

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (4 điểm) Năm bạn Anh, Bình, Cúc, Dũng, Đức về quê ở năm tỉnh: Bắc Ninh, Hà Nội, Cần Thơ, Nghệ An và Tiền Giang. Khi được hỏi quê ở tỉnh nào, các bạn trả lời như sau:

Anh: Tôi quê ở Bắc Ninh, còn Dũng ở Nghệ An.

Bình: Tôi cũng quê ở Bắc Ninh, còn Cúc quê ở Tiền Giang.

Cúc: Tôi cũng quê ở Bắc Ninh, còn Dũng quê ở Hà Nội.

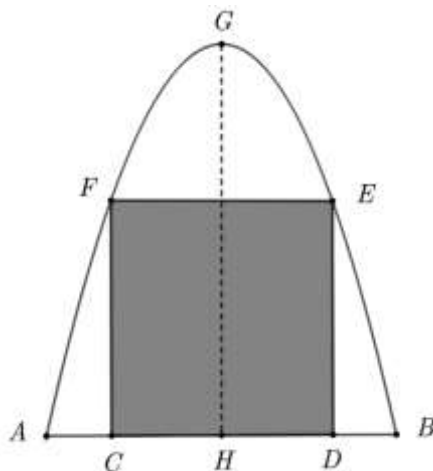
Dũng: Tôi quê ở Nghệ An, còn Đức ở Cần Thơ.

Đức: Tôi quê ở Cần Thơ, còn Anh ở Hà Nội.

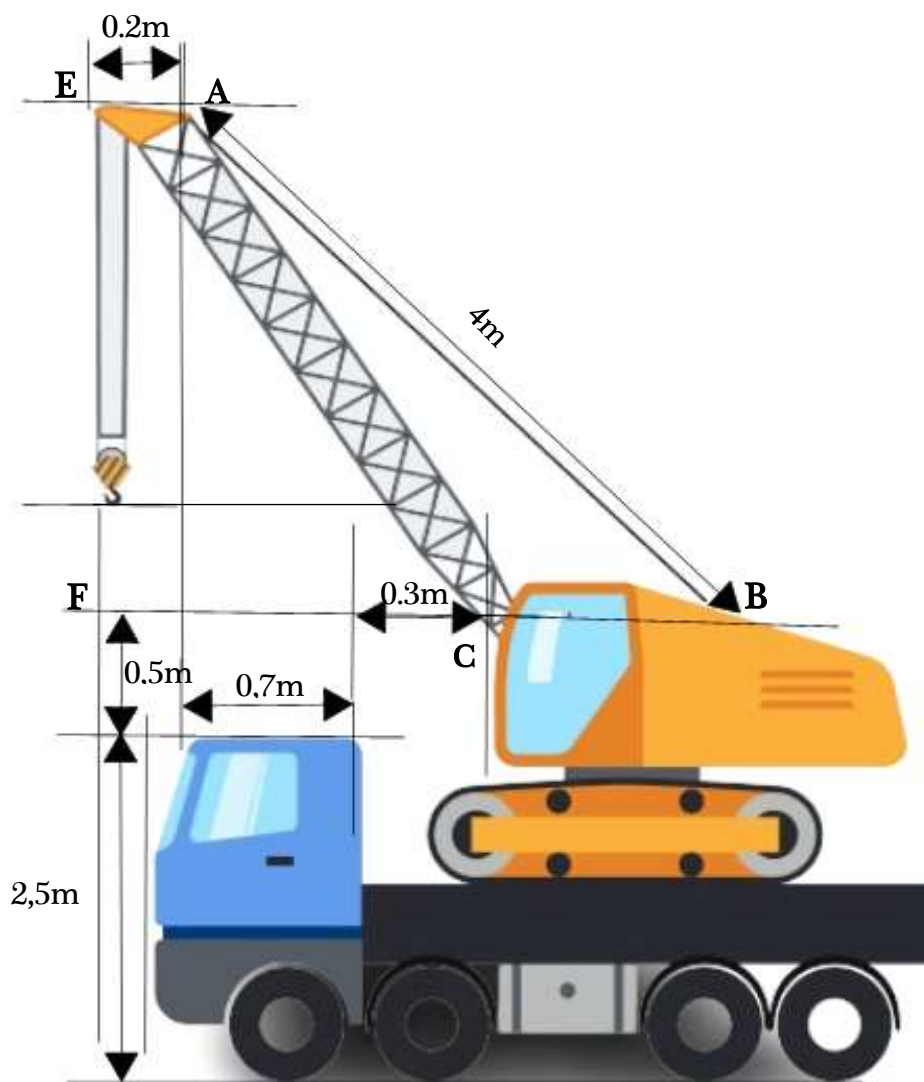
Nếu không bạn nào trả lời sai hoàn toàn thì quê của mỗi bạn ở tỉnh nào?

Câu 2 (5 điểm) Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hoá (một sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

Câu 3 (5 điểm) Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm có giá 1 200 000 đồng/m², còn các phần để trồng làm xiên hoa có giá là 900 000 đồng/m². Biết diện tích của cái cổng là $\frac{32}{3}$ m². Hỏi tổng chi phí để làm cái cổng là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng trăm nghìn).



Câu 4 (4 điểm) Quan sát thiết kế của cần cẩu như hình vẽ, biết rằng, dây cáp dài 10m (tính từ vị trí B đến khi chạm đất). Tính góc BAC được tạo bởi dây cáp và cần cẩu (Kết quả làm tròn đến hàng trăm nghìn).



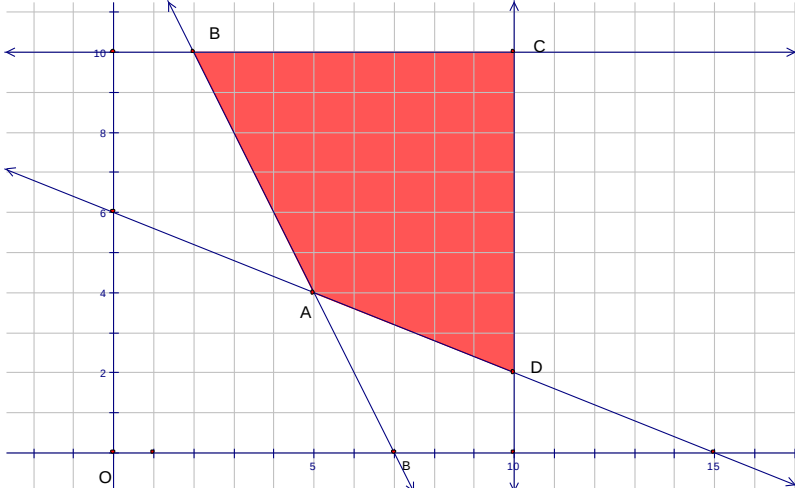
Câu 5 (2 điểm) Cho tam giác ABC , gọi M là điểm trên cạnh AC thỏa $\overrightarrow{MA} = -4\overrightarrow{MC}$, I là trung điểm của BM và K là một điểm thỏa $\overrightarrow{BK} = x\overrightarrow{BC}$. Tìm x để ba điểm A, I, K thẳng hàng.

---HẾT---

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:Số báo danh:Chữ kí của giám thị:

ĐÁP ÁN

Câu	
Câu 1 4 điểm	Giả sử Anh quê ở Bắc Ninh thì quê của Bình và Cúc đều không ở Bắc Ninh. Vậy theo Bình thì Cúc quê ở Tiền Giang. Và theo Cúc thì Dũng quê ở Hà Nội. Vì Anh quê ở Bắc Ninh nên quê của Anh không ở Hà Nội. Suy ra Đức quê ở Cần Thơ. Vậy cuối cùng còn Bình quê ở Nghệ An (vì 4 bạn kia quê ở 4 tỉnh còn lại rồi).
Câu 2 5 điểm	Gọi x, y lần lượt là số xe loại A, B cần dùng. Theo đề bài thì cần tìm x, y sao cho $T(x, y) = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có: $\begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1y \geq 14 \\ 2x + 15y \geq 30 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} (II)$ Miền nghiệm (S) của hệ II được biểu diễn bằng tứ giác $ABCD$ kẻ cả biên như hình vẽ :  Ta biết rằng T nhỏ nhất đạt tại các giá trị biên của tứ giác $ABCD$, nên ta cần tìm các tọa độ các đỉnh (S). $A(x, y)$ là nghiệm hệ: $\begin{cases} 2x + y = 14 \\ 2x + 15y = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow A(5, 4)$ $B(x, y)$ là nghiệm hệ $\begin{cases} y = 9 \\ 2x + y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 9 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{5}{2}; 9\right)$ $C(x, y)$ là nghiệm hệ $\begin{cases} x = 10 \\ y = 9 \end{cases} \Rightarrow C(10, 9)$

$$D(x, y) \text{ là nghiệm hệ } \begin{cases} 2x + 5y = 30 \\ x = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow D(10, 2)$$

Tính giá trị $T(x, y)$ tại các điểm biên:

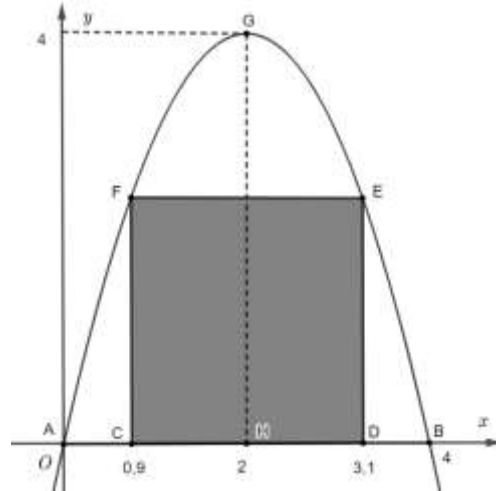
$$T(A) = 4.5 + 3.4 = 32 \text{ (triệu)}$$

$$T(B) = 4. \frac{5}{2} + 3.9 = 37 \text{ (triệu)}$$

$$T(C) = 4.10 + 3.9 = 67 \text{ (triệu)}$$

$$T(D) = 4.10 + 3.2 = 46 \text{ (triệu)}$$

Vậy $T(A) = 32$ triệu là nhỏ nhất nên chọn 5 xe A và 4 xe B.



Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O .

Khi đó, parabol có đỉnh $G(2; 4)$ và đi qua gốc tọa độ.

Gọi phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$. Do đó, ta có

Câu 3
5 điểm

$$\begin{cases} c = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Vậy parabol có công thức $y = -x^2 + 4x$.

Do vậy chiều cao $CF = DE = f(0,9) = 2,79m$;

$$CD = 4 - 2.0,9 = 2,2m.$$

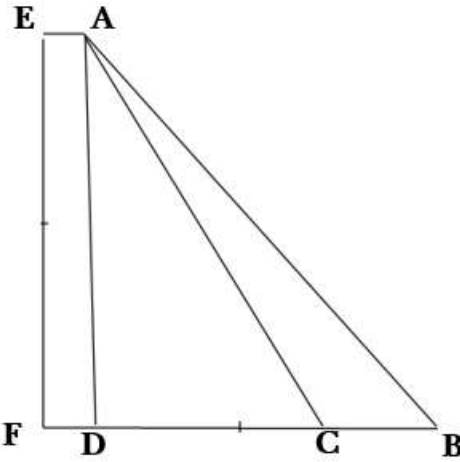
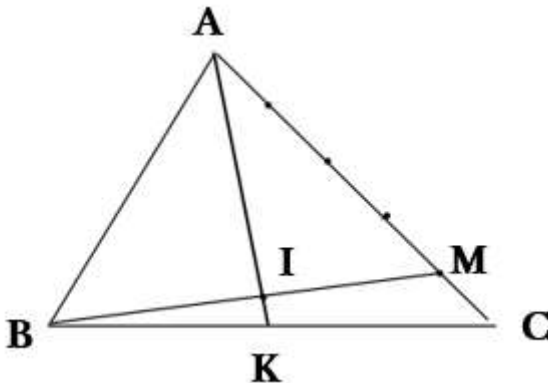
Diện tích hai cánh cổng là $S_{CDEF} = CD.CF \approx 6,14m^2$.

$$\text{Diện tích phần xiên hoa là } S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 \approx 4,53m^2$$

Vậy tổng số tiền làm cánh cổng là

$$6,14.1200000 + 4,53.900000 = 11445000 \text{ đồng}$$

Vậy chủ nhà cần trả 11 triệu 400 nghìn đồng để làm được chiếc cổng theo yêu cầu bài toán.

Câu 4 4 điểm	 $EF = 10 - (4 + 0,2 + 0,5 + 2,5) = 2,8m$ $\Rightarrow AD = 2,8m$ $DC = 0,7 + 0,3 = 1m$ Vậy $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{(2,8)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{221}}{5} \approx 2,97m$ $DB = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{4^2 - (2,8)^2} = \frac{2\sqrt{51}}{5} \approx 2,86m$ Do đó, $CB = DB - DC = \frac{2\sqrt{51}}{5} - 1 \approx 1,86m$ Vậy $\cos BAC = \frac{\frac{221}{25} + 4^2 - (1,86)^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{221}}{5} \cdot 4} \approx 0,899$ $\Rightarrow BAC \approx 25^{\circ}58'$
Câu 5 2 điểm	 $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{BC} = (1-x)\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC}$ Để A, I, K thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AK} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}}{1-x} = \frac{\frac{2}{5}}{x} (x \neq 0; x \neq 1) \Leftrightarrow x = \frac{4}{9}$