

**Câu 1: (5,0 điểm)**

Một khối lập phương có độ dài cạnh bằng  $a$  là số nguyên dương được sơn màu tất cả các mặt. Khối lập phương được cắt thành  $a^3$  khối lập phương có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm  $a$  nếu số khối lập phương đơn vị không tô màu mặt nào gấp đôi số khối lập phương được tô màu đúng một mặt.



**Câu 2: (5,0 điểm)**

Giả sử  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của đa thức  $P(x) = x^4 + x^3 - 1$ . Chứng minh rằng  $x_1 \cdot x_2$  là nghiệm của đa thức  $Q(x) = x^6 + x^4 + x^3 - x^2 - 1$ .

**Câu 3: (5,0 điểm)**

Tìm tất cả các hàm số  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$$f(x^3) + [f(y)]^3 + [f(z)]^3 = 3xyz, \forall x, y, z \in \mathbb{R} \text{ sao cho } x + y + z = 0.$$

**Câu 4: (5,0 điểm)**

Cho dãy số  $(a_n)$  là dãy vô hạn các số nguyên dương (với  $k$  là số nguyên dương cho trước) thỏa mãn  $a_{n+2}(a_{n+1} - k) = a_n(a_{n+1} + k), \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N} (*)$

a. Với  $k = 1$ , tìm một dãy số thỏa điều kiện  $(*)$ .

b. Tìm tất cả các dãy  $(a_n)$  thỏa  $(*)$ .

—————Hết—————

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*

**Câu 5: (5,0 điểm)**

Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(2,3)$ . Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Biết phương trình đường tròn đi qua trung điểm của ba đoạn  $HA; HB; HC$  có phương trình  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**Câu 6: (5,0 điểm)**

Cho hai số thực dương sao cho  $x + y^{2025} \geq 1$ . Chứng minh rằng

$$x^{2025} + y > \frac{99}{100}$$

**Câu 7: (5,0 điểm)**

Một hình vuông  $(10 \times 10)$  tạo bởi 100 ô vuông đơn vị, lần lượt được đánh số các ô vuông từ 1 đến 100 theo thứ tự từ trái qua phải từ trên xuống dưới. Người ta cắt hình vuông này thành 50 hình chữ nhật có diện tích 2 đơn vị. Gọi  $S$  là tổng của các tích hai số được ghi trên mỗi hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $S$ .

**Câu 8: (5,0 điểm)**

a. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số  $\overline{abc}$  sao cho ba chữ số  $a; b; c$  đôi một khác nhau và là độ dài ba cạnh của một tam giác.

b. Một hộp đựng 100 thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên ra ba thẻ. Tính xác suất của biến cố  $A =$  "Số ghi trên ba thẻ là số đo ba cạnh của một tam giác".

-----Hết-----

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*