3 - 28x + 48$.

Xét phương trình

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 28x + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = 4 \text{ (loại)} \\ x = -6. \text{ (loại)} \end{cases}$$

Ta có

$$g(0) = 0; \quad g(2) = 44.$$

Do đó

$$\begin{aligned} 0 &\leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x \leq 44 \\ \Leftrightarrow m - 30 &\leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \leq m + 14. \end{aligned}$$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = \max\{|m - 30|; |m + 14|\}$.

Xét các trường hợp sau

$$\text{— } |m - 30| \geq |m + 14| \Leftrightarrow m \leq 8. \quad (1)$$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = |m - 30|$, theo đề bài

$$|m - 30| \leq 30 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 60. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được $m \in [0; 8]$.

$$\text{— } |m - 30| < |m + 14| \Leftrightarrow m > 8. \quad (3)$$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = |m + 14|$, theo đề bài

$$|m + 14| \leq 30 \Leftrightarrow -44 \leq m \leq 16. \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta được $m \in (8; 16]$.

Vậy $m \in [0; 16]$ và m nguyên nên $m \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 15; 16\}$.

Khi đó $0 + 1 + 2 + \dots + 15 + 16 = 136$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2095. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$ là

A. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{3}{\pi}$.

D. $\frac{2}{\pi}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$.

Xét hàm số $g(x) = x \cos x - \sin x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ta có $g'(x) = -x \sin x < 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Suy ra $g(x)$ nghịch biến trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right] \Rightarrow g(x) \leq g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{4\sqrt{3}} - \frac{1}{2} < 0$.

Từ đó suy ra $f'(x) < 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$. Dẫn tới $\max_{x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{\pi}$.

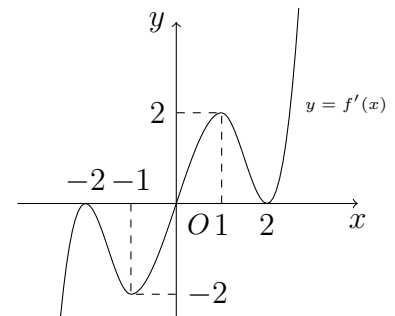
Chọn đáp án **C**

□

Câu 2096.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 1.

**Lời giải.**

Ta có $[f(2x^2 + x)]' = (4x + 1)f'(2x^2 + x)$.

$$[f(2x^2 + x)]' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 1 = 0 \\ f'(2x^2 + x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ 2x^2 + x = -2 \\ 2x^2 + x = 0 \\ 2x^2 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{4} \\ x = 0 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Từ đó ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$	∞				
$[f(2x^2+x)]'$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

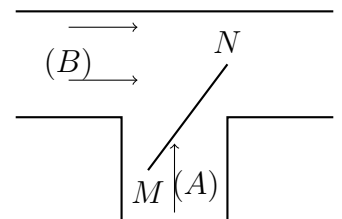
Vậy đạo hàm của hàm số $f(x^2 + 2x)$ chỉ đổi dấu khi qua các điểm $x = -\frac{1}{4}, x = -\frac{1}{2}$ và $x = 0$ nên hàm số $f(2x^2 + x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2097.

Có hai mương nước (A) và (B) thông nhau, bờ của mương nước (A) vuông góc với mương nước (B), chiều rộng của hai mương nước bằng nhau và bằng 8 mét (tham khảo hình vẽ). Một khúc gỗ MN có bề dày không đáng kể trôi từ mương nước (A) sang mương nước (B) theo dòng chảy. Độ dài lớn nhất của khúc gỗ bằng bao nhiêu để nó có thể trôi lọt? (tính gần đúng đến chữ số hàng trăm).

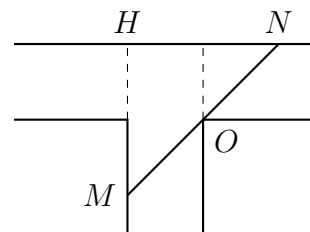


- A. 22, 63 mét. B. 22, 61 mét. C. 23, 26 mét. D. 23, 62 mét.

Lời giải.

Thanh gỗ MN trôi được khi thanh gỗ chạm điểm O thì $OM \leq ON$.

Vậy $MN_{\min}$ khi $OM = ON$. Khi đó tam giác HMN vuông cân tại H và $MN = \sqrt{16^2 + 16^2} = 16\sqrt{2} \approx 22,63$ mét.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 2098.

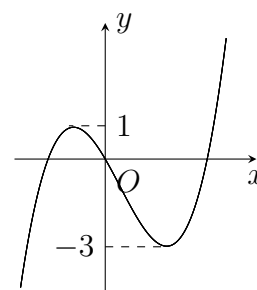
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba cực trị.

A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.

B. $m = -1$ hoặc $m = 3$.

C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.

D. $1 \leq m \leq 3$.

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ là đồ thị hàm số $y = f(x)$ tịnh tiến trên trục Oy m đơn vị.

Để đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị khi đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ xảy ra hai trường hợp sau:

Hai điểm cực trị nằm phía trên trục hoành hoặc điểm cực tiểu thuộc trục Ox và cực đại dương.

Hai điểm cực trị nằm phía dưới trục hoành hoặc điểm cực đại thuộc trục Ox và cực tiểu âm.

Khi đó $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$ là các giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2099. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2 - x) - 2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = -f'(2-x)$.

Dựa vào bảng biến ở đề bài ta có

- $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < 0 \\ 2-x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$
- $g'(x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Ta có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$g'(x)$		-	+	-
$g(x)$	$+\infty$	-4	-3	$-\infty$

Chọn đáp án **C**

□

Từ đó ta kết luận:

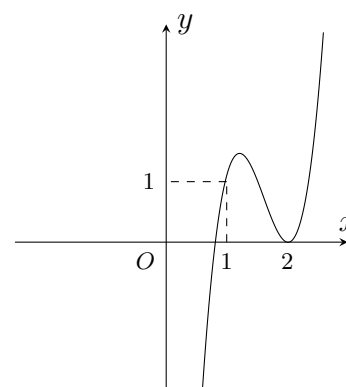
- Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$, là **SAI**.
- Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$, là **SAI**.
- Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 , là **SAI**.
- Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 , là **ĐÚNG**.

Vậy có duy nhất một mệnh đề đúng.

Câu 2100.

Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2) \cdot \sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.



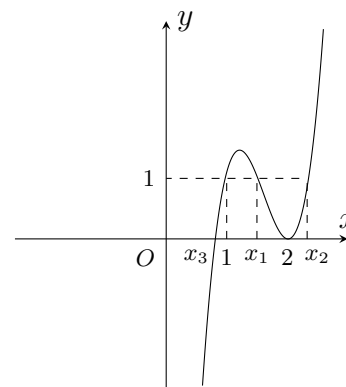
Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có

— $f(x) = 0$ khi $x = 2$ (nghiệm kép), $x = x_3$ (với $0 < x_3 < 1$) (nghiệm đơn);

— $f(x) = 1$ khi $x = 1, x = x_1, x = x_2$ (đều là nghiệm đơn).

$$\text{Ta có } g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2) \cdot \sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]} = \frac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}.$$



Điều kiện:

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ f^2(x) - f(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 2 \\ x \neq 1 \\ x \neq x_1 \text{ (với } 1 < x_1 < 2) \\ x \neq x_2 \text{ (với } 2 < x_2) \end{cases}$$

Do đó $\mathcal{D} = (1; +\infty) \setminus \{x_1, 2, x_2\}$.

Nhận xét:

- $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) \neq \infty$ (do $x = 1$ là nghiệm đơn của $f(x)$)
 $\Rightarrow x = 1$ không là tiệm cận đứng.

- $\lim_{x \rightarrow x_1} g(x) = \infty$ nên $x = x_1$ là tiệm cận đứng.
- $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng (vì $x = 2$ là nghiệm đơn của tử, đồng thời là nghiệm kép của mẫu).
- $\lim_{x \rightarrow x_2} g(x) = \infty$ nên $x = x_2$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 tiệm cận đứng.

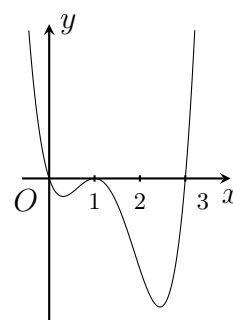
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2101.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, điểm cực tiểu?

- A. 1 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. B. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. D. 2 điểm cực tiểu, 3 điểm cực đại.



Lời giải.

Với $y = (f(x))^2$ ta có $y' = 2 \cdot f'(x) \cdot f(x)$.

$$\text{Ta thấy } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0. \end{cases}$$

$$\text{Với } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (0; 1) \\ x = 1 \\ x = x_2 \in (1; 3). \end{cases}$$

$$\text{Với } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \text{ (bội chẵn)} \\ x = 3. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	x_1	1	x_2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
y'	$-$	0	0	$-$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	$f(0)$	$f(x_1)$	$f(1)$	$f(x_2)$	$f(3)$	$+\infty$

Theo bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = (f(x))^2$ có 2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **(B)**

□

ĐÁP ÁN

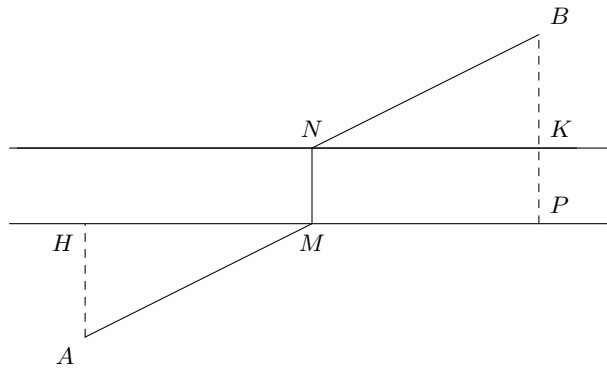
1821.D	1822.A	1823.D	1825.B	1826.D	1827.A	1828.C	1829.D	1830.A	1831.A
1832.D	1833.C	1834.D	1835.A	1836.A	1837.A	1838.D	1839.B	1840.C	1841.A
1842.D	1843.C	1844.B	1845.B	1846.D	1847.C	1848.B	1849.C	1850.A	1851.B
1852.B	1853.B	1854.A	1855.D	1856.D	1857.C	1858.D	1859.A	1860.C	1861.A
1862.A	1863.C	1864.B	1865.A	1867.C	1868.C	1869.C	1870.C	1871.C	1872.C
1873.A	1874.A	1875.B	1876.B	1877.D	1878.A	1879.C	1880.A	1881.A	1882.D
1883.B	1884.A	1885.C	1886.D	1887.B	1888.B	1889.D	1890.C	1891.C	1892.A
1893.B	1894.A	1895.A	1896.D	1897.B	1898.B	1899.B	1900.D	1901.D	1902.B
1903.B	1904.B	1905.D	1906.D	1907.C	1908.A	1909.D	1910.D	1911.A	1912.B
1913.D	1914.B	1915.B	1916.A	1917.B	1918.C	1919.D	1920.A	1921.A	1922.D
1923.D	1924.B	1925.D	1926.D	1927.B	1928.A	1929.B	1930.B	1931.A	1932.C
1933.D	1934.C	1935.C	1936.B	1937.D	1938.B	1939.B	1940.B	1941.A	1942.C
1943.C	1944.B	1945.D	1946.C	1947.A	1948.A	1949.D	1950.D	1951.D	1952.A
1953.A	1954.C	1955.B	1956.B	1957.C	1958.D	1959.A	1960.C	1961.A	1962.C
1963.D	1964.D	1965.D	1966.D	1967.D	1968.A	1969.D	1970.C	1971.B	1972.A
1973.C	1974.B	1975.C	1976.C	1977.C	1978.B	1979.B	1980.A	1981.C	1982.A
1983.B	1984.C	1985.D	1986.B	1987.C	1988.C	1989.C	1990.B	1991.C	1992.A
1993.D	1994.A	1995.D	1996.C	1997.B	1998.C	1999.C	2000.D	2001.D	2002.B
2003.C	2004.B	2005.D	2006.B	2007.C	2008.D	2009.C	2010.A	2011.D	2012.A
2013.B	2014.A	2015.A	2016.A	2017.C	2018.B	2019.A	2020.A	2021.B	2022.D
2023.B	2024.B	2025.C	2026.A	2027.A	2028.C	2029.A	2030.C	2031.B	2032.B
2033.A	2034.D	2035.B	2036.A	2037.C	2038.D	2039.C	2040.D	2041.D	2042.C
2043.D	2044.D	2045.C	2046.C	2047.A	2048.C	2049.B	2050.A	2051.B	2052.B
2053.B	2054.B	2055.B	2056.D	2057.C	2058.A	2059.B	2060.B	2061.B	2062.B
2063.A	2064.B	2065.D	2066.A	2067.B	2068.C	2069.C	2070.D	2071.B	2072.B
2073.D	2074.D	2075.B	2076.B	2077.A	2078.D	2079.C	2080.C	2081.C	2082.A
2083.A	2084.C	2085.A	2086.B	2087.D	2088.D	2089.C	2090.C	2091.B	2092.C
2093.A	2094.B	2095.C	2096.C	2097.A	2098.A	2099.C	2100.B	2101.B	

NỘI DUNG CÂU HỎI

5 Các bài toán vận dụng thực tế

Câu 2102. Người ta muốn làm một con đường đi từ thành phố A đến thành phố B ở hai bên bờ sông như hình vẽ, thành phố A cách bờ sông $AH = 3km$, thành phố B cách bờ sông $BK = \sqrt{28}km$, $HP = 10km$. Con đường làm theo đường gấp khúc $AMNB$. Biết chi phí xây dựng một km đường bên bờ có điểm B nhiều gấp $\frac{16}{15}$ lần chi phí xây dựng một km đường bên bờ A , chi phí làm cầu ở đoạn nào cũng như nhau. M là vị trí để xây cầu sao cho chi phí ít tốn kém nhất. Tìm mệnh đề đúng.

- A. $AM \in (\frac{17}{4}; 5)$. B. $AM \in (\frac{10}{3}; 4)$. C. $AM \in (\frac{16}{3}; 7)$. D. $AM \in (4; \frac{16}{3})$.



Lời giải.

Đặt $HM = x$, ($0 \leq x \leq 10$) $\Rightarrow AM = \sqrt{x^2 + 9}$; $NK = MP = 10 - x$; $NB = \sqrt{x^2 - 20x + 128}$ Chi phí xây dựng 1km bên bờ sông A là a , ($a > 0$). Chi phí xây dựng 1km bên bờ sông B là $\frac{16}{15}a$. x_0 là chi phí xây cầu MN ($x_0 > 0$ là hằng số).

Tổng chi phí xây dựng đường $AMNB$ là $y = a\sqrt{x^2 + 9} + \frac{16}{15}a\sqrt{x^2 - 20x + 128} + x_0$, với ($0 \leq x \leq 10$).

$$y' = a \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} + \frac{16}{15}a \frac{x - 10}{\sqrt{x^2 - 20x + 128}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow a \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} + \frac{16}{15}a \frac{x - 10}{\sqrt{x^2 - 20x + 128}} = 0 \Leftrightarrow x = 4(TM).$$

$$y(0) = \left(3 + \frac{128\sqrt{2}}{15}\right)a + x_0; y(10) = \left(\sqrt{109} + \frac{16\sqrt{28}}{15}\right)a + x_0; y(4) = \frac{203}{15}a + x_0$$

$$\text{Do đó } \min_{[0;10]} y = \frac{203}{15}a + x_0 \text{ khi } x = 4.$$

$$\text{Khi đó } AM = \sqrt{4^2 + 9} = 5 \in \left(4; \frac{16}{3}\right).$$

Chọn đáp án **(D)**

□

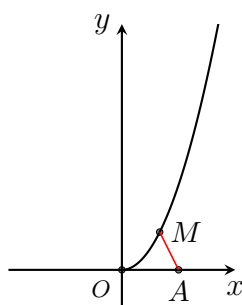
Câu 2103. Trên sân bay có một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O . Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300 m về phía bên phải có 1 người quan sát A . Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y = x^2$ (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là:

- A. $100\sqrt{3}$ m. B. 200 m. C. $100\sqrt{5}$ m. D. 300 m.

Lời giải.

Phương pháp:

Gắn hệ trục tọa độ, xác định tọa độ điểm M trên parabol $y = x^2$ để độ dài đoạn AM nhỏ nhất.

Cách giải:

Lấy $M(m; m^2) \in (P) : y = x^2, (m \geq 0)$.

Ta có: $A(3; 0) \Rightarrow AM = \sqrt{(m-3)^2 + m^4} \Leftrightarrow AM^2 = (m-3)^2 + m^4$.

Xét hàm số:

$$f(m) = (m-3)^2 + m^4, m \geq 0 \Rightarrow f'(m) = 2(m-3) + 4m^3 = 4m^3 + 2m - 6.$$

$$f''(m) = 12m^2 + 2 > 0, \forall m \Rightarrow f'(m) = 0 \text{ có nghiệm duy nhất } m = 1.$$

Bảng biến thiên:

m	0	1	$+\infty$
$f'(m)$	—	0	+
$f(m)$	9	5	$+\infty$

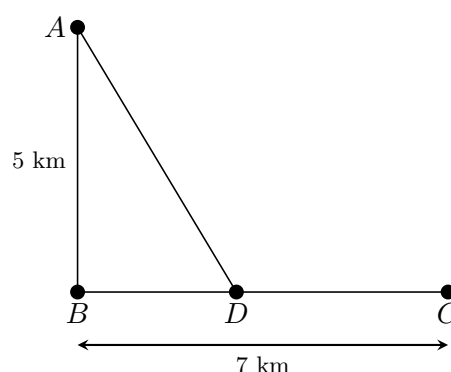
Suy ra $AM_{\min} = \sqrt{5} \text{ km} = 100\sqrt{5} \text{ m}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2104.

Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của một tỉnh miền trung muốn đến xã C để tiếp tế lương thực và thuốc men. Để đi đến C , đoàn cứu trợ phải chèo thuyền từ A đến vị trí D với vận tốc 4 km/h, rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h. Biết A cách B một khoảng 5 km, B cách C một khoảng 7 km (hình vẽ). Hỏi vị trí điểm D cách A bao xa để đoàn cứu trợ đi đến xã C nhanh nhất?



A. $AD = 5\sqrt{3} \text{ km}$.

B. $AD = 2\sqrt{5} \text{ km}$.

C. $AD = 5\sqrt{2} \text{ km}$.

D. $AD = 3\sqrt{5} \text{ km}$.

Lời giải.

Ta tìm vị trí điểm D để đoàn cứu trợ đi từ A đến C nhanh nhất.

Đặt $AD = x, (x \geq 5)$.

Thời gian chèo thuyền từ A đến D : $\frac{x}{4}$.

Có $BD = \sqrt{x^2 - 25}, DC = 7 - \sqrt{x^2 - 25}$.

Thời gian đi bộ đi từ D đến C : $\frac{7 - \sqrt{x^2 - 25}}{6}$.

Thời gian đi từ A đến C là $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{7 - \sqrt{x^2 - 25}}{6}$. Ta tìm GTNN của $f(x)$.

Điều kiện xác định $x \geq 5$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{12} \left(3 - \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 25}} \right)$.

$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 25} = 2x, (x \geq 5) \Leftrightarrow 9(x^2 - 25) = 4x^2 \Leftrightarrow x^2 = 45 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{5} \text{ (do } x \geq 5 \text{)}.$

Bảng biến thiên

x	5	$3\sqrt{5}$	$+\infty$		
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	$\frac{29}{12}$		$\frac{14+5\sqrt{5}}{12}$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên $f(x)$ đạt GTNN khi $x = 3\sqrt{5}$.

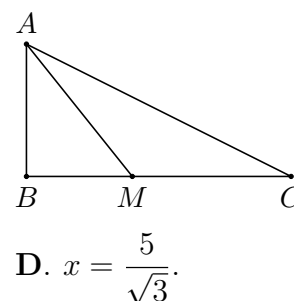
Lúc đó $AD = 3\sqrt{5}$ km.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2105 (2D1T3-6).

Một chiếc tàu quân sự đậu ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5$ km. Một người lính muốn đột nhập vào căn cứ của đối phương ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km. Người lính đó chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 6 km/h rồi chạy bộ đến C với vận tốc 12 km/h (xem hình vẽ ở bên). Tính độ dài đoạn BM để người đó đến C nhanh nhất?



A. $x = \sqrt{\frac{3}{5}}$.

B. $x = 2$.

C. $x = 4$.

D. $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Gọi khoảng cách $BM = x$ (km) (với $0 \leq x \leq 7$).

Khi đó $AM = \sqrt{25 + x^2}$.

$\Rightarrow$ Thời gian đi từ A đến C là $f(x) = \frac{\sqrt{25 + x^2}}{6} + \frac{7 - x}{12}$, với $x \in [0; 7]$.

Bài toán trở thành: Tìm x để $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 7]$.

Ta có $f'(x) = \frac{x}{6\sqrt{25 + x^2}} - \frac{1}{12}$, với $x \in [0; 7]$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x = \sqrt{25 + x^2}$, với $x \in [0; 7]$.

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{\sqrt{3}}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{5}{\sqrt{3}}$	7
y'	-	0	+
y			

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $f(x)$ có cực tiểu duy nhất trên đoạn $[0; 7]$ nên thời gian đi từ A đến C nhanh nhất khi $BM = x = \frac{5}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2106. Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho n máy chạy trong một giờ là

10 (6n + 10) nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?

A. 4 máy.

B. 6 máy.

C. 5 máy.

D. 7 máy.

Lời giải.

Gọi x ($0 \leq x \leq 8; x \in \mathbb{Z}$) là số máy in sử dụng trong một giờ để được lãi nhiều nhất. Khi đó chi phí dành cho x máy in trong một giờ là $10(6x + 10) = 60x + 100$ nghìn đồng.

Chi phí vận hành $50x$ nghìn đồng.

Số bản in trong một giờ là $3600x \Rightarrow$ thời gian để in xong 50000 tờ quảng cáo là $\frac{50000}{3600x} = \frac{125}{9x}$ giờ.

Vậy tổng chi phí là $f(x) = (60x + 100) \frac{125}{9x} + 50x$ nghìn đồng.

Để lãi là nhiều nhất thì tổng chi phí là thấp nhất, vậy ta tìm giá trị nhỏ nhất của tổng chi phí.

Thay các giá trị $x = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ ta thấy giá trị nhỏ nhất là $f(5) = \frac{12250}{9}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2107. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $f(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x (miligam) là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân. Khi đó liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là

A. 20 miligam.

B. 10 miligam.

C. 15 miligam.

D. 30 miligam.

Lời giải.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 30$.

Ta có $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{40}x^3 \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{40}x^2$. Do đó, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20. \end{cases}$

Mà $f(0) = 0; f(20) = 100; f(30) = 0$.

Vậy huyết áp giảm nhiều nhất khi bệnh nhân được tiêm 20 miligam thuốc.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2108. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi $C(x) = 0.0001x^2 - 0.2x + 10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ là thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.

A. 20.000 đ.

B. 15.000 đ.

C. 10.000 đ.

D. 22.000 đ.

Lời giải.

$M(x) = \frac{T(x)}{x} = \frac{0.001x^2 - 2x + 100000 + 4x}{x} = 0.001x + 2 + \frac{100000}{x}$.

$M'(x) = 0.001 - \frac{100000}{x^2}$.

Chi phí đạt được thấp nhất khi $M'(x) = 0$ hay $x = 10000$.

Khi đó chi phí cần tìm là: $0.001x + 2 + \frac{100000}{x} = 22000$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2109. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m². Người ta xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là

A. 74 triệu đồng.

B. 75 triệu đồng.

C. 76 triệu đồng.

D. 77 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi x, y, z ($x, y, z > 0$) lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của hồ nước.

Theo giả thiết, ta có
$$\begin{cases} x = 2y \\ V = xyz = \frac{500}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ z = \frac{250}{3y^2} \end{cases}.$$

Diện tích xây dựng của hồ nước là $S = xy + 2xz + 2yz = 2y^2 + 6yz = 2y^2 + \frac{500}{y}$.

Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(y) = 2y^2 + \frac{500}{y}$ với $y > 0$.

Ta có $f'(y) = 4y - \frac{500}{y^2} = \frac{4(y^3 - 125)}{y^2}$; $f'(y) = 0 \Leftrightarrow y^3 - 125 = 0 \Leftrightarrow y = 5$.

Bảng biến thiên

y	0	5	$+\infty$		
$f'(y)$		−	0	+	
$f(y)$	$+\infty$		150		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy S nhỏ nhất khi $y = 5$.

Suy ra kích thước của hồ là $x = 10$ m; $y = 5$ m, $z = \frac{10}{3}$ m. Tiền thuê nhân công là 75 triệu đồng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2110.

Một công ty muốn làm đường ống dẫn dầu từ một kho A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Người ta cần xác định một vị trí D trên AC để lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ADB . Tính khoảng cách AD để số tiền chi phí thấp nhất, biết rằng giá để lắp đặt mỗi km đường ống trên bờ là 100.000.000 đồng và dưới nước là 260.000.000 đồng.

A. 6 km. B. 6.5 km. C. 7 km. D. 7.5 km.

Lời giải.

Gọi x km là khoảng cách AD cần tìm ($0 \leq x \leq 9$). Từ đó suy ra số tiền để lắp đường ống trên bờ là x (trăm triệu đồng).

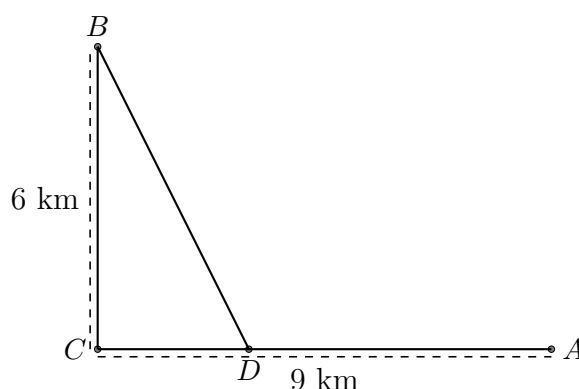
Vì $AD = x$ km nên $CD = 9 - x$ km. Xét tam giác BCD vuông tại C ta có

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 = 36 + (9 - x)^2 \Rightarrow BD = \sqrt{36 + (9 - x)^2} \text{ km}$$

Từ đó suy ra số tiền cần để lắp đường ống dưới nước là $2,6 \cdot \sqrt{36 + (9 - x)^2}$ (trăm triệu đồng).

Vậy tổng chi phí phải trả để xây dựng đường ống là

$$x + 2,6 \cdot \sqrt{36 + (9 - x)^2} \text{ (trăm triệu đồng)}$$



Bài toán thực tế yêu cầu chi phí lắp đặt ống dẫn phải thấp nhất, do đó ta sẽ tìm $\min_{x \in [0;9]} f(x)$ với

$$f(x) = x + 2,6 \cdot \sqrt{36 + (9 - x)^2}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 1 - \frac{2,6(9 - x)}{\sqrt{36 + (9 - x)^2}}.$$

$$\text{Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 6,5.$$

$$\text{Tính } f(0) = \frac{39\sqrt{13}}{5}; f(9) = 24,6; f(6,5) = 23,4.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in [0;9]} f(x) = 23,4 \text{ tại } x = 6,5.$$

Vậy $x = 6,5$ hay $AD = 6,5$ km thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2111. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu giá cho thuê mỗi căn hộ là 2 triệu đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều được thuê, và nếu tăng giá thuê mỗi căn hộ thêm 100 ngàn đồng mỗi tháng thì có 2 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu mỗi tháng để tổng thu nhập từ việc cho thuê nhà là lớn nhất?

A. 2.225.000đ.

B. 2.250.000đ.

C. 2.200.000đ.

D. 2.100.000đ.

Lời giải.

Giả sử giá thuê mỗi căn hộ là 2 triệu + x trăm ngàn (đồng) (x nguyên dương). Khi đó, số căn hộ bị bỏ trống là $2x$. Do đó, tổng số tiền (đơn vị trăm ngàn đồng) cho thuê nhà là $S = (50 - 2x)(20 + x) = -2x^2 + 10x + 1000 = -2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 1012,5 \leq 1012,5$. Dấu bằng xảy ra khi $x = 2,5$. Vậy giá thuê mỗi căn hộ nên là 2.250.000 đồng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2112. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

A. $x = 8$.

B. $x = 10$.

C. $x = 15$.

D. $x = 7$.

Câu 2113. Một người thợ muốn làm 1 chiếc thùng dạng hình hộp chữ nhật không nắp, đáy là hình vuông có thể tích là $2,16 \text{ m}^3$. Biết giá vật liệu để làm đáy và mặt bên của thùng lần lượt là 90000 đồng/ m^2 và 36000 đồng/ m^2 . Để làm được chiếc thùng với chi phí mua vật liệu thấp nhất người thợ phải chọn các kích thước của chiếc thùng là bao nhiêu?

A. Cạnh đáy 1,0 m và chiều cao 1,7 m.

B. Cạnh đáy 1,5 m và chiều cao 9,6 m.

C. Cạnh đáy 1,2 m và chiều cao 1,5 m.

D. Cạnh đáy 2,0 m và chiều cao 0,54 m.

Lời giải.

Giả sử chiếc thùng hình hộp là $ABCD.A'B'C'D'$, đáy là $A'B'C'D'$.

Đặt $A'B' = x$ và $AA' = y$ ($x, y > 0$).

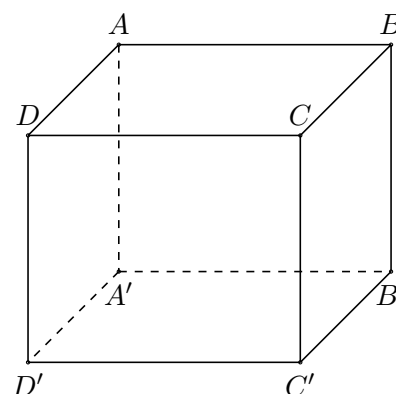
$$\text{Khi đó } V = x^2y = 2,16 \Rightarrow y = \frac{2,16}{x^2}.$$

chi phí mua vật liệu đóng thùng là

$$A = 4 \cdot 36000xy + 90000x^2 = \frac{311040}{x} + 90000x^2$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = \frac{311040}{x} + 90000x^2 \Rightarrow g'(x) = \frac{-311040 + 180000x^3}{x^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1,2.$$

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1,2 \text{ m} \Rightarrow y = 1,5 \text{ m}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 2114. Một sợi dây không dẫn dài 1 mét được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được cuộn thành đường tròn, đoạn thứ hai được cuộn thành hình vuông. Tính tỉ số độ dài đoạn thứ nhất trên độ dài đoạn thứ hai khi tổng diện tích của hình tròn và hình vuông là nhỏ nhất.

A. $\frac{\pi}{\pi+4}$.

B. $\frac{4}{\pi}$.

C. 1.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Gọi đoạn thứ nhất là $x \Rightarrow x = 2\pi r$ với r là bán kính của đường tròn, đoạn thứ hai là $1-x$, tổng diện tích $P = \frac{x^2}{4\pi} + \frac{1}{16}(1-x)^2 = (\frac{1}{4\pi} + \frac{1}{16})x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{1}{16}$, P nhỏ nhất khi và chỉ khi $x = \frac{\pi}{4+\pi}$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 2115. Một cửa hàng cà phê sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2 000 cốc, còn từ mức giá 20 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất?

A. 29 000 đồng.

B. 31 000 đồng.

C. 25 000 đồng.

D. 22 000 đồng.

Lời giải.

Gọi x là giá bán mỗi cốc cà phê.

Khi đó, số lượng cốc bán được là $2000 - \frac{x-20000}{1000} \cdot 100$.

Lợi nhuận

$$f(x) = \left[2000 - \frac{x-20000}{1000} \cdot 100 \right] (x-18000) = -\frac{1}{10}x^2 + 5800x - 72000000 \geq f\left(-\frac{5800}{2 \cdot \frac{-1}{10}}\right) = f(29000).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2116. Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng, trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là

A. 4 ngày.

B. 10 ngày.

C. 20 ngày.

D. 15 ngày.

Lời giải.

Gọi x (lít) ($0 < x < 10$) là số xăng An sử dụng trong 1 ngày.

Khi đó: $10-x$ (lít) là số xăng Bình sử dụng trong 1 ngày.

Suy ra $f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x}$, $x \in (0; 10)$ là tổng số ngày An và Bình sử dụng hết số xăng được khoán.

Ta có: $f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{32}{x^2} + \frac{72}{(10-x)^2}$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{32}{x^2} + \frac{72}{(10-x)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \in (0; 10) \\ x = -20 \notin (0; 10) \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x}$, $x \in (0; 10)$

x	0	4	10
y'	—	0	+
y	$+\infty$	20	$+\infty$

Theo BBT thì ít nhất 20 ngày thì An và Bình sử dụng hết lượng xăng được khoán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2117. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 4 giờ.

B. 1 giờ.

C. 3 giờ.

D. 2 giờ.

Lời giải.

Với $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$, $t > 0$ ta có $c'(t) = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2}$.

Cho $c'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	—
$c(t)$		$\frac{1}{2}$	

Vậy $\max_{(0;+\infty)} c(t) = \frac{1}{2}$ khi $t = 1$.

Cách 2:

Với $t > 0$, ta có $t^2 + 1 \geq 2t$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow t = 1$.

Do đó, $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} \leq \frac{t}{2t} = \frac{1}{2}$. Vậy $\max_{(0;+\infty)} c(t) = \frac{1}{2}$ khi $t = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

ĐÁP ÁN

2102.D	2103.C	2104.D	2105.D	2106.C	2107.A	2108.D	2109.B	2110.B	2111.B
2112.B	2113.C	2114.D	2115.A	2116.C	2117.B				