

A. TRẮC NGHIỆM. Chọn phương án đúng

Bài 1. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(0; 0; -1) và B(1; -1; 1). Vector nào có tọa độ dưới đây vuông góc với hai vector $\vec{BA}, \vec{OA}$?

- A. (1; -1; 0) B. (-1; 1; 0) C. (-1; -1; 0) D. (1; 1; 1)

Bài 2. Nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2^x - 1} > \frac{1}{1 - 2^{x-1}}$ là:

- A. $x < \log_2 \frac{4}{3}$ B. $0 < x < \log_2 \frac{4}{3}$ C. $x > 1$ D. $0 < x < \log_2 \frac{4}{3}; x > 1$

Bài 3. Nghiệm của bất phương trình $\log_2 \left[\log_{\frac{1}{3}} (\log_5 x) \right] > 0$ là:

- A. $x > \sqrt[3]{5}$ B. $x < \sqrt[3]{5}$ C. $0 < x < \sqrt[3]{5}$ D. $x \geq \sqrt[3]{5}$

Bài 4. Một ngân hàng quy định lãi suất cố định là 0,35% /tháng (lãi sẽ được nhập vào vốn). Để có 50 triệu đồng sau một năm tại ngân hàng thì mỗi tháng người đó phải gửi vào số tiền gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 3,24 triệu B. 3,98 triệu C. 4,07 triệu D. 4,35 triệu

Bài 5. Trong không gian tọa độ Oxyz cho các điểm: A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(1; 1; 1), E(1; 1; -1). Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng ?

- A. A, B, C và D B. A, B, D và E C. A, B, C và E D. B, C, D và E

Bài 6. Nghiệm của bất phương trình $\log_x (125x) \cdot \log_{25} x < 1$ là:

- A. $x < \frac{1}{5}$ B. $x < \frac{1}{25}$ C. $x > \frac{1}{5}$ D. $0 < x < \frac{1}{5}$

Bài 7. Biết $|\vec{u}| = 3, |\vec{v}| = 4$, góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng $\frac{\pi}{2}$. Vector $\vec{w} = k\vec{u} + 9\vec{v}$ (k là số thực)

vuông góc với vector $\vec{v} - \vec{u}$ khi:

- A. $k = 0$ B. $k = 16$ C. $k = -16$ D. $k \neq 0$

Bài 8. Phương trình $\log_{2019} x + \log_{2020} x = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Bài 9. Gọi $S = [m; M]$ là tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3} (4x^2) \geq \log_{0,3} (12x - 5)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $n + M = 3$ B. $n + M = 2$. C. $M - m = 3$ D. $M - m = 3 = 1$

Bài 10. Trong không gian tọa độ Oxyz cho điểm A(-1; -1; 0) và điểm B(0; 0; 1). Tọa độ điểm M nằm trên trục Oz và cách đều hai điểm A, B là:

- A. $(0; -\frac{1}{2}; 0)$ B. $(0; \frac{1}{2}; 0)$ C. $(0; 0; -\frac{1}{2})$ D. $(0; 0; \frac{1}{2})$

Bài 11. Một người muốn xây dựng một căn nhà. Chi phí xây dựng nhà tính theo giá hiện nay hết 1 tỷ đồng. Tuy nhiên, người đó hiện tại chỉ có 700 triệu đồng. Vì không muốn vay tiền để xây nhà, người đó đem gửi tiết kiệm số tiền 700 triệu đồng này với lãi suất 12% /năm, lãi hàng năm sẽ được nhập vào vốn. Giả sử chi phí giá xây dựng nhà tăng đều 1% so với năm trước đó. Hỏi sau ít nhất bao lâu, người đó sẽ có đủ tiền xây nhà (giả sử lãi suất ngân hàng hàng năm không thay đổi).

- A. 2 năm 9 tháng B. 3 năm 2 tháng C. 3 năm 6 tháng D. 4 năm

Bài 12. Cho $f(x)$ là hàm số xác định trên $[-1; 0]$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f^2(x) \cdot f'(x) = 2x^2 + 2x + 1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thỏa mãn: phương trình $f(x) = \log_3 m$ có duy nhất nghiệm thực $x \in [-1; 0]$?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

B. TỰ LUẬN.

Bài 1.

a) Giải phương trình: $\log_2 \sqrt{x} + \log_{\frac{1}{16}} (x-1)^4 - \log_4 (x-2)^2 = \log_{\frac{1}{2}} (x-1)$.

b). Tìm giá trị tham số m để mỗi nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$ đều là nghiệm của bất phương trình $(m-2)^2 x^2 - 3(m-6)x - m - 1 < 0$?

Bài 2. Tìm họ các nguyên hàm:

a) $\int \frac{(1+e^x)^2}{e^{3x}} dx$

b) $\int \frac{x(2+\cos x) + \sin 2x}{(x \sin x + \cos x)^2} dx$

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc mặt phẳng (Oxy) (E khác gốc tọa độ O), điểm F thuộc trục Oz sao cho ba điểm M, E, F thẳng hàng và $ME = \sqrt{14}$.

-----HẾT-----

Họ và tên học sinh :Lớp :.....

ĐỀ BÀI

A. Trắc nghiệm. (6,0 điểm)

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$, $B(0;2;-1)$, $C(2;-3;1)$. Điểm M thỏa mãn $T = MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Tính giá trị của $P = x_M^2 + 2y_M^2 + 3z_M^2$.

- A. $P = 101$. B. $P = 134$. C. $P = 114$. D. $P = 162$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{x^2} + 2^x$ là

- A. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \ln x^2 + C$ B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x^4} + 2^x + C$
C. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ D. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{1}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$

Câu 3. Cho $A(-1;2;3)$; $B(0;1;-3)$. Gọi M là điểm sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BA}$ khi đó tọa độ điểm M là.

- A. $M(3;4;9)$ B. $M(-3;4;15)$ C. $M(1;0;-9)$ D. $M(-1;0;9)$

Câu 4. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$

- A. $F(x) = x^2 + x + 3$ B. $F(x) = x^2 + x - 3$
C. $F(x) = x^2 + x$ D. Kết quả khác

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{3x+5}{x+2}$ là

- A. $F(x) = 3x + 4\ln|x+2| + C$ B. $F(x) = -3x + \ln|x+2| + C$
C. $F(x) = 3x - \ln|x+2| + C$ D. $F(x) = 3x + \ln|x+2| + C$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ thỏa mãn hệ thức $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. Bộ số nào dưới đây là tọa độ của vector $\vec{a}$?

- A. $(2;0;-3)$ B. $(2;0;3)$ C. $(2;-3;0)$ D. $(2;3;0)$

Câu 7. Cho $A(3,0,0); B(0,3,0); C(0,0,3); D(1;-1;0)$ thì thể tích của tứ diện $ABCD$ là:

- A. $\frac{9}{2}$ B. 27 C. $\frac{1}{2}$ D. 3

Câu 8. Nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x(x+3)}$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C$ B. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + C$
C. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C$ D. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C$

Câu 9. Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1+x^2} \right)^2$ B. $F(x) = \frac{1}{3} \left(\sqrt{1+x^2} \right)^3$
C. $F(x) = \frac{x^2}{2} \left(\sqrt{1+x^2} \right)^2$ D. $F(x) = \frac{1}{3} \left(\sqrt{1+x^2} \right)^2$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(1; -1; 0)$, $B(2; 2; 1)$, $C(13; 3; 4)$, $D(1; 1; 1)$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. A, B, C, D đồng phẳng. B. A, B, C, D là 4 đỉnh của tứ giác.
C. A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình tứ diện. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

Cho 11. điểm $A(2,-1,-2)$; $B(-1,1,2)$; $C(-1,1,0)$; $D(1,0,1)$. Độ dài đường cao của tứ diện vẽ từ D bằng:

- A. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{13}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{13}}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;1)$.

Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì điểm Q có tọa độ là:

- A. $(-1;2;1)$ B. $(1;2;1)$ C. $(-2;1;2)$ D. $(-2;3;4)$

Câu 13. Giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2m \cdot 3^x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 3$ là:

- A. $m = \frac{9}{2}$. B. $m = \frac{27}{2}$. C. $m = 3\sqrt{3}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.

Câu 14. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **SAI**?

- A. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$
 B. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ ($k \neq 0$)
 C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
 D. $\int f^m(x) f'(x)dx = \frac{f^{m+1}(x)}{m+1} + C$ với $m \neq -1$

Câu 15. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

- A. $[3;4]$. B. $[2;4]$. C. $(2;4)$. D. $(3;4)$.

Câu 16. Cho phương trình $4\log_9^2 x + m\log_{\frac{1}{3}} x + \frac{1}{6}\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} x + m - \frac{2}{9} = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $1 < m < 2$ B. $3 < m < 4$ C. $0 < m < \frac{3}{2}$ D. $2 < m < 3$

Câu 17. Phương trình $x + \log_2(9 - 2^x) = 3$ có nghiệm nguyên dương là a . Tính giá trị biểu thức

$$T = a^3 - 5a - \frac{9}{a^2}:$$

- A. $T = -7$. B. $T = 12$. C. $T = 11$. D. $T = 6$.

Câu 18. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là

- A. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3}$ B. $F(x) = \frac{3^{x+1}}{x+1}$ C. $F(x) = 3^x$ D. $F(x) = \frac{3^x}{x+1}$

Câu 19. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ và thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Khi đó $F(x)$ là:

- A. $F(x) = \sin x$ B. $F(x) = -\sin x$ C. $F(x) = \sin x + 1$ D. $F(x) = \sin x - 1$

Câu 20. Phương trình $\log_3(x^2 + 4x + 12) = 2$. Chọn phương án đúng?

- A. Có hai nghiệm cùng dương B. Có hai nghiệm trái dấu
 C. Có hai nghiệm cùng âm D. Vô nghiệm

Câu 21. Tìm $\int (e^{-x} + 4)dx$.

- A. $F(x) = e^{-x} + 4x + C$ B. $F(x) = \frac{1}{e^{-x}} + 4x + C$
 C. $F(x) = -e^{-x} + C$ D. $F(x) = -e^{-x} + 4x + C$

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{3^{-x} - 3}{3^{-x} - m}$ đồng biến trên $(-1; 1)$.

- A. $m < \frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3} < m < 3$. C. $m \leq \frac{1}{3}$. D. $m > 3$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx}$ đồng biến trên $[1, 2]$.

- A. $m > \frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{1}{3}$. C. $m \geq -1$. D. $m > -8$.

Câu 24. Trong không gian Oxyz, cho 3 điểm A(-2; 3; 1), B($\frac{1}{4}$; 0; 1), C(2; 0; 1). Tọa độ chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC là

- A. (1; 0; 1) B. (-1; 0; 1) C. (1; 1; 1) D. (1; 0; -1)

Câu 25. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$

- A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ B. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$ C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$ D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$

B. Tư luận (4,0 điểm).

Câu I. (1,0 điểm)

1. Tính các nguyên hàm sau:

a) $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^4 x}$

b) $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 - 3x^2 + 1} dx$

2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} (2\sqrt{x^2 + 1} + 5)$ biết hàm số F(x) là một nguyên hàm của f(x) thỏa mãn

$F(0) = 6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

Câu II. (1,0 điểm)

1. Giải các bất phương trình sau:

a) $2\log_2 \sqrt{x+1} \leq 2 - \log_2 (x-2)$

b) $6.4^x - 13.6^x + 6.9^x > 0$

2. Gọi x_1, x_2 ($x_1 > x_2$) là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và

$2x_1 + x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$; $a, b \in \mathbb{Z}^+$. Tính $a + b$.

Câu III. (2,0 điểm)

Trong không gian Oxyz cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có A'(0;0;0); B'(2;0;0); D'(0;2;0); A(0;0;2). Gọi M, N, P, Q lần lượt là các trung điểm của các cạnh AB, B'C', C'D', D'D.

- 1) Chứng minh rằng MP và NQ cắt nhau.
- 2) Tính diện tích tứ giác MNPQ.

-----**HẾT**-----

PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM (KHOANH VÀO ĐÁP ÁN ĐÚNG)

Câu 1. Với các số hữu tỉ a, b và $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2} = a \ln 3 + b \ln 2$, khi đó $3a + b$ bằng:

- A. 1 B. -1 C. 5 D. -5

Câu 2. Với các số hữu tỉ a, b, c và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x dx = a\pi^2 + b\pi + c$, khi đó $c + b - 4a$ bằng:

- A. 0 B. -1 C. $\frac{1}{16}$ D. $-\frac{1}{16}$

Câu 3. Với các số hữu tỉ a, b và $\int_1^2 x \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b$, khi đó $a + 2b$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. 1

Câu 4. Với các số hữu tỉ a, b và $\int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx = a\pi + b$, khi đó $a + b$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. 1 D. 2

Câu 5. Với các số hữu tỉ a, b và $\int_0^2 \sqrt{x(x^2 - 2x + 1)} dx = a + b\sqrt{2}$, khi đó $a - 2b$ bằng:

- A. $\frac{4}{15}$ B. -2 C. 0 D. $\frac{24}{15}$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục dương trên đoạn $[0; 1]$ và $f'(x) = x \cdot f(x)$, $f(0) = 1$. Khi đó giá trị của $f(1)$ là:

- A. 1 B. -1 C. e^2 D. $\sqrt{e}$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$x^2 + y^2 + z^2 - (2m - 2)x + 3my + (6m - 2)z - 7 = 0$. Gọi R là bán kính của (S) , giá trị nhỏ nhất của R bằng:

- A. 7 B. $\frac{\sqrt{377}}{7}$ C. $\sqrt{377}$ D. $\frac{\sqrt{377}}{4}$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Với những giá trị nào của a thì (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π ?

- A. $\{1; -11\}$. B. $\{1; 10\}$. C. $\{-1; 11\}$. D. $\{-10; 2\}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x + y - z + 7 = 0$. Mặt phẳng (P) song song với trục oz và vuông góc với mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

B. $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

D. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(2; 1; 1)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A; B; C$ (khác gốc tọa độ O) sao cho H là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $2x + y + z - 6 = 0$

B. $2x + y + z + 6 = 0$

C. $2x - y + z + 6 = 0$

D. $2x + y - z + 6 = 0$

PHẦN 2: TỰ LUẬN.

Bài 1: Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_1^2 \frac{dx}{x(1+x^3)}$

b) $J = \int_{-1}^1 |x+1| \cdot e^x dx$

c) $K = \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} x \cos \sqrt{x} dx$

d) $H = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \cos 2x}$

Bài 2. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu:

a) Có tâm $I(2; 1; -1)$, bán kính $R = 4$.

b) Đi qua điểm $A(2; 1; -3)$ và tâm $I(3; -2; -1)$.

c) Có đường kính là AB biết $A(-1; 2; 3), B(3; 2; -7)$.

d) Đi qua 4 điểm $A(3; 3; 0); B(3; 0; 3); C(0; 3; 3); D(3; 3; 3)$.

e) Đi qua 3 điểm $A(3; 1; 1); B(0; 1; 4); C(-1; -3; 1)$ và tâm nằm trên mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$.

f) Mặt cầu có tâm $I(-5; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$.

Bài 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) biết:

a) (P) đi qua $A(-2; 7; 8)$ và có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3; 0; 1)$.

b) (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có cặp vectơ $\vec{u}(2; 1; 2); \vec{v}(3; 2; -1)$ có giá song song với mặt phẳng (P) .

c) (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB biết $A(1; 3; -4); B(-1; 2; 2)$.

d) (P) đi qua $M(2; 1; 5)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) .

e) (P) đi qua $A(1; 1; 3)$ và vuông góc với trục Oy .

f) (P) đi qua hình chiếu của điểm $D(2; 3; 1)$ trên các trục tọa độ.

g) (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và vuông góc với cả hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(\beta): 3x + 2y - z + 1 = 0$.

h) (P) đi qua hai điểm $A(3; 1; -1); B(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - y + 1 = 0$.